

## 整体感知

同学们,八年级上学期我们学习了整式的乘除,完善了整式的知识,本学期我们将学习分式,将整式扩充为有理式.第16章“分式”与分数有许多类似的性质,它既研究了分式的基本性质和分式的运算,又研究了可化为一元一次方程的分式方程.借助分式的运算,还引进了零指数幂及负整数指数幂,使得用科学记数法来表示绝对值小于1的数成为可能.

第17章“函数及其图象”是继数、式、方程之后的又一重要内容,表示函数关系的方法通常有解析法、列表法和图象法.通过对一次函数和反比例函数的研究,可以使大家对函数的概念、图象、性质和简单应用等知识有一个较全面的印象,也为今后学习二次函数打下了基础.在学习函数及其图象时,要注意领会并形成函数思想,用运动变化和发展的眼光看世界,形成正确的世界观.

平行四边形是一类常见的特殊四边形,第18章分别从平行四边形的边、角、对角线等不同的角度出发,研究它的性质以及判定方法,进一步发展同学们的逻辑思维能力.

矩形、菱形与正方形都是特殊的平行四边形,第19章研究了它们的性质以及判定方法.平行四边形、矩形、菱形和正方形的知识比较复杂,但是它们之间有许多相似之处,如果从边、角、对角线及对称性的角度进行归纳整理就能做到条理清晰、简明易识.

第20章“数据的整理与初步处理”又一次引导大家学习统计知识.同学们要理解平均数、中位数、众数是表示一组数据一般水平的量,方差是表示一组数据波动情况的量,它们都有各自的适用范围,在解决实际问题时要能够合理地选用.在整理数据时,条形统计图、折线统计图与扇形统计图是表示数据的常用统计图,同学们要能够读懂这些统计图,了解其中所蕴含的信息.

在学习中同学们要尝试对每章内容进行复习、归纳,使所学知识框架化、结构化,这样会便于理解,加深记忆,方便运用.

同学们,通过之前的学习和积累,相信你们已经初步具备了基本的数学素养,在学习本学期内容的过程中,你们还将在符号意识、运算能力、推理能力、空间观念、几何直观、数据分析观念、模型思想、应用意识及创新意识等方面有更多的收获与发展.

符号意识主要是指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律;知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性.建立符号意识有助于同学们理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式.

运算能力主要是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力.培养运算能力有助于同学们理解运算的算理,寻求合理简洁的运算途径解决问题.

空间观念主要是指根据物体特征抽象出几何图形,根据几何图形想象出所描述的实际物体;想象出物体的方位和相互之间的位置关系;描述图形的运动和变化;依据语言的描述画出图形等.



几何直观主要是指利用图形描述和分析问题.借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象,有助于探索解决问题的思路,预测结果.几何直观可以帮助同学们直观地理解数学,在整个数学学习过程中都发挥着重要作用.

推理能力的发展应贯穿于整个数学学习过程中.推理是数学的基本思维方式,也是我们学习和生活中经常使用的思维方式.推理一般包括合情推理和演绎推理,合情推理是从已有的事实出发,凭借经验和直觉,通过归纳和类比等方法推断某些结果;演绎推理是从已有的事实(包括定义、公理、定理等)和确定的规则(包括运算的定义、法则、顺序等)出发,按照逻辑推理的法则证明和计算.在解决问题的过程中,两种推理功能不同,相辅相成:合情推理用于探索思路,发现结论;演绎推理用于证明结论.

数据分析观念包括:了解在现实生活中有许多问题应当先做调查研究,收集数据,通过分析做出判断,体会数据中蕴涵着信息;了解对于同样的数据可以有多种分析方法,需要根据问题的背景选择合适的方法;通过数据分析体验随机性,一方面对于同样的事情每次收集到的数据可能不同,另一方面只要有足够的数据就可能从中发现规律.

模型思想的建立是同学们体会和理解数学与外部世界联系的基本途径.建立和求解模型的过程包括:从现实生活或具体情境中抽象出数学问题,用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题中的数量关系和变化规律,求出结果并讨论结果的意义.这些内容的学习有助于同学们初步形成模型思想,提高学习数学的兴趣和应用意识.

应用意识有两个方面的含义,一方面,有意识地利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的现象,解决现实世界中的问题;另一方面,认识到现实生活中蕴涵着大量与数量和图形有关的问题,这些问题可以抽象成数学问题,用数学的方法予以解决.综合实践活动是培养应用意识很好的载体.

创新意识的培养是现代数学教育的基本任务,应体现在数学教与学的过程之中.同学们自己发现和提出问题是创新的基础;独立思考、学会思考是创新的核心;归纳概括得到猜想和规律,并加以验证,是创新的重要方法.



# 第 16 章 分 式

## 学习导航



### 本章纵览

本章主要内容可以分为三个部分:分式及其运算;可化为一元一次方程的分式方程;零指数幂与负整数指数幂.

分式有与分数类似的基本性质,分式的运算也与分数的运算十分相似,同样有加、减、乘、除以及乘方运算.分式的学习就是在与分数类比中进行的,分式的学习使得有理式知识更加趋于完整.

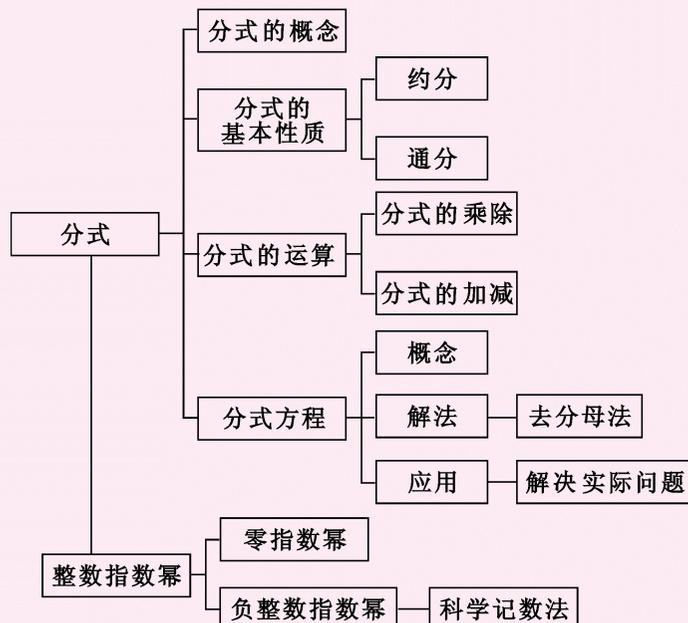
与整式有整式方程一样,分式也有分式方程,目前同学们所接触的分式方程是一些可化为一元一次方程的简单类型.分式方程通过去分母,就可以转化为一元一次方程求解了.不过,在将分式方程转化为整式方程时,方程两边同乘以一个含未知数的整式,并约去分母,有时可能会产生不适合原分式方程的根,这种根通常称为增根,因此解分式方程时需要进行检验.

在借助分式的运算中,自然而然地引进了零指数幂及负整数指数幂,这样正整数指数幂的概念就扩充到了整数指数幂.零指数幂及负整数指数幂的引进,使得用科学记数法来表示绝对值小于 1 的数成为可能.

在以后的数学学习中,经常会借助分式的有关知识解决一些困难问题,让我们共同探索吧!



### 知识要点





## 学习要求

1. 了解分式的概念,通过与分数的类比,掌握分式的基本性质,并能熟练地进行分式的约分和通分.
2. 理解和掌握分式加、减、乘、除的运算法则,能熟练地进行简单的分式加、减、乘、除及乘方运算,并将运算结果化成最简分式.
3. 了解分式方程的概念,会解一些简单的可化为一元一次方程的分式方程.知道解分式方程可能产生增根的原因,理解检验的必要性,并会进行检验.能列出分式方程解有关的应用题.
4. 理解零指数幂及负整数指数幂的意义,知道幂的主要性质仍然成立.会用科学记数法表示绝对值小于1的数,进而会用科学记数法表示所有的数.



## 学法指导

1. 注意分式与分数的联系,通过分数认识分式.
2. 重视分式、分式方程与现实生活的联系,感受建模思想.
3. 注意分式方程的特殊性,抓住解分式方程的关键步骤.



## § 16.1 分式及其基本性质

## 第一学时



## 问题导学

水果超市购进一箱苹果需要  $a$  元, 已知苹果与箱子的总质量为  $m$  kg, 箱子的质量为  $n$  kg, 为了不亏本, 这箱苹果的零售价至少应定为每千克多少元?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>2</sub> 中“例 1”前面的部分, 并回答下列问题.

(1) 在“做一做”中, 同学们所列出的式子分别是 \_\_\_\_\_, 其中 \_\_\_\_\_ 是整式, \_\_\_\_\_ 不是整式. 不是整式的式子有什么共同特征? \_\_\_\_\_.

(2) 形如  $\frac{A}{B}$  ( $A, B$  是 \_\_\_\_\_, 且  $B$  中含有 \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_  $\neq 0$ ) 的式子, 叫做分式. 其中 \_\_\_\_\_ 叫做分式的分子, \_\_\_\_\_ 叫做分式的分母.

(3) 整数和分数统称为 \_\_\_\_\_. 类似地, \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 统称为有理式.

2. 阅读教材 P<sub>2</sub> 中的“例 1”部分.

判断分式的关键是 \_\_\_\_\_.

3. 阅读教材 P<sub>2-3</sub> 中的“注意”和“例 2”部分.

要使分式有意义, 必须且只需分母的值不等于 \_\_\_\_\_.

## 自主测评

1. 判断下列各有理式中, 哪些是整式? 哪些是分式?

(1) 1; (2)  $r$ ; (3)  $\frac{4}{3}\pi r^3$ ;

(4)  $\frac{1}{x+1}$ ; (5)  $\frac{2x+1}{3}$ .

2. (2018 · 武汉) 若分式  $\frac{1}{x+2}$  在实数范围内有意义, 则实数  $x$  的取值范围是 ( )

- (A)  $x > -2$  (B)  $x < -2$   
(C)  $x = -2$  (D)  $x \neq -2$

3. (2018 · 金华) 若分式  $\frac{x-3}{x+3}$  的值为 0, 则  $x$  的值为 ( )

- (A) 3 (B) -3  
(C) 3 或 -3 (D) 0

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

分式满足什么条件时有意义?



## 合作学习

## 难点探究

1.  $\frac{2x^2}{\pi}$  是分式吗? 为什么?

2. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0, 则  $x$  的值为 ( )

- (A) 0 (B) 1  
(C) -1 (D)  $\pm 1$

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

你注意到分式的值为 0 与分式有意义之间的区别与联系了吗?



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

## 展示交流

1. 求使下列分式有意义的  $x$  的取值范围:

(1)  $\frac{1}{2+x}$ ;

(2)  $\frac{2-x}{4x+1}$ ;

(3)  $\frac{x}{|x|-1}$ ;

(4)  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ .

2. 若分式  $\frac{|x|-1}{x+1}$  的值为 0, 则  $x$  的值是 ( )

- (A) 1                      (B) -1  
(C)  $\pm 1$                   (D) 2



## 归纳梳理

1. 判断一个式子是否为分式的关键是 \_\_\_\_\_.

2. 分式  $\frac{A}{B}$  有意义的条件是 \_\_\_\_\_.

3. 分式  $\frac{A}{B}$  的值为 0 的条件是 \_\_\_\_\_.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 下列式子中, 哪些是整式? 哪些是分式?

①  $-\frac{x}{3}$ ; ②  $\frac{x}{a}$ ; ③  $\frac{2}{3}x-9y$ ; ④  $-\frac{1}{8}$ ;

⑤  $\frac{2}{5+y}$ ; ⑥  $\frac{2}{t}$ ; ⑦  $\frac{x+a}{2}$ ; ⑧  $x^2+\frac{3y^2}{8}$ .

整式: \_\_\_\_\_ (填序号);

分式: \_\_\_\_\_ (填序号).

2. 下列分式中, 不论  $x$  取何值, 分式都有意义的是

( )

(A)  $\frac{1}{2x+1}$

(B)  $\frac{x}{3x+1}$

(C)  $\frac{3x+1}{x^2}$

(D)  $\frac{x^2}{2x^2+1}$

### 能力提升

3. 当  $x$  取什么值时, 分式  $\frac{2x+1}{3x-1}$  的值为 0?

4. 请写一个只含字母  $x$  的分式, 且要求  $x$  的取值范围是  $x \neq 3$ : \_\_\_\_\_.

### 拓展创新

5. 已知分式  $\frac{2x+1}{2x^2+1}$  的值是负数, 求  $x$  的取值范围.

## 第二学时



## 问题导学

在进行分数的化简与运算时,常常要进行约分和通分,其主要依据是分数的基本性质.那么,在分式中是不是也可以约分呢?分式又具有什么性质呢?本学时我们一起来探讨这个问题.



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>3</sub> 中“例 3”前面的部分.

(1) 分数的基本性质:分数的分子与分母都乘以(或都除以) \_\_\_\_\_,分数的值不变.

(2) 分式的基本性质:分式的分子与分母都乘以(或都除以) \_\_\_\_\_,分式的值不变.

2. 阅读教材 P<sub>3</sub> 中的“例 3”部分.

(1) 分式的约分,是把一个分式的分子与分母的 \_\_\_\_\_ 约去.

(2) 想一想:怎样找出分式的分子与分母的公因式?

(3) 如果分式的分子、分母是多项式,那么约分时要先将这个分式的分子、分母 \_\_\_\_\_,然后约去它们的 \_\_\_\_\_.

(4) 一个分式的分子、分母 \_\_\_\_\_ 时,这个分式叫做最简分式.约分时,一般要约到最简分式或整式为止.

3. 阅读教材 P<sub>4</sub> 中的“例 4”部分.

(1) 与分数的通分类似,分式的通分是把几个 \_\_\_\_\_ 的分式分别化成与原来分式的值 \_\_\_\_\_ 的同分母的分式.

(2) 通分的关键是确定几个分式的最简公分母,想一想,怎样确定分式的最简公分母?

## 自主测评

1. 下列等式中正确的是 ( )

(A)  $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$  (B)  $\frac{x+2}{y+2} = \frac{x}{y}$

(C)  $\frac{4x^2}{2xy} = \frac{2x}{y}$  (D)  $\frac{x+3}{y-1} = \frac{3x+3}{3y-3}$

2. 下列分式属于最简分式的是 ( )

(A)  $\frac{4}{2x}$  (B)  $\frac{2x}{x^2+1}$

(C)  $\frac{x-1}{x^2-1}$  (D)  $\frac{1-x}{x-1}$

3. 化简  $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab}$  的结果为 ( )

(A)  $-\frac{b}{a}$  (B)  $\frac{a-b}{a}$

(C)  $\frac{a+b}{a}$  (D)  $-b$

4. 约分:

(1)  $\frac{2ax^2y}{3axy^2}$ ;

(2)  $\frac{a^2b+ab^2}{a^3b-ab^3}$ .

5. 通分:

(1)  $\frac{1}{3x^2}, \frac{5}{12xy}$ ;

(2)  $\frac{1}{x^2+x}, \frac{1}{x^2-x}$ .

收获与问题 在自主学习中,你发现了什么呢?

你知道怎样确定分式的公分母和公因式了吗?



## 合作学习

### 难点探究

1. 不改变分式  $\frac{0.3x-4}{0.5x+6}$  的值, 把它的分子和分母中的各项系数都化为整数, 所得结果为 ( )

(A)  $\frac{3x-4}{5x+6}$       (B)  $\frac{3x-40}{5x+60}$

(C)  $\frac{3x-10}{x+12}$       (D)  $\frac{3x-40}{x+12}$

2. (2018 · 莱芜) 若  $x, y$  的值均扩大为原来的 3 倍, 则下列分式的值保持不变的是 ( )

(A)  $\frac{2+x}{x-y}$       (B)  $\frac{2y}{x^2}$

(C)  $\frac{2y^3}{3x^2}$       (D)  $\frac{2y^2}{(x-y)^2}$

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

交流分式约分和通分的方法和体会.



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

### 展示交流

先在小组内讨论, 再在全班展示.

请从下列三个代数式中任选两个构成一个分式, 再化简该分式(各个代数式的值均不为 0).

$x^2 - 4xy + 4y^2, x^2 - 4y^2, x - 2y.$

思考: 有同学说分式化简的结果一定还是分

式, 你同意他的说法吗?



## 归纳梳理

1. 分式的基本性质: 分式的分子与分母都乘以(或都除以)同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

2. 将分式化简即约分时, 一般要约到最简分式或整式.

3. 通分时各分式的公分母应是 \_\_\_\_\_.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 根据分式的基本性质填空:

(1)  $\frac{3m^2n}{5am} = \frac{3mn}{( )}$ ;

(2)  $\frac{1-x^2}{(x+1)^2} = \frac{( )}{x+1}$ ;

(3)  $\frac{( )}{c^2+7c} = \frac{1}{c+7}$ .

2. 化成最简分式:

(1)  $\frac{-3x^2y}{9xyz}$ ;

(2)  $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}$ .

