整 体 感 知

本册纵览

本书的六章内容涉及《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”三个领域,第五章和第七章属于“图形与几何”领域,第六章、第八章和第九章属于“数与代数”领域,最后一章属于“统计与概率”领域.

平面内两条直线的位置关系是“图形与几何”所要研究的基本问题,第五章“相交线与平行线”在已有知识和经验的基础上,继续研究平面内两条直线的位置关系——相交和平行,这些知识是平面几何的基础知识,在以后的学习中经常要用到,这部分内容掌握不好,将会影响后续内容的学习.学好这部分内容的关键是要理解与相交线、平行线有关的角的知识,因为直线的位置关系是通过有关角的知识反映出来的.

第六章“实数”的主要内容包括平方根、算术平方根、立方根、实数、无理数等概念.本章将在学习了平方根与立方根的基础上引入无理数,把数的范围扩充到实数;然后类比有理数引入实数在数轴上的表示和实数的运算,进而解决一些实际问题.

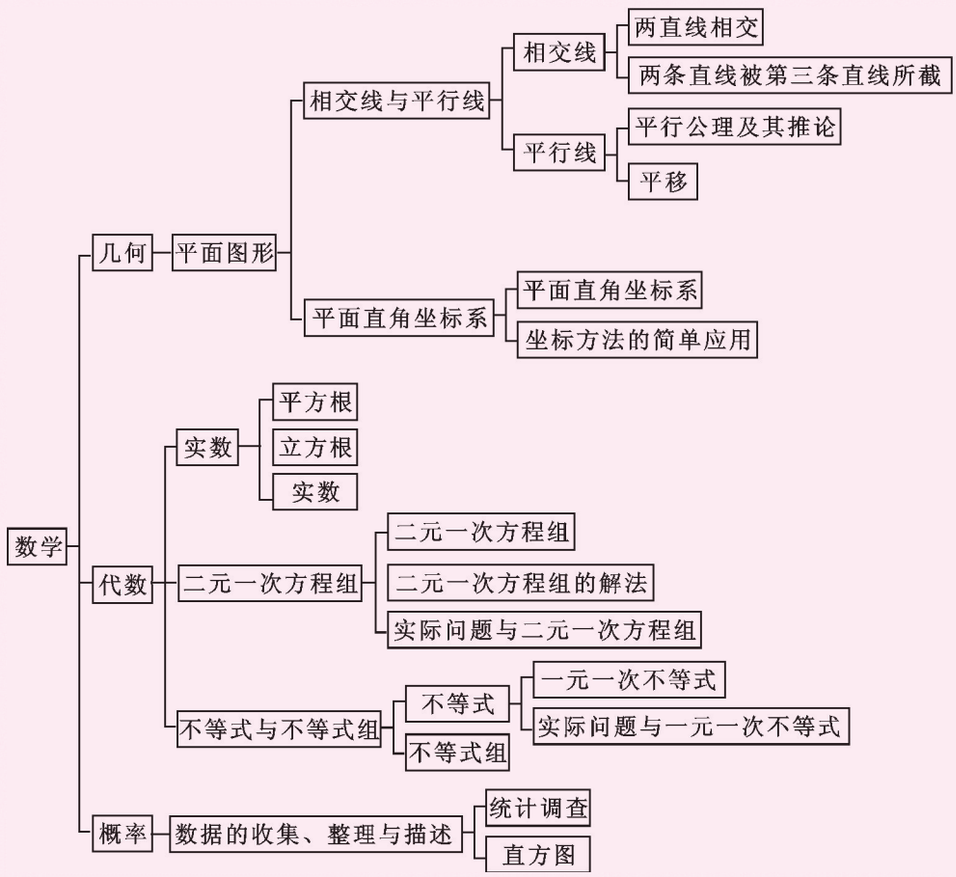
伟大的法国数学家笛卡儿(Descartes,1596—1650)创立了坐标系.他用平面上的一点到两条固定直线的距离来确定这个点的位置,用坐标来描述空间上的点.他的这一研究成果,把相互对立着的“数”与“形”统一起来,从而开拓了变量数学的广阔领域.第七章“平面直角坐标系”架起了“数”与“形”之间的桥梁,目的是让大家尽早接触平面直角坐标系这种数学工具,尽早感受数形结合的思想.

涉及求多个未知数的问题是普遍存在的,而方程组是解决这些问题的有力工具.第八章“二元一次方程组”在对一元一次方程已有认识的基础上,对二元一次方程组进行讨论,并在二元一次方程组的基础上,学习、讨论三元一次方程组及其解法.这些知识为今后大家进一步学习不等式组以及二次函数奠定了基础.

数量之间除了有相等关系外,还有大小不等的关系.正如方程与方程组是讨论等量关系的数学工具一样,第九章“不等式与不等式组”是讨论不等关系的数学工具.一元一次不等式(组)中,只含有一个未知数并且未知数的次数为 1,因而是最简单的含未知数的不等式(组),也是进一步学习更复杂的不等式(组)的基础.

在日常生活中,经常会遇到一些表面上看似不确定的现象,发生或不发生似乎具有随机性,不可预测.但实际上,其背后还是存在着一定规律的,可以通过反复地观察研究来发现这些规律.第十章“数据的收集、整理与描述”就是有关“统计与概率”的知识,它会初步地告诉大家收集、整理数据的简单方法,从数据中获取信息,发现规律,熟练地绘制各种图表.用数据说话,是现代人必须具备的素质.

知识要点



第五章“相交线与平行线”主要研究平面内两条直线的位置关系,重点是垂直和平行这两种特殊的关系,以及有关平移变换的内容.

第六章“实数”的主要内容包括:平方根、算术平方根、立方根、实数、无理数等概念.

第七章“平面直角坐标系”包括平面直角坐标系的有关概念和点与坐标的对应关系,以及用坐标表示地理位置和用坐标表示平移等主要内容.

第八章“二元一次方程组”的主要内容包括:利用二元一次方程组分析与解决实际问题,二元一次方程组及其相关概念,消元思想和用代入消元法、加减消元法解二元一次方程组以及三元一次方程组的解法举例.其中,以方程组为工具分析问题、解决含有多个未知数的问题既是本章的重点,又是难点.

第九章“不等式与不等式组”的主要内容包括:一元一次不等式(组)及其相关概念,不等式的性质,一元一次不等式(组)的解法及其解集的几何表示,利用一元一次不等式(组)分析与解决实际问题.

第十章“数据的收集、整理与描述”的主要内容包括:利用全面调查与抽样调查(以抽样调查为重点)收集和整理数据;利用统计图表(以直方图为重点)描述数据;展现收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计调查的基本过程.

学习要求

第五章“相交线与平行线”学习目标:结合具体情境,理解邻补角、对顶角的概念,探索并掌握对顶角相等;理解垂线、垂线段等概念,掌握“过一点有且仅有一条直线垂直于已知直线”的基本事实,会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线;了解垂线段最短的性质,了解点到直线距离的意义并会度量点到直线的

距离.理解平行线的概念,了解平行公理及其推论,会用三角尺和直尺过直线外一点画这条直线的平行线;会识别同位角、内错角、同旁内角,探索平行线的性质和判定方法;会度量两条平行线之间的距离.通过具体实例认识平移,理解对应点连线平行且相等的性质,能按照要求作出简单平面图形平移后的图形,能利用平移进行简单的图案设计,认识和欣赏平移在现实生活中的应用.了解命题的概念,能初步区分命题的题设和结论;理解本章学过的关于描述图形形状和位置关系的语句,会用这些语句画出图形;能结合一些具体内容进行说理,初步养成言之有据的习惯.能初步应用本章所学的知识解释生活中的现象及解决简单的实际问题,体会研究几何图形的意义;在观察、操作、想象、推理、交流的过程中,发展空间观念,初步形成积极参与数学活动、与他人合作交流的意识,激发学习图形与几何的兴趣.

第六章"实数"学习目标:了解平方根、算术平方根、立方根等概念,会进行有关的计算,了解实数和无理数的概念.

第七章"平面直角坐标系"学习目标:要通过实例认识有序实数对,感受它在确定点的位置中的作用.认识平面直角坐标系,了解点与坐标的对应关系;在给定的平面直角坐标系中,能根据坐标描出点的位置,能由点的位置写出点的坐标,能在方格纸中建立适当的平面直角坐标系描述物体的位置,体会平面直角坐标系在解决实际问题中的作用.在此基础上,大家在同一平面直角坐标系中,能用坐标表示平移变换.通过研究平移与坐标的关系,我们能看到平面直角坐标系是"数"与"形"之间的桥梁,感受代数问题与几何问题的相互转换.结合实例,了解可以用不同的方式确定物体的位置.

第八章"二元一次方程组"学习目标:以含有多个未知数的实际问题为背景,经历分析数量关系,设未知数,列方程组,解方程组和检验结果的过程,体会方程组是刻画现实世界中含有多个未知数问题的数学模型.了解二元一次方程及其相关概念,能设两个未知数并列方程组表示实际问题中的两种相关的等量关系.了解解二元一次方程组的基本目标:使方程组逐步转化为 $x=a,y=b$ 的形式,体会"消元"思想,掌握解二元一次方程组的代入消元法和加减消元法,能根据二元一次方程组的具体形式选择适当的解法.了解三元一次方程组及其解法,进一步体会"消元"的思想,能根据三元一次方程组的具体形式选择适当的解法.通过探究实际问题,进一步认识利用二(三)元一次方程组解决问题的基本过程,体会数学的应用价值,提高分析问题、解决问题的能力.

第九章"不等式与不等式组"学习目标:了解一元一次不等式及其相关概念,经历把实际问题抽象为不等式的过程,能够列出不等式或不等式组表示问题中的不等关系,体会不等式(组)是刻画现实世界中不等关系的一种有效的数学模型.通过观察、对比和归纳,探索不等式的性质,能利用它们探究一元一次不等式的解法.了解解一元一次不等式的基本目标(使不等式逐步转化为 $x>a$,或 $x<a$ 的形式),熟悉解一元一次不等式的一般步骤,掌握一元一次不等式的解法,并能在数轴上表示出解集,体会解法中蕴含的化归思想.

第十章"数据的收集、整理与描述"学习目标:了解通过全面调查和抽样调查收集数据的方法;会设计简单的调查问卷收集数据;能根据问题查找有关资料,获得数据信息.通过抽样调查,初步感受抽样的必要性,体会用样本估计总体的思想.了解频数及频数分布,掌握划记法,会用表格整理数据,并表示频数分布,体会表格在整理数据中的作用.学会用简单频数分布直方图(等距分组)和折线图描述数据的方法,进一步体会统计图表在描述数据中的作用,会根据问题需要选择适当的统计图描述数据.通过实际参与收集、整理、描述和分析数据的活动,经历统计的一般过程,感受统计在生活和生产中的作用,增强学习统计的兴趣,初步建立统计的观念,培养重视调查研究的良好习惯和科学态度.

结合教学内容,教材还提供了一些阅读材料,如:"为什么说$\sqrt{2}$不是有理数""用经纬度表示地理位置""一次方程组的古今表示及解法"等,要认真阅读,以拓展自己的视野,激发学习数学的兴趣.

有的章节后面还安排了课题学习,如:"从数据谈节水",它提供了将课堂里学到的知识运用到生活实践中的机会,告诉我们要大胆实践,亲身感受数学源于生活,又在生活中大有可为.

学法指导

1.数学运算能力是十分重要的基础能力.本册“实数”“二元一次方程组”和“不等式与不等式组”三章又一次提供了锻炼数学运算能力的好机会.要明算理,知方法,进而学会正确运算,快速运算,努力提高数与式的运算能力.

2.几何知识是培养逻辑思维能力很好的载体.几何是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的学科,在学习“相交线与平行线”这章知识时,要注意文字语言、符号语言、图形语言之间的转换,要通过直观感知、操作确认,加强对图形属性的认识和感受.要学会说理,养成注重逻辑、言必有据的习惯.

3.要在知识的运用中提高解决问题的能力.知识只有在运用于解决问题时才有生命力,要大胆地运用所学的数学知识去解决数学问题和实际生活中的问题.知识是相互联系的.知识之间的联系,要在学习过程中归纳总结,在运用过程中加深理解.要学会在遇到综合性问题时,发现知识之间的联系,分清各部分知识的作用,有条不紊地依次运用,最终使整个问题得到解决.

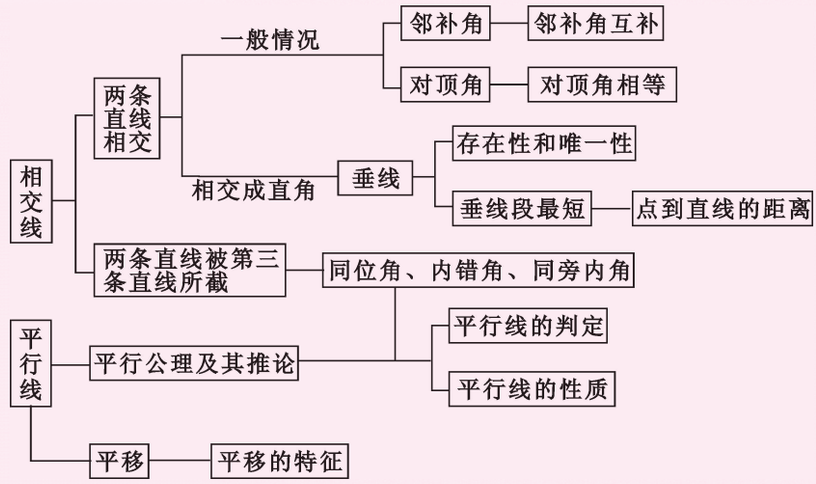
第五章　相交线与平行线

学习导航

本章纵览

本章所研究的平面内两条直线的位置关系是“图形与几何”所要研究的基本问题，是学习线和角的继续，是学习第七章“平面直角坐标系”的直接基础，也是学习几何知识的重要基础，以后几乎所有几何图形的学习都要用到本章知识. 平移是一种基本的图形变换，是同学们认识的第一个图形变换. 命题是以后研究形式逻辑概念和术语的基础. 因此同学们一定要认真学习本章内容.

知识要点



学习要求

1. 理解对顶角、邻补角、平行线的概念及性质，会运用性质进行推理和计算.
2. 会过一个已知点画已知直线的垂线.
3. 会度量点到直线的距离.
4. 渗透数形结合的思想，把计算、推理和图形结合起来.
5. 掌握垂线的两个性质.
6. 了解同位角、内错角、同旁内角的概念，会识别同位角、内错角、同旁内角.
7. 掌握平行线的概念，知道平行线的标记方式.
8. 掌握平行公理.
9. 知道命题的意义，分清题设和结论，能把命题写成“如果……那么……”的形式.
10. 初步认识平移，能画简单的图形平移，经历动手操作，体会几何图形平移的不变性.

学习中应注意的问题：

1.本章的主要内容是平面内两条直线的位置关系及图形的平移变换，其中垂线的概念和平行线的判定和性质既是重点，也是难点.

2.相交线的学习主要是通过探究两条直线相交所成的角的位置和大小关系，得出邻补角和对顶角的概念及性质(对顶角相等)；而垂直作为两条直线相交的特殊情形，大家应该掌握与它有关的概念和两个重要性质(“过一点有且只有一条直线与已知直线垂直”“垂线段最短”)，并区分“两点之间的距离”与“点到直线的距离”.

3.平行线的学习，首先要掌握两条直线被第三条直线所截的一般情况(“三线八角”)，从而掌握两条平行线被第三条直线所截的同位角相等、内错角相等、同旁内角互补的特殊情况.区分平行线的判定和性质的关键是看清题设与结论.此外，平行线的定义、平行公理也是帮助同学们解题的好助手.

4.大家初次接触推理，要从观察图形入手，并且在文字语言、符号语言、图形语言的相互转化上多做练习，要锻炼自己由初步掌握推理到逐步灵活运用各种推理形式的能力.

学法指导

学习本章的一些概念、性质、公理和定理时，同学们可以通过画图、旋转、折纸、剪纸、度量或做试验等活动，探索发现结论，然后再对结论进行说明、解释或论证.多观察、多动手、勤思考是学好几何知识的好方法.大家要学会一些简单的、基本的推理语言(如“因为……所以……”“由……得……”等)，能用文字语言准确表达说理过程，同时注意体会“几何模型—图形—文字—符号”这个抽象过程.

5.1 相交线

5.1.1 相交线

问题导学

准备一张纸片和一把剪刀，用剪刀将纸片剪开，观察剪纸过程. 握紧剪刀的把手时，随着两个把手之间的角逐渐变小，剪刀两刀刃之间的角发生了什么变化？如果改变用力方向，将两个把手之间的角逐渐变大，剪刀两刀刃之间的角又发生了什么变化？如果把剪刀的构造看作两条相交的直线，剪纸过程就关系到两条相交直线所成的角的问题，两条直线相交形成怎样的角呢？它们有什么特征？

自主学习

教材导读

1. 阅读教材 p1 中的图片及文字，你了解本章将要学习哪些知识了吗？

2. 在七年级上册中，我们学习了补角及其性质，请你利用已学过的知识完成下列各题.

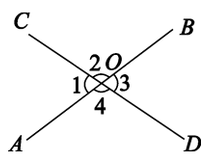
(1)若∠1＝35°，则∠1 的补角是_____.

(2)若∠1 与∠2 互补，则∠1＋∠2＝_____.

(3)若∠3 与∠4 互补，∠4 与∠5 互补，则_____＝_____(　　).

(4)若∠6 与∠7 互补，∠8 与∠9 互补，且∠6＝∠8，则_____＝_____(　　).

3. 如图，直线 AB，CD 相交于点 O，形成四个角.



(1)∠1，∠2，∠3，∠4 两两相配共能组成几对角？

(2)∠1 与∠2 有怎样的位置关系？具有这种位置关系的角还有哪几对？

(3)∠1 与∠3 有怎样的位置关系？具有这种位置关系的角还有哪几对？

4. 阅读教材 p2“邻补角”“对顶角”的概念，回答以下问题：

(1)在第 3 题图中邻补角为_____，对顶角为_____.

(2)观察教材 p2 图 5.1－1，剪刀的把手之间的角在变化的过程中，这几对角的位置关系还保持吗？为什么？

5. 分别测量第 3 题图中四个角的度数，猜测各对角之间的数量关系，并完成下列证明：

∵　∠1＋∠2＝180°，∠2＋∠3＝180°(　　)，

∴　∠1＝∠3 (　　).

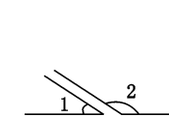
同理可得∠2＝_____.

由此得到对顶角的性质：_____.

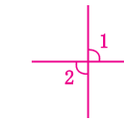
6. 你能利用“对顶角相等”这条性质解释剪刀剪纸过程中所看到的现象吗？

自主测评

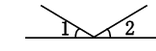
1. 下列各图中，∠1 和∠2 是对顶角的是(　　)



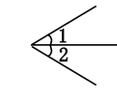
A



B



C



D

2. 领补角是指 (　　)

A. 和为 180°的两个角

B. 有公共顶点且互补的两个角

C. 有一条公共边且相等的两个角

D. 有公共顶点且有一条公共边，另一边互为反向延长线的两个角

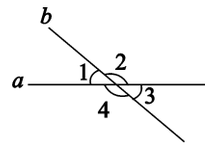
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

两条直线相交形成几对邻补角，几对对顶角？邻补角与补角有区别吗？

合作学习

难点探究

1. 如图，已知直线 a，b 相交，$\angle 1=40°$. 求 $\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$ 的度数.



解：$\angle 3=\angle 1=40°$(　　).

$\angle 2=180°-\angle 1=180°-40°=140°$(　　).

$\angle 4=\angle 2=140°$(　　).

你还有其他思路吗？试着写出来.

2. 将上题中 $\angle 1=40°$ 这个条件换成以下条件，其他不变.

(1)把 $\angle 1=40°$ 变为 $\angle 2-\angle 1=40°$；

(2)把 $\angle 1=40°$ 变为 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的 3 倍；

(3)把 $\angle 1=40°$ 变为 $\angle 1:\angle 2=2:7$.

你还有其他的变式吗？让你的同伴算一算.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

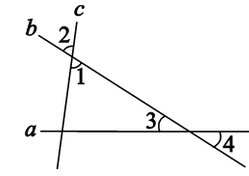
如何根据角的位置求角的度数？

探究展示

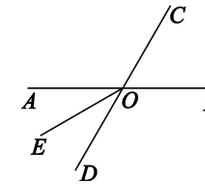
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 如图所示，直线 a，b，c 两两相交，$\angle 1=2\angle 3$，$\angle 2=65°$，求 $\angle 4$ 的度数.



2. 如图所示，AB，CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle AOD$，$\angle AOC=120°$，求 $\angle BOD$，$\angle AOE$ 的度数.



归纳梳理

1. 区分对顶角与邻补角的关键是要看角的位置关系(是否有公共顶点、公共边)，形成对顶角与邻补角的前提是两条直线相交.