3. 通分:

(1)  $\frac{1}{ax}, \frac{1}{bx}$ ;



$$(2) \frac{b}{a-x}, \frac{c}{ay-xy};$$

$$(3) \frac{m-15}{m^2-9}, \frac{2}{3-m}.$$

### ◎ 能力提升

4. 下列等式成立的是 ( )

(A)  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{3}{a+b}$

(B)  $\frac{1}{2a+b} = \frac{1}{a+b}$

(C)  $\frac{ab}{ab-b^2} = \frac{a}{a-b}$

(D)  $\frac{a}{-a+b} = \frac{a}{a+b}$

5. 计算  $\frac{x^2-4}{x-2}$  的结果是 ( )

(A)  $x-2$                       (B)  $x+2$

(C)  $\frac{x-4}{2}$                         (D)  $\frac{x+2}{2}$

6. 若分式  $\frac{xy}{x+y}$  ( $x \neq 0, y \neq 0$ ) 的分子、分母中的  $x$  与  $y$  同时扩大为原来的 2 倍, 则分式的值 ( )

(A) 扩大 2 倍

(B) 缩小为原来的  $\frac{1}{2}$

(C) 不变

(D) 是原来的 2 倍

### ◎ 拓展创新

7. 已知  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$ , 求分式  $\frac{2a+3ab-2b}{a-ab-b}$  的值.

思考: 完成后与其他同学交流一下, 你们的解题思路一样吗?

## § 16.2 分式的运算

### 第一学时



#### 问题导学

在小学,我们学习了分数的乘除法,例如:

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15},$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{5}{6}.$$

类比分数乘除法的运算,分式的乘除法是如何进行的呢?



#### 自主学习

#### 教材导读

阅读教材 P<sub>6-7</sub> 中的内容,回答下列问题.

(1)分式的乘法:分式乘分式,用分子的积作积的 \_\_\_\_\_,分母的积作积的 \_\_\_\_\_,即

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

分式的除法:分式除以分式,把 \_\_\_\_\_ 的分子、分母颠倒位置后,与被除式相乘,即

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)在分式的乘除运算中,如果分子和分母是多项式,应先将分子、分母 \_\_\_\_\_,然后再乘除,最后的结果如果能约分,应化为 \_\_\_\_\_.

(3)分式的乘方法则:把 \_\_\_\_\_ 分别乘方,即  $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \underline{\hspace{2cm}}.$

#### 自主测评

1. 计算:

(1)  $\frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3};$

(2)  $\frac{18a^2b}{5c^2} \div \frac{9ab^3}{15c^2};$

(3)  $\left(\frac{x^2y}{-z^2}\right)^3;$

(4)  $\left(-\frac{2a}{3b}\right)^2.$

2. (1)  $\frac{a+2}{a-2} \cdot \frac{1}{a^2+2a};$

(2)  $\frac{a-1}{a^2-4a+4} \div \frac{a^2-1}{a^2-4}.$

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

总结分式乘除及乘方的运算法则,并和同学交流一下.



#### 合作学习

#### 难点探究

计算:

(1) (2018 · 湖北)  $\frac{4a+4b}{5ab} \cdot \frac{15a^2b}{a^2-b^2};$

(2)  $\frac{m^2+4m+4}{m^2-4} \cdot \frac{m-2}{m^2+2m};$



$$(3) \frac{x+3}{x^2-1} \div \frac{(x+3)(x-1)}{x^2-2x+1};$$

$$(4) (ab-b^2) \div \frac{a^2-b^2}{a+b}.$$

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

请注意分解因式在分式乘除及乘方运算中的作用!



### 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

### 展示交流

先化简  $\frac{x^2+2x+1}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x^2-1}$ , 然后选择一个使分式有意义的数代入求值.



### 归纳梳理

1. 分式的乘除运算应注意:

(1) 分子、分母为多项式时,先\_\_\_\_\_再运算;

(2) 运算的最后结果应是\_\_\_\_\_或整式.

2. 分式的乘方就是把分子、分母分别\_\_\_\_\_.



### 深化拓展

#### 基础反思

1. 下列运算正确的是 ( )

(A)  $\frac{x^6}{x^2} = x^3$  (B)  $\frac{x+y}{x+y} = 0$

(C)  $\frac{-x+y}{x-y} = -1$  (D)  $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a}{b}$

2. 化简  $\frac{2}{x^2-1} \div \frac{1}{x-1}$  的结果是 ( )

(A)  $\frac{2}{x+1}$  (B)  $\frac{2}{x}$

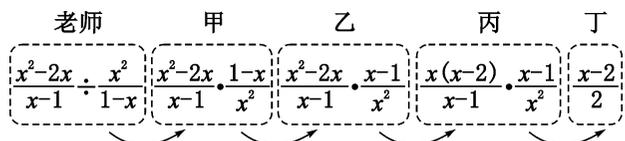
(C)  $\frac{2}{x-1}$  (D)  $2(x+1)$

3. 化简  $\frac{a^2+ab}{a-b} \div \frac{ab}{a-b}$  的结果是 ( )

(A)  $a^2$  (B)  $\frac{a^2}{a-b}$

(C)  $\frac{a-b}{b}$  (D)  $\frac{a+b}{b}$

4. (2018·河北)老师设计了接力游戏,用合作的方式完成分式化简,规则是:每人只能看到前一人给的式子,并进行一步计算,再将结果传递给下一人,最后完成化简.过程如图所示,接力中,自己负责的一步出现错误的是 ( )



(A) 只有乙

(B) 甲和丁

(C) 乙和丙

(D) 乙和丁

#### 能力提升

5. 计算:

(1)  $\frac{2b}{a} \cdot \frac{-a^2}{4bc^2};$

(2)  $\frac{n}{m} \cdot \left(\frac{m^2}{n^2}\right)^3;$

(3)  $\frac{4a^2b^2}{15m^3} \div \frac{-8ab^2}{35m^2};$

$$(4) (xy - x^2) \div \frac{x-y}{xy};$$

$$(5) \frac{2x+2y}{5a^2b} \cdot \frac{10ab^2}{x^2-y^2};$$

$$(6) \frac{x^2+x}{x^2+2x+1} \div x;$$

$$(7) \frac{a^2-4b^2}{a^2-ab} \cdot \frac{a-b}{a^2-2ab}.$$

6. 化简  $\frac{1}{4-a^2} \div \frac{1}{a^2-2a}$ , 并任选一个你认为合适的正整数作为  $a$  的值代入求值.

7. 先化简, 再求值:

$$\frac{x^2-4}{x^3+2x^2+x} \div \left( \frac{x-2}{x} \cdot \frac{x+2}{x+1} \right), \text{ 其中 } x = -\frac{4}{5}.$$

## 拓展创新

8. 给定下面一系列分式:

$$\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$$

其中  $y \neq 0$ .

(1) 把任意一个分式除以前面相邻的一个分式, 你发现了什么规律?

(2) 根据你发现的规律试写出给定的该列分式的第 7 个分式.



## 第二学时



## 问题导学

计算: (1)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ ;

(2)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ .

类比分数的加减法,你能尝试得出分式的加减法运算法则吗?



## 自主学习

## 教材导读

阅读教材 P<sub>8-9</sub> 中的内容,完成下列问题.

(1) 同分母的分式相加减,分母 \_\_\_\_\_,把分子 \_\_\_\_\_,即

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{\quad}{\quad}.$$

异分母的分式相加减,先 \_\_\_\_\_,变为 \_\_\_\_\_ 的分式,然后再加减.

(2) 计算结果不是最简分式,应该通过 \_\_\_\_\_ 进行化简.

(3) 异分母的分式相加减时,要先找最简公分母.

找最简公分母时,如果分母中含有多项式,要先 \_\_\_\_\_.

## 自主测评

1. 下面各运算中,结果正确的是 ( )

(A)  $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{a-1} = \frac{2}{1-a}$

(B)  $-\frac{x}{a} + \frac{x}{-a} = 1$

(C)  $\frac{m}{m-n} - \frac{n}{n-m} = 1$

(D)  $\frac{x^2+4x}{(x+2)^2} + \frac{4}{(x+2)^2} = 1$

2. 计算:

(1)  $\frac{3}{xy} + \frac{5}{xy}$ ;

(2)  $\frac{3x}{x+y} + \frac{3y}{x+y}$ ;

(3)  $\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x}$ .

3. 计算:

(1)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ ;

(2)  $\frac{x-15}{x^2-9} - \frac{3}{3+x}$ .

收获与问题 在自主学习中,你发现了什么呢?

总结分式加减法的运算法则及注意事项,并和同学交流一下.



## 合作学习

## 难点探究

下面是小敏化简分式的过程,请仔细阅读,并解答问题.

$$\begin{aligned} \frac{2}{x+2} - \frac{x-6}{x^2-4} &= \frac{2(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{x-6}{(x+2)(x-2)} && \text{第一步} \\ &= 2(x-2) - x - 6 && \text{第二步} \\ &= 2x - 4 - x + 6 && \text{第三步} \\ &= x + 2. && \text{第四步} \end{aligned}$$

(1) 小敏的解法从第 \_\_\_\_\_ 步开始出现错误;

(2) 写出正确的化简过程.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

如果遇到整式和分式相加减,应如何运算?



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

## 展示交流

先化简  $\left(\frac{2x^2+2x}{x^2-1} - \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{x}{x+1}$ , 然后解答下列问题:

(1) 当  $x=3$  时,求代数式的值;

(2) 原代数式的值能等于  $-1$  吗? 为什么?



## 归纳梳理

1. 分式的加减法:

同分母的分式相加减,分母 \_\_\_\_\_, 分子 \_\_\_\_\_.

异分母的分式相加减,先 \_\_\_\_\_, 变为 \_\_\_\_\_ 的分式,然后再加减.

2. 分子相加减,应该是分子“整体”相加减,注意添括号,结果要化成最简分式或整式.



## 深化拓展

## 基础反思

1. 下列运算结果为  $x-1$  的是 ( )

(A)  $1 - \frac{1}{x}$  (B)  $\frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$

(C)  $\frac{x+1}{x} \div \frac{1}{x-1}$  (D)  $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

2. 化简  $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$  的结果是 ( )

(A)  $x+1$  (B)  $x-1$

(C)  $x^2-1$  (D)  $\frac{x^2+1}{x-1}$

3. 如果  $a+b=2$ , 那么代数式  $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a-b}$  的值是 ( )

(A) 2 (B)  $-2$

(C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{1}{2}$

4. 计算:

(1)  $\frac{m}{2m+1} + \frac{m+1}{2m+1}$ ;

(2)  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-2y}{y-x}$ ;

(3)  $x+y + \frac{y^2}{x-y}$ .

## ◎ 能力提升

5. 化简:

$$(1) \frac{2x}{x+1} - \frac{2x+6}{x^2-1} \div \frac{x+3}{x^2-2x+1};$$

$$(2) \left( \frac{x+8}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} \right) \div \frac{x-4}{x^2-4x+4}.$$

6. 有一道题目如下:

先化简,再求值:  $\left( \frac{x-2}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4} \right) \div \frac{1}{x^2-4}$ , 其中  $x = -\sqrt{3}$ .

小强做题时把“ $x = -\sqrt{3}$ ”错抄成“ $x = \sqrt{3}$ ”,但他的计算结果也是正确的,请你解释这是怎么回事?

## ◎ 拓展创新

7. 观察下列算式:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

.....

(1) 通过观察,你能得到什么结论? 用含  $n$  ( $n$  为正整数) 的等式表示: \_\_\_\_\_;

(2) 利用你得出的结论计算:

$$\frac{1}{(a-1)(a-2)} + \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a-3)(a-4)} + \frac{1}{(a-4)(a-5)}.$$

## § 16.3 可化为一元一次方程的分式方程

### 第一学时



#### 问题导学

为了帮助灾区重建家园,某校号召同学们自愿捐款.已知第一次捐款总金额为4 800元,第二次捐款总金额为5 000元,第二次捐款人数比第一次多20人,而且两次人均捐款额恰好相等.你能求出第一次捐款的人数是多少吗?



#### 自主学习

#### 教材导读

阅读教材 P<sub>12~15</sub> 中“例3”前面的内容,回答下列问题.

(1) 什么叫分式方程? 试着写一个分式方程. 分式方程与整式方程的区别是什么?

(2) 解分式方程的思路是:将方程的两边乘以 \_\_\_\_\_, 约去分母,把分式方程转化为整式方程来解.

所乘的整式通常取方程中出现的各分式的 \_\_\_\_\_.

(3) 如何检验分式方程的解? 分式方程产生增根的原因是什么?

#### 自主测评

1. 下列关于  $x$  的方程中,是分式方程的是 ( )

(A)  $\frac{x+2}{5} - 3 = \frac{3+x}{6}$

(B)  $\frac{x-1}{7+a} = 3-x$

(C)  $\frac{x}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{x}{b}$

(D)  $\frac{(x-1)^2}{x-1} = 1$

2. 解分式方程  $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}$  时分以下四步,其中错误的一步是 ( )

(A) 方程两边分式的最简公分母是  $(x-1)(x+1)$

(B) 方程两边都乘以  $(x-1)(x+1)$ , 得整式方程  $2(x-1) + 3(x+1) = 6$

(C) 解这个整式方程,得  $x=1$

(D) 原方程的解为  $x=1$

3. 解方程:

(1)  $\frac{1}{x-2} = 1$ ;

(2)  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+3}$ ;

(3)  $\frac{1}{2x-4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2-x}$ ;



$$(4) \frac{3}{x+2} = \frac{1}{x+1}.$$

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

解分式方程的一般步骤是什么?



### 合作学习

### 难点探究

若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$  的解为非负数,求  $a$  的取值范围.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

你知道什么是分式方程的增根吗? 解分式方程为什么必须检验?



### 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

### 展示交流

当  $m$  为何值时,关于  $x$  的方程  $\frac{x}{x+5} - 3 = \frac{m}{x+5}$  有一个正数解? 求  $m$  的取值范围.



### 归纳梳理

解分式方程的一般步骤:

- (1) \_\_\_\_\_ ;
- (2) \_\_\_\_\_ ;
- (3) \_\_\_\_\_ ;
- (4) \_\_\_\_\_ .



### 深化拓展

### 基础反思

1. (2018·株洲)关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x} + \frac{3}{x-a} = 0$  的解为  $x=4$ ,则常数  $a$  的值为 ( )  
 (A)  $a=1$                       (B)  $a=2$   
 (C)  $a=4$                         (D)  $a=10$
2. 将分式方程  $1 - \frac{5x+2}{x(x+1)} = \frac{3}{x+1}$  去分母,整理,得 ( )  
 (A)  $8x+1=0$   
 (B)  $8x-3=0$   
 (C)  $x^2-7x+2=0$   
 (D)  $x^2-7x-2=0$
3. 分式方程  $\frac{x}{x-3} = \frac{x+1}{x-1}$  的解为 ( )  
 (A)  $x=1$   
 (B)  $x=-1$   
 (C)  $x=3$   
 (D)  $x=-3$

4. 解方程:

(1)  $\frac{1}{x} = \frac{5}{x+4}$ ;

(2)  $\frac{3}{x^2-9} + \frac{x}{x-3} = 1$ ;

(3)  $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$ .

## ◎ 能力提升

5. 如果  $\frac{x}{x-5} - 2$  与  $\frac{x+1}{x}$  互为相反数, 那么  $x$  的值为

( )

(A)  $\frac{6}{5}$                       (B)  $\frac{5}{6}$

(C)  $\frac{3}{2}$                         (D)  $\frac{2}{3}$

6. 小敏解方程  $\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x} = 1$  的过程如下, 请指出他解答过程中的错误, 并写出正确的解答过程.

解: 方程两边同乘以  $x$ , 得

$1 - (x-2) = 1$ , ①

去括号, 得  $1 - x - 2 = 1$ , ②

合并同类项, 得  $-x - 1 = 1$ , ③

移项, 得  $-x = 2$ , ④

解得  $x = -2$ , ⑤

∴ 原方程的解为  $x = -2$ . ⑥

## ◎ 拓展创新

7. 阅读并完成下列问题.

方程  $x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2}$  的解是  $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}$ ;

方程  $x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$  的解是  $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$ ;

方程  $x + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{4}$  的解是  $x_1 = 4, x_2 = \frac{1}{4}$ ;

.....

(1) 观察上述方程的解, 猜想关于  $x$  的方程  $x + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{5}$  的解是 \_\_\_\_\_;

(2) 根据上面的规律, 猜想关于  $x$  的方程  $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$  的解是 \_\_\_\_\_;

(3) 根据上面的规律, 可将关于  $x$  的方程  $\frac{x^2-2x+2}{x-1} = a - 1 + \frac{1}{a-1}$  变形为 \_\_\_\_\_, 方程的解是 \_\_\_\_\_, 解决这个问题的数学思想是 \_\_\_\_\_.

8. 请解决“问题导学”中的问题.



## 第二学时



## 问题导学

五一期间,几位八年级学生包租一辆面包车前往某旅游景点游玩,面包车的租金为 300 元,出发时,又增加了 4 名同学,且租金不变,这样每名同学所摊的车费是原来的  $\frac{3}{5}$ ,那么参加游玩的同学一共有多少人?

(1)你认为应该用我们学过的哪类数学模型来解决上面的问题?试着用你想到的数学模型将这个问题转化为数学问题;

(2)你得到的数学模型与你熟悉的数学模型有什么不同?你能给这个模型起一个恰当的名称吗?



## 自主学习

## 教材导读

阅读教材 P<sub>15</sub> 中的“例 3”部分.

(1)例题中的等量关系有:

①甲的输入速度等于 \_\_\_\_\_ 倍的乙的输入速度;

②甲输入的时间比乙输入的时间少用 \_\_\_\_\_ 小时.

(2)总结列分式方程解应用题的一般步骤:

- ① \_\_\_\_\_ ;
- ② \_\_\_\_\_ ;
- ③ \_\_\_\_\_ ;
- ④ \_\_\_\_\_ ;
- ⑤ \_\_\_\_\_ .

## 自主测评

某中学图书馆添置图书,用 240 元购进一种科普书,同时用 200 元购进一种文学书,由于科普书的单价比文学书的单价高出一半,因此学校所购买的文学书比科普书多 4 本,求文学书的单价.

收获与问题 在自主学习中,你发现了什么呢?

## 合作学习

## 难点探究

几个小伙伴计划去音乐厅观看演出,他们准备用 360 元购买门票.下面是两个小伙伴的对话:

如果今天看演出,我们每人一张票,正好差两张票的钱.



过几天就是儿童节了,那时候来看这场演出,票价会打六折,我们每人一张票,还能剩 72 元呢!



根据对话的内容,请你求出小伙伴们的人数.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面.

在列分式方程解应用题时应注意些什么呢?



## 探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

## 展示交流

某市政府拟对城区部分路段的人行道地砖、绿化带、排水管等公用设施进行全面更新改造,根据市政建设的要求,需在 40 天内完成工程,现有甲、乙两个工程队有意承包这项工程,经调查可知,乙工程队单独完成此项工程的时间是甲工程队单独完成此项工程时间的 2 倍,而甲、乙两工程队合作只需 10 天就能完成.

(1) 甲、乙两个工程队单独完成此项工程各需多少天?

(2) 若甲工程队每天的工程费用是 4.5 万元,乙工程队每天的工程费用是 2.5 万元,请你设计一种方案,既能按时完工,又能使工程费用最少.

$$(B) \frac{90}{x-1} - \frac{90}{x} = 3$$

$$(C) \frac{90}{x} - \frac{90}{x+1} = 3$$

$$(D) \frac{90}{x+1} - \frac{90}{x} = 3$$

2. 母亲节前夕,某商店根据市场调查,用 3 000 元购进一批盒装花,上市后很快售完,接着又用 5 000 元购进第二批这种盒装花.已知第二批所购花的盒数是第一批所购花盒数的 2 倍,且每盒花的进价比第一批的进价少 5 元,求第一批盒装花每盒的进价是多少元?



## 归纳梳理

1. 列分式方程解应用题的一般步骤是:① \_\_\_\_\_; ② \_\_\_\_\_; ③ \_\_\_\_\_; ④ \_\_\_\_\_; ⑤ \_\_\_\_\_.

2. 列分式方程解应用题时要搞清方程中量的大小关系,同时要注意单位的统一.



## 深化拓展

## 基础反思

1. 某施工队挖掘一条长 90 米的隧道,开工后每天比原计划多挖 1 米,结果提前 3 天完成任务.原计划每天挖多少米? 设原计划每天挖  $x$  米,则列出的正确方程是 ( )

$$(A) \frac{90}{x} - \frac{90}{x-1} = 3$$

## 能力提升

3. 为加快城市群的建设与发展,在 A, B 两城市间新建一条城际铁路,建成后,铁路运行里程由现在的 120 km 缩短至 114 km,城际铁路的设计平均时速要比现行的平均时速快 110 km,运行时间仅是现行时间的  $\frac{2}{5}$ ,求建成后的城际铁路在 A, B 两地的运行时间.



4. (2018·贵阳)某党支部在精准扶贫活动中,给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗让其栽种.已知乙种树苗的价格比甲种树苗贵 10 元,用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同.

(1)求甲、乙两种树苗每棵的价格分别是多少元;

(2)在实际帮扶中,他们决定再次购买甲、乙两种树苗共 50 棵,此时,甲种树苗的售价比第一次购买时降低了 10%,乙种树苗的售价不变,如果再次购买两种树苗的总费用不超过 1 500 元,那么他们最多可购买多少棵乙种树苗?

5. (2018·玉林)山地自行车越来越受中学生的喜爱.一网店经营某型号的山地自行车,今年一月份的销售额为 30 000 元,二月份每辆车的售价比一月份每辆车的售价降价 100 元,若销售的数量与一月份销售的数量相同,则销售额是 27 000 元.

(1)求二月份每辆车的售价是多少元;

(2)为了促销,三月份每辆车的售价比二月份每辆车的售价降低了 10%,网店仍可获利 35%,求每辆山地自行车的进价是多少元.

### ◎ 拓展创新

6. 为响应国家“全民健身计划”,某市掀起了全民健身运动的热潮,某体育用品商店预测某种品牌的运动鞋会畅销,就用 4 800 元购进了一批这种运动鞋,上市后很快脱销,该商店又用 10 800 元购进第二批这种运动鞋,所购数量是第一批购进数量的 2 倍,但每双鞋进价多用了 20 元.

(1)该商店第二次购进这种运动鞋多少双?

(2)如果这两批运动鞋每双的售价相同,且全部售完后总利润率不低于 20%,那么每双运动鞋的售价至少是多少元?

## § 16.4 零指数幂与负整数指数幂

### 第一学时



#### 问题导学

同学们,同底数幂除法的运算性质是“同底数幂相除,底数不变,指数相减.”

一位同学用同底数幂除法的运算性质计算  $2^2 \div 2^2$ ,  $2^2 \div 2^5$  的过程如下:

$$2^2 \div 2^2 = 2^0,$$

$$2^2 \div 2^5 = 2^{-3}.$$

你觉得他做得有道理吗?



#### 自主学习

#### 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>17</sub> 中的“探索”至 P<sub>18</sub> 中的第一个“概括”部分.

(1) 仿照同底数幂的除法公式计算:  $a^5 \div a^5 =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_. 但由于被除式与除式相等,由除法的意义可知:  $a^5 \div a^5 =$  \_\_\_\_\_.

(2) 我们规定:  $a^0 = 1 (a \neq 0)$ .

这就是说:任何 \_\_\_\_\_ 数的零次幂都等于 1.

(3) \_\_\_\_\_ 的零次幂没有意义!

2. 阅读教材 P<sub>18</sub> 中的“探索”和第二个“概括”部分.

(1) 模仿教材 P<sub>18</sub> 中“探索”的做法,填空.

仿照同底数幂的除法公式计算:

$$m^4 \div m^9 = \frac{m^4}{m^9} = \frac{1}{m^5}.$$

利用除法与分数关系和约分计算:

$$m^4 \div m^9 = \frac{m^4}{m^9} = \frac{1}{m^5} = \frac{1}{m^5}.$$

(2) 一般地,我们规定:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \text{ 是正整数}).$$

这就是说,任何不等于零的数的  $-n$  ( $n$  为正整数) 次幂,等于这个数的 \_\_\_\_\_.

#### 自主测评

1. 计算:

(1)  $(-123)^0$ ;

(2)  $\left(-\frac{1}{2019}\right)^0$ ;

(3)  $(\pi - 3.14)^0$ ;

(4)  $(-0.001)^0$ .

2. 计算:

(1)  $(-4)^{-2}$ ;

(2)  $-4^{-2}$ ;

(3)  $5^{-2}$ ;

(4)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$ .

3. 计算下列各式的值,并把结果化为只含有正整数指数幂的形式.

(1)  $(-m^2)^3 \cdot (-m^3)^{-2}$ ;

(2)  $(2pq^2)^2 \cdot (3pq)^{-3}$ .



**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

整数指数幂的性质与原来学习的幂的性质有什么不同? 需注意些什么?

**合作学习****难点探究**

若  $4x - 5y + 2 = 0$ , 则  $9^{2x} \div 3^{5y}$  的值为 \_\_\_\_\_.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

零指数幂和负整数指数幂在运算时要注意些什么?

**探究展示****问题共析** 要积极发言,及时总结哦!**展示交流**

若  $a = -0.3^2$ ,  $b = -3^{-2}$ ,  $c = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ,  $d = \left(-\frac{1}{3}\right)^0$ , 则 ( )

- (A)  $a < b < c < d$   
 (B)  $b < a < d < c$   
 (C)  $a < d < c < b$   
 (D)  $c < a < d < b$

**归纳梳理**

1. 任何不等于零的数的零次幂都等于 1, 即  $a^0 =$  \_\_\_\_\_ ( $a \neq 0$ ).

2. 任何不等于零的数的  $-n$  ( $n$  为正整数) 次幂, 等于这个数的  $n$  次幂的倒数, 即  $a^{-n} =$  \_\_\_\_\_ ( $a \neq 0$ ).

**深化拓展****基础反思**

1. 计算  $(-2)^0$  的结果为 ( )

- (A)  $-1$  (B)  $-2$   
 (C)  $2$  (D)  $1$

2. 下列计算正确的是 ( )

- (A)  $(-1)^{-1} = 2$  (B)  $(-1)^0 = 0$   
 (C)  $|-1| = -1$  (D)  $(-1)^{-2} = 1$

3. 下列计算错误的是 ( )

- (A)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{9}$  (B)  $2^{-2} = \frac{1}{4}$   
 (C)  $(-2)^0 = 1$  (D)  $|-5 + 3| = 2$

4. 计算:

(1)  $2^0 \div 5^{-2}$ ;

(2)  $(2^{-3})^2$ ;

(3)  $2^{-2} + (-2)^2$ ;

(4)  $\left(-1 \frac{1}{2}\right)^{-3}$ ;

(5)  $2 \ 019^0 - 2^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ ;

(6)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{6}{11}\right)^0$ .

5. 计算下列各式, 并把结果化为只含有正整数指数幂的形式.

$$(1) (4a^{-1}b^{-1})^4 \div (8^{-1}a^2b)^{-3};$$

$$(2) (m^2n^{-3})^2 \cdot (m^{-2}n^2)^3.$$

## 能力提升

6. 化简  $(x+y^{-1})^{-1}$  的结果为 ( )

(A)  $\frac{1}{x} + y$       (B)  $x + \frac{1}{y}$

(C)  $\frac{y}{xy+1}$       (D)  $\frac{x}{xy+1}$

7. 下列计算中正确的是 ( )

(A)  $2 \div 2^{-1} = -1$

(B)  $2x^{-3} \div 4x^{-4} = \frac{1}{2x}$

(C)  $(-2x^{-2})^{-3} = 6x^6$

(D)  $3x^{-2} + 4x^{-2} = \frac{7}{x^2}$

8. 计算:  $\sqrt{4} + (-3)^2 - 2 \ 019^0 \times |-4| + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$ .

9. 计算:  $(1-\pi)^0 \times \sqrt[3]{27} - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} + |-2|$ .

## 拓展创新

10. 已知  $a, b$  互为相反数,  $c, d$  互为倒数,  $x^{-2} = 1$ ,  $|y| = 2$ , 求  $x^{a+b} + (-cd)^5 - y^2$  的值.



## 第二学时



## 问题导学

有关资料显示:

(1)据测算,我国每天因土地沙漠化造成的经济损失约为1.5亿元,一年的经济损失约为54 750 000 000元;

(2)近年来我国多地遭遇雾霾天气,个别城市PM2.5值直逼最大值.PM2.5是指大气中直径小于或等于0.000 002 5 m的颗粒物.

第(1)小题中的数据用科学记数法可表示为\_\_\_\_\_.

第(2)小题中的数据能用科学记数法表示吗?



## 自主学习

## 教材导读

阅读教材P<sub>20</sub>中“科学记数法”部分的内容,完成下列各题.

(1)科学记数法就是利用10的正整数次幂,把一个绝对值大于10的数表示成\_\_\_\_\_的形式,其中 $n$ 是\_\_\_\_\_, $1 \leq |a| < 10$ .

(2)利用10的负整数指数幂,用科学记数法表示一些绝对值较小的数,即将它们表示成\_\_\_\_\_的形式,其中 $n$ 是正整数, $1 \leq |a| < 10$ .

(3)在0.000 061中,6前面有\_\_\_\_\_个0,用科学记数法表示这个数为\_\_\_\_\_;在0.000 000 84中,8前面有\_\_\_\_\_个0,用科学记数法表示这个数为\_\_\_\_\_.

从中你发现了什么规律?

## 自主测评

1.一粒米的质量约是0.000 021 kg,将数据0.000 021用科学记数法可表示为 ( )

- (A)  $21 \times 10^{-4}$   
(B)  $2.1 \times 10^{-6}$

- (C)  $2.1 \times 10^{-5}$   
(D)  $2.1 \times 10^{-4}$

2.(2018·济南)2018年1月,“墨子号”量子卫星实现了距离达7 600千米的洲际量子密钥分发,这标志着“墨子号”具备了洲际量子保密通信的能力.数字7 600用科学记数法表示为 ( )

- (A)  $0.76 \times 10^4$  (B)  $7.6 \times 10^3$   
(C)  $7.6 \times 10^4$  (D)  $76 \times 10^2$

3.21世纪,纳米技术被广泛应用,纳米是长度计量单位,1纳米=0.000 000 001米,则5纳米可以用科学记数法表示为 ( )

- (A)  $5 \times 10^9$  米  
(B)  $5 \times 10^{-9}$  米  
(C)  $50 \times 10^{-8}$  米  
(D)  $5 \times 10^{-8}$  米

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

你学会利用科学记数法表示数了吗?



## 合作学习

## 难点探究

1.每年四月,许多地方杨絮、柳絮如雪花般漫天飞舞,人们不堪其扰.据测定,杨絮纤维的直径约为0.000 010 5 m,该数值用科学记数法表示为 ( )

- (A)  $1.05 \times 10^5$   
(B)  $0.105 \times 10^{-4}$   
(C)  $1.05 \times 10^{-5}$   
(D)  $105 \times 10^{-7}$

2.国家质检总局出台了国内销售的纤维制品甲醛含量标准,该标准规定:针织内衣、床上用品等直接接触皮肤的制品,甲醛含量应在百万分之七十五以下.“百万分之七十五”用科学记数法表示应写成 ( )

- (A)  $75 \times 10^{-7}$   
(B)  $75 \times 10^{-6}$   
(C)  $7.5 \times 10^{-6}$   
(D)  $7.5 \times 10^{-5}$

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

在利用科学记数法表示数时,有哪些需要注意的问题?



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!



## 展示交流

1. 空气的单位体积质量为  $1.24 \times 10^{-3}$  克/厘米<sup>3</sup>, 将  $1.24 \times 10^{-3}$  用小数可表示为 \_\_\_\_\_.

2. 人体中成熟的红细胞的平均直径为 0.000 007 7 m, 用科学记数法可将这个数据表示为 \_\_\_\_\_.

3. 埃是表示极小长度的单位名称, 是为纪念瑞典物理学家埃基特朗而定的. 1 埃等于一亿分之一厘米, 请用科学记数法表示 1 埃等于 \_\_\_\_\_ 厘米.



## 归纳梳理

科学记数法:

把一个绝对值大于 10 的数表示成  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  是正整数.

把一个绝对值大于 0 且小于 1 的数表示成  $a \times 10^{-n}$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  是正整数.  $n$  的取值为小数中第一个不为 0 的数字前面所有的 0 的个数.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 将下列各数用科学记数法表示:

(1) 0.000 456;

(2) -0.006 07;

(3) 102 400.

2. 用小数表示下列各数:

(1)  $10^{-4}$ ;

(2)  $2.1 \times 10^{-5}$ .

### 能力提升

3. 某杆状细菌的长、宽分别约为 2 微米和 1 微米 ( $1 \text{ 微米} = 10^{-4}$  厘米), 如果一只手上有 1 000 个该杆状细菌, 它们连成一线, 那么这些连成一线的细菌最长是多少厘米? (结果用科学记数法表示)

4. PM2.5 是指大气中直径小于或等于  $2.5 \mu\text{m}$  ( $1 \mu\text{m} = 0.000 001 \text{ m}$ ) 的颗粒物, 也称为可入肺颗粒物, 它们含有大量的有毒、有害物质, 对人体健康和大气环境质量有很大危害.  $2.5 \mu\text{m}$  用科学记数法可表示为 ( )

(A)  $2.5 \times 10^{-5} \text{ m}$

(B)  $0.25 \times 10^{-7} \text{ m}$

(C)  $2.5 \times 10^{-6} \text{ m}$

(D)  $25 \times 10^{-5} \text{ m}$

### 拓展创新

5. 实验证明, 钢轨温度每变化  $1^\circ\text{C}$ , 每米钢轨就伸缩 0.000 011 8 米. 如果一年中气温上下相差  $40^\circ\text{C}$ , 那么对于 100 米长的铁路, 最长可伸长多少米? (结果用科学记数法表示)



## 第16章数学能力提升与评价

通过本章的学习,同学们在符号意识、运算能力、模型思想及应用意识等方面又有了新的体会.

## 符号意识

## [能力提升]

通过对本章负整数指数幂的学习,将八年级上学期学习过的正整数指数幂的运算性质推广到了整数指数幂;同时我们也学会了利用科学记数法表示一些绝对值较小的数,这样就将七年级上学期学习过的科学记数法也进行了推广,使得幂的运算性质与科学记数法更加完备.

## [自我评价]

1. 肥皂泡的泡壁厚度大约是0.000 7 mm,0.000 7用科学记数法表示为 ( )

- (A)  $0.7 \times 10^{-3}$  (B)  $7 \times 10^{-3}$   
(C)  $7 \times 10^{-4}$  (D)  $7 \times 10^{-5}$

2. 世界上最小的开花结果植物是澳大利亚的出水浮萍,这种植物的果实像一个微小的无花果,质量只有0.000 000 076 g,这个数据用科学记数法表示为 ( )

- (A)  $7.6 \times 10^{-9}$  (B)  $7.6 \times 10^{-8}$   
(C)  $7.6 \times 10^9$  (D)  $7.6 \times 10^8$

## 运算能力

## [能力提升]

通过学习分式,可以进行一些简单的化简及求值运算,以及对一些分式方程进行求解,在这个过程中同学们的运算能力又有了新的提升.同时学习了分式的加、减、乘、除及乘方的运算后,有理式(整式与分式)的运算就成为了一个体系,这部分内容在教材P<sub>7</sub>的例2、P<sub>8</sub>的例3及P<sub>9</sub>的例4中可以体现出来.同时,运算能力的提高又为继续学习分式方程、函数和其他相关知识奠定了基础.