2. 对顶角____，邻补角____.

深化拓展

基础反思

1. 下列说法正确的有 (　　)

①对顶角相等；

②相等的角是对顶角；

③若两个角不相等，则这两个角一定不是对顶角；

④若两个角不是对顶角，则这两个角不相等.

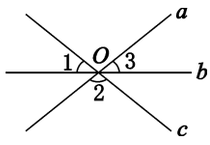
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

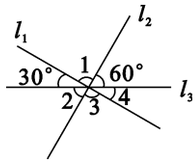
2. 如图所示，三条直线 a，b，c 相交于点 O，则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3$ 等于 (　　)

A. 90°　　B. 120°

C. 180°　　D. 360°



第 2 题图



第 3 题图

3. 如图所示，直线 l_1，l_2，l_3 相交于一点，则下列正确的一组结论是 (　　)

A. $\angle 1=90°$，$\angle 2=30°$，$\angle 3=\angle 4=60°$

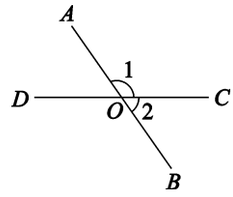
B. $\angle 1=\angle 3=90°$，$\angle 2=\angle 4=30°$

C. $\angle 1=\angle 3=90°$，$\angle 2=\angle 4=60°$

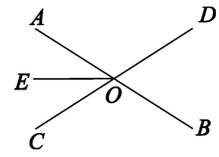
D. $\angle 1=\angle 3=90°$，$\angle 2=60°$，$\angle 4=30°$

能力提升

4. 如图所示，直线 AB，CD 相交于点 O. 若 $\angle 1=2\angle 2$，则 $\angle BOD=$_____，$\angle 2=$_____.



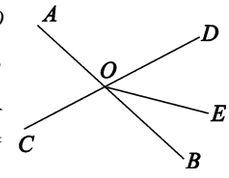
第 4 题图



第 5 题图

5. 如图所示，直线 AB，CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle AOC$. 若 $\angle AOD-\angle DOB=50°$，则 $\angle EOB=$_____.

6. 如图所示，直线 AB，CD 相交于点 O. 已知 $\angle AOC=70°$，OE 把 $\angle BOD$ 分成两部分，且 $\angle BOE:\angle EOD=2:3$，则 $\angle EOD=$_____.



拓展创新

7. 阅读并填空：

(1)2 条直线交于一点，有 2 对对顶角；

(2)3 条直线交于一点，有_____对对顶角；

(3)4 条直线交于一点，有_____对对顶角；

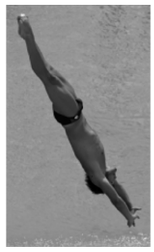
(4)n 条直线交于一点，有_____对对顶角(用含 n 的式子表示).

5.1.2 垂　线

第一学时

问题导学

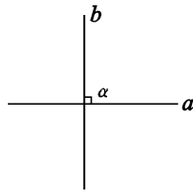
奥运会十米跳台比赛中运动员入水时健美的身姿往往让我们赞叹,下图是三位跳水运动员入水前的精彩瞬间,如何判断哪位运动员跳得直呢?("直"是指什么?)如果用一条水平直线 a 表示水面,你能用另一条直线 b 表示出不同选手入水时的示意图吗?



自主学习

教材导读

1. 阅读教材 p3 内容,并完成下列各题:



(1)如图,当∠α=_____时,我们就说直线 a 与直线 b 互相垂直,记作_____.

(2)判断:

①若两条直线互相垂直,则两条直线一定相交.(　　)

②若两条直线相交,则两条直线一定垂直.(　　)

2. 完成"问题导学"中的内容.

3. 参考教材 p4 图 5.1-7,思考:点与直线的位置关系有几种?如何过一点画出已知直线的垂线(请画图)?

自主测评

1. 下面说法中错误的是(　　)

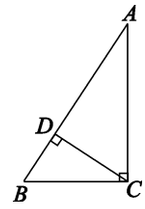
A. 两条直线相交,有一个角是直角,则这两条直线互相垂直

B. 若两条直线相交所成的四个角中有一对对顶角之和为 180°,则这两条直线互相垂直

C. 两条直线相交所构成的四个角中,若有两个角相等,则这两条直线互相垂直

D. 两条直线相交所构成的四个角中,若有三个角相等,则这两条直线互相垂直

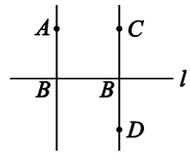
2. 如图所示,$AB\perp CD$,垂足为 D,$AC\perp BC$,垂足为 C,那么图中的直角一共有(　　)



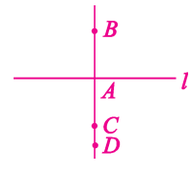
A. 2 个　　B. 3 个

C. 4 个　　D. 1 个

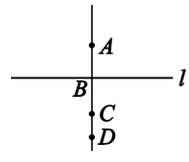
3. 已知直线 AB,CD,l 在同一平面内,若 $AB\perp l$,垂足为 B,$CD\perp l$,垂足也为 B,则符合题意的图形可以是(　　)



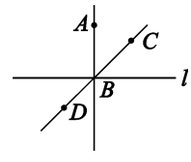
A



B



C



D

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

什么是垂线?垂线有什么性质?如何过一点画已知直线的垂线?

合作学习

难点探究

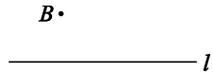
1. 用三角尺或量角器画已知直线 l 的垂线.

(1)已知直线 l,画出直线 l 的垂线,能画几条?

(2)怎样才能确定直线 l 的垂线的位置呢?有哪些情况?我们一起来“探究”.

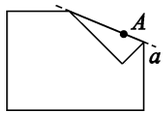
①在直线 l 上取一点 A,过点 A 画直线 l 的垂线,能画几条?

②再经过直线 l 外一点 B 画直线 l 的垂线,这样的垂线能画出几条?

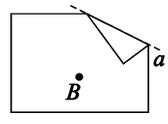


综合①②,你能得出什么结论?

2. 在小学阶段,我们曾通过折纸的方法,得到两条垂线.你能用折纸的方法解决下面的问题吗?



①



②

(1)如图①:直线 a 上有一点 A,经过点 A,你能折出几条与 a 垂直的直线?

(2)如图②:直线 a 外有一点 B,经过点 B,你能折出几条与 a 垂直的直线?

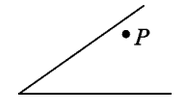
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

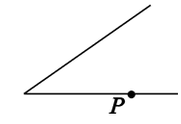
探究展示

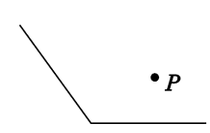
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

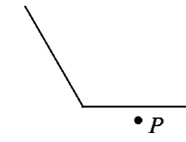
展示交流

1. 如图,请你过点 P 分别向角的两边作垂线.

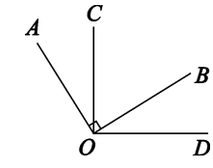








2. 如图,$OA \perp OB$,$\angle AOC = \angle BOD$,请把判断 $OC \perp OD$ 的推理过程补充完整,并说明理由:



因为 $OA \perp OB$(已知),

所以 _____ $= 90°$(　　).

因为 _____ $= \angle AOC + \angle BOC$, _____ $= \angle BOD + \angle BOC$,

又因为 $\angle AOC = \angle BOD$(已知),

所以 _____ = _____.

所以 _____ $= 90°$.

所以 $OC \perp OD$(　　).

归纳梳理

1. 垂直的定义及表示,由直角可得出两条直线垂直,由垂直可得四个角是直角.

2. 知道垂直是相交的特殊情况.

3. 会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线.

4. 掌握垂线的第一个性质:_____.

深化拓展

基础反思

1. 下列说法正确的有 (　　)

①在同一平面内,过直线上一点有且只有一条直线垂直于已知直线;

②在同一平面内,过直线外一点有且只有一条直线垂直于已知直线;

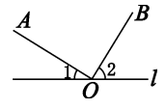
③在同一平面内,过一点可以任意画一条直线垂直于已知直线;

④在同一平面内,有且只有一条直线垂直于已知直线.

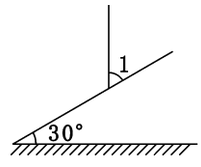
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图,当∠1 与∠2 满足条件_____时,$OA\perp OB$.



3. 如图所示,有一个与地面成 30°角的斜坡,现要在斜坡上竖一电线杆,当电线杆与斜坡所成的∠1=_____°时,电线杆与地面垂直.



能力提升

4. 在下列条件中,能得到互相垂直的是 (　　)

A. 对顶角的平分线

B. 互余的两个角的平分线

C. 互补的两个角的平分线

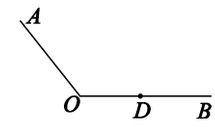
D. 互为邻补角的两个角的平分线

5. 已知线段 AB 所在直线垂直于直线 CD,垂足为 O,且 $AO=5$,$BO=3$,则线段 $AB=$_____.

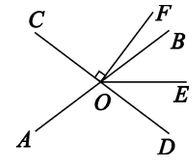
6. 如图所示,已知钝角∠AOB,点 D 在射线OB 上.

(1)画直线 $DE\perp OB$;

(2)画直线 $DF\perp OA$,垂足为 F.



7. 如图,已知直线 AB,CD 相交于点 O,∠AOC=74°,OE 平分∠BOD,过点 O 作 $OF\perp CD$. 求∠EOF 的度数.



请你补全下列解答过程.

解:因为∠AOC 和∠BOD 是_____.

所以∠BOD=∠AOC=74°.

因为 OE 平分∠BOD,

所以$\angle BOE=\frac{1}{2}\times\angle$_____=_____°.

因为 $OF\perp CD$,所以∠DOF=90°.

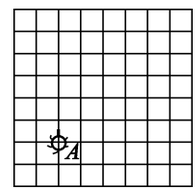
因为∠BOF=∠DOF−∠_____,

所以∠BOF=_____°.

所以∠EOF=∠BOE+∠BOF=_____°.

拓展创新

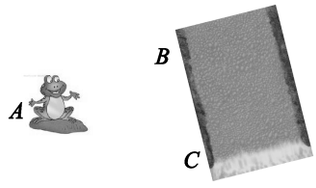
8. 如图,小海龟位于图中点 A 处,按下述口令移动:向上前进 3 格;向右转 90°,前进 5 格;向左转 90°,前进 3 格;向左转 90°,前进 6 格;向右转 90°,后退 6 格;最后向右转 90°,前进 1 格. 用粗实线将小海龟经过的路线描出来,看一看是什么图形.



第二学时

问题导学

如图所示，在点 A 处有一只青蛙，它准备快速地跳到小河边 BC. 你能帮它确定一条路线吗？怎样保证你找的路线是最短的？



自主学习

教材导读

请同学们认真阅读教材 p5、p6 的“思考”及“探究”的相关内容，并思考：

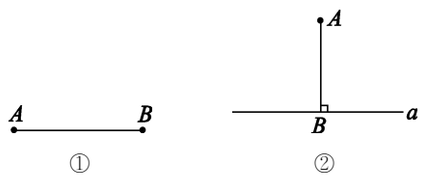
1. 同学们能解决“思考”中的问题吗？怎样挖渠可使渠道最短？画出示意图.

2. 比较教材 p5“探究”图 5.1－9 中线段 PO，PA_1，PA_2，PA_3，…的长短，哪条线段最短？

3. 比较线段与垂线段的定义.

如图①，称为_____（填“线段”或“垂线段”）AB.

如图②，称为_____（填“线段”或“垂线段”）AB.



4. 比较线段与垂线段的性质.

线段的性质：_____.

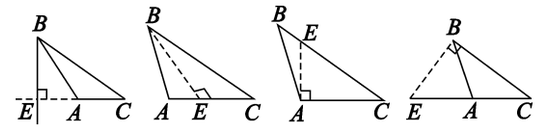
垂线段的性质：_____.

5. 画图比较两点间距离与点到直线的距离.

两点间的距离　　点到直线的距离

自主测评

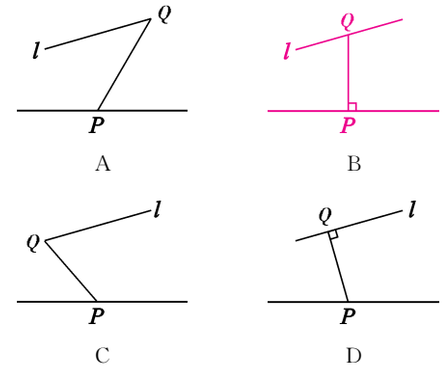
1. 在数学课上，同学们在练习过点 B 作线段 AC 所在直线的垂线段时，有一部分同学画出下列四种图形，请你数一数，错误的有（　　）



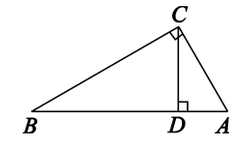
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 在以下图形中，线段 PQ 能表示点 P 到直线 l 的距离的是（　　）



3. 如图所示，$AC \perp BC$，C 为垂足，$CD \perp AB$，D 为垂足，$BC=8$，$CD=4.8$，$BD=6.4$，$AD=3.6$，$AC=6$，那么点 C 到 AB 的距离是_____，点 A 到 BC 的距离是_____，点 B 到 CD 的距离是_____，A，B 两点间的距离是_____.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

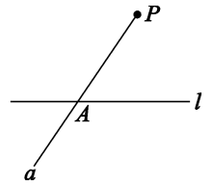
怎样找点到直线的距离？

合作学习

难点探究

1. 自制学具：在硬纸板上固定木条 l，l 外有一点 P，另一根可以转动的木条 a 一端固定在点 P

处,使木条 a 与木条 l 相交(如图),左右摆动木条 a,会发现它们的交点 A 随之变化,线段 PA 的长度也随之变化.观察:当 PA 最短时,木条 a 与木条 l 的位置关系如何?用三角尺检验一下.



2. 到直线 l 的距离等于 2 cm 的点有 (　　)

A. 0 个　　B. 1 个

C. 无数个　　D. 无法确定

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

如何在三角形中找点到直线的距离?

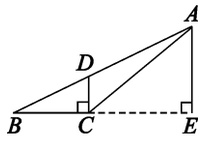
展示交流

1. 判断对错,并说明理由.

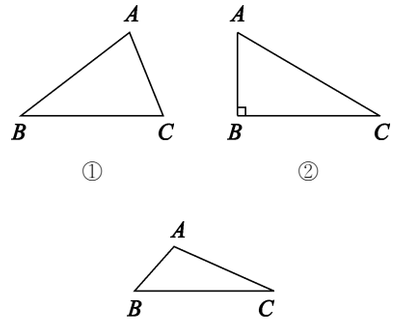
(1)直线外一点与直线上的一点间的线段是这一点到这条直线的距离.

(2)如图,线段 AE 的长度是点 A 到直线 BC 的距离.

(3)如图,线段 CD 的长度是点 C 到直线 AB 的距离.



2. 在如图所示的各个三角形中,分别画出点 C 到 AB 边的垂线段.



归纳梳理

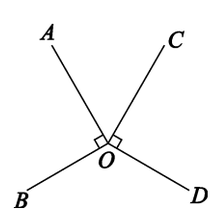
两条直线相交 $\xrightarrow{\text{特例}}$ 垂直 $\xrightarrow[\text{位置}]{\text{过一点有且只有一条直线与已知直线垂直}}$ 垂线

$\xrightarrow[\text{作图(图形)}]{\text{垂线段最短}}$ 垂线段 $\xrightarrow[\text{大小(长度)}]{\text{直线外一点到这条直线的垂线段的长度}}$ 点到直线的距离

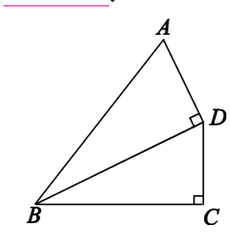
深化拓展

基础反思

1. 如图所示,已知 $OA\perp OB$,$OC\perp OD$,$\angle AOC:\angle BOD=1:2$,则 $\angle BOD=$ _____.



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示,$AD\perp BD$,$BC\perp CD$,$AB=a$ cm,$BC=b$ cm,则 BD 的范围是 (　　)

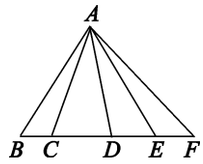
A. 大于 a cm

B. 小于 b cm

C. 大于 a cm,或小于 b cm

D. 大于 b cm,且小于 a cm

3. 如图所示，在线段 AB，AC，AD，AE，AF 中，AD 最短. 小明说垂线段最短，因此线段 AD 的长是点 A 到 BF 的距离. 你认为小明的说法对吗？



能力提升

4. P 为直线 m 外一点，A，B，C 为直线 m 上三点，$PA=4$ cm，$PB=5$ cm，$PC=2$ cm，则点 P 到直线 m 的距离为 （　　）

A. 4 cm　　B. 2 cm

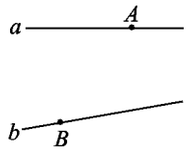
C. 小于 2 cm　　D. 不大于 2 cm

5. 如图所示，火车站、码头分别位于 A，B 两点，直线 a 和 b 分别表示铁路与河流.

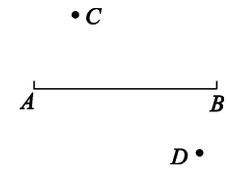
(1)从火车站到码头怎样走最近；画图并说明理由.

(2)从码头到铁路怎样走最近；画图并说明理由.

(3)从火车站到河流怎样走最近；画图并说明理由.



6. 如图所示，一辆汽车在直线形的公路 AB 上由 A 向 B 行驶，C，D 是位于公路 AB 两侧的两个加油站.

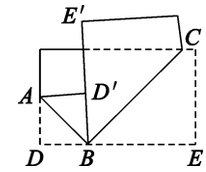


(1)设汽车行驶到公路 AB 上点 M 的位置时，距加油站 C 最近，行驶到点 N 的位置时，距加油站 D 最近. 请在图中的公路上分别画出点 M，N 的位置；

(2)当汽车从 A 出发向 B 行驶时，在公路 AB 的哪一段路上距离 C，D 两加油站都越来越近？在哪一段路上距离加油站 D 越来越近，而离加油站 C 越来越远？

拓展创新

7. 将一张长方形的白纸，按下图所示的方式折叠，使 D 到 D'，E 到 E'，并且 BD' 与 BE' 在同一直线上，那么 AB 与 BC 的位置关系为_____，并说明理由.

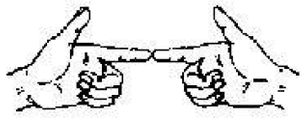


5.1.3 同位角、内错角、同旁内角

问题导学

你知道吗？将左、右手的大拇指和食指各组成一个角，两食指相对成一条直线，两个大拇指反向的时候组成内错角(如图所示).

两食指相对成一条直线，两个大拇指同向的时候组成同旁内角(如图所示).



很有趣吧！

那么两手的拇指和食指如何组合能得到同位角呢？

自主学习

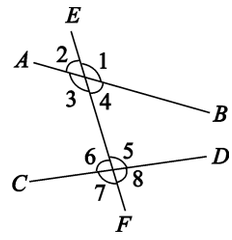
教材导读

请同学们认真阅读教材 p6、p7 的相关内容，并思考：

1. 同位角、内错角、同旁内角形成的前提是什么？

2. 三条直线相交一定能形成同位角、内错角、同旁内角吗？

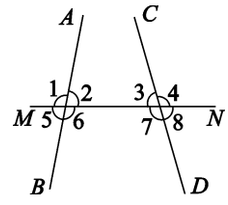
3. 如图所示，你能找出同位角、内错角、同旁内角吗？它们各有什么特点？两条直线被第三条直线所截，分别形成这三类角各几对？



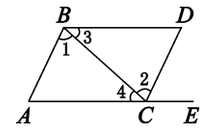
4. 在复杂图形中找出同位角、内错角、同旁内角的关键是找截线. 在截线的同侧找_____角和_____角，在截线的两侧找_____角.

自主测评

1. 如图所示，直线 AB，CD 被直线 MN 所截，同位角有：_____.



第 1 题图



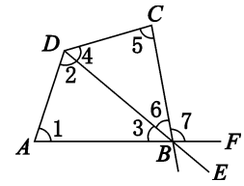
第 2 题图

2. 如图，两角是内错角关系的是 (　　)

A. $\angle 1$ 和 $\angle 2$　　B. $\angle A$ 和 $\angle DCE$

C. $\angle 2$ 和 $\angle 3$　　D. $\angle 1$ 和 $\angle 4$

3. 如图，根据图形说出下列各对角是什么位置关系？



(1) $\angle 1$ 和 $\angle 2$；

(2) $\angle 1$ 和 $\angle 7$；

(3) $\angle 3$ 和 $\angle 4$；

(4) $\angle 4$ 和 $\angle 6$；

(5) $\angle 5$ 和 $\angle 7$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

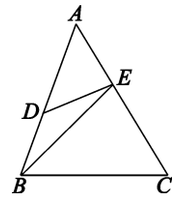
如何正确识别这三类角？

合作学习

难点探究

1. 如图所示.