## [典例解读]

$$\text{化简: } \frac{x^2-4x+4}{x^2-4} + \frac{x-2}{x^2+2x} + 2.$$

**分析:**先把分式的分子、分母进行因式分解后约分,再通分,然后根据分式的加减法法则“分母不变,分子相加减”运算即可.

$$\text{解:原式} = \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-2}{x(x+2)} + 2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{x+2} + \frac{x-2}{x(x+2)} + 2 \\ &= \frac{x(x-2)}{x(x+2)} + \frac{x-2}{x(x+2)} + \frac{2x(x+2)}{x(x+2)} \\ &= \frac{x^2-2x+x-2+2x^2+4x}{x(x+2)} \\ &= \frac{3x^2+3x-2}{x(x+2)}. \end{aligned}$$

## [自我评价]

1. 分式方程  $\frac{3}{x} = \frac{4}{x+1}$  的解是 ( )

- (A)  $x = -1$  (B)  $x = 1$   
(C)  $x = 2$  (D)  $x = 3$

2. 化简求值:  $\left(\frac{a}{a+2} + \frac{1}{a^2-4}\right) \div \frac{a-1}{a+2} + \frac{1}{a-2}$ , 其中  $a = 2 + \sqrt{2}$ .

## 模型思想及应用意识

## [能力提升]

数学来源于生活,我们可以通过建立分式方程模型来解决一类实际问题.这部分内容在教材P<sub>12</sub>的“问题”及P<sub>15</sub>的例3中有所体现,并且这个过程中应用意识也能充分体现出来.在这类问题解决的过程中,往往是模型思想与应用意识的双体现,随着知识的积累,常常是将方程、不等式以及以后要学习到的其他模型结合起来,需要同学们认真体会.

## [典例解读]

某学校在商场购买甲、乙两种不同的足球,购买甲种足球共花费2 000元,购买乙种足球共花费1 400元,购买甲种足球的数量是购买乙种足球数量的2倍,且购买1个乙种足球比购买1个甲种足球多花20元.

(1) 购买1个甲种足球、1个乙种足球各需要多少元?

(2) 为响应“足球进校园”的号召,这所学校决

定再次购买甲、乙两种足球共 50 个,恰逢该商场对两种足球的售价进行调整,甲种足球售价比第一次购买时提高了 10%,乙种足球售价比第一次购买时降低了 10%,如果此次购买甲、乙两种足球的总费用不超过 2 900 元,那么这所学校最多可购买多少个乙种足球?

**分析:** 本题考查分式方程的应用、一元一次不等式的应用,实际上是根据题目建立分式方程和一元一次不等式的模型.(1)设购买 1 个甲种足球需  $x$  元,则购买 1 个乙种足球需  $(x+20)$  元,根据“购买甲种足球数量是购买乙种足球数量的 2 倍”列出方程解答即可;(2)设这所学校再次购买了  $y$  个乙种足球,根据题意列出不等式解答即可.

**解:** (1) 设购买 1 个甲种足球需  $x$  元,则购买 1 个乙种足球需  $(x+20)$  元,

根据题意,得

$$\frac{2\ 000}{x} = 2 \times \frac{1\ 400}{x+20}.$$

解得  $x=50$ .

经检验,  $x=50$  是原方程的解.

答: 购买 1 个甲种足球需 50 元, 购买 1 个乙种足球需 70 元.

(2) 设这所学校再次购买了  $y$  个乙种足球,

根据题意,得

$$50 \times (1+10\%) \times (50-y) + 70 \times (1-10\%) y \leq 2\ 900.$$

解得  $y \leq 18.75$ .

根据题意可知最多可购买 18 个乙种足球.

答: 这所学校最多可购买 18 个乙种足球.

### 【自我评价】

早晨,小敏步行到离家 900 m 的学校去上学,到学校时发现眼镜忘在家中,于是他立即按原路步行回家,拿到眼镜后立即按原路骑自行车返回学校.已知小敏步行从学校到家所用的时间比他骑自行车从家到学校所用的时间多 10 min,小敏骑自行车的速度是步行速度的 3 倍.

(1) 小敏的步行速度(单位:m/min)是多少?

(2) 下午放学后,小敏骑自行车回到家,然后步行去图书馆,如果小敏骑自行车和步行的速度不变,小敏步行从家到图书馆的时间不超过骑自行车从学校到家时间的 2 倍,那么小敏家与图书馆之间的路程最多是多少米?



## 第 16 章测评

(测评时间:60 分钟 满分:100 分)

## 一、选择题(每小题 2 分,共 20 分)

1. 在式子  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{3mn}{\pi}$ ,  $\frac{3a^3b^2c}{4}$ ,  $\frac{6}{x-1}$ ,  $\frac{x^2-1}{5}$  +  $\frac{y}{8}$ ,  $9x + \frac{10}{y}$  中,分式的个数是 ( )

- (A)2 (B)3  
(C)4 (D)5

2. 要使分式  $\frac{4}{x-3}$  有意义,  $x$  应满足的条件是 ( )

- (A) $x > 3$  (B) $x = 3$   
(C) $x < 3$  (D) $x \neq 3$

3. 若分式  $\frac{x^2-1}{x-1}$  的值为 0, 则  $x$  的取值为 ( )

- (A) $x = -1$  (B) $x = 1$   
(C) $x = \pm 1$  (D)无法确定

4. (2018·兰州)关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x+a}{x+1} = 1$  的解为负数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- (A) $a > 1$  (B) $a < 1$   
(C) $a < 1$  且  $a \neq -2$  (D) $a > 1$  且  $a \neq 2$

5. 病理学家研究发现,甲型 H7N9 病毒的直径约为 0.000 15 mm, 0.000 15 用科学记数法表示为 ( )

- (A) $1.5 \times 10^{-4}$   
(B) $1.5 \times 10^{-5}$   
(C) $0.15 \times 10^{-3}$   
(D) $1.5 \times 10^{-3}$

6. 若  $\frac{3-2x}{x-1} = \frac{\quad}{x-1} + \frac{1}{x-1}$ , 则  $\frac{\quad}{x-1}$  中的数是 ( )

- (A)-1 (B)-2  
(C)-3 (D)任意实数

7. 解分式方程  $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$  时, 去分母后变形正确的是 ( )

- (A) $2 + (x+2) = 3(x-1)$   
(B) $2 - x + 2 = 3(x-1)$   
(C) $2 - (x+2) = 3$   
(D) $2 - (x+2) = 3(x-1)$

8. 若  $a^2 - ab = 0 (b \neq 0)$ , 则  $\frac{a}{a+b}$  的值为 ( )

- (A)0 (B) $\frac{1}{2}$   
(C)0 或  $\frac{1}{2}$  (D)1 或 2

9. 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$  的解为非负数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- (A) $a \geq 1$  (B) $a > 1$   
(C) $a \geq 1$  且  $a \neq 4$  (D) $a > 1$  且  $a \neq 4$

10. 小敏上个月在某文具店用 20 元钱买了几个笔记本, 本月再去买时, 恰遇此文具店搞优惠酬宾活动, 同样的笔记本, 每本比上个月便宜 1 元, 结果小敏只比上次多用了 4 元钱, 却比上次多买了 2 本笔记本. 若设他上个月买了  $x$  本笔记本, 则根据题意可列出方程 ( )

- (A) $\frac{24}{x+2} - \frac{20}{x} = 1$  (B) $\frac{20}{x} - \frac{24}{x+2} = 1$   
(C) $\frac{24}{x} - \frac{20}{x+2} = 1$  (D) $\frac{20}{x+2} - \frac{24}{x} = 1$

## 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 计算:  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{\quad}$ .

12. 若  $a^2 + 3ab + b^2 = 0 (a \neq 0, b \neq 0)$ , 则  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \underline{\quad}$ .

13. 当  $m = \underline{\quad}$  时, 方程  $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$  会产生增根.

14. 一根蜡烛通过凸透镜折射成一实像, 物距  $u$ 、像距  $v$  和凸透镜的焦距  $f$  满足关系式:  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ . 若  $f = 6$  cm,  $v = 8$  cm, 则物距  $u = \underline{\quad}$  cm.

15. 某市为处理污水, 需要铺设一条长为 5 000 m 的管道, 为了尽量减少施工对交通造成的影响, 实际施工时每天比原计划多铺设 20 m, 结果提前 15 天完成任务. 设原计划每天铺设管道  $x$  m, 则可列出方程  $\underline{\quad}$ .

## 三、计算题(共 65 分)

16. (本题 6 分) 计算:  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + (\pi - \sqrt{3})^0 + \sqrt{(-2)^2}$ .

17. (本题 8 分) 某学生化简分式  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}$  时出现了错误, 解答过程如下:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2}{(x+1)(x-1)} \quad (\text{第一步}) \\ &= \frac{1+2}{(x+1)(x-1)} \quad (\text{第二步}) \\ &= \frac{3}{x^2-1}. \quad (\text{第三步}) \end{aligned}$$

(1) 该学生的解答过程是从第 \_\_\_\_\_ 步开始出错的, 其错误原因是 \_\_\_\_\_ ;

(2) 请写出此题正确的解答过程.

18. (本题 8 分) 计算: (1)  $\left(1 - \frac{1}{1+x}\right)\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ ;

(2)  $\frac{a^2-b^2}{a^2-ab} \div \left(a + \frac{2ab+b^2}{a}\right)$ .

19. (本题 8 分) 先化简  $\left(\frac{3}{x+1} - x + 1\right) \div \frac{x^2-4x+4}{x+1}$ , 然后从  $-1 \leq x \leq 2$  中选一个合适的整数作为  $x$  的值代入求值.

20. (本题 8 分) 解方程: (1)  $\frac{1}{x^2+x} - \frac{2}{x^2-1} = 0$ ;

(2)  $\frac{x}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ .

21. (本题 7 分) 有这样一道题: “求  $\frac{a^2+a}{a^2-1} - \frac{a+1}{a^2+2a+1} \div \frac{a-1}{a+1}$  的值, 其中  $a = 2019$ ”, “小马虎”不小心把  $a = 2019$  错抄成  $a = 2009$ , 但他的计算结果却是正确的, 请说明原因.

22. (本题 8 分) 某漆器厂接到制作 480 件漆器的订单, 为了尽快完成任务, 该厂实际每天制作的件数比原来每天计划的多 50%, 结果提前 10 天完成任务. 问原来计划每天制作多少件?

23. (本题 12 分) 近年来雾霾天气给人们的生活带来了很大影响, 空气质量问题备受人们关注. 某单位计划在室内安装空气净化装置, 需购进 A, B 两种设备, 每台 B 种设备价格比每台 A 种设备价格多 0.7 万元, 花 3 万元购买 A 种设备和花 7.2 万元购买 B 种设备的数量相同.

(1) 求 A 种、B 种设备每台各多少万元;

(2) 根据单位实际情况, 需购进 A, B 两种设备共 20 台, 总费用不高于 15 万元, 求 A 种设备至少要购买多少台.



## 第 17 章 函数及其图象

### 学习导航



#### 本章纵览

在初中数学中,函数是继数、式、方程之后的又一重要学习内容.

函数揭示了现实世界中数量关系之间相互依存和变化的实质,它是刻画和研究现实世界变化规律的重要数学模型.同时,函数思想也是一种重要的数学思想,用函数思想观察世界,可以揭示事物发展的规律.学习了函数,可以更加深刻地感受数学的价值,强化数学的应用意识.

生活中存在常量与变量,变量之间相互依存和变化的规律,有时就可以用函数来描述.

函数关系的表示通常有解析法、列表法和图象法.用图象表示函数,是数形结合思想的典范,掌握数形结合思想,会使所面对的问题形象直观、思路清晰.

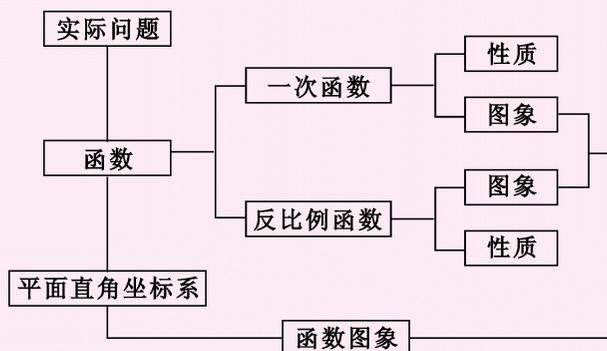
用待定系数法求函数表达式时,往往要解方程(组),从这里可以看出以前所学习的知识是函数学习的基础.另外,待定系数法是一种重要的数学方法,应该结合函数的学习,熟悉待定系数法的基本程序,使得在不少数学问题的解决过程中得心应手.

一次函数和反比例函数是作为函数最简单的实例来研究的,这两种函数使大家了解了有关函数的概念、图象、性质和简单应用,给人留下了函数的深刻印象.

一次函数的学习,既是函数的入门,也是以后进一步学习二次函数的基础.



#### 知识要点



#### 学习要求

1. 能结合实例,了解函数的概念和三种表示方法;能用适当的函数描述实际问题中的变量关系及变化规律.
2. 能根据实际问题的意义和函数关系式,确定自变量的取值范围.
3. 会画平面直角坐标系,能用描点法画简单函数的图象.



4. 理解一次函数及正比例函数的意义;了解一次函数的图象;理解一次函数的性质;会用待定系数法确定一次函数的表达式;了解一次函数与方程、方程组、不等式之间的关系;能用一次函数解决简单的实际问题.

5. 理解反比例函数的意义;会画反比例函数的图象;理解反比例函数的性质;能用反比例函数解决简单的实际问题.



## 学法指导

1. 了解函数是揭示现实世界中数量关系之间相互依存和变化规律的重要数学模型,初步学会运用函数的观点和函数思想观察问题、分析问题、解决问题.

2. 函数图象体现了数形结合的思想,逐渐学会把抽象的数学语言、数量关系与直观的几何图形结合起来,感悟数形结合的思想.

3. 待定系数法是重要的数学方法之一,理解待定系数法的基本思路,学会用待定系数法解决问题.



## § 17.1 变量与函数

## 第一学时



## 问题导学

我们生活在一个变化的世界里,每天 24 小时中气温会随时间的变化而变化;铁轨上匀速行驶的火车,行驶的路程会随时间的变化而变化,这样的事例数不胜数.

那么,从数学的角度应该如何来描述这些变化呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>28</sub> 中的“问题 1”部分,并回答下列问题.

当横轴上的时间  $t$ (时)取定一个值时,纵轴上的气温  $T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )有几个值与之对应?

2. 阅读教材 P<sub>28</sub> 中的“问题 2”部分,并回答下列问题.

随着年龄的增长,小蕾的体重也随之\_\_\_\_\_. 每一个年龄,都有一个唯一的\_\_\_\_\_与之对应.

3. 阅读教材 P<sub>29</sub> 中的“问题 3”部分,并回答下列问题.

(1) 当  $\lambda=100$  时,  $f=$ \_\_\_\_\_.

(2) 当  $\lambda=2\ 000$  时,  $f=$ \_\_\_\_\_.

(3)  $\lambda$  与  $f$  有什么关系?

(4) 对于每一个  $\lambda$  的值,  $f$  都有\_\_\_\_\_的值与之对应.

4. 阅读教材 P<sub>29</sub> 中的“问题 4”部分,并回答下列问题.

$\pi$  的取值会改变吗?

5. 阅读教材 P<sub>29~30</sub> 中的“概括”部分.

(1) 回答教材 P<sub>30</sub> 第一个云图中的问题.

(2) 回答教材 P<sub>30</sub> 第二个云图中的问题.

(3) 结合前面的 4 个问题,你认为函数的三种表示方法各有什么优点?

## 自主测评

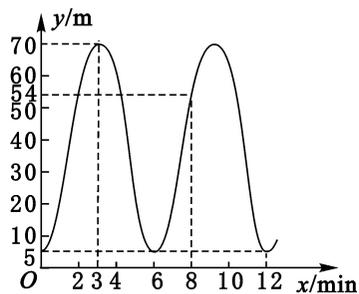
1. 分别指出下列各关系式中的变量与常量:

(1) 长方形的一边长为 2.5 cm, 它的面积  $S$ ( $\text{cm}^2$ ) 与另一边长  $a$ (cm) 的关系式是  $S=2.5a$ ;

(2) 某超市苹果每千克 14 元, 应付款  $y$ (元) 与购买苹果的重量  $x$ (kg) 的关系式是  $y=14x$ ;

(3) 等腰三角形的周长为 21, 它的底边长  $y$  与腰长  $x$  的关系式是  $y=21-2x$ .

2. 摩天轮可抽象成一个圆, 圆上一点离地面的高度  $y$ (m) 与旋转时间  $x$ (min) 之间的关系如图所示.



(1) 根据图示填表:

$x/\text{min}$	0	3	6	8	12	...
$y/\text{m}$						...

- (2) 变量  $y$  是  $x$  的函数吗? 为什么?  
 (3) 根据图中的信息, 请写出摩天轮的直径.

## 收获与问题 在自主学习中, 你发现了什么呢?

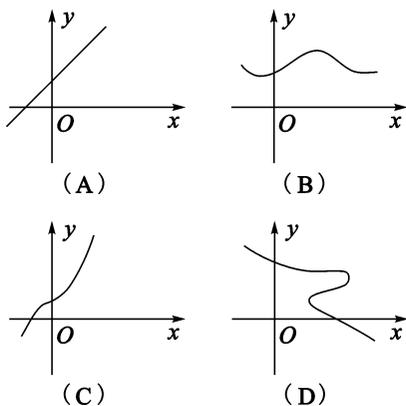
如何判断两个变量是否具有函数关系?



## 合作学习

## 难点探究

下列各图象中, 不能表示  $y$  是  $x$  的函数的是 ( )



## 组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面.

同学们理解“问题导学”中的问题了吗?



## 探究展示

## 问题共析 要积极发言, 及时总结哦!

## 展示交流

小王帮妈妈预算家庭 4 月份的电费开支情况, 下表是小王家 4 月初连续 8 天每天早上电表显示的读数:

日期	1	2	3	4	5	6	7	8
电表读数	21	24	28	33	39	42	46	49

(1) 表格中反映的变量是 \_\_\_\_\_, 自变量是 \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 的函数;

(2) 估计小王家 4 月份的用电量是多少度? 若每度电电费是 0.55 元, 估计他家 4 月份应交的电费是多少元?



## 归纳梳理

- 函数的概念
  - (1) 在一个变化过程中存在 \_\_\_\_\_ 个变量, 如  $x, y$ ;
  - (2) 对于变量  $x$  的 \_\_\_\_\_ 个值,  $y$  都有 \_\_\_\_\_ 的值与之对应.
- 函数的表示法
  - (1) \_\_\_\_\_;
  - (2) 列表法;
  - (3) \_\_\_\_\_.



## 深化拓展

## 基础反思

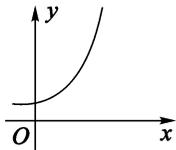
1. 科学研究表明, 在弹簧的弹性限度内, 弹簧挂上物体后会伸长. 测得一弹簧的长度  $y$  (cm) 与所挂的物体的质量  $x$  (kg) 有下表所示的关系, 下列说法不正确的是 ( )

$x$ /kg	0	1	2	3	4	5
$y$ /cm	20	20.5	21	21.5	22	22.5

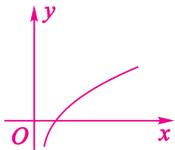
- (A)  $x$  与  $y$  都是变量, 且  $x$  是自变量,  $y$  是因变量  
 (B) 弹簧不挂物体时的长度为 0 cm  
 (C) 随着所挂物体的质量增加, 弹簧长度逐渐变长

(D)所挂物体的质量每增加 1 kg, 弹簧长度增加 0.5 cm

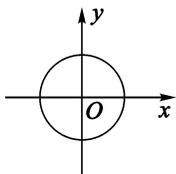
2. 下列曲线中不能表示  $y$  是  $x$  的函数的是 ( )



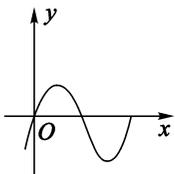
(A)



(B)



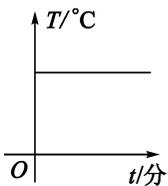
(C)



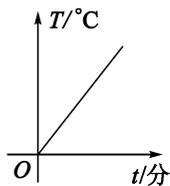
(D)

### 能力提升

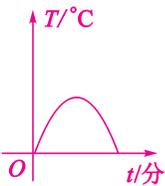
3. 桌上放置的一杯热水逐渐变凉, 下列图象中可以表示这杯水的温度  $T(^{\circ}\text{C})$  与时间  $t(\text{分})$  的函数关系的是 ( )



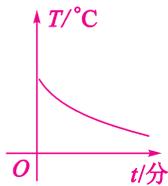
(A)



(B)

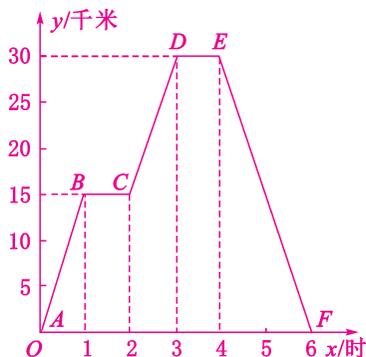


(C)



(D)

4. 小敏骑自行车去郊外春游, 下图表示他离家的距离  $y$ (千米) 与所用的时间  $x$ (时) 之间的函数关系图象.



根据图象回答:

(1) 小敏出发 2 小时离家多远?

(2) 小敏到达离家最远的地方需几个小时? 此时离家多远?

(3) 小敏骑自行车的平均速度是每小时多少千米?

### 拓展创新

5. 已知某山区的平均气温  $T$  与其海拔高度  $h$  的关系如下表:

海拔高度 $h/\text{m}$	0	100	200	300	400	...
平均气温 $T/^{\circ}\text{C}$	22	21.5	21	20.5	20	...

(1) 描述该山区的平均气温随海拔高度的变化情况;

(2) 写出平均气温  $T(^{\circ}\text{C})$  与海拔高度  $h(\text{m})$  的函数关系式;

(3) 若某种植物适宜生长在  $18^{\circ}\text{C} \sim 20^{\circ}\text{C}$  (包括  $18^{\circ}\text{C}$  和  $20^{\circ}\text{C}$ ) 的山区, 问该植物适宜种在海拔高度为多少米的山区?

## 第二学时



### 问题导学

(1) 若一个矩形的面积为 24, 则它的一边长  $y$  与另一边长  $x$  之间的函数关系式为 \_\_\_\_\_;

(2) 在问题(1)中, 自变量  $x$  是不是可取任意实数呢?

由此我们想到, 在函数表达式中, 自变量的取值会受到限制, 那么如何求函数自变量的取值范围呢?



### 自主学习

#### 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>31</sub> 中的“试一试”部分, 并回答下列问题.

(1) 把所有填有 10 的格子涂黑, 你能发现什么?

(2) 把所有填有 12 的格子涂红, 你又能发现什么?

(3) 把加法表上涂红的格子横向加数用  $x$  表示, 纵向加数用  $y$  表示,  $y$  是  $x$  的函数, 那么这个函数关系式是什么?

(4) 在(3)中的函数关系式中, 自变量  $x$  可取哪些值?

2. 阅读教材 P<sub>31</sub> 中的“例 1”部分.

(1) 一个任意三角形中, 任意一个内角一定大于 \_\_\_\_\_ 度且小于 \_\_\_\_\_ 度.

(2) 例 1 中自变量  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_, 这是因为 \_\_\_\_\_.

3. 阅读教材 P<sub>32</sub> 中的“例 2”部分.

(1) 这里的自变量  $x$  的取值范围是什么?

(2) 当  $x$  取何值时, 函数值等于 4.5?

(3) 当  $x=4$  时, 求对应的函数值.

#### 自主测评

1. 写出下列函数中自变量  $x$  的取值范围:

(1)  $y=5x-100$ ;

(2)  $y=\frac{9}{2x-3}$ ;

(3)  $y=\sqrt{1-x}$ ;

(4)  $y=x^2-2x$ .

2. 若等腰三角形的周长为 50 cm, 底边长为  $x$  cm, 一腰长为  $y$  cm, 则  $y$  与  $x$  的函数关系式及自变量  $x$  的取值范围是 ( )

(A)  $y=50-2x(0<x<50)$

(B)  $y=50-2x(0<x<25)$

(C)  $y=\frac{1}{2}(50-x)(0<x<50)$

(D)  $y=\frac{1}{2}(50-x)(0<x<25)$

3. 等腰三角形顶角的度数为  $x$ , 底角的度数为  $y$ , 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出自变量  $x$  的取值范围.

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

如何确定自变量的取值范围?



### 合作学习

### ◎ 难点探究

某风景区集体门票的收费标准是 20 人以内(含 20 人)每人 25 元,超过 20 人的部分,每人 10 元.

(1)试写出门票费用  $y$ (元)和人数  $x$ (人)之间的函数关系式;

(2)如果某班共有 51 人到此风景区游玩,问门票费用共多少元?

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

注意实际问题中自变量的取值范围.



### 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

### ◎ 展示交流

某市的出租车收费标准如下:

里程/公里	收费/元
3 公里以下(含 3 公里)	14
3 公里以上,10 公里以下(含 10 公里), 每增加 1 公里	2.4
10 公里以上,每增加 1 公里	3.6

当  $x > 10$  时,写出出租车行驶的里程数  $x$ (公里)与费用  $y$ (元)之间的函数关系式.



### 归纳梳理

确定函数自变量取值范围的方法:

(1)当表达式为整式时,自变量的取值范围是全体实数;

(2)当表达式为分式时,应满足条件 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_;

(3)当表达式含二次根号时,应满足被开方数 \_\_\_\_\_;

(4)实际问题中,要考虑实际意义.



### 深化拓展

### ◎ 基础反思

1. 下列函数中自变量的取值范围错误的是

( )

(A)  $y = \sqrt{x-1} (x \geq 1)$

(B)  $y = \frac{1}{x-3} (x \neq 3)$

(C)  $y = x^2 (x \text{ 取全体实数})$

(D)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} (x \geq 1)$

2. (2018·鄂尔多斯)下列函数中自变量  $x$  的取值范围为  $x > 1$  的是

( )

(A)  $y = \sqrt{x-1}$       (B)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

(C)  $y = \frac{1}{x-1}$       (D)  $y = (x-1)^0$

3. 一个水池有水 60 立方米,现要将水池的水排出,如果排水管每小时排出的水量为 3 立方米.

(1)写出水池中剩余水量  $Q$ (立方米)与排水时间  $t$ (时)之间的函数关系式;

(2)写出自变量  $t$  的取值范围.

## 能力提升

4. 求函数  $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$  的自变量的取值范围.

(1) 仔细阅读下面的解答过程, 指出其中的错误, 并说明错误原因;

解: 要使  $\sqrt{x+3}$  有意义,

则  $x+3 \geq 0$ ,

$\therefore x \geq -3$ ,

$\therefore$  自变量的取值范围是  $x \geq -3$ .

(2) 写出正确的解答过程.

5. 为了美化校园, 学校计划用 100 m 的篱笆围成一个矩形花园, 求矩形面积  $S(\text{m}^2)$  与一边长  $x(\text{m})$  之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围.

## 拓展创新

6. 某剧院观众席的座位排布为扇形, 且按下列方式设置:

排数 $x$	1	2	3	4	...
座位数 $y$	50	53	56	59	...

(1) 按照上表所示的规律, 当  $x$  每增加 1 时,  $y$  如何变化?

(2) 写出座位数  $y$  与排数  $x$  之间的函数关系式;

(3) 按照上表所示的规律, 某一排可能有 90 个座位吗? 说说你的理由.



## § 17.2 函数的图象

## 第一学时



## 问题导学

我们知道,在电影院确定一个座位需要知道排数与座位号两个数;要说明地球上某地的位置需要知道经度与纬度两个数,那么,在平面内确定一个点的位置,需要知道几个数呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>34</sub> 中的“回忆”,并回答下列问题.

(1) 你会如何向别人说明自己在教室的座位?

(2) 怎样确定北京在中国地图上的位置?

(3) 表示平面上点的具体位置需要几个数据来刻画?

2. 阅读教材 P<sub>34</sub> “回忆”中的第三段,并回答下列问题.

(1) 如何建立平面直角坐标系?

(2) 在平面直角坐标系中,两条数轴的单位长度可以不同吗?

3. 阅读教材 P<sub>35</sub> 中的第一段,并回答下列问题.

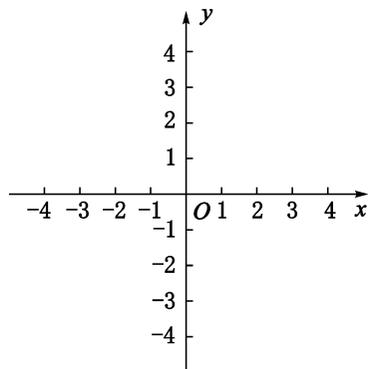
(1) 写出原点的坐标.

(2) 请问(2,3)和(3,2)表示的是同一个点吗?

(3) 原点在哪个象限?

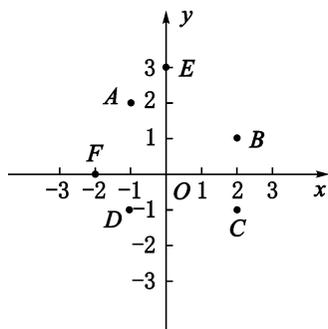
4. 阅读教材 P<sub>35</sub> 中的“试一试”,并回答下列问题.

(1) 在平面直角坐标系中分别描出点  $P(1,4)$ , 点  $Q(-1,4)$ , 点  $M(4,-1)$ , 点  $N(4,1)$ .



(2) 观察上图中点  $P(1,4)$  与点  $N(4,1)$  以及点  $Q(-1,4)$  与点  $M(4,-1)$ , 体会“有序实数对”的意义.

(3) 如图所示, 填写下列各点的坐标:  $A$  \_\_\_\_\_,  $B$  \_\_\_\_\_,  $C$  \_\_\_\_\_,  $D$  \_\_\_\_\_,  $E$  \_\_\_\_\_,  $F$  \_\_\_\_\_, 并在图中描出点  $G(3,0)$  和点  $H(0,-2)$ .



(4) 观察上图中在四个象限内的点的坐标, 并填写下表. (填“+”或“-”)

点所在位置	坐标符号	
	横坐标	纵坐标
第一象限		
第二象限		
第三象限		
第四象限		

(5) 观察上图中在坐标轴上的点的坐标, 并填写下表. (填“+”“-”或“0”)

点所在位置		坐标符号	
		横坐标	纵坐标
$x$ 轴	正半轴		
	负半轴		
$y$ 轴	正半轴		
	负半轴		
原点			

5. 完成教材 P<sub>35</sub> 的“练习 1”, 并回答下列问题.

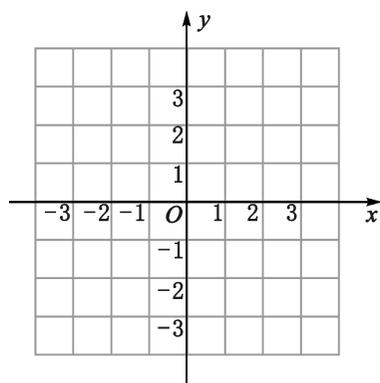
(1) 关于  $x$  轴对称的点, 横坐标 \_\_\_\_\_, 纵坐标 \_\_\_\_\_;

(2) 关于  $y$  轴对称的点, 横坐标 \_\_\_\_\_, 纵坐标 \_\_\_\_\_;

(3) 关于原点对称的点, 横坐标与横坐标、纵坐标与纵坐标均 \_\_\_\_\_.

## 自主测评

1. 如图, 在平面直角坐标系中描出下列各点:  $A(3,1)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(-1,2)$ ,  $D(-4,-2)$ ,  $E(0,3)$ ,  $F(-3,0)$ .



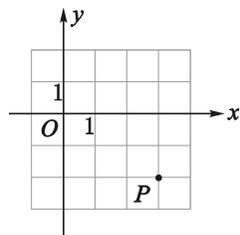
2. 在平面直角坐标系中, 点  $M(-2,1)$  所在象限为

( )

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

3. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $P$  的坐标为

( )



- (A)  $(3,-2)$
- (B)  $(-2,3)$
- (C)  $(-3,2)$
- (D)  $(2,-3)$

4. 点  $C$  在  $x$  轴上方、 $y$  轴左侧, 距离  $x$  轴 2 个单位长度、距离  $y$  轴 3 个单位长度, 则点  $C$  的坐标为

( )

- (A)  $(2,3)$
- (B)  $(-2,-3)$
- (C)  $(-3,2)$
- (D)  $(3,-2)$

5. 若点  $P(x,y)$  的坐标满足  $xy=0$ , 则点  $P$  的位置

( )

- (A) 在  $x$  轴上
- (B) 在  $y$  轴上
- (C) 是坐标原点
- (D) 在  $x$  轴上或在  $y$  轴上

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

“平面直角坐标系中的点和有序实数对一一对应.” 你能说出这句话的含义吗?

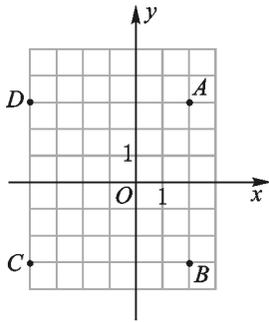




## 合作学习

## 难点探究

在如图所示的平面直角坐标系中,请完成下列问题:



- 写出图中  $A, B, C, D$  各点的坐标;
- 描出点  $E(1, 0), F(-1, 2), G(-3, 0), H(-1, -2)$ ;
- 顺次连结  $A, B, C, D$  各点,再顺次连结  $E, F, G, H$  各点,围成的两个封闭图形分别是什么图形?

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.



## 探究展示

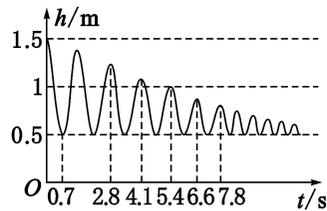
**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

## 展示交流

- 已知  $\triangle ABC$  三个顶点的坐标分别是  $A(-7,$

$0), B(1, 0), C(-5, 4)$ , 那么  $\triangle ABC$  的面积等于多少?

2. (2018·舟山) 小红帮弟弟荡秋千, 秋千离地面的高度  $h$  (m) 与摆动时间  $t$  (s) 之间的关系如图所示.