(1)∠AED 和∠ACB 是直线_____,_____被直线_____所截得的_____.

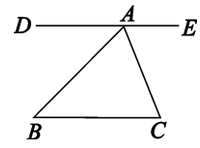


(2)∠DEB 和∠_____是直线 DE,BC 被直线_____所截得的内错角.

(3)∠_____和∠_____是直线 DE,BC 被直线 AC 所截得的同旁内角.

(4)∠_____和∠_____是直线 AB,AC 被直线 BE 所截得的内错角.

2. 如图所示,图中共有同旁内角的对数是 (　　)



A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

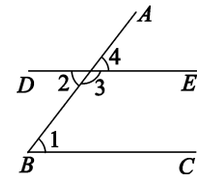
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

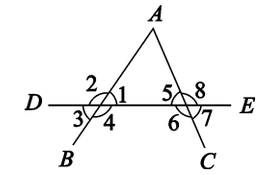
1. 如图所示,直线 DE,BC 被直线 AB 所截.

(1)∠1 与∠2,∠1 与∠3,∠1 与∠4 各是什么角?

(2)如果∠1=∠4,那么∠1 与∠2 相等吗?∠1 与∠3 互补吗?为什么?

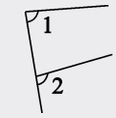
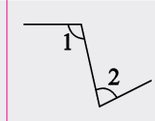
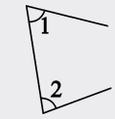


2. 如图所示,请指出图中的同旁内角.(提示:请仔细读题、认真看图)



归纳梳理

1. 同位角、内错角、同旁内角的特征.

角的名称	位置特征	基本图形	图形结构特征
同位角	在两条被截直线同一方,在截线同侧		形如字母“F”
内错角	在两条被截直线之间,在截线两侧(交错)		形如字母“Z”
同旁内角	在两条被截直线之间,在截线同侧		形如字母“U”

2. 判断同位角、内错角、同旁内角的三个步骤:一看角的顶点;二看角的两边;三看角的方位,并找准“截线”.

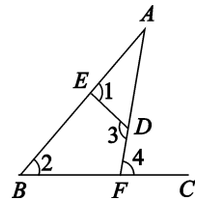
深化拓展

基础反思

1. 如图所示.

(1)若直线 ED,BC 被直线 AB 所截,则$\angle 1$ 与_____是同位角.

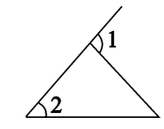
(2)若直线 ED,BC 被直线 AF 所截,则$\angle 3$ 与_____是内错角.



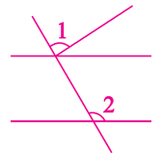
(3)$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是直线 AB 和 AF 被直线_____所截构成的_____角.

(4)$\angle 2$ 与$\angle 4$ 是直线_____和_____被直线 BC 所截构成的_____角.

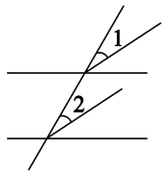
2. 如图所示,$\angle 1$ 与$\angle 2$ 不是同位角的图形是 (　　)



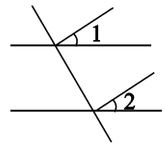
A



B



C

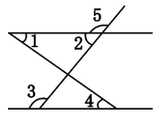


D

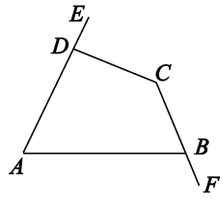
3. 如图所示,与$\angle 1$ 是同旁内角的是 (　　)

A. $\angle 2$　　B. $\angle 3$

C. $\angle 4$　　D. $\angle 5$



第 3 题图



第 4 题图

4. 如图所示,下列说法错误的是 (　　)

A. $\angle A$ 与$\angle EDC$ 是同位角

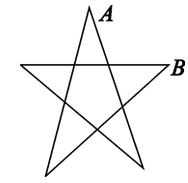
B. $\angle A$ 与$\angle ABF$ 是内错角

C. $\angle A$ 与$\angle ADC$ 是同旁内角

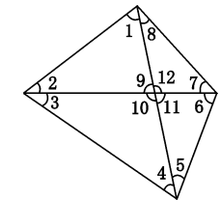
D. $\angle A$ 与$\angle C$ 是同旁内角

能力提升

5. 如图所示,与 $\angle A$ 组成同位角的角有_____个,与$\angle B$ 组成内错角的角有_____个.



6. 如图是一个跳棋棋盘,其游戏规则是:一个棋子从某一个起始角开始,经过若干步跳动以后,到达终点角.跳动时,每一步只能跳到它的同位角、内错角或同旁内角的位置上.例如,从起始位置$\angle 1$ 跳到终点位置$\angle 3$,其中两种不同的路径是



路径 1:$\angle 1 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 9 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 3$.

路径 2:$\angle 1 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 12 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 6 \xrightarrow{\text{同位角}} \angle 10 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 3$.

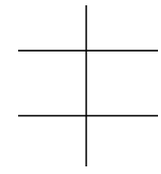
试一试:

(1)写出一种从起始位置$\angle 1$ 跳到终点位置$\angle 8$ 的路径;

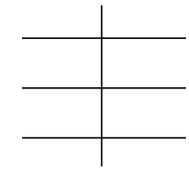
(2)从起始位置$\angle 1$ 依次按同位角、内错角、同旁内角的顺序跳,能否跳到终点位置$\angle 8$?

拓展创新

7. (1)如图①,两条水平直线被一条竖直直线所截,同位角有_____对,内错角有_____对,同旁内角有_____对;



①



②

(2)如图②,三条水平直线被一条竖直直线所截,同位角有_____对,内错角有_____对,同旁内角有_____对;

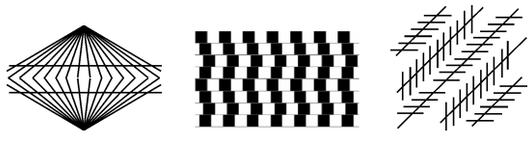
(3)根据以上探究的结果,n(n 为大于 1 的整数)条水平直线被一条竖直直线所截,同位角有_____对,内错角有_____对,同旁内角有_____对(用含 n 的式子表示).

5.2 平行线及其判定

5.2.1 平行线

问题导学

请同学们欣赏以下几张神奇的图片，你能判断出每张图片中的横线或斜线是否是平行线吗？



自主学习

教材导读

1. 观察教材 p11 图 5.2－1，想象直线 a 与直线 b 的位置关系.

(1)可以发现，在木条转动过程中，直线 a 与直线 b 有两种位置关系，分别是_____和_____.

(2)如图，直线 a 与直线 b 互相平行，记作_____.

a

b

2. 根据你对平行线的了解，判断下列两题.

(1)平行线一定不相交. (　　)

(2)不相交的两条直线一定互相平行. (　　)

由此，你能尝试用数学语言描述平行线的定义吗？

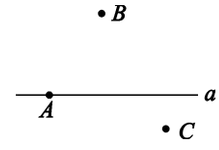
_____.

3. 用直尺和三角尺画平行线.

(1)如图，过直线 a 上一点 A 能画出直线 a 的平行线吗？

(2)如图，过直线 a 外一点 B 画直线 a 的平行线，能画几条？

(3)如图，过直线 a 外一点 C 画直线 a 的平行线，它与(2)中过点 B 的平行线平行吗？



4. 由第 3 题的第(2)问，你能得到什么结论？它与垂线的第一个性质有哪些区别与联系？

5. 由第 3 题第(3)问，你能得到什么结论？

用符号语言表示为：如果 $b \parallel a$，$c \parallel a$，那么_____.

自主测评

1. 在同一平面内，两条不重合的直线的位置关系是 (　　)

A. 平行或相交

B. 垂直或相交

C. 垂直或平行

D. 平行

2. 下列说法正确的是 (　　)

A. 两条不相交的直线是平行线

B. 在同一平面内，两条不相交的线段是平行线

C. 在同一平面内，两条不相交的射线是平行线

D. 两条射线或线段平行是指它们所在的直线平行

3. 你的家中也有平行线存在，例如_____.

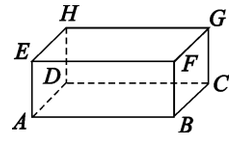
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如何画平行线？

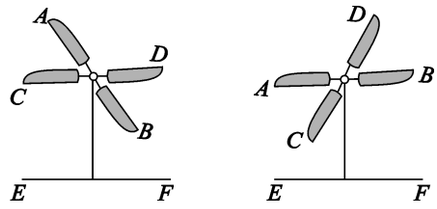
合作学习

难点探究

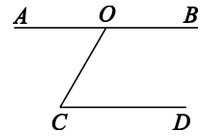
1. 为什么在平行线的定义中要强调“同一平面内”？在如图所示的长方体中能找到既不相交也不平行的直线吗？



2. 风车模型如图所示，当 CD 旋转到与地平线 EF 平行的位置时，AB 也同时与地平线 EF 平行吗？为什么？



3. 如图所示，$AO \parallel CD$，$BO \parallel CD$，且 $\angle AOC = \frac{1}{3}\angle AOB$，求 $\angle AOC$ 的度数.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

平行公理的内容是什么？应注意哪些关键字？

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

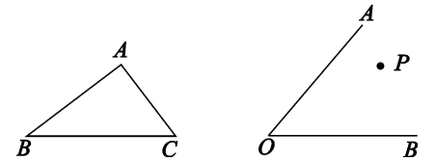
展示交流

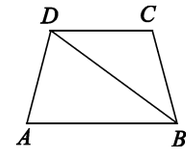
1. 根据下列要求画图.

(1)如图①所示，过点 A 画 $MN \parallel BC$；

(2)如图②所示，过点 P 画 $PE \parallel OA$，交 OB 于点 E，过点 P 画 $PH \parallel OB$，交 OA 于点 H；

(3)如图③所示，过点 C 画 $CE \parallel DA$，与 AB 相交于点 E，过点 C 画 $CF \parallel DB$，与 AB 的延长线交于点 F.





2. 已知直线 $a \parallel b$，$b \parallel c$，$c \parallel d$，则 a 与 d 的位置关系是什么？为什么？

归纳梳理

1. 平行线的定义：在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线. 直线 AB 平行于 CD，记作 $AB \parallel CD$.

注意：(1)在平行线的定义中，“同一平面”是前提，因为在空间中存在既不平行又不相交的直线.

(2)平行线指的是“两条直线”，而不是两条射线或线段，两条射线或线段平行，是指它们所在的两条直线平行.

(3)“不相交”就是说两条直线没有公共点.

只有同时具备以上三个条件，才符合平行线的定义.

2. 在同一平面内，不重合的两条直线只有平行与相交两种位置关系.

3. 平行公理：经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行.

注意：强调直线外一点.

推论：平行于同一条直线的两条直线平行.

深化拓展

基础反思

1. 点 P，Q 都是直线 l 外的点，下列说法正确的是（　　）

A. 连接 PQ，则 PQ 一定与直线 l 垂直

B. 连接 PQ，则 PQ 一定与直线 l 平行

C. 连接 PQ，则 PQ 一定与直线 l 相交

D. 过点 P 只能画一条直线与直线 l 平行

2. 下面说法错误的个数是（　　）

①在同一平面内，过直线外一点有一条直线与已知直线平行；

②过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；

③两角之和为 180°，这两个角一定是邻补角.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 0

3. 若 $AB \parallel CD$，$AB \parallel EF$，则 _____ $\parallel$ _____，理由是 _____.

能力提升

4. 直线 a，b，c 在同一平面内.

①如果 $a \perp b$，$b \perp c$，那么 $a \parallel c$；

②如果 $a \parallel b$，$b \parallel c$，那么 $a \parallel c$；

③如果 $a \parallel b$，$b \perp c$，那么 $a \perp c$；

④如果 a 与 b 相交，b 与 c 相交，那么 a 与 c 相交.

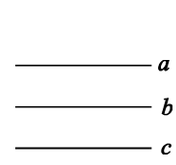
在上述四种说法中，正确的有 _____ 个.

5. 在同一平面内三条直线的交点有多少个？

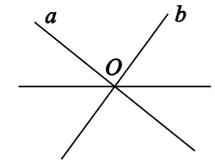
甲：同一平面内三条直线的交点为 0 个. 因为 $a \parallel b \parallel c$(如图①所示).

乙：同一平面内三条直线的交点只有 1 个. 因为 a，b，c 交于同一点 O(如图②所示).

以上说法谁对谁错？为什么？



①



②

拓展创新

6. 探索与发现：

(1)在同一平面内，有 3 条直线 a_1，a_2，a_3，若直线 $a_1 \perp a_2$，$a_2 \parallel a_3$，则直线 a_1 与 a_3 的位置关系是 _____，请说明理由(提示：两直线平行，同位角相等)；

(2)在同一平面内，有 4 条直线 a_1，a_2，a_3，a_4，若直线 $a_1 \perp a_2$，$a_2 \parallel a_3$，$a_3 \perp a_4$，则直线 a_1 与 a_4 的位置关系是 _____(直接填结论，不需要证明)；

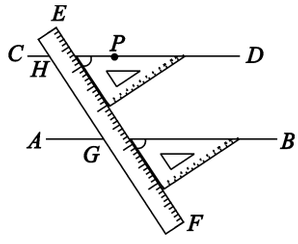
(3)在同一平面内，有 2 011 条直线 a_1，a_2，a_3，…，a_{2011}，且有 $a_1 \perp a_2$，$a_2 \parallel a_3$，$a_3 \perp a_4$，$a_4 \parallel a_5$，…，请你探索直线 a_1 与 a_{2011} 的位置关系.

5.2.2 平行线的判定

第一学时

问题导学

我们都会用直尺和三角尺画平行线(如图所示),你知道其中的道理吗?三角尺在这一过程中起着怎样的作用?

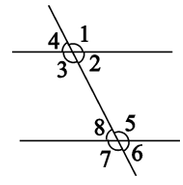


自主学习

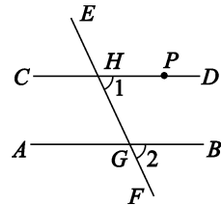
教材导读

请同学们认真阅读教材 p12～p14 的相关内容,并思考:

1. 同学们能找出图中的同位角、内错角和同旁内角吗?

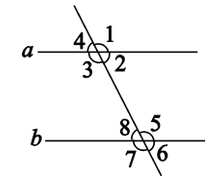


2. 画出教材 p12 图 5.2－5 的简化图形(如图所示),分析∠1,∠2 的位置关系,得出什么结论?如何用符号表示?



3. 结合教材 p13 图 5.2－7 木工用角尺画平行线的过程,同学们能说出其中的道理吗?

4. 通过阅读本学时的内容,你还知道哪些判定方法?请结合如图所示的图形,用符号语言表示.



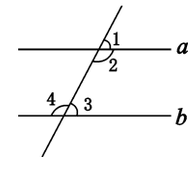
自主测评

1. 判断题.

(1)两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,那么内错角也相等. (　　)

(2)两条直线被第三条直线所截,如果内错角互补,那么同旁内角相等. (　　)

2. 如图所示,以下条件能判定直线 $a \parallel b$ 的是 (　　)



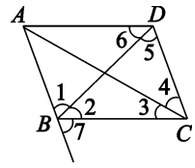
A. ∠1＝58°,∠3＝59°

B. ∠2＝118°,∠3＝59°

C. ∠2＝118°,∠4＝119°

D. ∠1＝61°,∠4＝119°

3. 如图所示，若∠2＝∠6，则_____∥_____. 如果∠3＋∠4＋∠5＋∠6＝180°，那么_____∥_____. 如果∠7＝_____，那么$AD \parallel BC$；如果∠7＝_____，那么$AB \parallel CD$.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

判断两条直线平行的方法有几种？

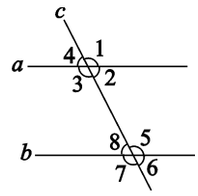
合作学习

难点探究

1. 你能利用“同位角相等，两直线平行”或“内错角相等，两直线平行”得到“同旁内角互补，两直线平行”吗？结合图形，写出过程.

(1)已知：∠2＋∠5＝180°.

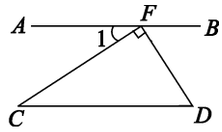
求证：$a \parallel b$.



(2)已知：∠2＋∠5＝180°.

求证：$a \parallel b$.

2. 如图所示，∠1 和∠D 互余，$CF \perp DF$，问 AB 与 CD 平行吗？为什么？



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

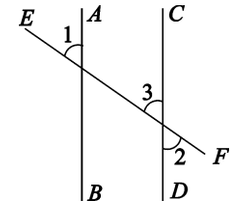
探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

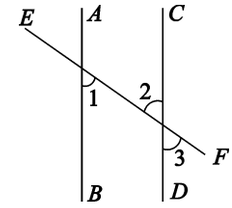
证明两条直线平行的关键是什么？

展示交流

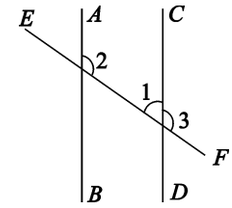
1. 如图所示，∠1＝∠2＝55°，∠3 等于多少度？直线 AB，CD 平行吗？说明你的理由.



2. 如图所示，∠1＝∠2＝55°，∠3 等于多少度？直线 AB，CD 平行吗？说明你的理由.



3. 如图所示，∠1＝55°，∠2＝125°，∠3 等于多少度？直线 AB，CD 平行吗？说明你的理由.



归纳梳理

1. 两条直线平行的三种判定方法“_____”“内错角相等,两直线平行”“_____”可以相互转化.

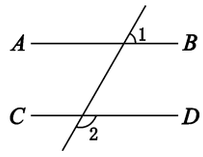
2. 证明两直线平行的关键是找到三类角.

3. 在做题时要明确证明的一般过程并规范解题步骤.

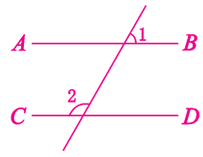
深化拓展

基础反思

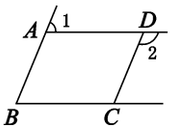
1. 在下列图形中,由∠1+∠2=180°不能得到 $AB\parallel CD$ 的是 (　　)



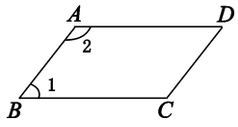
A



B

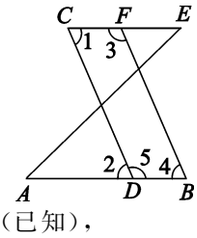


C



D

2. 根据图形填空:



(1)∵ ∠1=_____(已知),

∴ $AB\parallel CE$(_____).

(2)∵ ∠1+_____=180°(已知),

∴ $CD\parallel BF$(_____).

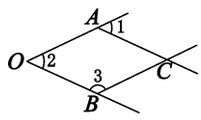
(3)∵ ∠1+_____=180°(已知),

∴ $AB\parallel CE$(_____).

(4)∵ ∠4+_____=180°(已知),

∴ $CE\parallel AB$(_____).

3. 如图所示,一个由 4 条线段构成的“鱼”形图案,其中∠1=50°,∠2=50°,∠3=130°,找出图中的平行线,并说明理由.



能力提升

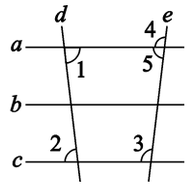
4. 如图所示,下列说法错误的是 (　　)

A. 若 $a\parallel b$,$b\parallel c$,则 $a\parallel c$

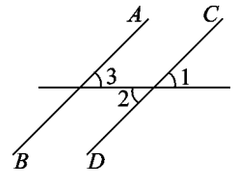
B. 若∠1=∠2,则 $a\parallel c$

C. 若∠3=∠2,则 $b\parallel c$

D. 若∠3+∠5=180°,则 $a\parallel c$



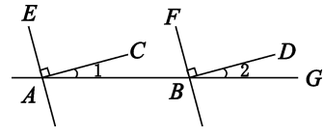
第 4 题图



第 5 题图

5. 如图所示,已知∠3=45°,∠1 与∠2 互余,试说明 $AB\parallel CD$.

6. 如图所示,$AC\perp AE$,$BD\perp BF$,∠1=15°,∠2=15°,AE 与 BF 平行吗?为什么?



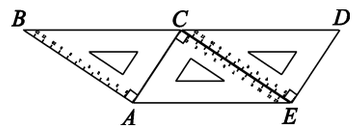
拓展创新

7. 如图所示,三块相同的三角尺拼成一个图形.请找出图中的平行线,并说明理由.

小颖:AC 与 DE 是平行的,因为∠EDC 与∠ACB 是同位角且相等.你能看懂她的意思吗?

小明:我是这样想的,因为∠BCA=∠EAC,所以 $BC\parallel AE$.你知道这一步的理由吗?

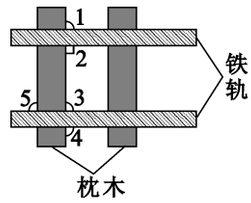
请你再找出一组平行线,说说你的理由.



第二学时

问题导学

如图所示，在铺设铁轨时，两条直轨必须是互相平行的. 已知∠2 是直角，那么再度量图中已标出的哪个角，就可以判断两条直轨是否平行？为什么？



自主学习

教材导读

请同学们认真阅读教材 p14 的例题，并思考：

1. 例题用的是哪种平行线的判定方法？你还有其他方法吗？试着做一做.

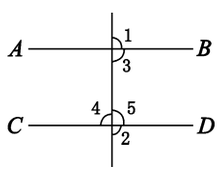
2. 通过对例题的证明可以得出什么结论？你还记得平行公理的推论吗？如果没有“在同一平面内”这个前提，这两个结论还成立吗？

自主测评

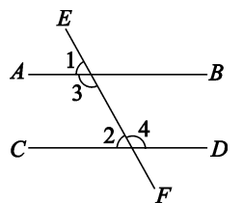
1. 如图所示，下列条件不能判定 $AB \parallel CD$ 的是（　　）

A. ∠3＝∠4　　B. ∠1＝∠5

C. ∠1＋∠2＝180°　　D. ∠3＝∠5



第 1 题图



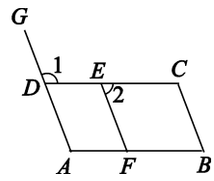
第 2 题图

2. 如图所示，直线 AB，CD 被直线 EF 所截，使 ∠1＝∠2≠90°，则（　　）

A. ∠2＝∠4　　B. ∠1＝∠4

C. ∠2＝∠3　　D. ∠3＝∠4

3. 如图所示，点 E 在 CD 上，点 F 在 BA 上，G 是 AD 延长线上一点.



(1)若∠A＝∠1，则可判断 _____ ∥ _____. 因为 _____ _____.

(2)若∠1＝_____，则可判断 $AG \parallel BC$. 因为 _____.

(3)若∠2＋_____＝180°，则可判断 $CD \parallel AB$. 因为 _____.

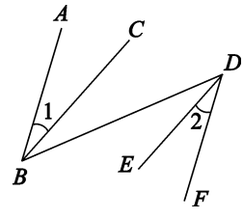
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

到目前为止，共有几种方法可证明两条直线平行？

合作学习

难点探究

如图所示，BC，DE 分别平分 ∠ABD 和 ∠BDF，且∠1＝∠2，请找出图中所有的平行线，并分别说明理由.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

如何运用学过的几何知识解决综合问题？

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

如何在复杂图形中抽象出简单图形，找出平行线？

展示交流

阅读教材 p14 例，并结合教材图 5.2－9，请填空：

∵ b _____ a，c _____ a，

∴ ∠1＝∠2＝_____.

∴ b _____ c(　　).

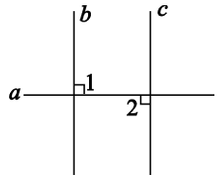
提问：你还能利用其他方法说明 $b \parallel c$ 吗？

(1)证法 1：如图①.

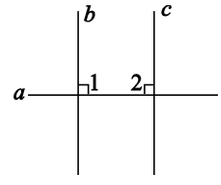
∵ b _____ a，c _____ a，

∴ ∠1＝∠2＝_____.

∴ b _____ c(　　).



①



②

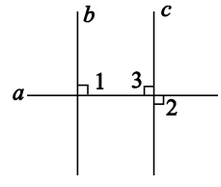
(2)证法 2：如图②.

∵ b _____ a，c _____ a，

∴ ∠1＝∠2＝_____. ∴ ∠1＋∠2＝_____.

∴ b _____ c(　　).

(3)证法 3：如果∠1，∠2 不是同位角，也不是内错角、同旁内角，如图③所示.



③

∵ b _____ a，c _____ a，

∴ ∠1＝∠2＝_____.

∵ ∠_____＝∠2(对顶角相等)，

∴ ∠3＝∠2＝_____.

∴ ∠1＋∠_____＝_____.

∴ b _____ c(　　).

归纳梳理

1. 判定两直线平行的方法：

(1)平行线的定义；

(2)平行公理及推论；

(3)平行线的判定方法 1、方法 2、方法 3；

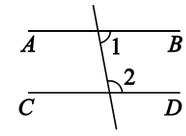
(4)同一平面内，垂直于同一直线的两直线____.

2. 适当地添加辅助线能将复杂的问题转化为简单的问题.

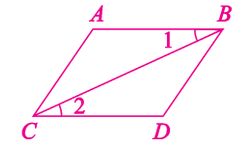
深化拓展

基础反思

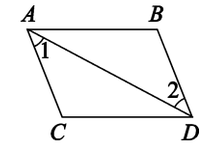
1. 下列图形中，由∠1＝∠2 能得到 $AB \parallel CD$ 的是(　　)



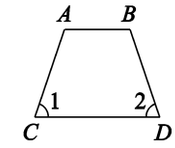
A



B



C



D

2. 下列说法错误的是(　　)

A. 同位角不一定相等

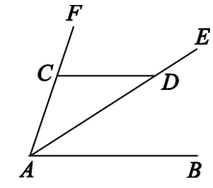
B. 内错角都相等

C. 同旁内角可能相等

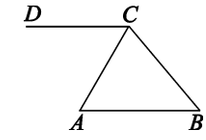
D. 同旁内角互补，两直线平行

能力提升

3. 如图所示，请填写一个你认为恰当的条件：_____，使 $AB \parallel CD$.

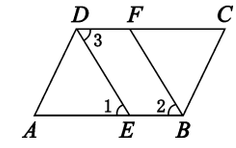


4. 如图，已知 $\angle ACD = 70°$，$\angle ACB = 60°$，$\angle ABC = 50°$. 试说明：$AB \parallel CD$.



拓展创新

5. 如图，$\angle ABC = \angle ADC$，BF，DE 分别是 $\angle ABC$，$\angle ADC$ 的平分线，$\angle 1 = \angle 2$. 试说明：$DC \parallel AB$.



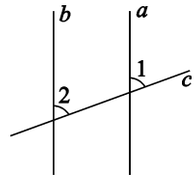
5.3 平行线的性质

5.3.1 平行线的性质

问题导学

如图所示，已知笔直的公路 c 分别与两条互相平行的公路 a，b 相交，两辆汽车分别在公路 a，b 上同向行驶，拐弯后上公路 c 又同向行驶.

如果公路 c 与公路 a 相交所成的$\angle 1=70°$，那么公路 c 与公路 b 相交所成的$\angle 2$ 是多少度呢？



学习了“平行线的性质”，相信你一定会很快得出答案. 让我们一起进入今天的学习吧！

自主学习

教材导读

请同学们认真阅读教材 p18、p19 的相关内容，并思考：

1. 完成教材“探究”中的度量任务，根据度量所得数据作出猜想.

图中哪些角是同位角？它们具有怎样的数量关系？

图中哪些角是内错角？它们具有怎样的数量关系？

图中哪些角是同旁内角？它们具有怎样的数量关系？

2. 在教材 p18 图 5.3－1 中任意画一条截线 d，同样度量并计算各个角的度数，你的猜想还成立吗？

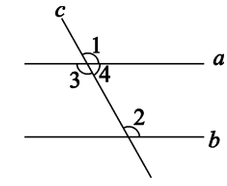
3. 归纳平行线的性质：

性质 1：_____.

性质 2：_____.

性质 3：_____.

4. 如图所示，根据教材 p19“思考”中的提示，写出由性质 1 推出性质 3 的过程.



自主测评

1. 判断题.

(1)两条直线被第三条直线所截，则同旁内角互补.（　　）

(2)两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么同位角相等.（　　）

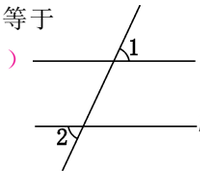
(3)两条平行线被第三条直线所截，则一对同旁内角的平分线互相平行.（　　）

2. $\angle 1$ 和$\angle 2$ 是直线 AB，CD 被直线 EF 所截而成的内错角，那么$\angle 1$ 和$\angle 2$ 的大小关系是（　　）

A. $\angle 1=\angle 2$　　B. $\angle 1>\angle 2$

C. $\angle 1<\angle 2$　　D. 无法确定

3. 如图，$a/\!/b$，$\angle 1=70°$，则$\angle 2$ 等于（　　）



A. 20°　　B. 35°

C. 70°　　D. 110°

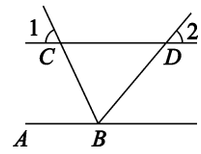
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

平行线的性质有哪些?

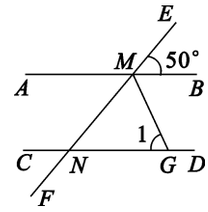
合作学习

难点探究

1. 如图,直线 $AB \parallel CD$,BC 平分 $\angle ABD$,$\angle 1 = 65°$,求 $\angle 2$ 的度数.



2. 如图所示,直线 $AB \parallel CD$,直线 EF 分别交 AB,CD 于点 M,N,$\angle EMB = 50°$,MG 平分 $\angle BMF$,交 CD 于点 G,求 $\angle 1$ 的度数.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

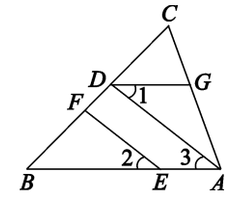
如何在解题时正确应用平行线的性质?

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

如图所示,$EF \parallel AD$,$\angle 1 = \angle 2$,$\angle BAC = 70°$. 将求 $\angle AGD$ 度数的过程填写完整.



解:∵ $EF \parallel AD$,

∴ $\angle 2 =$ _____(　　).

∵ $\angle 1 = \angle 2$,

∴ $\angle 1 =$ _____(　　).

∴ _____(　　).

∴ $\angle BAC +$ _____ $= 180°$(　　).

∵ $\angle BAC = 70°$,

∴ $\angle AGD =$ _____.

归纳梳理

1. 平行线的性质有哪些?
2. 如何在综合题中应用平行线解决问题?

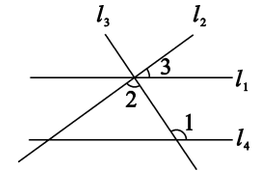
深化拓展

基础反思

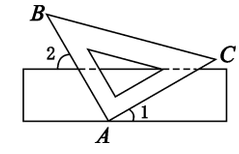
1. 如图,直线 l_1,l_2,l_3 交于一点,直线 $l_4 \parallel l_1$. 若 $\angle 1 = 124°$,$\angle 2 = 88°$,则 $\angle 3$ 的度数为 (　　)

A. 26°　　B. 36°

C. 46°　　D. 56°



第 1 题图



第 2 题图

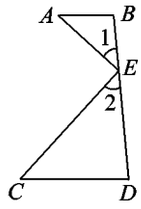
2. 如图,把三角尺的直角顶点放在直尺的一边上,若 $\angle 1 = 30°$,则 $\angle 2$ 的度数为 (　　)

A. 30°　　B. 40°

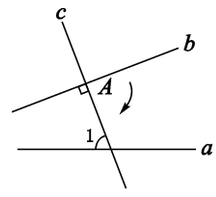
C. 50°　　D. 60°

能力提升

3. 如图所示，$AB \parallel CD$，$\angle 1=\angle A$，$\angle 2=\angle C$，B，E，D 三点在同一条直线上，则 $\angle AEC=$_____.



第 3 题图



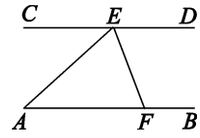
第 4 题图

4. 如图，直线 a 与直线 b 被直线 c 所截，$b \perp c$，垂足为 A，$\angle 1=69^\circ$，若使直线 b 与直线 a 平行，则可将直线 b 绕着 A 点顺时针旋转 （　　）

A. 69°　　B. 49°

C. 31°　　D. 21°

5. 如图所示，$AB \parallel CD$，E 是 CD 上一点，$\angle AEC=42^\circ$，EF 平分 $\angle AED$ 交 AB 于点 F，求 $\angle AFE$ 的度数.



拓展创新

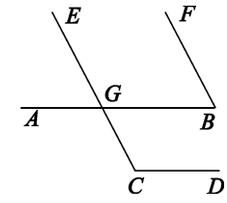
6. 如图所示，已知 $AB \parallel CD$，现在要证明 $\angle B+\angle C=180^\circ$，请你从下列三个条件中选择一个合适的条件来进行证明.

①$EC \parallel FB$；

②$\angle AGE=\angle B$；

③$\angle B+\angle EGB=180^\circ$.

（写出证明过程）



5.3.2 命题、定理、证明

第一学时

问题导学

请同学们阅读以下几个语句：

(1)今天是星期天；

(2)熊猫是一种很稀有的植物；

(3)1>2；

(4)对顶角相等；

(5)如果两个角相等，那么这两个角是直角.

以上几个语句都是命题，它们是具有什么特点的语句呢？让我们一起来学习什么是命题吧！

自主学习

教材导读

请同学们认真阅读教材 p20、p21 的相关内容，并思考：

1. 什么是命题？

2. 命题由哪些部分组成？

3. 命题如何分类？

4. “问题导学”中的命题是真命题吗？如何将(4)改写成“如果……那么……”的形式？

自主测评

1. 下列语句是命题的个数为 (　　)

①画∠AOB 的平分线；

②直角都相等；

③同旁内角互补吗？

④若$|a|=3$，则 $a=3$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 下列说法正确的是 (　　)

A. 互补的两个角是邻补角

B. 两直线平行，同旁内角相等

C. “同旁内角互补”不是命题

D. “相等的两个角是对顶角”是假命题

3. 命题“两直线平行，同旁内角互补”的题设是_____，结论是_____.

4. “同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行”是_____命题，其中，题设是_____；结论是_____.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如何分析一个命题的题设和结论？

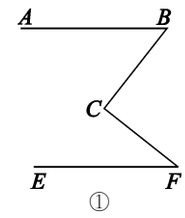
合作学习

难点探究

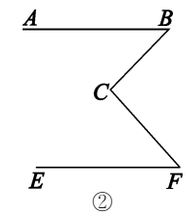
1. 下列各图中，已知 $AB\parallel EF$，点 C 任意选取(在 AB，EF 之间，又在 BF 的左侧). 请测量各图中∠B，∠BCF，∠F 的度数并填入表格.

	∠B	∠F	∠BCF	∠B 与∠F 度数之和
图①				
图②				

通过上述实践，试猜想∠B，∠F，∠BCF 之间的关系，写出这种关系，并说明理由.

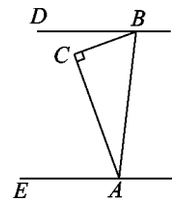


①



②

2. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$. 若 $BD \parallel AE$，$\angle DBC=20°$，则 $\angle CAE$ 的度数是 （　　）



A. 40°
B. 60°
C. 70°
D. 80°

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

如何添加辅助线？

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 分析以下命题的题设和结论.

(1)如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行；

(2)等式两边都加同一个数，结果仍是等式；

(3)同位角相等；

(4)如果两条直线不平行，那么同位角不相等.

2. 请把下列命题写成“如果……那么……”的形式，并指出其题设和结论，判断真假.

(1)等角的余角相等；

(2)负数之和仍为负数.

归纳梳理

1. 命题的定义、组成、分类分别是什么？
2. 平行线是常用的辅助线.

深化拓展

基础反思

1. 下列语句中不是命题的是 （　　）

A. 两点之间线段最短
B. 连接 M，N 两点
C. 锐角都相等
D. 两直线不是平行就是相交

2. 下列命题是真命题的有 （　　）

①相等的角是对顶角；
②同角的余角相等；
③直角都相等；
④锐角都相等.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

能力提升

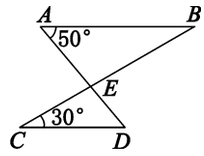
3. 填空，使之成为一个完整的真命题.

(1)若 $a \perp b$，$b \parallel c$，则_____；

(2)若_____，则这两个角互补；

(3)若 $a \parallel b$，$b \parallel c$，则_____.

4. 如图，$AB \parallel CD$，$\angle A = 50°$，$\angle C = 30°$，则$\angle AEC$等于（　　）



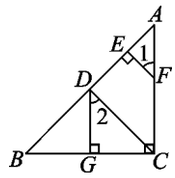
A. 20°

B. 50°

C. 80°

D. 100°

5. 已知：如图，$DG \perp BC$，$AC \perp BC$，$EF \perp AB$，$\angle 1 = \angle 2$.



求证：$CD \perp AB$.

证明：∵ $DG \perp BC$，$AC \perp BC$（　　），

∴ $\angle DGB = \angle ACB = 90°$（　　）.

∴ $DG \parallel AC$（　　）.

∴ $\angle 2 =$ _____（　　）.

∵ $\angle 1 = \angle 2$（已知），

∴ $\angle 1 =$ _____（等量代换）.

∴ $EF \parallel CD$（　　）.

∴ $\angle AEF =$ _____（　　）.

∵ $EF \perp AB$（已知），

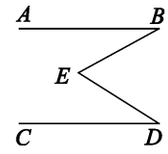
∴ $\angle AEF = 90°$（　　）.

∴ $\angle ADC = 90°$（　　）.

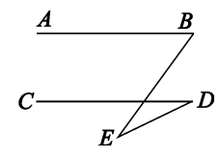
∴ $CD \perp AB$（　　）.

拓展创新

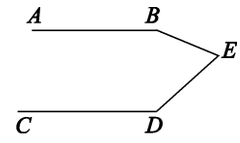
6. 如图所示，已知 $AB \parallel CD$，猜想图①、图②、图③中$\angle B$，$\angle BED$，$\angle D$之间有什么关系？请用等式表示出它们之间的关系，并证明其中的一个等式.



①



②



③

第二学时

问题导学

在上一学时我们已经认识了命题，如何证实一个命题是真命题呢？

在数学发展史上，数学家们也遇到过类似的问题. 公元前 3 世纪，人们已经积累了大量的数学知识，在此基础上，古希腊数学家欧几里得编写了一本书，书名叫《几何原本》. 为了说明每一结论的正确性，他在编写这本书时进行了大胆创造：挑选了一部分数学名词和一部分公认的真命题作为证实其他命题的起始依据. 其中的数学名词称为原名，公认的真命题称为公理. 除了公理外，其他真命题的正确性都通过推理的方法得到证实. 推理的过程称为证明. 经过证明的真命题称为定理，而证明所需的定义、公理和其他定理都编写在要证明的这个定理的前面.

本节课让我们一起来学习如何证明.

自主学习

教材导读

请同学们认真阅读“问题导学”中的内容和教材 p21、p22 的相关内容，并思考：

1. 什么是公理？什么是定理？

2. 什么是证明？证明的依据可以是什么？证明的步骤有哪些？

3. 如何判断一个命题是假命题？请举例说明.

自主测评

1. 判断题.

(1)定理是命题. (　　)

(2)命题是定理. (　　)

2. 请给假命题“两个锐角的和是锐角”举出一个反例：_____.

3. 下列命题中，为真命题的是 (　　)

A. 对顶角相等

B. 同位角相等

C. 若 $a^2=b^2$，则 $a=b$

D. 若 $a>b$，则 $-2a>-2b$

4. 能说明命题“若 $|a|=|b|$，则 $a=b$”是假命题的反例是 (　　)

A. $a=2,b=-2$　　B. $a=1,b=0$

C. $a=1,b=1$　　D. $a=-3,b=\frac{1}{3}$

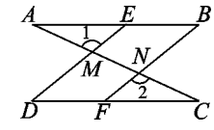
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如何书写证明过程？

合作学习

难点探究

如图所示，有三个论断：①$\angle 1=\angle 2$；②$\angle B=\angle D$；③$\angle A=\angle C$，请从中任选两个作为条件，另一个作为结论构成一个命题，并证明该命题的正确性.



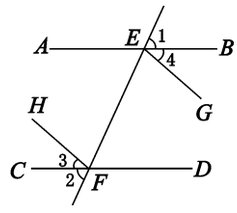
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 已知:如图,∠1=∠2,∠3=∠4.
试说明:$EG \parallel FH$.



解:∵ ∠1=∠2(已知),∠AEF=∠1(　　),
∴ ∠AEF=_____(　　).
∴ AB∥CD(　　).
∴ ∠BEF=_____(　　).
∵ ∠3=∠4(已知),
∴ ∠BEF−∠4=∠CFE−∠3,
即_____=_____(　　).
∴ EG∥FH(　　).

2. 根据命题"邻补角的角平分线互相垂直"画出图形,写出已知、求证并完成证明.

归纳梳理

1. 公认的真命题称为____.经过证明的真命题称为____.推理的过程称为____.

2. 证明的依据可以是已知条件,也可以是学过的定义、基本事实(公理)、定理等.

3. 证明的步骤有:(1)根据题意画出图形;(2)根据题设和结论,结合图形,写出"已知"和"求证";(3)经过分析,找出由已知推出结论的途径,写出证明过程.注意,要写出每一步的依据.

4. 判断一个命题是假命题,可以举反例,使它符合命题的题设,但不满足结论就可以了.