(1) 根据函数的定义, 请判断变量  $h$  是否为关于  $t$  的函数;

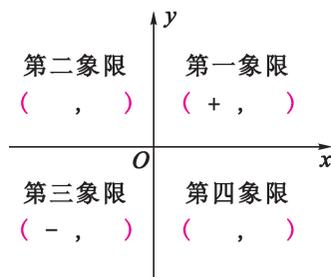
(2) 结合图象回答:

- 当  $t = 0.7$  s 时,  $h$  的值是多少? 并说明它的实际意义;
- 秋千摆动第一个来回需要多长时间?



## 归纳梳理

1.



2. 在平面直角坐标系中,

点  $\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$  \_\_\_\_\_.

3. 坐标轴上的点不属于任何象限.



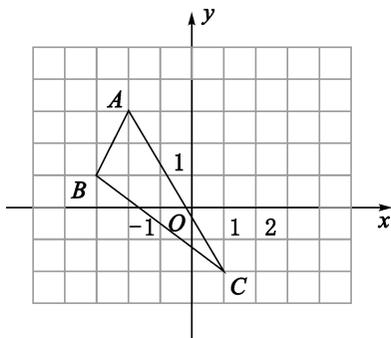
深化拓展

基础反思

1. 在平面直角坐标系中, 点  $(-1, -2)$  所在的象限是 \_\_\_\_\_.

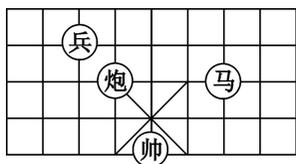
2. 已知坐标平面内点  $M(a, b)$  在第三象限, 那么点  $N(-a, b)$  在 \_\_\_\_\_.

3. 如图, 直接写出  $A, B, C$  三点的坐标:  
 $A$  \_\_\_\_\_,  $B$  \_\_\_\_\_,  $C$  \_\_\_\_\_.



能力提升

4. 如图所示, 在象棋盘上建立平面直角坐标系, 使“马”位于点  $(2, 2)$ , “炮”位于点  $(-1, 2)$ , 则“兵”所在位置的坐标为 \_\_\_\_\_.



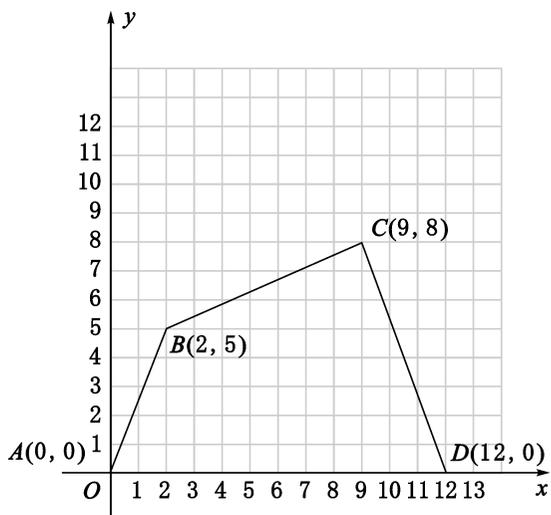
5. 已知点  $A$  的坐标是  $(a, b)$ , 若  $a + b < 0, ab > 0$ , 则点  $A$  在 ( )

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

6. 在平面直角坐标系中, 点  $P(m-3, 4-2m)$  不可能在 ( )

- (A) 第一象限
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限

7. 在如图所示的平面直角坐标系中, 四边形  $ABCD$  各个顶点的坐标分别是  $A(0, 0), B(2, 5), C(9, 8), D(12, 0)$ , 求这个四边形的面积.



拓展创新

8. 在平面直角坐标系中, 对于平面内任一点  $(m, n)$ , 规定以下两种变换:

(1)  $f(m, n) = (m, -n)$ , 如  $f(2, 1) = (2, -1)$ ;

(2)  $g(m, n) = (-m, -n)$ , 如  $g(2, 1) = (-2, -1)$ .

按照以上变换有  $f[g(3, 4)] = f(-3, -4) = (-3, 4)$ , 那么  $g[f(-3, 2)] =$  \_\_\_\_\_.



## 第二学时



## 问题导学

同学们还记得前面 § 17.1 中我们学过的一天中气温随时间变化而变化的问题吗? 其实, 教材图 17.1.1 就是一个表示气温  $T(^{\circ}\text{C})$  随时间  $t(\text{时})$  变化的函数图象.

那么, 我们要画出其他函数的图象应该从哪些角度考虑? 怎样画呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>36~37</sub> 中的“回顾”和“概括”部分.

(1) 你是如何从图上找到各个时刻的气温的?

(2) 回答 P<sub>36</sub> 云图中的问题.

2. 阅读教材 P<sub>37</sub> 中的“例 1”部分.

(1) 函数中自变量  $x$  的取值范围是什么?

(2) 阅读 P<sub>37</sub> 中的云图部分, 你觉得函数图象有怎样的发展趋势?

(3) 什么是“依次”把点连起来?

(4) 为什么用“光滑曲线”依次连这些点?

(5) 为什么所画曲线两端要延伸出去?

(6) 描点法包括 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、

\_\_\_\_\_ 三步.

3. 阅读教材 P<sub>39</sub> 中的“例 2”和云图部分, 并回答下列问题.

(1) 图中横轴和纵轴的单位长度分别是什么?

(2) 说说两图象交点的含义.

(3) 小强爬山的速度是每分钟多少米?

(4) 从小强出发开始计时, 爷爷用了多长时间爬上山顶?

4. 阅读教材 P<sub>40</sub> 中的“试一试”.

(1) 按要求画出图象, 从图象中可以看出: 当  $x$  逐渐增大时,  $y$  \_\_\_\_\_.

(2) 可以看出, 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时,  $y$  有最大值 \_\_\_\_\_.

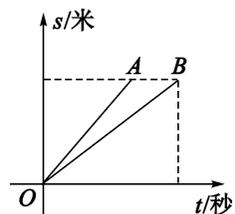
## 自主测评

1. 若点  $(a, 6)$  在函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

2. 若函数  $y = kx + 5$  的图象经过点  $(1, -2)$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

3.  $A, B$  两人在一次百米赛跑中的路程  $s$  (米) 与赛跑的时间  $t$  (秒) 的关系如图所示, 下列说法正确的是

( )



- (A)  $A$  比  $B$  先出发  
 (B)  $A, B$  两人的速度相同  
 (C)  $A$  先到达终点  
 (D)  $B$  比  $A$  跑的路程多

4. 一种豆制品每千克售价 4 元, 所售出的重量为  $x$  (千克), 总售价为  $y$  (元).

- (1) 写出  $y$  与  $x$  的函数关系式;
- (2) 求自变量  $x$  的取值范围;
- (3) 画出该函数的图象.

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

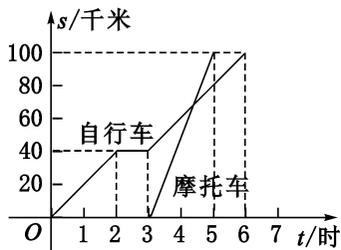
怎样画函数的图象?



## 合作学习

### 难点探究

已知两人分别骑自行车和摩托车沿着相同的路线从甲地到乙地去, 下图反映的是这两个人行驶过程中时间和路程的关系, 请根据图象回答下列问题:



- (1) 甲地与乙地相距多少千米?
- (2) 两个人分别用了几小时才到达乙地? 谁先到达乙地? 早到了多长时间?
- (3) 求摩托车行驶的平均速度.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

有的函数图象可向两方无限延伸, 有的只有一段, 这是为什么呢?



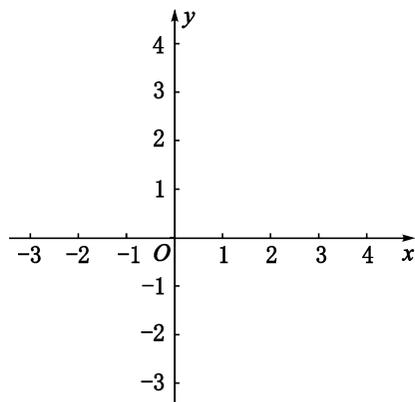
## 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

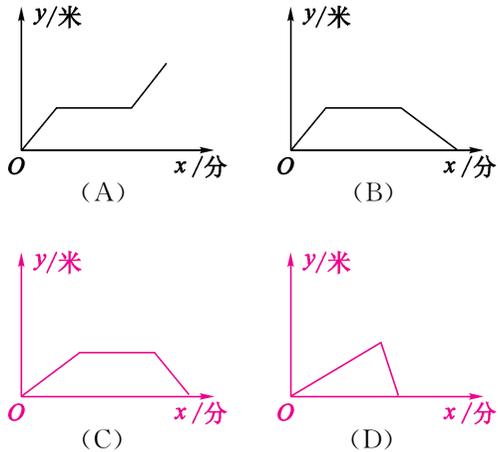
### 展示交流

1. 在所给的平面直角坐标系中画出函数  $y = x + 1$  的图象.

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...						...



2. 李爷爷步行到离家较近的公园打了一会儿太极拳, 然后沿原路跑步回家. 下列图象中能够反映李爷爷离家的距离  $y$  (米) 与时间  $x$  (分) 关系的大致图象是 ( )



### 归纳梳理

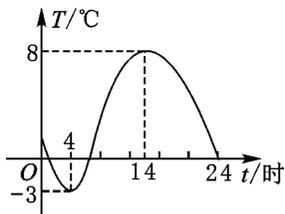
描点法画函数图象的步骤是 \_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_.



### 深化拓展

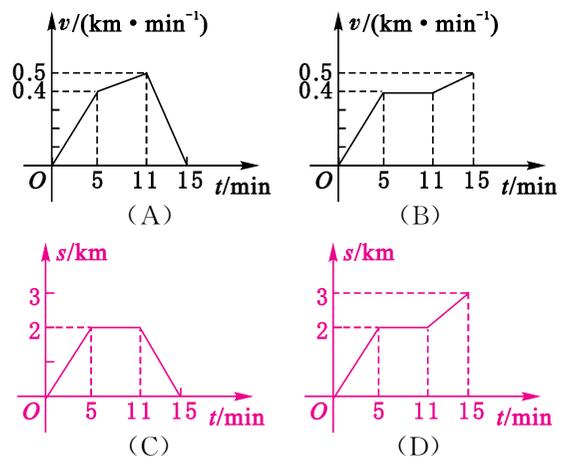
#### 基础反思

1. 如图是一台自动测温记录仪的图象, 它反映了某市冬季某天气温  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 随时间  $t$  (时) 变化而变化的关系, 观察图象得到下列信息, 其中错误的是 ( )



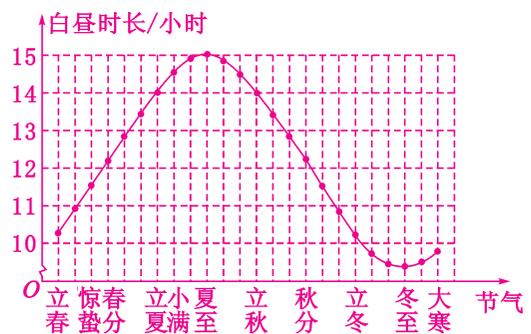
- (A) 凌晨 4 时气温最低, 为  $-3^{\circ}\text{C}$
- (B) 14 时气温最高, 为  $8^{\circ}\text{C}$
- (C) 从 0 时至 14 时, 气温随时间增加而上升
- (D) 从 14 时至 24 时, 气温随时间增加而下降

2. 小刚以  $400\text{ m/min}$  的速度匀速骑车  $5\text{ min}$ , 在原地休息了  $6\text{ min}$ , 然后以  $500\text{ m/min}$  的速度骑回出发地. 下列函数图象能表达这一过程的是 ( )



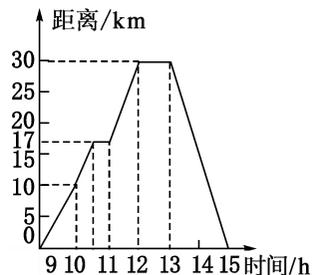
#### 能力提升

3. (2018·呼和浩特) 二十四节气是中国古代劳动人民长期经验积累的结晶, 它与白昼时长密切相关, 当春分、秋分时, 昼夜时长大致相等; 当夏至时, 白昼时长最长. 如图所示, 下列选项中白昼时长少于 11 小时的节气是 ( )



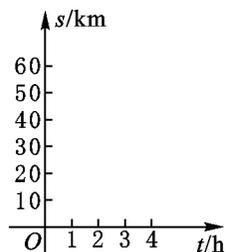
- (A) 惊蛰
- (B) 小满
- (C) 立秋
- (D) 大寒

4. 如图表示玲玲骑自行车离家的距离与时间的关系图象. 她 9 点离开家, 15 点回到家, 请根据图象回答下列问题:



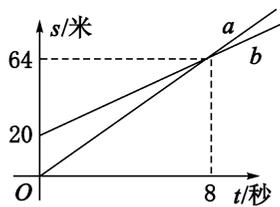
- (1) 玲玲最远离家多远?
- (2) 她何时开始第一次休息? 休息了多长时间?
- (3) 从 11:00 到 12:00 她骑了多少千米?
- (4) 她在 9:00~10:00 的平均速度是多少?
- (5) 她返回时的平均速度是多少?

5. 星期天,小宁与小刚骑自行车去距离家 50 km 的某地旅游,匀速行驶 1.5 h 后,其中一辆自行车出现故障,因此二人在自行车修理点修车,用了 0.5 h,然后以原速继续前行,行驶 1 h 到达目的地.请在平面直角坐标系中画出符合他们行驶的路程  $s(\text{km})$  与行驶时间  $t(\text{h})$  之间的函数图象.



## 拓展创新

6. 小敏、小强两人进行百米赛跑,小敏比小强跑得快,如果两人同时跑,小敏肯定赢,现在小敏让小强先跑若干米,图中的射线  $a, b$  分别表示两人跑的路程与小敏追赶时间的关系,根据图象判断:小敏的速度比小强的速度每秒快多少米?



## 7. 数学史:

法国数学家笛卡儿对数学最大的贡献是创立了解析几何,从而沟通了几何与代数,把“数”与“形”进行了完美的结合.结合教材第 42 页的阅读材料,试在网络上再搜集一些相关内容与同学交流一下.



## § 17.3 一次函数

## 第一学时



## 问题导学

(1) 一辆汽车以 50 km/h 的速度匀速前进, 行驶路程  $s$  (km) 与时间  $t$  (h) 的函数表达式为 \_\_\_\_\_ ;

(2) 若等腰三角形的周长为 30, 底边长为  $y$ , 腰长为  $x$ , 则  $y$  与  $x$  的函数表达式为 \_\_\_\_\_ .

所列函数表达式有哪些共同特征?

你能给这类函数起个名字吗?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>43~44</sub> 中的“问题 1”“问题 2”部分, 并回答下列问题.

(1) 在“问题 1”中, 哪个是自变量, 哪个是因变量?

(2) 在“问题 2”中, 哪个是自变量, 哪个是因变量?

2. 回答下列问题.

(1) 某锅炉厂有煤 800 吨, 每天用煤 50 吨, 写出工厂余煤量  $y$  (吨) 与用煤天数  $x$  (天) 之间的函数关系式.

(2) 容积为 30 m<sup>3</sup> 的水池中已有水 10 m<sup>3</sup>, 现在以 5 m<sup>3</sup>/min 的速度向水池注水, 写出水池中水的总量  $y$  (m<sup>3</sup>) 与注水时间  $x$  (min) 之间的函数关系式.

(3) 仓库内原有粉笔 400 盒, 如果每个星期领出 36 盒, 求仓库内余下的粉笔盒数  $Q$  与星期数  $t$  之间的函数关系式.

3. 仔细观察“问题 1”“问题 2”及上面第 2 题中的函数关系式, 自变量的次数有什么特点?

4. 阅读教材 P<sub>44</sub> 中的“概括”部分, 并回答下列问题.

(1) 一次函数表示为  $y=kx+b$  时, 为什么要强调  $k \neq 0$ ?

(2) 一次函数  $y=kx+b$  ( $k, b$  是常数,  $k \neq 0$ ) 的自变量  $x$  的取值范围是什么?

(3) 正比例函数一定是一次函数吗?

(4) 一次函数一定是正比例函数吗?

5. “问题导学”中的两个函数是一次函数吗?

## ◎ 自主测评

1. 下列函数中,哪些是一次函数?哪些是正比例函数?

(1)  $y=3+4x$ ; (2)  $y=\frac{1}{2}x$ ; (3)  $y=1-\frac{1}{x}$ ;

(4)  $y=x^2+5$ ; (5)  $y=3-2x$ ;

(6)  $y=kx+b$  ( $k, b$  是常数).

2. 下列说法不正确的是 ( )

- (A) 一次函数不一定是正比例函数
- (B) 不是一次函数就一定不是正比例函数
- (C) 正比例函数是特殊的一次函数
- (D) 不是正比例函数就一定不是一次函数

3. 在一次函数  $y=1-2x$  中,  $k=$  \_\_\_\_\_,  $b=$  \_\_\_\_\_.

4. 某市出租车白天的收费起步价为 6 元,即路程不超过 2 公里时收费 6 元,超过部分每公里收费 1.2 元,如果乘客白天乘坐出租车的路程为  $x$  ( $x > 2$ ) 公里,乘车费为  $y$  元,那么  $y$  与  $x$  之间的关系式为 \_\_\_\_\_.

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

请说出正比例函数与一次函数之间的关系.