深化拓展

基础反思

1. 对假命题"任何一个角的补角都不小于这个角"举反例,正确的是(　　)

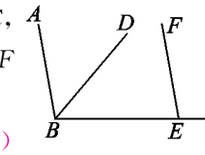
A. ∠1=80°,∠1的补角∠2=100°,∠2>∠1

B. ∠1=90°,∠1的补角∠2=90°,∠2=∠1

C. ∠1=100°,∠1的补角∠2=80°,∠2<∠1

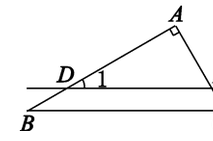
D. 140°角不小于它的补角40°

2. 如图所示,BD平分∠ABC,点E在BC上,EF∥AB.若∠CEF=100°,则∠ABD的度数为(　　)



A. 60°　　B. 50°
C. 40°　　D. 30°

3. 如图,在Rt△ABC中,∠A=90°,∠C=60°,直线DE∥BC,分别交边AB,AC于点D,E,求∠1的度数.

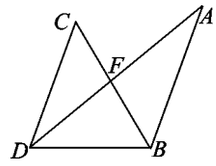


能力提升

4. (1)如图所示，请从 $AB \parallel CD$，$\angle A = 30°$，$\angle CDA = 30°$三项中选择两个作为条件，另一个作为结论，写出一个命题：

如果_____且_____，那么_____.

(2)请根据该命题写出已知、求证，并证明你写出的命题是真命题.



5. 判断下列命题是真命题还是假命题，如果是假命题，举一个反例.

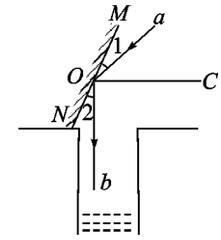
(1)两条直线被第三条直线所截，同位角相等；

(2)如果 $a > b$，那么 $ac > bc$；

(3)两个锐角的和是钝角.

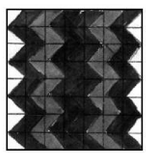
拓展创新

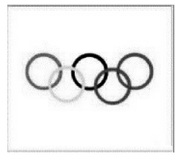
6. 光线照射到镜面会产生反射现象，由光学知识可知，入射光线与镜面的夹角和反射光线与镜面的夹角相等. 如图，有一口井，已知入射光线 a 与水平线 OC 的夹角为 $42°$，问如何放置平面镜 MN，可使反射光线 b 正好垂直照射到井底(即求 MN 与水平线的夹角 $\angle MOC$)？



5.4 平　　移

问题导学





欣赏以上图片，你知道这些图片是怎样构成的吗？

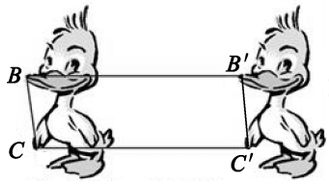
自主学习

教材导读

请同学们认真阅读教材 p28～p30 的相关内容，并思考：

1. 什么是图形的平移？平移改变图形的形状和大小吗？

2. 结合图形，你能说明什么是对应点吗？什么是对应线段吗？对应线段、连接各组对应点的线段的大小关系和位置关系分别是什么？

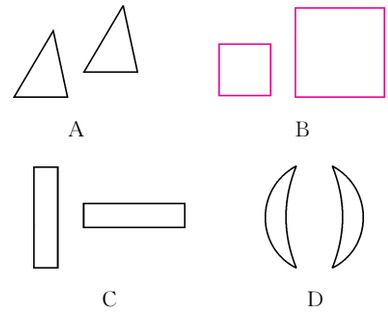


3. 同学们能找到生活中平移的例子吗？

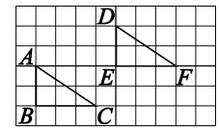
4. 了解教材 p29 例题中平移三角形的方法，同学们知道平移图形的关键是什么吗？

自主测评

1. 下列各组图形中，可以经过平移变换由一个图形得到另一个图形的是（　　）



2. 如图，△*ABC* 经过怎样的平移得到△*DEF*（　　）



A. 把△*ABC* 向左平移 4 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度

B. 把△*ABC* 向右平移 4 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度

C. 把△*ABC* 向右平移 4 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度

D. 把△*ABC* 向左平移 4 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度

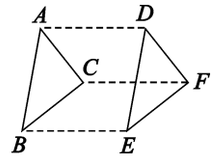
3. 如图，△*ABC* 经过平移后得到△*DEF*，下列说法：① *AB* ∥ *DE*；② *AD* = *BE*；③ ∠*ACB* = ∠*DFE*；④*BC*=*DE*. 其中正确的有（　　）

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



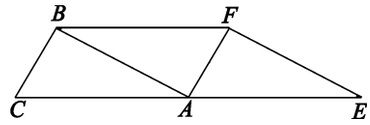
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

平移作图的关键是什么？

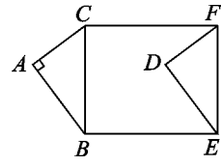
合作学习

难点探究

1. 如图所示，已知△ABC的面积为3，现将△ABC沿CA方向平移CA长度得到△EFA，求四边形$CEFB$的面积.



2. 如图所示，在Rt△ABC中，已知$\angle A=90°$，$AB=4$ cm，$AC=3$ cm，$BC=5$ cm. 现将△ABC沿着垂直于BC边的方向平移6 cm到△DEF的位置，求△ABC所扫过的面积.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

如何利用平移的性质解题？

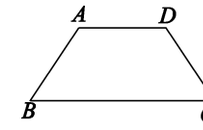
探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

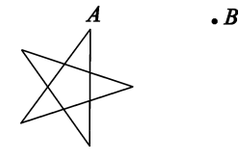
如何正确平移图形？

展示交流

1. 如图所示，在四边形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$AB=DC=AD$，将DC向左平移AD长，画出平移后得到的图形.



2. 如图所示，经过平移，五角星的顶点A移到了点B，作出平移后的图形.



归纳梳理

1. 平移的定义及性质是什么？
2. 如何平移作图？

深化拓展

基础反思

1. 在平移过程中，对应线段 （　　）

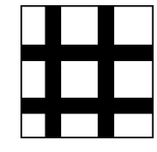
A. 平行且相等

B. 相等

C. 平行

D. 平行(或在同一条直线上)且相等

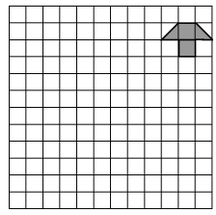
2. 如图，一块正方形木板，边长是18 cm，上面横、竖各有两道彩条，各彩条宽都是2 cm，则白色部分的面积为 （　　）



A. 220 cm^2　　B. 196 cm^2

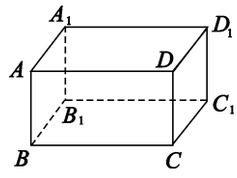
C. 168 cm^2　　D. 无法确定

3. 如图所示,请将图中的“蘑菇”先向左平移 6 格,再向下平移 2 格.



能力提升

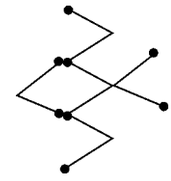
4. 如图所示,在长方体中,平移后能得到棱 AA_1 的棱有_____.



5. 公路上同向而行的两辆汽车,从后车车头与前车车尾“相遇”到原后车车尾离开原前车车头这段时间为超车时间. 如果原前、后两车车长分别为 a,b,那么在超车时间内两车行驶的路程与两车车长有何关系?

拓展创新

6. 如图所示是用火柴棒摆的一只向左飞行的小鸟,你能只平移 3 根火柴棒就使它向右飞行吗?



第五章小结

自主学习

教材导读

阅读教材 p34 的内容，并思考：

1. 同一平面内，不重合的两条直线的位置关系有哪些？

2. 同一平面内，两条直线相交形成哪些角？它们有何特征？它们各有什么性质？

3. 什么是点到直线的距离？

4. 同一平面内，两条直线被第三条直线所截形成哪些角？应如何分辨？

5. 平行公理与垂线性质有什么相同点与不同点？

6. 如何判定两条直线是否平行？平行线的性质是什么？

7. 平移的性质是什么？同学们能利用平移设计一些漂亮的图案吗？

自主测评

1. 下列说法错误的是 （ ）

A. 所有的命题都是定理

B. 定理是真命题

C. 公理是真命题

D. “画线段 $AB=CD$”不是命题

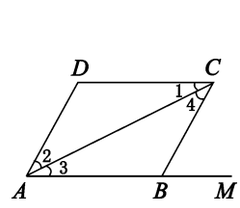
2. 如图，下列推理及括号中所注明的推理依据错误的是 （ ）

A. ∵ $\angle 1=\angle 3$，∴ $AB\parallel CD$（内错角相等，两直线平行）.

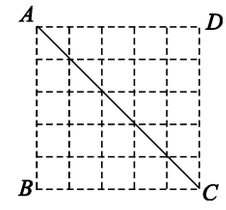
B. ∵ $AB\parallel CD$，∴ $\angle 1=\angle 3$（两直线平行，内错角相等）.

C. ∵ $AD\parallel BC$，∴ $\angle BAD+\angle ABC=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

D. ∵ $\angle DAM=\angle CBM$，∴ $AB\parallel CD$（两直线平行，同位角相等）.



第 2 题图



第 3 题图

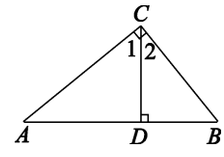
3. 如图所示，在 5×5 的网格中，AC 是网格中最长的线段，请画出两条线段与 AC 平行并且过网格的格点.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

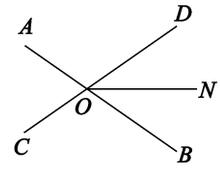
合作学习

难点探究

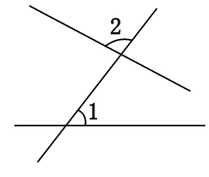
1. 如图所示，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，D 为垂足. 在不添加辅助线的情况下，请写出图中一对相等的锐角：_____.（只需写出一对即可）



2. 如图，已知直线 AB 与 CD 交于点 O，ON 平分 $\angle DOB$. 若 $\angle BOC=110°$，则 $\angle AON$ 的度数为_____.



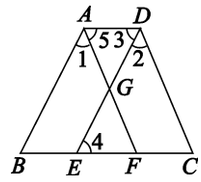
第 2 题图



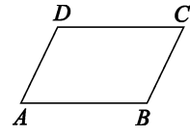
第 3 题图

3. 如图,如果∠2=100°,那么∠1 的同位角等于_____,∠1 的内错角等于_____,∠1 的同旁内角等于_____.

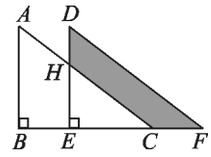
4. 如图所示,已知∠1=∠2,∠3=∠4,∠5=∠C,求证:$AB \parallel DE$.



5. 如图所示,已知 $AB \parallel DC$,$AD \parallel BC$.
求证:∠B=∠D,∠A=∠C.



6. 如图所示,将 Rt△ABC沿 BC 方向平移得到 Rt△DEF. 如果 AB=8 cm,BE=4 cm,DH=3 cm,求图中阴影部分的面积.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

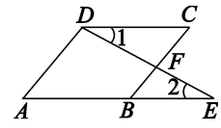
探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 看图填空,并在括号内注明理由.

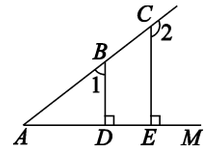
(1) 如图,已知∠1=∠2,∠A=∠C.



求证:①$AB \parallel DC$;
②$AD \parallel BC$.

证明:∵ ∠1=∠2(　　),
∴ _____ // _____(　　).
∴ ∠C=∠CBE(　　).
∵ ∠C=∠A(　　),
∴ ∠A=_____(　　).
∴ _____ // _____(　　).

2. 如图所示,已知 $BD \perp AM$ 于点 D,$CE \perp AM$ 于点 E.
求证:∠1+∠2=180°.



归纳梳理

1. 数形结合的思想

数形结合的思想方法在本章有重要的应用，如何理解同位角、内错角、同旁内角的概念，平行的性质、判定，平移的特征，都要放到图形中，结合图形理解.

2. 比较的思想

利用这一思想方法，可分清易混淆的概念和性质，加深对概念和性质的理解和认识. 例如，平行线的判定定理和平行线的性质定理最易混淆，学习时，可通过比较其异同，弄清楚它们的区别与联系.

3. 方程思想

数学的研究对象是现实世界的空间形式与数量关系，而方程则是沟通数量关系的桥梁. 本章中通过列方程求角的度数是常用的方法.

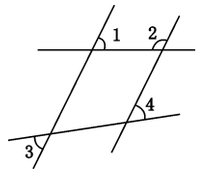
深化拓展

基础反思

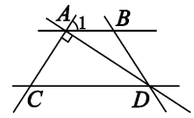
1. 如图，已知$\angle 1+\angle 2=180^\circ$，$\angle 3=55^\circ$，那么$\angle 4$的度数是（　　）

A. 35°　　B. 45°

C. 55°　　D. 125°



第 1 题图



第 3 题图

2. 下列命题中是真命题的是（　　）

A. 过一点可以画无数条直线和已知直线平行

B. 如果甲看乙的方向是北偏东60°，那么乙看甲的方向是南偏西30°

C. 三条直线相交于一点，对顶角最多有 6 对

D. 与同一条直线相交的两条直线也相交

3. 如图所示，$AB\parallel CD$，$DA\perp AC$，垂足为 A，若$\angle ADC=35^\circ$，则$\angle 1$的度数为（　　）

A. 65°　　B. 55°

C. 45°　　D. 35°

能力提升

4. 在直线 AB 上任取一点 O，过点 O 作射线 OC，OD，使 $OC\perp OD$. 当$\angle AOC=30^\circ$时，$\angle BOD$ 的度数是（　　）

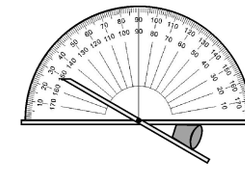
A. 60°

B. 120°

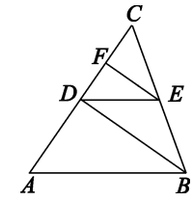
C. 60°或 90°

D. 60°或 120°

5. 如图所示是对顶角量角器，用它测量角的原理是_____.

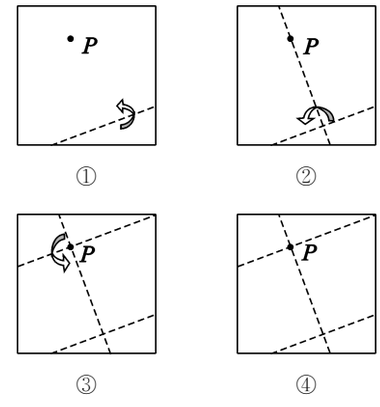


6. 如图所示，已知 $DE\parallel AB$，$FE\parallel DB$，BD 平分$\angle ABC$. 求证：EF 平分$\angle CED$.



拓展创新

7. 学习了平行线后，小敏想出了过已知直线外一点画这条直线的平行线的新方法. 她是通过折一张半透明的纸得到的（如图①～④，虚线部分表示折痕）. 从图中可知，小敏画平行线的依据有哪些？



第五章　数学能力提升与评价

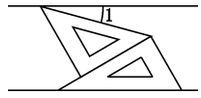
本章体现的数学能力主要有空间观念和推理能力.

一、空间观念

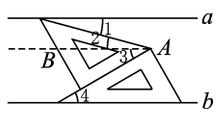
在本章,我们重点学习了相交线的性质(主要是对顶角和邻补角的关系),垂直、平行线的判定和性质以及平移变换等内容.回顾我们的学习过程:通过观察实物模型和图形,并通过测量、实验、归纳、类比等方法来寻找图形中的位置关系和数量关系,从而发现图形的性质.在此过程中,我们的空间观念得到发展.

[能力提升]

例 1　将一副三角尺和一张对边平行的纸条按如图所示的方式摆放,两个三角尺的一直角边重合,含 30°角的直角三角尺的斜边与纸条一边重合,含 45°角的三角尺的一个顶点在纸条的另一边上,则∠1 的度数是_____.



解析:如图,过点 A 作 $AB\parallel a$,则∠1=∠2.



∵　$a\parallel b$,　∴　$AB\parallel b$.

∴　∠3=∠4=30°.

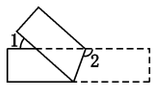
∵　∠2+∠3=45°,　∴　∠2=15°.

∴　∠1=15°.

故答案为 15°.

[自我评价]

1.将一长方形纸条按如图所示的方式折叠,若∠1=40°,则∠2=_____.

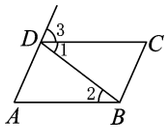


二、推理能力

在本章的学习中,我们经历了推理的过程,感受了推理论证的作用.从用自己的语言说明理由,到用规范的数学符号语言来进行简单的推理证明,知道了证明的必要性,能在给出的推理过程中,填写一些关键步骤和依据,逐步养成言之有理的习惯.这些都有助于培养我们的推理能力.

[能力提升]

例 2　推理填空:



如图:① 若∠1=∠2,则____//____(　　).

若∠DAB+∠ABC=180°,则____//____(　　).

②当____//____时,∠C+∠ABC=180°(　　).

当____//____时,∠3=∠C(　　).

解析:根据平行线的性质和判定进行解答:

① 若∠1=∠2,则$AB\parallel CD$(内错角相等,两直线平行).

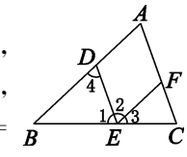
若∠DAB+∠ABC=180°,则$AD\parallel BC$(同旁内角互补,两直线平行).

②当$AB\parallel CD$时,∠C+∠ABC=180°(两直线平行,同旁内角互补).

当$AD\parallel BC$时,∠3=∠C(两直线平行,内错角相等).

[自我评价]

2.如图,点 D,E,F 分别在 AB,BC,AC 上,且 $DE\parallel AC$,$EF\parallel AB$,下面写出了说明“∠A+∠B+∠C=180°”的过程,请填空:



因为 $DE\parallel AC$,$EF\parallel AB$,所以∠1=∠____,∠3=∠____(　　).

因为 $EF\parallel AB$,所以∠2=∠____(　　).

因为 $DE\parallel AC$,所以∠4=∠____(　　).

所以∠2=∠A(等量代换).

因为∠1+∠2+∠3=180°,

所以∠A+∠B+∠C=180°(等量代换).

第五章测评

（测评时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1. 若∠1 与∠2 的关系为内错角，∠1＝40°，则∠2 等于（　　）

A. 40°　　B. 140°

C. 40°或 140°　　D. 不确定

2. 下列现象是数学中的平移的是（　　）

A. 小朋友荡秋千

B. 碟片在光驱中运行

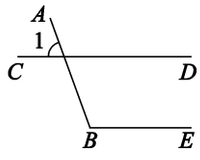
C. “神舟”十号宇宙飞船绕地球运动

D. 瓶装饮料在传送带上移动

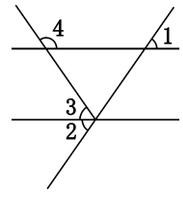
3. 如图，已知∠1＝70°，如果 $CD \parallel BE$，那么∠B 的度数为（　　）

A. 70°　　B. 100°

C. 110°　　D. 120°



第 3 题图



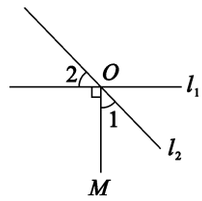
第 4 题图

4. 如图所示，已知∠1＝∠2＝∠3＝55°，则∠4 的度数是（　　）

A. 110°　　B. 115°

C. 120°　　D. 125°

5. 如图所示，直线 l_1 与 l_2 相交于点 O，$OM \perp l_1$．若∠1＝44°，则∠2 等于（　　）



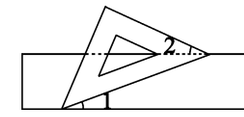
A. 56°

B. 46°

C. 45°

D. 44°

6. 如图所示，把一块含有 45°角的直角三角尺的两个顶点放在直尺的对边上，如果∠1＝20°，那么∠2 的度数是（　　）



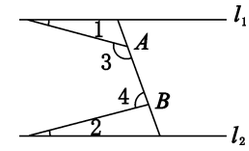
A. 15°　　B. 20°

C. 25°　　D. 30°

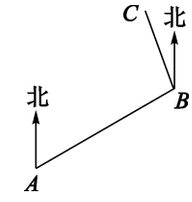
7. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$，∠3＝125°，∠4＝85°，则∠1＋∠2 等于（　　）

A. 30°　　B. 35°

C. 36°　　D. 40°



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图所示，小明从 A 处出发沿北偏东 60°方向行走至 B 处，又沿北偏西 20°方向行走至 C 处，此时需把方向调整到与出发时一致，则方向的调整应是（　　）

A. 右转 80°　　B. 左转 80°

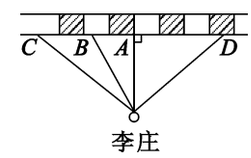
C. 右转 100°　　D. 左转 100°

9. 同一平面内的三条直线若满足 $a \perp b$，$b \perp c$，则下列式子成立的是（　　）

A. $a \parallel c$　　B. $a \perp c$

C. $b \parallel c$　　D. 上述式子都不成立

10. 如图，在铁路旁有一李庄，现要建一火车站，为了使村民乘车最方便，请你在铁路线上选一点来建火车站，应建在（　　）

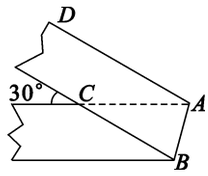


A. A 点　　B. B 点

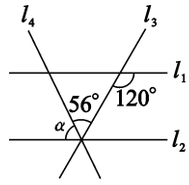
C. C 点　　D. D 点

二、填空题(本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分.把答案填在题中的横线上)

11. 有一条直的等宽纸带,按如图所示的方式折叠时,纸带重叠部分中的$\angle CAB=$_____°.



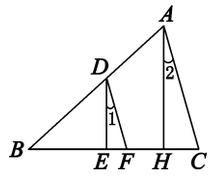
第 11 题图



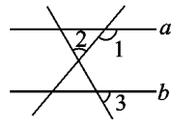
第 12 题图

12. 如图所示,直线 $l_1 // l_2$,并且被直线 l_3,l_4 所截,则$\angle\alpha=$_____.

13. 如图所示,$DF // AC$,若$\angle 1=\angle 2$,则 DE 与 AH 的位置关系是_____.



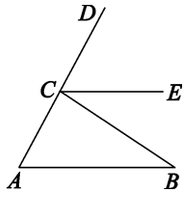
第 13 题图



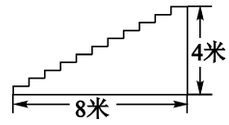
第 14 题图

14. 如图所示,直线 $a // b$.若$\angle 1=130°$,$\angle 2=70°$,则$\angle 3=$_____.

15. 如图所示,请你写出能判断 $CE // AB$ 的一个条件:_____.



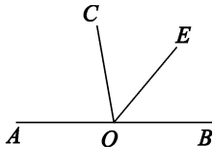
第 15 题图



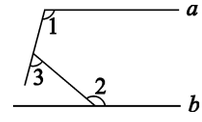
第 16 题图

16. 要给如图所示的楼梯铺上地毯,数据如图所示,则共需地毯_____米.

17. 如图所示,点 A,O,B 在同一条直线上,$\angle AOC=\frac{1}{2}\angle BOC+30°$,$OE$ 平分 $\angle BOC$,则$\angle BOE=$_____.



第 17 题图



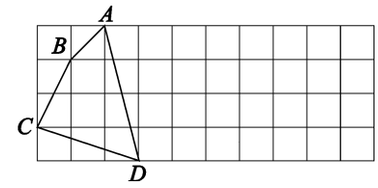
第 18 题图

18. 如图所示,$a // b$,$\angle 1=105°$,$\angle 2=140°$,则$\angle 3=$_____.

三、解答题(本大题共 6 个小题,共 56 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19.(本小题满分 6 分)

如图所示.

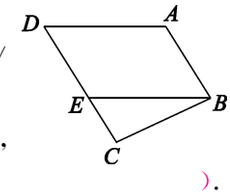


(1)将图中的四边形 $ABCD$ 向右平移 6 格,画出平移后的四边形 $A'B'C'D'$;

(2)线段 AB 与 $A'B'$,$\angle D$ 与 $\angle D'$ 的大小关系如何?

(3)线段 BC 与 $B'C'$ 的关系如何?

20.(本小题满分 7 分)



如图所示,$AB // CD$,$AD // BE$,试说明$\angle ABE=\angle D$.

解:∵ $AB // CD$(_____),

∴ $\angle ABE=$_____(_____).

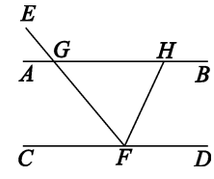
∵ $AD // BE$(_____),

∴ $\angle D=$_____(_____).

∴ $\angle ABE=\angle D$(_____).

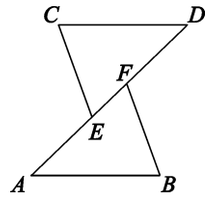
21.(本小题满分 10 分)

如图所示,已知 $AB // CD$,EF 交 AB 于点 G,交 CD 于点 F,FH 平分 $\angle EFD$,交 AB 于点 H,$\angle AGE=50°$,求$\angle BHF$ 的度数.



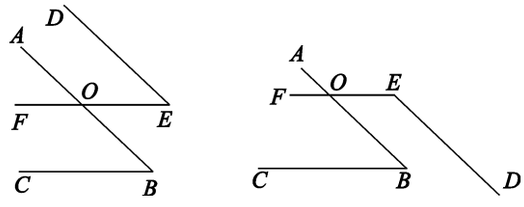
22.（本小题满分 8 分）

如图所示，$AB \parallel CD$，$\angle CEA = 3\angle A$，$\angle BFD = 3\angle D$. 试说明：$CE \parallel BF$.



23.（本小题满分 12 分）

如图所示，图①、图②中$\angle B$，$\angle E$ 的两边均分别平行，即 $BC \parallel EF$，$AB \parallel DE$. AB，EF 相交于点 O.



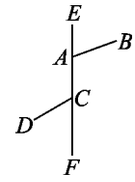
(1)请你通过观察、测量，分别写出图①、图②中$\angle B$ 与$\angle E$ 的关系；

(2)说明(1)中所写关于图②结论的理由；

(3)用语言叙述两边分别平行的两角之间的关系.

24.（本小题满分 13 分）

如图所示，直线 EF 上有两点 A，C，分别引两条射线 AB，CD，$\angle BAF = 110°$，$\angle DCF = 60°$，射线 AB，CD 分别绕点 A，点 C 以 1 度/秒和 3 度/秒的速度同时顺时针转动，设时间为 t 秒，在射线 CD 转动一周的时间内，是否存在某时刻，使得 CD 与 AB 平行？若存在，求出所有满足条件的时间 t.



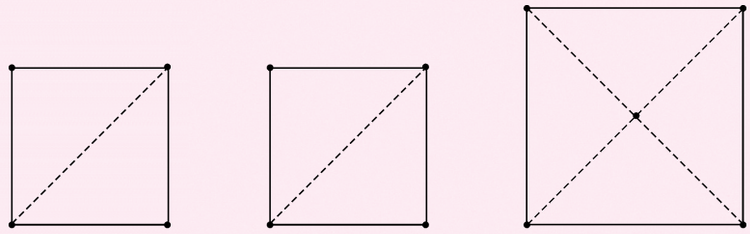
第六章　实　　数

学习导航

本章纵览

同学们,“加”与“减”“乘”与“除”互为逆运算.那么乘方这种运算也有逆运算吗?若有,那么这种运算叫什么?怎样进行这种运算?

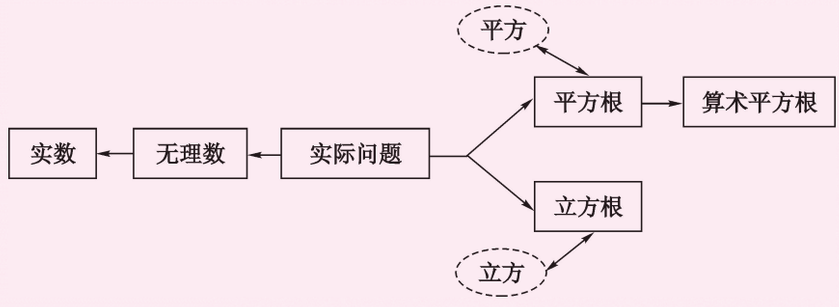
如图①②,两个正方形的边长都为1,它们的面积是多少?若把它们沿虚线剪开,拼成一个大正方形(如图③),那么这个大正方形的边长是多少呢?



你知道吗?伟大的数学家毕达哥拉斯和他的门徒费了九牛二虎之力,也不知道这个大正方形的边长究竟是什么数,而学派成员希帕索斯钻研发现真相,断言这是一种新数,反而惨遭谋杀.这个边长究竟是什么数?它的出现使数字家族发生了怎样的变化?

相信我们通过本章的学习,不仅能解决这些问题,而且会因我们钻研的认真、思考的深刻、思维的缜密而产生新的问题,让我们充满信心地去探索和开拓数学界的新领域吧!

知识要点



学习要求

1. 了解算术平方根、平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根.

2. 会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根.

3. 了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应.

4. 了解数的范围由有理数扩充到实数后，概念、运算等的一致性及其发展变化；能用有理数估计一个无理数的大致范围.

学法指导

本章内容与实际的联系是非常紧密的，因此，在学习时要注意加强与实际的联系. 在解决实际问题的过程中，我们要从本质上认识实数的有关概念和运算，深刻体会数的扩充过程中表现出来的概念、运算等方面的一致性和发展变化.

本章内容属于“数与代数”领域，有关数的内容，我们在七年级上册已经系统地学习了有理数，对有理数的概念和运算等有了较深刻的认识. 本章在有理数的基础上学习实数的初步知识，由于数的扩充的一致性，本章很多内容是类比有理数的有关内容得出的. 因此在学习中，我们要注意利用类比的方法，通过类比已学的知识来学习新知识.

6.1 平方根

第一学时

问题导学

课间,小聪问小明:有一个正方形的面积是4,那么它的边长是多少?小明脱口而出.你认为他是怎么想的?结果是什么?小聪又问:那面积如果是40呢?小明一时答不上来……你认为这两个问题的本质相同吗?为什么小明被第二个问题难住了呢?所求的结果与40是什么关系?这种关系应如何表示?别着急,相信通过今天的学习,这些问题就难不住你了噢!

自主学习

教材导读

1.请同学们阅读教材p40例1之前的内容,并思考下列问题.

(1)一般地,如果一个_____的平方等于a,即_____,那么这个_____叫做a的算术平方根.

a的算术平方根记为_____,a叫做_____.

(2)对照算术平方根的定义:3的平方等于9,即$3^2=9$,那么3叫做9的_____.9的算术平方根记为_____,读作_____,9叫做_____.

(3)为什么"0的算术平方根是0"要特别规定,而不能由定义直接得到?

2.请同学们阅读教材p40的例1,并体会其中的算理.

(1)100的算术平方根如何表示?是多少?$\sqrt{100}$的意义是什么?其值是多少?

(2)模仿例1的解题过程完成教材p41练习1,2.

3.请同学们完成下表:

a	10 000	100	1	0.01	0.000 1
$\sqrt{a}$					

你的发现是:被开方数越大,对应的算术平方根_____.

自主测评

1.9的算术平方根是 ( )

A.3　　B.-3

C.±3　　D.$\sqrt{3}$

2.下列各数没有算术平方根的是 ( )

A.0　　B.-1

C.10　　D.10^2

3.求下列各数的算术平方根:

(1)36;　(2)0.64;　(3)$\frac{9}{16}$.

4.求下列各式的值:

(1)$\sqrt{49}$;　(2)$\sqrt{\frac{16}{25}}$;　(3)$\sqrt{0.04}$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.在自主学习后,有同学提出以下几种观点:

(1)一个正数的算术平方根一定是正数;

(2)若一个数有算术平方根,则其算术平方根一定是正数;

(3)一个有理数一定有算术平方根.

你认为这几种观点正确吗？试阐述你的理由.

2. 若$\sqrt{a}$有意义，则a应满足什么条件？若$\sqrt{a}$有意义，则$\sqrt{a}$一定表示什么数？

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 当$\sqrt{4a+1}$的值最小时，a的取值为 (　　)

A. -1　　B. 0

C. $-\frac{1}{4}$　　D. 1

2. 求下列各数的算术平方根：

(1)$\left(-\frac{3}{4}\right)^2$；　(2)$-(-4)$；　(3)$|-0.64|$；

(4)10^4.

3. 计算：

$\sqrt{1\frac{9}{16}}-\sqrt{0.01}\times\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{81}$.

归纳梳理

1. 对于算术平方根$\sqrt{a}$的理解，要把握两个非负：被开方数非负，即$a\geqslant 0$；算术平方根非负，即$\sqrt{a}\geqslant 0$.

2. 会熟练求一个非负数的算术平方根. 若$a\geqslant 0$，则a的算术平方根可表示为$\sqrt{a}$. 要看清楚a的本来面目.

3. 要准确记忆1～20的平方. 因为我们常常要求1,4,9,16,25等数的算术平方根.

深化拓展

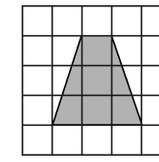
基础反思

1. 下列计算正确的是 (　　)

A. $\sqrt{2^2}=2$　　B. $\sqrt{2^2}=\pm 2$

C. $\sqrt{4^2}=2$　　D. $\sqrt{4^2}=\pm 2$

2. 如图，每个小正方形的边长均为1，把阴影部分剪下来，用剪下来的阴影部分拼成一个正方形，那么新正方形的边长是 (　　)



A. $\sqrt{3}$　　B. 2

C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

3. 物理学中的“自由落体公式”为：$h=\frac{1}{2}gt^2$(g是重力加速度，它的取值为10米/秒)，若一小球从离地面180米的高度下落，那么小球落至地面需要的时间为_____秒.

能力提升

4. 已知有理数x,y满足$\sqrt{x+3}+|y-2|=0$，求x^y的算术平方根.

5. 要在一块长方形的土地上做田间试验，其长是宽的3倍，面积是1 323 m^2. 求长和宽.

拓展创新

6. 若$\sqrt{a^2}=6$，则$a=$_____.

7. 一个正方形的面积变为原来的m倍，则边长变为原来的_____倍.

第二学时

问题导学

亲爱的同学,通过上学时的学习,小明自己解决了那个难题.现在,我们知道了面积为 40 的正方形的边长可以表示为$\sqrt{40}$.可是,小明又想不明白了:$\sqrt{40}$到底有多大?小聪认为比 6 大,小明又认为比 7 小.他们是如何知道的?你能帮他们陈述理由吗?你还能把$\sqrt{40}$的大小说得比他们更准确吗?

让我们开始今天的挑战之旅吧!

自主学习

教材导读

1. 亲爱的同学,你能用两个面积为 1 dm^2 的小正方形拼成一个面积为 2 dm^2 的大正方形吗?怎样拼?赶快动手试试吧!

2. 你的方法可行吗?请同学们阅读教材 p41 第一个“探究”的内容,并体会其中的方程思想.

3. $\sqrt{2}$有多大?这与我们的问题“$\sqrt{40}$有多大”属同一个问题.教材中又是怎样解决这个问题的呢?请阅读教材 p41 第二个“探究”,并思考:

(1)解决这个问题的一般方法是什么?

(2)你能确定$\sqrt{2}$的准确值吗?

(3)我们以前见过类似的数吗?

(4)这类数的共同特征是什么?

4. 教材中用“两头夹击,逐渐逼近”的方法求$\sqrt{2}$的近似值,计算量是很大的.有没有更简捷的方法?当然有啦!——计算器!怎么用呢?请同学们阅读教材 p42 例 2,熟悉按键程序.通过练习,体会高科技的魅力吧!

5. 计算器是只会算,不会思考的噢!但我们会思考!请同学们阅读教材 p43 的“探究”,相信经过我们自己的思考,一定会有意外的收获!

被开方数扩大(缩小)为原来的 100 倍$\left(\frac{1}{100}\right)$,那它的算术平方根就相应地扩大(缩小)为原来的_____.

6. 有人说,一定能用一块面积大的纸片裁出一块面积小的纸片.你同意吗?请阅读教材 p43 例 3.

(1)上面的观点正确吗?

(2)除了利用计算器,你还学到了用什么方法可以估计诸如$\sqrt{50}$这类数的大小?

自主测评

1. $\sqrt{27}$的运算结果应在哪两个连续整数之间 (　　)

A. 2 和 3　　B. 3 和 4

C. 4 和 5　　D. 5 和 6

2. 如果$\sqrt{150x}$(0<x<150)是一个整数,那么整数 x 可以取得的值共有 (　　)

A. 3 个　　B. 4 个

C. 5 个　　D. 6 个

3. 规定用符号[x]表示一个数的整数部分,例如[3.69]=3,[$\sqrt{3}$]=1.按此规定,[$\sqrt{19}-1$]=_____.

4. 五块同样大小的正方形钢板的总面积是 30 m^2,求每块钢板的边长(结果保留两位小数).

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1. 若某数的算术平方根不是有理数,我们如何估算它的大小?以$\sqrt{15}$为例进行说明(结果保留整数).

2.(1)填写下表.

a	0.000 1	0.01	1	100	10 000
$\sqrt{a}$					

想一想上表中已知数 a 的小数点的移动与它的算术平方根 $\sqrt{a}$ 的小数点的移动有何规律?

(2)利用规律计算:已知 $\sqrt{15}=k$,$\sqrt{0.15}=a$,$\sqrt{1\,500}=b$,用 k 的代数式分别表示 a,b.

(3)如果 $\sqrt{x}=100\sqrt{7}$,求 x 的值.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

你能根据 4 的算术平方根求出 40 的算术平方根吗?为什么?

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 已知 a 是 $\sqrt{15}$ 的整数部分,b 是 $\sqrt{15}$ 的小数部分,求 $a-b$ 的值.

2. 比较下列各组数的大小:

(1)$\sqrt{24}$ 与 5; (2)$-\sqrt{5}$ 与 $-\sqrt{7}$.

3. 若 $\sqrt{20n}$ 是整数,则满足条件的最小正整数 n 是 (　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

归纳梳理

本学时我们通过用计算器求一个正数的算术平方根,发现类似 $\sqrt{2}$ 的数是一个无限不循环小数.实际上,许多正有理数的算术平方根都是无限不循环小数.因此,我们不仅要会用计算器求一个正有理数的算术平方根,还要会估算一个正有理数的算术平方根的大致范围.

深化拓展

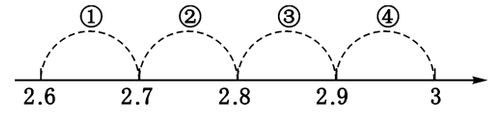
基础反思

1. 比较大小:

(1)$\sqrt{60}$ 与 8; (2)$\sqrt{5}$ 与 2.4.

能力提升

2. 在数轴上标注了四段范围(如图),则表示 $\sqrt{8}$ 的点落在 (　　)



A. 段①　　B. 段②

C. 段③　　D. 段④

3.(1)用计算器计算(结果精确到 0.01):

$\frac{\sqrt{2^2-1}}{2-1}$,$\frac{\sqrt{3^2-1}}{3-1}$,$\frac{\sqrt{4^2-1}}{4-1}$,$\frac{\sqrt{5^2-1}}{5-1}$;

(2)若 $P=\frac{\sqrt{n^2-1}}{n-1}$,$Q=\frac{\sqrt{(n+1)^2-1}}{(n+1)-1}$,试根据上面所得的结果判断 P 与 Q 的大小关系.

拓展创新

4. 芳芳同学手中有一块长方形纸板和一块正方形纸板,其中长方形纸板的长为 3 dm,宽为 2 dm,且两块纸板的面积相等.

(1)求正方形纸板的边长(结果保留根号).

(2)芳芳能否在长方形纸板上截出两个完整的且面积分别为 2 dm^2 和 3 dm^2 的正方形纸板?请判断并说明理由.

第三学时

问题导学

课间,小聪和小明又为那个“面积是40的正方形”的问题争执起来.小明认为这个问题的本质是:已知一个正数的平方,求这个数.于是,他把这个问题减少了一个字,变成了:已知一个数的平方是40,求这个数.小聪认为还是$\sqrt{40}$,可小明认为少了一个“正”字,就改变了条件,结果不应是$\sqrt{40}$.

亲爱的同学们,你们认为呢?少了一个“正”字就会有所不同吗?

让我们开始今天的快乐之旅吧!

自主学习

教材导读

1.如果一个正数的平方等于9,那么这个正数是_____;如果一个数的平方等于9,那么这个数是_____.

请同学们阅读教材p45例4之前的内容,思考并完成下列问题:

(1)一般地,如果_____,那么这个数叫做a的平方根.这就是说,如果_____,那么x叫做a的平方根.

求一个数a的_____的运算,叫做开平方.

(2)举例说明什么是平方根.举例说明如何利用平方与开平方这种互逆关系求一个数的平方根.

2.请同学们阅读教材p45的例4,体会其算理及表述.

3.请同学们阅读教材p45“思考”至p46例5之前的内容.

(1)任何一个数都可以求其平方,那么任何一个数也都可以求其平方根吗?为什么?

(2)正数有_____个平方根,它们_____;0的平方根是_____;_____没有平方根.

(3)若$a\geqslant 0$,则a的平方根可以表示为_____,读作_____.

(4)请完成教材p46练习1.

4.请同学们阅读教材p46的例5,体会其算理及表述.完成教材p47的练习3(温馨提示:要明确每个式子的含义哦).