## 合作学习

## ◎ 难点探究

下列问题中,变量  $y$  与  $x$  成一次函数关系的是 ( )

- (A) 路程一定时,时间与速度的关系
- (B) 长 10 米的铁丝围成长为  $y$ 、宽为  $x$  的长方形
- (C) 圆的面积  $S$  与半径  $R$  的关系
- (D) 斜边为 5 的直角三角形的直角边  $y$  与直角边  $x$  的关系

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

在一次函数  $y=kx+b$  及正比例函数  $y=kx$  中,常数  $k \neq 0$ .



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

## ◎ 展示交流

移动公司开设了如下两种通信业务:

①“全球通”用户先交 10 元月租费,然后每通话一分钟付话费 0.2 元;

②“快捷通”用户不交月租费,每通话一分钟付话费 0.4 元.

若一个月通话  $x$  min,两种收费方式的费用分别为  $y_1$  元和  $y_2$  元.

(1) 求  $y_1, y_2$  与  $x$  的函数表达式;

(2) 某用户一个月内通话 300 min,你认为选择哪种通信业务较合适?



## 归纳梳理

一次函数  
 $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ )

正比例函数  
 $y=kx$  ( $k \neq 0$ )



## 深化拓展

## ◎ 基础反思

1. 下列  $y$  关于  $x$  的函数中,是正比例函数的为 ( )

(A)  $y=x^2$

(B)  $y=\frac{2}{x}$



$$(C)y = \frac{x}{2} \quad (D)y = \frac{x+1}{2}$$

2. 下列函数① $y = \pi x$ ; ② $y = 2x - 1$ ; ③ $y = \frac{1}{x}$ ; ④ $y = 2^{-1} - 3x$ ; ⑤ $y = x^2 - 1$ 中, 是一次函数的有

- (A) 4 个                      (B) 3 个  
(C) 2 个                      (D) 1 个

3. 某超市购进了一些食品, 出售时要在进价的基础上加一定的利润, 其数量  $x$  (千克) 与售价  $y$  (元) 的关系如下表:

数量 $x$ /千克	1	2	3	4	5	...
售价 $y$ /元	$6+0.5$	$12+1.0$	$18+1.5$	$24+2.0$	$30+2.5$	...

下列用数量  $x$  表示售价  $y$  的关系正确的是

- (A)  $y = 6x + 0.5$       (B)  $y = 6 + 0.5x$   
(C)  $y = 6.5x$           (D)  $y = 6.5 + x$

### 能力提升

4. 完成下列填空.

(1) 汽车以 40 千米/时的平均速度从 A 站出发, 行驶了  $t$  小时, 那么汽车离开 A 站的距离  $s$  (千米) 和时间  $t$  (时) 之间的函数关系式为 \_\_\_\_\_;

(2) 汽车离开 A 站 4 千米, 再以 40 千米/时的平均速度行驶了  $t$  小时, 那么汽车离开 A 站的距离  $s$  (千米) 与时间  $t$  (时) 之间的函数关系式为 \_\_\_\_\_;

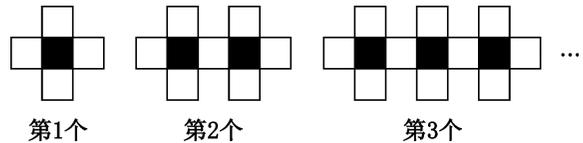
(3) 若圆柱体的底面积为  $5 \text{ cm}^2$ , 则圆柱体的体积  $V(\text{cm}^3)$  与圆柱体的高  $h(\text{cm})$  之间的函数关系式为 \_\_\_\_\_.

思考: 以上题目中, 是一次函数的有 \_\_\_\_\_, 是正比例函数的有 \_\_\_\_\_. (填序号)

5. 一根蜡烛长 15 cm, 每 5 min 燃烧 1 cm, 如果用  $l$  表示蜡烛的长度, 用  $t$  表示燃烧的时间, 那么  $l$  与  $t$  之间的函数关系式是什么? 该函数是什么函数?

### 拓展创新

6. 用黑白两种颜色的正方形纸片按黑色纸片数逐次加 1 的规律拼成一列图案:



(1) 第 1 个图案中黑色正方形周围共有 \_\_\_\_\_ 个白色正方形;

(2) 第 2 个图案中黑色正方形周围共有 \_\_\_\_\_ 个白色正方形;

(3) 白色正方形个数  $y$  与黑色正方形个数  $n$  的函数关系式为 \_\_\_\_\_.

## 第二学时



### 问题导学

我们已经学会用描点法画函数的图象了,那么一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象是什么形状呢? 我们如何画一次函数的图象呢?



### 自主学习

#### 教材导读

1. 完成教材 P<sub>45</sub> 中的“做一做”.

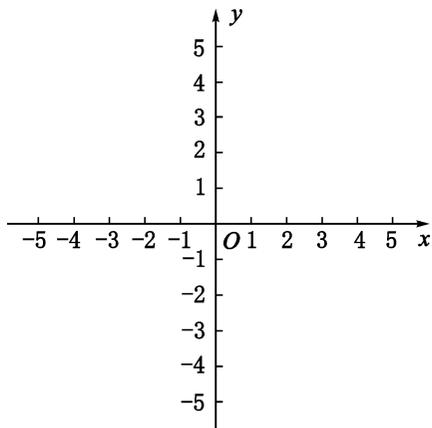
还记得我们学习过用什么方法画函数的图象吗? 分为哪几个步骤?

(1) 列表:

$x$	...						...
$y = \frac{1}{2}x$	...						...
$y = \frac{1}{2}x + 2$	...						...
$y = 3x$	...						...
$y = 3x + 2$	...						...

自变量  $x$  的取值范围是什么?

(2) 描点:



(3) 连线:

① 观察这 4 个一次函数的图象,它们都是什么形状?

② 正比例函数  $y = \frac{1}{2}x$  与  $y = 3x$  都经过哪几个点?

2. 阅读教材 P<sub>46</sub> 中的“概括”.

(1) 几个点可以确定一条直线?

(2) 因此画一次函数的图象时,取 \_\_\_\_\_ 个点就可以了,这种画直线的方法又称为“两点法”.

3. 阅读教材 P<sub>46</sub> 中的“讨论”,并回答下列问题.

对于函数  $y=kx+b(k, b$  是常数,  $k \neq 0)$ , 常数  $k$  和  $b$  的取值对于图象的位置分别有什么影响呢?

(1) 当  $k$  相同,  $b$  不相同(如  $y = 3x$  与  $y = 3x + 2$ ) 时,有

共同点: \_\_\_\_\_ ;

不同点: \_\_\_\_\_ .

(2) 当  $b$  相同,  $k$  不相同(如  $y = \frac{1}{2}x + 2$  与  $y = 3x + 2$ ) 时,有

共同点: \_\_\_\_\_ ;

不同点: \_\_\_\_\_ .

(3) 观察函数  $y = \frac{1}{2}x$  与  $y = \frac{1}{2}x + 2$  的图象,你发现两直线 \_\_\_\_\_ ; 将  $y = \frac{1}{2}x$  的图象向 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 个单位可得到  $y = \frac{1}{2}x + 2$  的图象.

4. 完成教材 P<sub>46</sub> 中的“例 1”.

(1) 画图象时,你选择了哪两个点?

(2) 和同学交流比较一下,你认为怎样取点比较简便?

### ◎ 自主测评

1. 直线  $y = -2x$  经过点 ( )

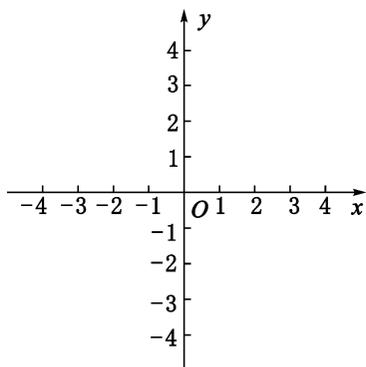
- (A) (1, 2)                      (B) (-2, 1)  
(C) (1, -2)                    (D)  $(-1, \frac{1}{2})$

2. 将一次函数  $y = 2x - 3$  的图象沿  $y$  轴向上平移 8 个单位, 所得直线的函数表达式为 ( )

- (A)  $y = 2x - 5$                 (B)  $y = 2x + 5$   
(C)  $y = 2x + 8$                 (D)  $y = 2x - 8$

3. 在同一平面直角坐标系中画出下列函数的图象, 并说出它们有什么关系.

$$y = -x \text{ 与 } y = -x + 3.$$



**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

画一次函数的图象时常选取哪两个点?

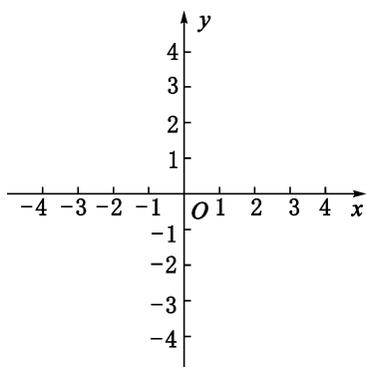


### 合作学习

### ◎ 难点探究

探究直线的平移规律:

(1) 在同一平面直角坐标系中画出函数  $y = x$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = x - 2$  的图象;



(2) 容易发现:

① 三条直线的位置关系是 \_\_\_\_\_;

② 直线  $y = x$  向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 个单位, 得到直线  $y = x + 1$ ;

③ 直线  $y = x$  向 \_\_\_\_\_ 平移 \_\_\_\_\_ 个单位, 得到直线  $y = x - 2$ .

(3) 由(1)(2)的解答过程, 你有什么发现?

(4) 如果已知函数  $y = 4x$  的图象, 你可以用什么简便方法画出函数  $y = 4x + 3$  的图象?

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

对于直线  $y = kx + b$ , 常数  $k$  和  $b$  的取值对于直线的位置各有什么影响?



### 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

### ◎ 展示交流

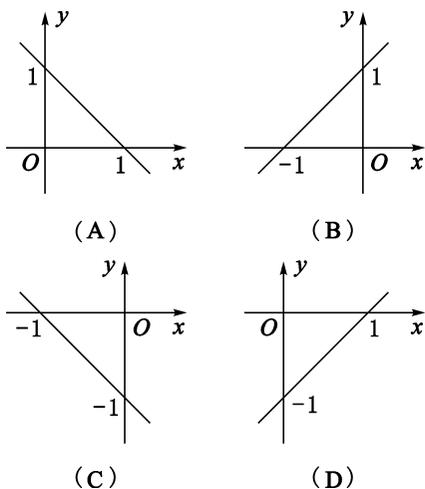
1. 已知两条直线  $l_1: y = kx - 1$  和  $l_2: y = 5x + b$ .

(1) 若  $l_1 \parallel l_2$ , 求  $k$  的值;

(2) 若  $l_1$  与  $l_2$  经过  $y$  轴上的同一点, 求  $b$  的值;

(3) 若  $l_2$  过原点, 求  $b$  的值.

2. 下列图象中, 表示直线  $y=x-1$  的是 ( )



## 归纳梳理

1. 一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象是 \_\_\_\_\_, 一定经过点  $(0, \quad)$ .

2. 两条直线  $y_1=k_1x+b_1, y_2=k_2x+b_2$ ,

(1) 当  $k_1=k_2, b_1 \neq b_2$  时, 两直线 \_\_\_\_\_;

(2) 当  $k_1 \neq k_2$  时, 两直线 \_\_\_\_\_;

(3) 当  $k_1 \neq k_2, b_1 = b_2$  时, 两直线的交点在 \_\_\_\_\_ 轴上.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 将函数  $y=-3x$  的图象沿  $y$  轴向上平移 2 个单位后, 所得图象对应的函数关系式为 ( )

(A)  $y=-3x+2$

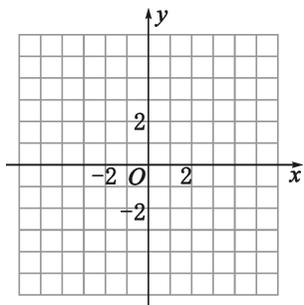
(B)  $y=-3x-2$

(C)  $y=-3(x+2)$

(D)  $y=-3(x-2)$

2. 已知一次函数  $y_1=-2x+4$ , 完成下列问题:

(1) 画出此函数的图象;



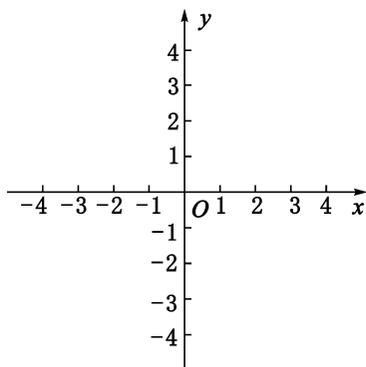
(2) 将函数  $y_1$  的图象向下平移 2 个单位, 得到

函数  $y_2$  的图象, 直接写出函数  $y_2$  的表达式;

(3) 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y_2 > 0$ .

### 能力提升

3. 在同一平面直角坐标系中画出函数  $y=x+3$  和  $y=-2x+1$  的图象, 并说明交点所在的象限.



4. 已知一次函数  $y=(2m+1)x+m-3$ .

(1) 若函数图象经过原点, 求  $m$  的值;

(2) 若函数图象与直线  $y=-4x-5$  平行, 求  $m$  的值;

(3) 若函数图象经过点  $(-3, -1)$ , 求  $m$  的值.

### 拓展创新

5. 把直线  $y=-x-1$  沿  $x$  轴向右平移 2 个单位, 所得直线的函数关系式是 \_\_\_\_\_.



## 第三学时



## 问题导学

我们知道一次函数的图象是一条直线,并且会用两点法画一次函数的图象,那么如何利用一次函数的图象解决实际问题呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>47</sub> 中的“例 2”,并回答下列问题.

(1) 平面直角坐标系中坐标轴上的点的坐标有什么特征?

你发现:对于一次函数  $y=kx+b$ , 其中  $b$  就是该函数图象与  $y$  轴交点的          坐标.

(2) 求直线与坐标轴的交点坐标时要注意什么?

(3) 画图象时在坐标轴上取点有什么好处?

(4) 点  $C(3, -9)$ , 点  $D(2, -1)$ , 点  $E(-1, -1)$  中, 在直线  $y=-2x-3$  上的是         .

(5) 若点  $M(m, 5)$  在直线  $y=-2x-3$  上, 求  $m$  的值.

2. 尝试完成教材 P<sub>48</sub> 中的“例 3”, 并结合所画图象回答下列问题:

(1) 问题中的纵轴  $s$  和横轴  $t$  的单位长度相同吗? 为什么要这样处理?

(2) 要画具有实际意义的函数图象, 首先要确定函数自变量的取值范围. 例 3 中, 首先要确定自变量  $t$  的取值范围是         , 再确定与之对应的函数值  $s$  的取值范围是         , 然后才能正确画图.

(3) 根据例 3 的图象, 你发现具有实际意义背景的一次函数的图象是直线吗? 为什么?

## 自主测评

1. 已知函数  $y=-x+3$ , 则直线与  $x$  轴的交点坐标为         , 与  $y$  轴的交点坐标为         .

2. 下列各点在函数  $y=x+2$  的图象上的是

( )

(A)  $(-5, 3)$

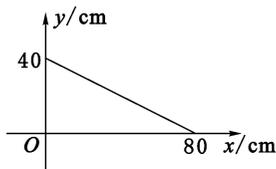
(B)  $(0, -2)$

(C)  $(2, 0)$

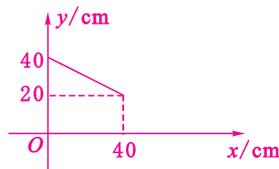
(D)  $(-1, 1)$

3. 若等腰三角形的周长是 80 cm, 则能反映这个等腰三角形的腰长  $y$  cm 与底边长  $x$  cm 的函数关系式的图象是

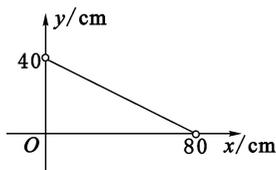
( )



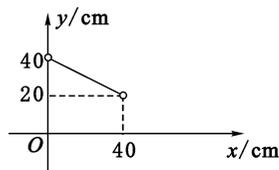
(A)



(B)



(C)



(D)

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

要理解一次函数的图象所反映的实际意义.



## 合作学习

## 难点探究

已知直线  $y=3x-2$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于  $A$ ,  $B$  两点.

- (1) 求点  $A$ , 点  $B$  的坐标;
- (2) 画出函数图象;
- (3) 求直线与坐标轴围成的三角形的面积.

## 组内问题归结

请把组内不能解决的问题记录在下面

一次函数  $y=kx+b$  中的  $k$  决定了函数图象的哪些特点和性质?



## 探究展示

### 问题共析

要积极发言, 及时总结哦!

## 展示交流

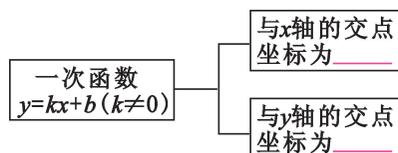
已知  $A, B$  两地相距 30 千米, 小王骑自行车以 12 千米/时的速度从  $A$  地出发去往  $B$  地, 设小王行驶的时间为  $x$  (时), 与  $B$  地的距离为  $y$  (千米).

- (1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;
- (2) 画出函数图象.



## 归纳梳理

1.