自主测评

1.“$\frac{9}{16}$的平方根是$\pm\frac{3}{4}$”用数学式子可以表示为(　　)

A. $\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4}$

B. $\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4}$

C. $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$

D. $-\sqrt{\frac{9}{16}}=-\frac{3}{4}$

2.9的平方根是_____.

3.1.69的平方根是____,算术平方根是____.

4.下列各数有平方根吗?若有,求出来;若没有,请说明理由.

(1)64;　(2)0;　(3)-16;　(4)$(-0.4)^2$;　(5)$(-4)^3$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

-4可能是某个数的算术平方根吗?可能是某个数的平方根吗?

合作学习

难点探究

什么是平方根?什么样的数才有平方根?算术平方根与平方根的区别和联系是什么?请举例说明.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 下列叙述中正确的是 （　　）

A. $(-11)^2$ 的算术平方根是 ± 11

B. 大于 0 而小于 1 的数的算术平方根比原数大

C. 大于 0 而小于 1 的数的平方根比原数大

D. 任何一个非负数的平方根都是非负数

2. 求下列各式中的 x：

(1)若 $x^2=169$，则 $x=$_____；

(2)若 $x^2=7$，则 $x=$_____；

(3)若 $x^2=(-3)^2$，则 $x=$_____；

(4)若 $x^2=(\sqrt{2})^2$，则 $x=$_____.

3. 已知 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}-3$，求 y^x 的值.

归纳梳理

通过本学时的学习，我们要理解平方根的概念，并在此基础上弄清楚平方根和算术平方根的区别和联系，防止混淆.

(1)联系：平方根和算术平方根都源于开平方运算，一个非负数的算术平方根其实就是这个数的非负平方根.

(2)区别：一个正数有两个平方根，它们互为相反数，而一个正数的算术平方根是唯一的；另外，表示方法也不相同，非负数 a 的平方根记作 $\pm\sqrt{a}$，算术平方根记作 $\sqrt{a}$.

要理解并灵活运用两个性质：$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant 0)$；$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$.

深化拓展

基础反思

1. 金园小区有一块长为 18 m、宽为 8 m 的长方形草坪，计划在草坪面积不变的情况下，把它改造成正方形，则这个正方形的边长是_____ m.

2. 一个正数的两个平方根的和是_____，商是_____.

3. 现规定一种新的运算“☆”：a☆$b=a^b$，如 3☆$2=3^2=9$，求 $\frac{1}{4}$☆3 的平方根.

能力提升

4. 对于 $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ 来说 （　　）

A. 有平方根　　B. 只有算术平方根

C. 没有平方根　　D. 不能确定

5. 下列结论正确的是 （　　）

A. $-\sqrt{(-6)^2}=-6$　　B. $(-\sqrt{2})^2=4$

C. $\sqrt{(-3)^2}=\pm 3$　　D. $-\left(-\sqrt{\frac{4}{9}}\right)=\frac{4}{9}$

拓展创新

6. 全球气候变暖导致一些冰川融化并消失. 在冰川消失 12 年后，一种低等植物苔藓就开始在岩石上生长. 每一个苔藓都会长成近似圆形，苔藓的直径和其生长年限近似地满足如下的关系式：$d=7\times\sqrt{t-12}(t\geqslant 12)$. 其中 d 代表苔藓的直径，单位是厘米；t 代表冰川消失的时间，单位是年.

(1)计算冰川消失 16 年后苔藓的直径；

(2)如果测得一些苔藓的直径是 35 厘米，问冰川约是在多少年前消失的？

6.2 立方根

第一学时

问题导学

看到上面这个课题,小聪和小明又开始了交锋.小聪认为,学习了平方根的知识,他能说出立方根的意义.小明马上陷入了深思:一个正数的平方根有两个,那么一个正数的立方根有几个?负数没有平方根,那么负数有没有立方根呢?

他俩真是爱动脑筋的孩子.聪明的你想到这些问题了吗?你能解决吗?那么就此开始我们的探索之旅吧!

自主学习

教材导读

1.请同学们阅读教材 p49“探究”之前的内容.

(1)什么是立方根或三次方根?请对照定义,举两个例子说明你对立方根定义的理解.

(2)什么是开立方?开立方与立方互为逆运算,你能根据这种关系求一个数的立方根吗?举例说明.

2.请同学们完成教材 p49“探究”,思考并归纳:正数的立方根是_____,负数的立方根是_____,0 的立方根是_____.

3.请同学们阅读并完成教材 p50 例题之前的内容.

(1)你的归纳是否正确?

(2)一个数 a 的立方根可表示为_____,读作_____.

(3)举例说明数的平方根与数的立方根的不同.

(4)互为相反数的两个数的立方根有何关系?举例证明.

4.请同学们阅读教材 p50 例题,认真思考每个式子的意义,并完成教材 p51 练习 1.

自主测评

1.-8 的立方根是_____.

2.若 m 的平方根是 ± 8,则 m 的立方根是_____.

3.-8 的立方根与 4 的算术平方根的和为 (　　)

A.0　　B.4　　C.-4　　D.0 或 4

4.求下列各式的值:

(1)$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$;　(2)$-\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$;　(3)$\sqrt[3]{-0.729}$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.任意一个数 a 都有立方根吗?有几个?立方根具有什么性质?

2.若 $\sqrt[3]{a}$ 与 $\sqrt[3]{b}$ 互为相反数,则 a 与 b 有什么关系?反之,若 a 与 b 互为相反数,则 $\sqrt[3]{a}$ 与 $\sqrt[3]{b}$ 有什么关系?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 若 $\sqrt[3]{3y-1}$ 和 $\sqrt[3]{1-2x}$ 互为相反数，求 $\frac{x}{y}$ $(y\neq 0)$的值.

2. 下列判断正确的是_____(填序号).

①负数没有平方根，也没有立方根；

②一个数的立方根有两个，它们互为相反数；

③若 $x^3=(-2)^3$，则 $x=-2$；

④若 $x^2=(-2)^2$，则 $x=-2$；

⑤18 的立方根是 $\sqrt[3]{18}$；

⑥任何有理数都有立方根，它不是正数就是负数；

⑦$\sqrt{-(a^2+1)}$ 没有意义；

⑧$\sqrt[3]{-(a^2+1)}$ 没有意义；

⑨$-(a^2+1)$ 的立方根是 $\sqrt[3]{-(a^2+1)}$；

⑩$-(a^2+1)$ 的立方根是一个负数.

归纳梳理

本学时的重点是立方根的概念和求法，学习时应注意与平方根的概念和求法进行类比.

(1)与平方和开平方的关系类似，立方和开立方的关系也是互逆关系. 我们可以借助立方运算来求某些数的立方根.

(2)立方根的特征是：一个正数有一个正的立方根；一个负数有一个负的立方根；0 的立方根是 0.

(3)求负数的立方根，可以利用 $\sqrt[3]{-a}=-\sqrt[3]{a}$ 转化为求正数的立方根.

深化拓展

基础反思

1. 有一组按规律排列的数：$\sqrt[3]{2}$，$\sqrt[3]{4}$，$\sqrt[3]{6}$，2，$\sqrt[3]{10}$，…，则第 n 个数是_____.

2. 比较 2，$\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{7}$ 的大小，正确的是 (　　)

A. $2<\sqrt{5}<\sqrt[3]{7}$　　B. $2<\sqrt[3]{7}<\sqrt{5}$

C. $\sqrt[3]{7}<2<\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{5}<\sqrt[3]{7}<2$

3. 一个正方体的水晶砖，体积为 100 cm^3，它的棱长大约在 (　　)

A. 4～5 cm 之间　　B. 5～6 cm 之间

C. 6～7 cm 之间　　D. 7～8 cm 之间

能力提升

4. 若 $a^3=-8$，则 a 的绝对值是 (　　)

A. 2　　B. −2

C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

5. 如图，已知长方体冰箱的体积为 1 024 立方分米，它的长、宽、高的比是 1∶1∶2，则它的长、宽、高分别为多少分米？

第二学时

问题导学

课间,小聪又考小明了.问题是:一个正方体的体积是8,则其棱长为多少?若体积是9呢?

体积为9的正方体的棱长到底是多少?难道它也是一个无限不循环小数吗?

你们准备好了吗?挑战开始啦!

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材p50、p51的有关内容.

1.“问题导学”中的问题应如何解决?

2.你手中的计算器有$\sqrt[3]{\ }$键吗?需要用第二功能键吗?

3.完成“练习2”.

自主测评

1.与60的立方根最接近的整数是_____.

2.已知$\sqrt[3]{5}\approx1.710$,不利用其他工具,根据规律能求出其近似值的是 (　　)

A.$\sqrt[3]{50}$　　B.$\sqrt[3]{-0.5}$

C.$\sqrt[3]{500}$　　D.$\sqrt[3]{-0.005}$

3.已知$\sqrt[3]{3y-1}$与$\sqrt[3]{1-2x}$互为相反数,且$y\neq0$,求$\frac{x}{y}$的值.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.不用计算器,类比前面对$\sqrt{15}$的估算,你能估算$\sqrt[3]{50}$的大小吗?那么3,4,$\sqrt[3]{50}$的大小关系怎样?由此,你得到的用有理数估算一个立方根的大致范围的方法是什么?

2.任何一个数a的立方根都是有理数吗?如果不是,那么a是哪一类数时,其立方根是有理数?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

能否根据a的立方根求出$100a$的立方根?$1\,000a$呢?

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.计算:(1)$\sqrt{10^2}=$____,$\sqrt{10^4}=$____,$\sqrt{10^6}=$____,$\sqrt{10^8}=$____;

(2)$\sqrt[3]{10^6}=$____,$\sqrt[3]{10^9}=$____,$\sqrt[3]{10^{12}}=$____,$\sqrt[3]{10^{15}}=$____.

猜想:$\sqrt{a^{2n}}=$____,$\sqrt[3]{a^{3n}}=$____.($a\geqslant 0$,n 是自然数)

2. 填写下表:

a	0.000 001	0.001	1	1 000	1 000 000
$\sqrt[3]{a}$					

(1)上表中已知数 a 的小数点的移动与它的立方根$\sqrt[3]{a}$的小数点的移动间有何规律?这个规律用倍数关系的语言怎样叙述?

(2)利用规律计算:已知$\sqrt[3]{12}=b$,$\sqrt[3]{0.012}=m$,$\sqrt[3]{12\,000}=n$,求 m,n 的值(用含 b 的式子表示).

(3)利用规律计算:已知$\sqrt[3]{12}=b$,若$\sqrt[3]{x}=100b$,求 x 的值.

归纳梳理

正确使用计算器的前提是要认真阅读使用说明书,明确计算器各个键的功能.用计算器求一个负数的立方根时,可以先求其相反数的立方根.计算器的使用可以把我们从繁杂的运算中解放出来,我们就可以将更多的精力放在思维训练上.

深化拓展

基础反思

1. 下列计算错误的是 (　　)

A. $\sqrt[3]{-1}=-1$　　B. $\sqrt[3]{0.001}=0.1$

C. $-\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=-\frac{1}{2}$　　D. $\sqrt[3]{125}=\pm 5$

2. -8 的立方根与$\sqrt{81}$的平方根的和等于____.

3. 已知 $5x+19$ 的立方根是 4,求 $2x+7$ 的平方根.

能力提升

4. 将一个体积为 0.216 m^3 的大正方体铝块改铸成 8 个一样大的小正方体铝块,求每个小正方体铝块的表面积.

5. 求下列各式中的 x 的值:

(1)$(1-x)^3=64$;　(2)$8x^3+125=0$.

拓展创新

6. 你能迅速准确地计算出$\sqrt[3]{117\,649}$的值吗?请按照下面的问题试一试:

(1)由$10^3=1\,000$,$100^3=1\,000\,000$,你能确定$\sqrt[3]{117\,649}$是几位数吗?

(2)由 117 649 的个位数是 9,你能确定$\sqrt[3]{117\,649}$的个位数是几吗?

(3)如果划去 117 649 后面的三位数 649 得到数 117,而 $4^3=64$,$5^3=125$,由此你能确定$\sqrt[3]{117\,649}$的十位数是几吗?

6.3 实　数

第一学时

问题导学

课间,小聪拿一本《数字联合国》看得入神.突然,他大叫起来:“不好了,保安和$\sqrt{2}$吵起来了.”一旁的小明急忙过去探明真相.原来,刚来到数字联合国的$\sqrt{2}$看到一群数字$\left(\text{如 } 2,\sqrt{9},-\frac{1}{4},0,159,0.3,-\frac{9}{11},\cdots\right)$自由地进出一座神秘的古堡,好奇的$\sqrt{2}$也想进去,却被保安拦住.于是,$\sqrt{2}$就和保安理论.保安说$\sqrt{2}$和它们不一样,$\sqrt{2}$不服气,保安又指了指大门上的标志“×××王国”.于是$\sqrt{2}$只好作罢.

亲爱的同学们,同样都是数字,为何不让$\sqrt{2}$进去?这个古堡究竟是什么王国?我们能否为$\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$,…这类数字也能自由进出古堡提供充足的理由?那么大门上的标志又该换成什么王国?

赶快开始我们的开心之旅吧!

自主学习

教材导读

1.请同学们阅读教材 p53 的内容.

(1)$\sqrt{2}$与 2,$-\frac{1}{4}$,0 有何不同?

(2)保安该不该拦$\sqrt{2}$?理由是什么?

(3)能否变通一下,让$\sqrt{2}$也合理合法地进去?怎么变?

(4)$\sqrt{2}$进去之后,数字联合国的国王该如何协调它们的不同,以使它们守住自己的地盘和平共处?

2.有理数王国扩张成为实数王国,数字们也相安无事.可新问题出现了,在阅兵仪式上,国王要求数字们在数轴上找到自己的位置,以便排成一列.像 2,$-\frac{1}{3}$,159 等有理数轻松地找到了自己的位置,$\sqrt{2}$,π等无理数却急得团团转.数轴上到底有没有属于它们的位置?如果有,该如何找?聪明的你能帮助它们吗?请同学们阅读教材 p54“思考”之前的内容.

(1)教材中确定$\sqrt{2}$,π在数轴上的位置的依据是什么?你能类似地找到表示$-\pi$,2π,$-\sqrt{3}$等无理数的点吗?

(2)任何一个实数都能在数轴上找到一点表示该数,它们之间是_____关系.

(3)用什么方法比较两个实数的大小?

(4)完成教材 p56 练习 1.

3.既然像有理数一样,在数轴上找到了表示$\sqrt{2}$,$-\sqrt{2}$的点,那么它们能否被称为一对相反数?它们到原点的距离能否被称为它们的绝对值?相反数、绝对值的意义是否适用于实数?表示方法与有理数有区别吗?请同学们完成教材 p54“思考”.

(1)对于任意实数 a,其相反数为_____.

(2)对于任意实数 a,$|a|=$_____.

4.请同学们认真思考教材 p55 例 1 的解题思路,并试着完成 p56 练习 2,3.

自主测评

1.与数轴上的点一一对应的数是_____数.

2.在实数$\sqrt{5}$,$\frac{22}{7}$,0,$\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\sqrt{36}$,-1.414中,有理数有(　　)

A.1 个　　B.2 个　　C.3 个　　D.4 个

3. 已知边长为 m 的正方形的面积为 12，则下列关于 m 的说法：①m 是无理数；②m 是方程 $m^2-12=0$ 的解；③m 是 12 的算术平方根. 错误的有 （　　）

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

4. 求下列各数的相反数和绝对值：

(1)$\sqrt[3]{-64}$；　(2)$\sqrt{225}$；　(3)$\pi-3.14$；

(4)$\sqrt{2}-2$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

该怎样对实数进行分类？分类的标准是什么？

合作学习

难点探究

1. 有同学说 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{5}$ 都是无理数，所以他认为带根号的数就是无理数，无理数就是带根号的数. 他的观点正确吗？无理数的特征到底是什么？

0.101 001 000 1…（每相邻两个 1 之间依次多一个 0）是什么数？为什么？

2. 有理数的特征是什么？区分有理数、无理数的标准是什么？

3. 我们看到的无理数常以哪几种形式出现？

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

$\pi=3.14$，对吗？

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 把下列各数分别填入相应的集合里.

$\sqrt[3]{8}$，$\sqrt{3}$，-3.141，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{22}{7}$，$-\sqrt[3]{2}$，1.414，$-\sqrt{7}$，0.

有理数集合：{　　…}；

无理数集合：{　　…}；

正实数集合：{　　…}；

负实数集合：{　　…}.

2. 下列说法正确的是 （　　）

A. 带根号的数是无理数

B. 不带根号的数一定是有理数

C. 无限小数是无理数

D. 无理数是无限小数

3. 若 a，b 为实数，且 $|a+1|+\sqrt{b-1}=0$，则 $-(-ab)^{2\,019}$ 的值是 （　　）

A. 1　　B. 2 019

C. -1　　D. $-2\,019$

4. 实数 2.6，$\sqrt{7}$ 和 $2\sqrt{2}$ 的大小关系是 （　　）

A. $2.6<2\sqrt{2}<\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{7}<2.6<2\sqrt{2}$

C. $2.6<\sqrt{7}<2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}<2.6<\sqrt{7}$

归纳梳理

本学时的重点是理解无理数、实数的概念. 判断一个数是否是无理数的依据就是看该数是不是无限不循环小数. 能正确对实数进行分类. 理解实数与数轴上的点一一对应的关系，会在数轴上表示一些特殊的无理数. 其中对实数的分类以及在数轴上表示无理数是本学时的难点.

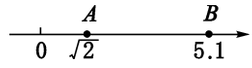
深化拓展

基础反思

1. 写出一个比-2大的无理数：_____.

2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$的相反数是_____.

3. 如图，数轴上A，B两点表示的数分别为$\sqrt{2}$和5.1，则A，B两点之间表示整数的点共有_____个.



能力提升

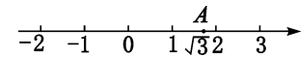
4. 写出符合下列条件的数.

(1)小于$2\sqrt{10}$的所有正整数；

(2)绝对值小于$2\sqrt{3}$的所有整数.

5. 已知$|x-1|=\sqrt{5}$，求x的值.

6. 如图所示，数轴上点A所表示的数为$\sqrt{3}$，点B到点A的距离为1个单位长度，则点B所表示的数是(　　)

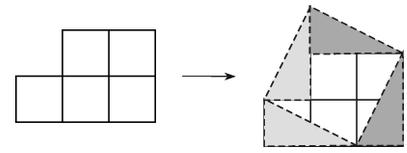


A. $\sqrt{3}-1$　　B. $\sqrt{3}+1$

C. $\sqrt{3}-1$或$\sqrt{3}+1$　　D. $1-\sqrt{3}$或$1+\sqrt{3}$

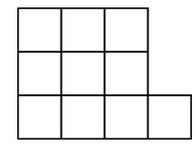
拓展创新

7. (1)如图所示，有5个边长为1的小正方形组成的纸片，可以把它剪拼成一个正方形. 则拼成的正方形的面积是_____，边长是_____；



(2)在数轴上作出表示$\sqrt{5}$，$-2\sqrt{5}$的点；

(3)如图是由10个小正方形组成的图形，你能将其剪开并拼成一个大正方形吗？若能，在图中画出拼接后的正方形，并求其边长；若不能，请说明理由.



第二学时

问题导学

小聪和小明的争论又开始了.小聪的疑问是:既然相反数、绝对值的意义对实数同样适用,那么运算法则及性质也适用吗?小明认为当然适用.小聪对$\sqrt{2}+\sqrt{3}$犯难了.他知道$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$,所以结果如果是$\sqrt{5}$的话,而$\sqrt{5}\approx2.236$,显然不对.可这个算式该如何计算?其结果又该如何表示呢?

亲爱的同学们,你有思路吗?看教材中是怎样解决这类问题的吧!

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p56 的例 2、例 3,要认真体会例题的思路及依据哦!

1. 实数之间可以进行加、减、乘、除(除数不为0)、乘方、开方运算吗?

2. 在进行实数运算时,有理数的运算法则及运算性质还适用吗?

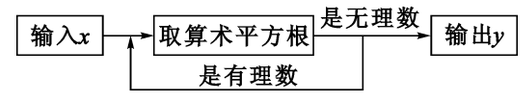
3. 在实数运算中,当遇到无理数并且需要求出结果的近似值时,应该怎样做?

4. 教材例 3 中结果要求保留小数点后两位,但对无理数取近似值时,为何多取一位?

5. 完成教材 p56“练习 4”.

自主测评

1. 有一个数值转换器,原理如下:



当输入的 $x=4$ 时,输出的 y 是 (　　)

A. $-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 4

2. 下列运算正确的是 (　　)

A. $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{2}+\sqrt{3}=4\sqrt{2}$

C. $\sqrt{9}=\pm3$

D. $\sqrt[3]{-27}=-3$

3. 计算下列各式的值:

(1) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{3}$;

(2) $\sqrt{0.36}+\sqrt{\frac{9}{25}}$;

(3) $\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

4. 已知 a,b 互为倒数,c,d 互为相反数,求 $-\sqrt[3]{ab}+\sqrt{c+d}+1$ 的值.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

我们以前学过的运算律在实数范围内适用吗?

合作学习

难点探究

1. 在数轴上与表示$\sqrt{3}$的点距离最近的整数点所表示的数是____,这两点间的距离是_____,表示$\sqrt{3}$的点与表示 1 的点之间的距离是_____.

2. 比较下列算式结果的大小:(在横线上填“>”“<”或“=”号)

4^2+5^2 _____ $2\times4\times5$;

$(-1)^2+2^2$ _____ $2\times(-1)\times2$;

$(\sqrt{3})^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2$ _____ $2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{3}$;

3^2+3^2 _____ $2\times3\times3$.

通过观察归纳,写出反映这一规律的一般结论.

3. 两个无理数的和、差、积、商一定是 (　　)

A. 无理数　　B. 有理数

C. 0　　D. 实数

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

计算下列各式的值:

(1)$(-1)^{2\,020}+|1-\sqrt{2}|-\sqrt[3]{8}$;

(2)$\sqrt{3}+\sqrt{2}-|\pi-3.14|$(结果精确到 0.01).

归纳梳理

与有理数一样,实数也可以进行加、减、乘、除(除数不为 0)、乘方运算,有理数的运算法则和运算性质在实数范围内仍然适用. 在实数范围内,正数和 0 可以进行开平方运算,正数、0、负数都可以进行开立方运算. 在实数的运算中,当遇到无理数并且要求出结果的近似值时,可以按照所要求的精确度对无理数取近似值,再进行计算.

深化拓展

基础反思

1. 计算:$\sqrt{(-4)^2}+\sqrt[3]{(-4)^3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\sqrt[3]{-27}$.

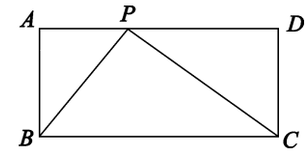
2. 画一条数轴,在数轴上表示$-\sqrt{2}$,2,0,$-\frac{1}{2}$及它们的相反数,并比较所有数的大小,按从小到大的顺序用“<”号连接起来.

能力提升

3. 如图,在长方形 $ABCD$ 中,$AB=2\sqrt{5}$ cm,$BC=4\sqrt{5}$ cm,点 P 以$\sqrt{5}$ cm/s 的速度在长方形的边上从点 A 出发,沿 A—D—C 的路径运动,到点 C 停止. 求:

(1)当点 P 运动 2 s 时,$\triangle BAP$的面积;

(2)当点 P 运动 5 s 时,$\triangle BCP$的面积.



拓展创新

4. 用计算器探索:按一定规律排列的一组数:1,$\sqrt{2}$,$-\sqrt{3}$,2,$\sqrt{5}$,$-\sqrt{6}$,$\sqrt{7}$,…,如果从 1 开始依次连续选取若干个数,使它们的和大于 5,那么至少要选_____个数.

第六章小结

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p60 的有关内容，进一步思考下列问题.

1. 用根号表示数的平方根、立方根时要注意什么？

2. π 是我们接触的第一个无理数，无理数常以哪些形式出现呢？无理数的发现使数字家族发生了什么变化？数的范围扩大后，有关概念、运算等有什么发展变化？

自主测评

1. ±2 是 4 的 （　　）

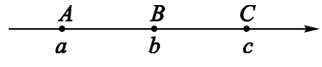
A. 平方根　　B. 相反数

C. 绝对值　　D. 算术平方根

2. 64 的立方根是 （　　）

A. 8　　B. ±8　　C. 4　　D. ±4

3. 如图所示，数轴上的 A，B，C 三点所表示的数分别为 a，b，c，其中 $AB=BC$. 如果 $|a|>|c|>|b|$，那么该数轴的原点 O 的位置应该在 （　　）



A. 点 A 的左边

B. 点 A 与点 B 之间

C. 点 B 与点 C 之间

D. 点 C 的右边

4. 若 $3a-22$ 和 $2a-3$ 是 m 的两个平方根，则 $\sqrt{\frac{1}{m}}$ 的值为 （　　）

A. $\frac{1}{7}$　　B. $\frac{1}{5}$

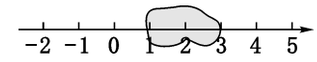
C. $\frac{1}{35}$　　D. $\frac{1}{19}$

5. 与 $1+\sqrt{5}$ 最接近的整数是 （　　）

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

6. 若将三个数 $-\sqrt{3}$，$\sqrt{7}$，$\sqrt{11}$ 表示在数轴上，其中能被如图所示的墨迹覆盖的数是_____.



7. 把 7 的平方根和立方根按从小到大的顺序排列为_____.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1. 能够说明“$\sqrt{x^2}=x$ 不成立”的 x 的值是_____（写出一个即可）.

2. $\sqrt[3]{8}$ 的立方根是 （　　）

A. 2　　B. $\sqrt{2}$

C. $\pm\sqrt{2}$　　D. $\sqrt[3]{2}$

3. 在下列实数：$\sqrt{27}$，$-\sqrt[3]{27}$，0，$\sqrt{160}$，$\sqrt{0.16}$，$\sqrt{0.8}$ 中，所有的有理数之和是_____.

4. 在数轴上，点 A（表示整数 a）在原点的左侧，点 B（表示整数 b）在原点的右侧. 若 $|a-b|=2\,019$，且 $AO=2BO$，则 $a+b$ 的值为_____.

5. 已知 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$b=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$c=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则下列大小关系正确的是 （　　）

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$

C. $b>a>c$　　D. $a>c>b$

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

如何利用数轴帮助我们更好地理解实数的相反数、绝对值的意义？

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

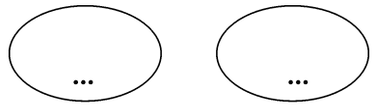
展示交流

1. 在1,2,3,…,100这100个自然数的算术平方根和立方根中,无理数有_____个.

2. 点A在数轴上和原点相距2个单位长度,点B在数轴上和原点相距$\sqrt{6}$个单位长度,则A,B两点之间的距离为_____.

3. 把下列各数分别填在相应的集合中,并从有理数集合和无理数集合中各选两个数进行四则运算,使得到的运算结果为整数.

$-\frac{11}{2}$,$\sqrt{2}$,$-\sqrt{4}$,0,$-\sqrt{0.4}$,$\sqrt[3]{8}$,$\frac{\pi}{4}$,$0.\dot{2}\dot{3}$,3.14,$\sqrt{2}-1$,$\sqrt{10}$,$\sqrt{3}$,$-\sqrt{27}$



有理数集合　　无理数集合

归纳梳理

通过本章的学习,我们应该明确:

1. 掌握算术平方根和平方根、立方根的意义是学习本章的关键.在学习时要抓住平方根(立方根)与平方(立方)之间的关系.例如,可以通过平方(立方)运算来寻求平方根(立方根),并可以用来验证开平方(开立方)的正确性.乘方运算与开方运算互为逆运算.

2. 任意一个正实数有两个平方根,0的平方根是0,负实数没有平方根.而任意一个实数有且只有一个立方根,正数的立方根为正数,0的立方根是0,负数的立方根为负数.

3. 有理数与无理数统称为实数.实数与数轴上的点之间有着一一对应关系.

深化拓展

基础反思

1. 计算$\sqrt{36}$的结果为　　(　　)

A. 6　　B. -6

C. 18　　D. -18

2. 在3.141 59,$-\sqrt[3]{8}$,0.131 131 113…(每相邻两个1之间依次多一个3),$-\pi$,$\sqrt{25}$,$-\frac{1}{7}$中,无理数的个数是　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3. 下列各式化简结果为无理数的是　　(　　)

A. $\sqrt[3]{27}$　　B. $(\sqrt{2})^2$

C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{(-2)^2}$

4. 估计$\sqrt{10}+1$的值是　　(　　)

A. 在2和3之间　　B. 在3和4之间

C. 在4和5之间　　D. 在5和6之间

能力提升

5. 下列说法中,正确的是　　(　　)

A. 不带根号的数不是无理数

B. 8的立方根是±2

C. 绝对值是$\sqrt{3}$的实数是$\sqrt{3}$

D. 每个实数都对应数轴上的一个点

6. 下列运算正确的是　　(　　)

A. $\sqrt{4}=\pm2$　　B. $(-2)^2=-4$

C. $\sqrt[3]{-8}=-2$　　D. $-|-2|=2$

7. 在学习了《实数》这一章后,小明发现:$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}=\sqrt{\frac{4}{9}}$;$\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}=\frac{5}{6}=\sqrt{\frac{25}{36}}$;等等.根据小明发现的规律,若代数式$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{a}}$的值为不等于1的整数,则整数$a=$_____.

拓展创新

8. 若x使$(x-1)^2=4$成立,则x的值是(　　)

A. 3　　B. -1　　C. 3或-1　　D. ±2

第六章　数学能力提升与评价

本章体现的数学能力主要有数感和运算能力.

一、数感

数感主要是指关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟. 无理数,一个无限不循环小数,怎样来感知它的大小呢? 我们自有高招! 第一招,发挥计算器的作用,我们可以看清无理数的"庐山真面目";第二招,用有理数夹逼的方法,利用不足近似值和过剩近似值来估计一个无理数的大小,通过一步一步地估计,得到该无理数越来越精确的近似值;第三招,用有理数估计无理数的大小. 如,因为 $49<50<64$,所以 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$,即 $7<\sqrt{50}<8$. 于是,我们知道 $\sqrt{50}$ 是介于 7 和 8 之间的一个无限不循环小数. 如此,我们对实数的感悟能力会越来越高,这种能力更有助于我们理解现实生活中数的意义,更易理解或表达具体情境中的数量关系.

[能力提升]

例 1　观察例题:

∵　$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$,即 $2<\sqrt{7}<3$,

∴　$\sqrt{7}$ 的整数部分为 2,小数部分为 $\sqrt{7}-2$.

请你观察上述规律后解决下面的问题:

(1)规定用符号 $[m]$ 表示实数 m 的整数部分,例如:$\left[\frac{2}{3}\right]=0$,$[3.14]=3$,按此规定 $[\sqrt{10}+1]$ 的值为_____;

(2)如果 $\sqrt{3}$ 的小数部分为 a,$\sqrt{5}$ 的小数部分为 b,求 $\sqrt{3}\cdot a+\sqrt{5}\cdot b-8$ 的值.

分析:(1)因为 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$,所以 $\sqrt{10}$ 介于整数 3 和 4 之间,$\sqrt{10}+1$ 应介于整数 4 和 5 之间,故 $[\sqrt{10}+1]$ 应为 4.

(2)同理可分析得 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$,故 $\sqrt{3}$ 介于整数 1 和 2 之间;$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$,故 $\sqrt{5}$ 介于整数 2 和 3 之间. 故 $a=\sqrt{3}-1$,$b=\sqrt{5}-2$,代入所求式子计算即可.

解:(1)4

(2)∵　$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$,即 $1<\sqrt{3}<2$,

∴　$\sqrt{3}$ 的整数部分为 1,小数部分为 $a=\sqrt{3}-1$.

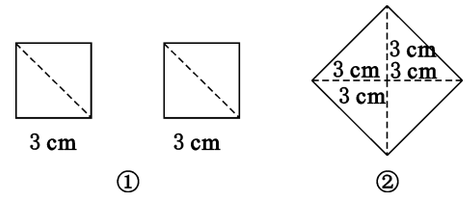
∵　$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$,即 $2<\sqrt{5}<3$,

∴　$\sqrt{5}$ 的整数部分为 2,小数部分为 $b=\sqrt{5}-2$.

∴　$\sqrt{3}\cdot a+\sqrt{5}\cdot b-8=\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)+\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)-8=3-\sqrt{3}+5-2\sqrt{5}-8=-\sqrt{3}-2\sqrt{5}$.

[自我评价]

1. 将如图①所示的两块边长为 3 cm 的正方形纸板沿图中虚线剪开,拼成如图②所示的一个大正方形,你能求出这个大正方形的面积吗? 它的边长是整数吗? 若不是整数,请你估计这个大正方形的边长在哪两个整数之间.



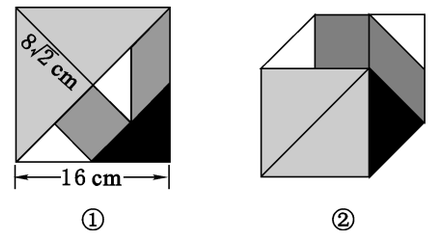
二、运算能力

和以前学过的加、减、乘、除、乘方一样,开方也是一种运算,并不神秘.

只要我们依据定义、法则和运算律,类比有理数的运算进行实数的运算,保证每一步运算有正确的算理,并寻求合理、简捷的运算途径,就一定能提高自己运算的准确性,运算能力也会越来越强.

[能力提升]

例 2　小明利用七巧板(如图①所示)中各板块的边长之间的关系拼成了一个凸六边形(如图②所示),则该凸六边形的周长是_____.



解析:如图③所示:图形1的边长分别是16,$8\sqrt{2}$,$8\sqrt{2}$;

图形2的边长分别是16,$8\sqrt{2}$,$8\sqrt{2}$;

图形3的边长分别是8,$4\sqrt{2}$,$4\sqrt{2}$;

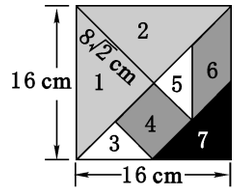
图形4为正方形,其边长是$4\sqrt{2}$;

图形5的边长分别是8,$4\sqrt{2}$,$4\sqrt{2}$;

图形6为平行四边形,其两邻边的长分别是$4\sqrt{2}$,8;

图形7的边长分别是8,8,$8\sqrt{2}$.

∴ 凸六边形的周长$=8+2\times8\sqrt{2}+8+4\sqrt{2}\times4=32\sqrt{2}+16$.



③

故答案为:$(32\sqrt{2}+16)$ cm.

[自我评价]

2. 规定:$\log_a b(a>0,a\neq1,b>0)$表示a,b之间的一种运算.现有如下的运算法则:$\log_n n^a=a$,$\log_N M=\frac{\log_n M}{\log_n N}(n>0,n\neq1,N>0,N\neq1,M>0)$.

例如:$\log_2 2^3=3$,$\log_2 5=\frac{\log_{10}5}{\log_{10}2}$.求$\log_{100}1\ 000$的值.

第六章测评

（测评时间：60 分钟　满分：100 分）

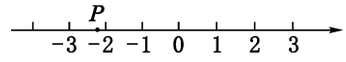
一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1. 下列各组数中，两数乘积为 1 的是　（　　）

A. 2 和 -2　　B. -2 和 $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{3}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$ 和 $-\sqrt{3}$

2. 如图，数轴上的点 P 表示的数可能是（　　）



A. $\sqrt{5}$　　B. $-\sqrt{5}$　　C. -3.8　　D. $-\sqrt{10}$

3. 下列各式中正确的是　（　　）

A. $\sqrt{9}=\pm3$

B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt[3]{9}=3$

D. $\sqrt{9}-\sqrt{4}=1$

4. 已知下列结论：

①在数轴上只能表示无理数 $\sqrt{2}$；

②任何一个无理数都能用数轴上的点表示；

③实数与数轴上的点一一对应；

④有理数有无限个，无理数有有限个；

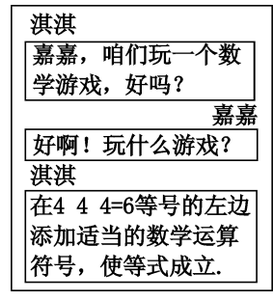
⑤不带根号的数不是无理数.

其中正确的结论是　（　　）

A. ①②⑤　　B. ②③

C. ③④　　D. ②③④⑤

5. 如图是国际数学日当天淇淇和嘉嘉的微信对话，根据对话内容，下列选项错误的是　（　　）



A. $4+4-\sqrt{4}=6$

B. $\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}=6$

C. $4+\sqrt[3]{4+4}=6$

D. $4^{-1}\div\sqrt{4}+4=6$

6. 下列各组数中互为相反数的是　（　　）

A. 5 和 $\sqrt{(-5)^2}$　　B. -5 和 $\frac{1}{5}$

C. -5 和 $\sqrt[3]{-125}$　　D. $-|-5|$ 和 $-(-5)$

7. 已知一个正方体的表面积为 12 dm^2，则这个正方体的棱长为　（　　）

A. 1 dm　　B. $\sqrt{2}$ dm　　C. $\sqrt{6}$ dm　　D. 3 dm

8. 下列各数：-2，0，$\frac{1}{3}$，0.020 020 002…（每相邻两个 2 之间依次多一个 0），π，$\sqrt{9}$，其中无理数的个数是　（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

9. 计算 $2\sqrt{2^2}-\sqrt[3]{2^3}$ 的结果为　（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $2(1-\sqrt{2})$

10. 估计 $\sqrt{7}+1$ 的值在　（　　）

A. 2 和 3 之间　　B. 3 和 4 之间

C. 4 和 5 之间　　D. 5 和 6 之间

二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分. 把答案填在题中的横线上）

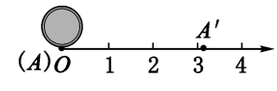
11. 写出一个比 3 大且小于 4 的无理数：_____.

12. 将实数 $\sqrt{5}$，π，0，-6 由小到大用“<”号连起来，可表示为_____.

13. 实数 0.25 的算术平方根是_____.

14. 下列各数：①3.141，②$\sqrt{5}$，③π，④$-\frac{2}{3}$，⑤0.303 000 300 000 3…（每相邻两个 3 之间依次多两个 0），⑥$0.\dot{4}0\dot{1}$，其中是有理数的有_____；是无理数的有_____.（填序号）

15. 如图，A 是硬币圆周上一点，硬币与数轴的接触点为原点 O（A 与 O 点重合）. 假设硬币的直径为 1 个单位长度，若将硬币沿数轴正方向滚动一周，点 A 恰好与数轴上的点 A' 重合，则点 A' 对应的实数是_____.



16. 已知$\sqrt{a-2}+\sqrt{b+3}=0$,则$(a-b)^2=$_____.

17. $\sqrt{3}-2$的相反数是_____,绝对值是_____.

18. 观察下列各式:$\sqrt{1+\frac{1}{3}}=2\sqrt{\frac{1}{3}}$,$\sqrt{2+\frac{1}{4}}=3\sqrt{\frac{1}{4}}$,$\sqrt{3+\frac{1}{5}}=4\sqrt{\frac{1}{5}}$,……根据你发现的规律,若式子$\sqrt{a+\frac{1}{b}}=8\sqrt{\frac{1}{b}}$($a$,$b$为正整数)符合以上规律,则$\sqrt{a+b}=$_____.

三、解答题(本大题共7个小题,共56分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19.(本小题满分8分)

计算下列各题:

(1)$-\sqrt{2\frac{1}{4}}+\sqrt[3]{\frac{7}{8}-1}-\sqrt[3]{-1}-\sqrt[3]{-0.125}+\sqrt[3]{-27}$;

(2)$|1-\sqrt{2}|+|\sqrt{3}-\sqrt{2}|+|\sqrt{3}-\sqrt{4}|-\left|\sqrt{\frac{1}{4}}-2\right|$.

20.(本小题满分8分)

解下列方程:

(1)$(x-4)^3=-27$;

(2)$3(3x-1)^2=192$.

21.(本小题满分6分)

观察下列各式:

$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1\times2}$,

$\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2\times3}$,

$\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3\times4}$,

……

请利用你所发现的规律,计算:

$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{10^2}}$.

22.(本小题满分8分)

已知a为正数,$\sqrt{29-a}$为整数.

(1)求$\sqrt{29-a}$的最小值及此时a的值;

(2)求$\sqrt{29-a}$的最大值及此时a的值.

23.(本小题满分8分)

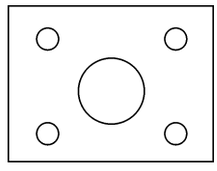
国际比赛的足球场的长在100米到110米之间,宽在64米到75米之间,现有一个长方形的足球场,其长是宽的1.5倍,面积是7 560平方米,那么这个足球场是否能用作国际比赛?

24.（本小题满分 8 分）

如图，学校有一块长方形空地，它的长与宽的比为 5∶4，面积为 2 600 m^2.

(1)求该长方形的长和宽（结果保留 1 位小数）；

(2)现要在空地中规划出 5 个圆形区域进行绿化，圆形区域的总面积为 600 m^2，其中四周的四个小圆的半径相等，中间大圆的半径为小圆半径的 3 倍，你能估计出小圆的半径吗（结果保留 1 位小数）？



25.（本小题满分 10 分）

观察下列等式：

第 1 个等式：$a_1=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$，

第 2 个等式：$a_2=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，

第 3 个等式：$a_3=\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}=2-\sqrt{3}$，

第 4 个等式：$a_4=\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}=\sqrt{5}-2$，

按上述规律，回答以下问题：

(1)请写出第 n 个等式：$a_n=$_____；

(2)$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=$_____.