2.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 若直线  $y=-3x+b$  与  $y$  轴的交点为  $(0, 1)$ , 则函数表达式为 \_\_\_\_\_.
2. 下列各点中, 在函数  $y=-\frac{1}{3}x+2$  的图象上的是 ( )
  - (A)  $(2, 0)$                       (B)  $(0, 6)$
  - (C)  $(-6, 4)$                     (D)  $(3, 2)$
3. 已知点  $P$  在函数  $y=-\frac{1}{2}x+3$  的图象上, 且点  $P$  到  $x$  轴的距离为 4, 则点  $P$  的坐标为 ( )
  - (A)  $(2, 4)$  或  $(-14, -4)$
  - (B)  $(2, 4)$  或  $(14, -4)$
  - (C)  $(-2, 4)$  或  $(14, -4)$



(D)  $(-2, 4)$  或  $(-14, -4)$

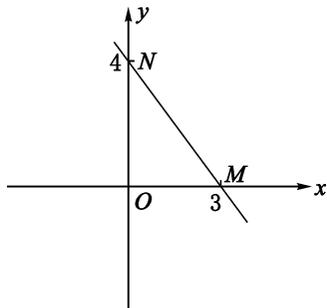
### 能力提升

4. 已知函数  $y=2x+b$  与坐标轴围成的三角形面积为 9, 则  $b$  的值为 ( )

- (A) 6 (B) -4  
(C)  $\pm 6$  (D)  $\pm 4$

5. 如图, 一次函数  $y=-\frac{4}{3}x+4$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于  $M, N$  两点.

- (1) 求  $\triangle OMN$  的面积;
- (2) 若  $OC \perp MN$  于点  $C$ , 求  $OC$  的长;
- (3) 若点  $P$  是直线  $MN$  上的一动点, 且  $\triangle OPM$  的面积为 3, 直接写出满足条件的所有点  $P$  的坐标.



### 拓展创新

6. 旅客乘车按规定可以免费携带一定重量的行李, 如果所带行李超过了规定的重量, 就要按超重的千克数收取超重行李费, 已知旅客所付行李费  $y$  (元) 可以看成他们携带的行李质量  $x$  (千克) 的一次函数  $y=\frac{1}{6}x-5$ .

- (1) 画出这个函数的图象;
- (2) 旅客最多可以免费携带多少千克的行李?

## 第四学时



### 问题导学

一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象是一条直线, 那么  $k, b$  的符号对这条直线有什么影响? 决定了一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的哪些性质呢?



### 自主学习

#### 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>49</sub> 中的“观察”部分.

(1) 根据函数  $y = \frac{2}{3}x + 1$  的图象, 当  $x = -3$  时,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 当  $x = 0$  时,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 当  $x = 3$  时,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 由图象可知, 函数值  $y$  随自变量  $x$  的增大而         , 函数图象从左到右          (填“上升”或“下降”).

(3) 函数  $y = \frac{2}{3}x + 1$  与函数  $y = 3x - 2$  有什么共同点?

2. 阅读教材 P<sub>49</sub> 中的“探索”部分.

(1) 根据函数  $y = -x + 2$ , 当  $x = -2$  时,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 当  $x = 3$  时,  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 当  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  时,  $y = -2$ .

(2) 由图象可知, 函数值  $y$  随自变量  $x$  的增大而         , 函数图象从左到右          (填“上升”或“下降”).

(3) 它与第 1 题(3)中的两个函数有什么不同?

3. 阅读教材 P<sub>49</sub> 中的“概括”部分.

(1) 一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的性质:

- ①  $k > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而         ;
- ②  $k < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而         .

(2) 正比例函数是否也具有这样的性质呢? 为什么?

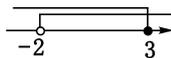
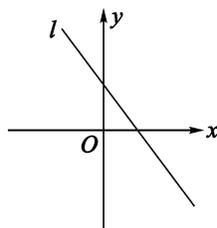
#### 自主测评

1. 已知一次函数  $y=kx-1$ , 若  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则它的图象经过 ( )

- (A) 第一、二、三象限
- (B) 第一、二、四象限
- (C) 第一、三、四象限
- (D) 第二、三、四象限

2. (2018 · 济宁) 在平面直角坐标系中, 已知一次函数  $y = -2x + 1$  的图象经过  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  两点, 若  $x_1 < x_2$ , 则  $y_1$           (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)  $y_2$ .

3. 如图, 直线  $l$  经过第一、二、四象限,  $l$  的表达式是  $y = (m-3)x + m + 2$ , 则  $m$  的取值范围在数轴上可表示为 ( )



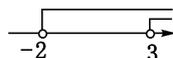
(A)



(B)



(C)



(D)

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?



## 合作学习

## 难点探究

1. 填写下表:

$k, b$ 的符号	直线的大致图象	经过的象限
$k > 0, b > 0$		一、二、三
$k > 0, b < 0$		_____
$k < 0, b > 0$		_____
$k < 0, b < 0$		_____

2. 已知点  $(-1, y_1)$  和  $(2, y_2)$  都在直线  $y = -4x - 1$  上, 试比较  $y_1$  与  $y_2$  的大小. 你能想出几种判断方法?

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.



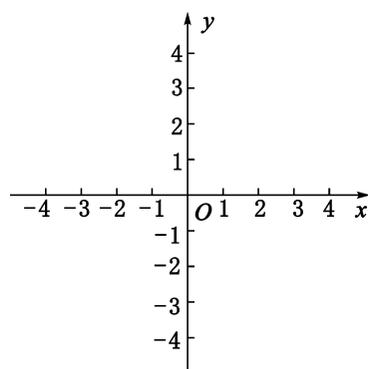
## 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

## 展示交流

已知直线  $y = 2x + 3$ ,

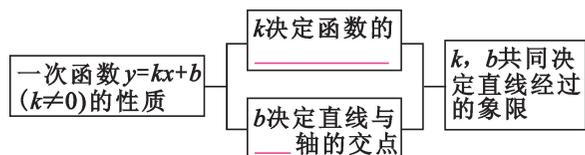
- 求出直线与  $x$  轴和  $y$  轴的交点坐标;
- 在平面直角坐标系中画出函数的图象;



- 该函数有什么性质?
- 求直线与坐标轴围成的三角形的面积.



## 归纳梳理





## 深化拓展

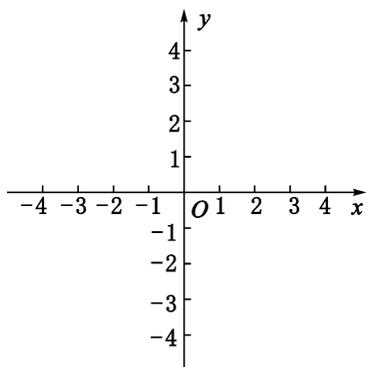
### 基础反思

1. 函数  $y = -7x - 6$  的图象中:
- (1)  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_;
  - (2) 它的图象从左到右 \_\_\_\_\_;
  - (3) 图象与  $x$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_, 与  $y$  轴的交点坐标是 \_\_\_\_\_;
  - (4)  $x$  取何值时,  $y = 8$ ?

2. 函数  $y = x - 2$  的图象不经过 ( )
- (A) 第一象限                      (B) 第二象限  
(C) 第三象限                      (D) 第四象限

### 能力提升

3. 已知函数  $y = 2x - 4$ ,
- (1) 在平面直角坐标系中画出它的图象;



- (2) 求图象与  $x$  轴,  $y$  轴的交点坐标;
- (3) 观察图象, 当  $-2 \leq x \leq 4$  时, 求函数值  $y$  的变化范围.

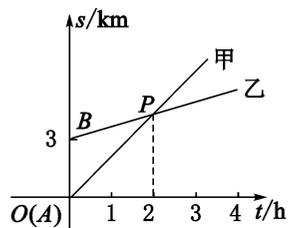
4. 已知一次函数  $y = (2m - 2)x + m$ ,

- (1)  $m$  为何值时, 图象经过原点?
- (2) 已知  $y$  随  $x$  的增大而增大, 求  $m$  的取值范围;
- (3) 已知函数图象与  $y$  轴的交点在  $x$  轴上方, 求  $m$  的取值范围.

### 拓展创新

5. 已知  $A$  地在  $B$  地的正南方向 3 km 处, 甲, 乙两人同时分别从  $A, B$  两地向正北方向匀速直行, 他们与  $A$  地的距离  $s$  (km) 与所用的时间  $t$  (h) 之间的函数关系的图象如图所示.

- (1) 请问几小时后甲超过乙?
- (2) 乙还能赶上甲吗? 为什么?



## 第五学时



## 问题导学

已知一次函数  $y=kx+b$  的图象经过点  $(1,2)$ , 你能确定  $k, b$  的值吗?

思考: 确定一次函数  $y=kx+b$  的表达式需要几个条件呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 根据条件, 求出下列函数的关系式:

(1) 函数  $y=kx$  中, 当  $x=2$  时,  $y=-6$ , 则  $k=$  \_\_\_\_\_, 函数关系式为  $y=$  \_\_\_\_\_.

(2) 函数  $y=kx+5$  中, 当  $x=-2$  时,  $y=-1$ , 则  $k=$  \_\_\_\_\_, 函数关系式为  $y=$  \_\_\_\_\_.

2. 阅读教材 P<sub>50</sub> 中的“例 4”部分.

(1) 确定一次函数的表达式需要几个条件?

(2) 本题中把两对数值代入表达式后, 求解  $k$  和  $b$  的过程是转化为什么问题来解决的?

(3) 说说你对“待定系数法”的理解.

3. 阅读并完成教材 P<sub>51</sub> 中的“做一做”和“讨论”部分.

(1) 这里的已知条件是否给出了  $x$  和  $y$  的对应值? 点  $(-1, 1)$  和点  $(1, -5)$  和函数值有什么对应关系?

(2) 题意并没有要求写出函数关系式, 解题时是否应该求出? 该如何入手?

(3) 你认为运用待定系数法确定函数表达式的步骤是什么?

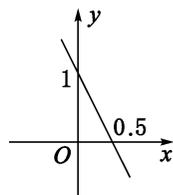
## 自主测评

1. 若正比例函数过点  $(-3, 9)$ , 求正比例函数的表达式.

2. 若直线  $y=mx+1$  经过点  $(1, 3)$ , 求出该直线的表达式.

3. 已知一次函数的图象经过点  $A(-3, -2)$  和点  $B(1, 6)$ , 求出该直线的表达式.

4. 一次函数  $y=kx+b$  的图象如图所示, 试求出这个函数关系式.



**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

用待定系数法解题一般分几个步骤?



## 合作学习

### 难点探究

已知  $y$  与  $x-3$  成正比例, 当  $x=4$  时,  $y=3$ .

- (1) 求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;
- (2)  $y$  与  $x$  之间是什么函数关系?
- (3) 求  $x=2.5$  时  $y$  的值.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

你学会用待定系数法求函数表达式了吗?

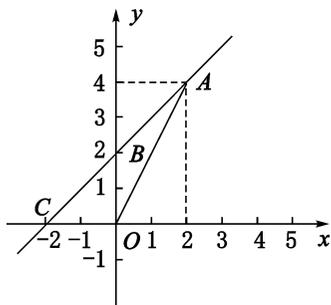


## 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

### 展示交流

1. 如图, 一次函数  $y=kx+b$  的图象经过  $A(2, 4)$ ,  $B(0, 2)$  两点, 与  $x$  轴交于点  $C$ . 求:
  - (1) 一次函数的表达式;
  - (2)  $\triangle AOC$  的面积.



2. 已知一次函数  $y=kx+b$  与直线  $y=2x+1$  的交点的横坐标为 2, 与直线  $y=-x-8$  的交点的纵坐标为  $-7$ , 求该函数的表达式.



## 归纳梳理

用待定系数法确定函数表达式的一般步骤:

- 一设, 设要求的 \_\_\_\_\_;
- 二列, 根据条件列 \_\_\_\_\_;
- 三解, 解方程(组), 求出待定系数;
- 四写, 写出 \_\_\_\_\_.

用待定系数法求得函数关系式后, 回到实际问题中要注意取值范围并检验.



## 深化拓展

### 基础反思

1. 若一个正比例函数的图象经过  $A(3, -6)$ ,  $B(m, -4)$  两点, 则  $m$  的值为 ( )
  - (A) 2
  - (B) 8
  - (C)  $-2$
  - (D)  $-8$
2. 求满足下列条件的函数表达式:
  - (1) 与直线  $y=-2x$  平行且经过点  $(1, -1)$  的直线的表达式;
  - (2) 设一次函数  $y=kx+b(k \neq 0)$  的图象经过  $A(1, 3)$ ,  $B(0, -2)$  两点, 试求  $k, b$  的值.



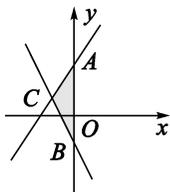
### ◎ 能力提升

3. 一个一次函数的图象是经过点  $A(-2, 5)$  且与  $x$  轴的交点为  $B(3, 0)$  的一条直线. 求:

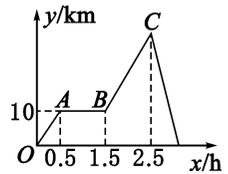
- (1) 这个一次函数的表达式;
- (2) 这条直线与两坐标轴围成的三角形的面积.

4. 已知直线  $y=2x+3$  与直线  $y=-2x-1$ . 求:

- (1) 两直线与  $y$  轴的交点  $A, B$  的坐标;
- (2) 两直线的交点  $C$  的坐标;
- (3)  $\triangle ABC$  的面积.

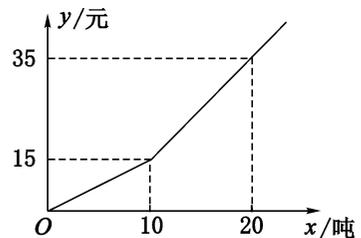


(2) 当  $1.5 \leq x \leq 2.5$  时, 求路程  $y(\text{km})$  关于时间  $x(\text{h})$  的函数表达式, 并求乙地距离小红家有多少千米.



6. 为了鼓励居民节约用水, 某市自来水公司对居民用水采用分段计费的方法, 即一个月用水量不超过 10 吨, 则按每吨  $a$  元收费; 若一个月用水量超过 10 吨, 则超出的部分按每吨  $b$  元收费 ( $b > a$ ), 居民王先生月付水费  $y$  (元) 与月用水量  $x$  (吨) 的函数图象如图所示.

- (1) 求  $a, b$  的值;
- (2) 当  $x > 10$  时, 求函数的表达式.



### ◎ 拓展创新

5. (2018 · 日照) “低碳生活, 绿色出行” 的理念已深入人心, 现在越来越多的人选择骑自行车上下班或外出旅游. 周末, 小红与同学相约骑自行车到郊外游玩, 她从家出发 0.5 h 后到达甲地, 游玩一段时间后按原速前往乙地, 刚到达乙地, 接到妈妈电话, 要求她快速返回家中. 小红从家出发到返回家中, 行进路程  $y(\text{km})$  随时间  $x(\text{h})$  变化的函数图象大致如图所示.

(1) 小红从甲地到乙地骑车的速度为 \_\_\_\_\_ km/h;

## § 17.4 反比例函数

### 第一学时



#### 问题导学

今年,幸福小区为响应建设绿色城市的号召,决定建一个 200 平方米的长方形草坪,已知草坪的长是  $x$  米,宽是  $y$  米,试写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.该函数是什么函数呢?



#### 自主学习

#### 教材导读

1. 请阅读教材 P<sub>54~55</sub> 中的“问题 1”和“问题 2”,并完成下列问题.

(1) 问题 1 中,在这一变化过程中,常量有 \_\_\_\_\_,变量有 \_\_\_\_\_.

(2) 为了表示两个变量间的函数关系式,需要先设出两个变量 \_\_\_\_\_.列出的函数关系式为 \_\_\_\_\_,自变量的取值范围是 \_\_\_\_\_.

(3) 问题 2 中,函数关系式为 \_\_\_\_\_,自变量的取值范围是 \_\_\_\_\_.

(4) 问题 1 和问题 2 中所列的函数关系式具有哪些共同特征?

2. 阅读教材 P<sub>55</sub> 中的“概括”部分.

(1) 形如  $y = \frac{\quad}{\quad}$  的函数叫反比例函数.

(2) 反比例函数的自变量的取值范围是 \_\_\_\_\_.

#### 自主测评

1. 下列函数哪些是正比例函数,哪些是反比例函数?

(1)  $y = 3x - 1$ ; (2)  $y = -\frac{3}{x}$ ; (3)  $y = \frac{2x}{3}$ ;

(4)  $y = 2x^2$ ; (5)  $y = \frac{2}{3x}$ ; (6)  $xy = \frac{1}{4}$ .

2. 若  $y = \frac{3-k}{x}$  是反比例函数,则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

3. 写出下列各题的函数关系式,并指出它们是什么函数.

(1) 要给一个容积为  $25 \text{ m}^3$  的水池注满水,注水速度  $y (\text{m}^3/\text{min})$  与注水时间  $t (\text{min})$  的函数关系;

(2) 三角形的面积是 10,它的底边长  $y$  和这条底边上的高  $x$  的函数关系.

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?





## 合作学习

## 难点探究

下表反映了  $x$  与  $y$  之间存在某种函数关系:

$x$	...	-6	-5	3	4	...
$y$	...	1	1.2	-2	-1.5	...

现给出了几种可能的函数关系式:

$$y=x+7, y=x-5, y=-\frac{6}{x}, y=\frac{1}{3}x-1.$$

(1) 从所给出的几个式子中选出一个你认为满足上表要求的函数关系式: \_\_\_\_\_;

(2) 请说明你选择这个函数关系式的理由.

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

## 展示交流

在判断  $y=\frac{1}{2x}$  是否是反比例函数时,小华与小颖有不同的看法,你同意谁的看法?说说你的理由.

小华:因为  $y=\frac{1}{2x}$  不符合  $y=\frac{k}{x}$  的形式,所以  $y=\frac{1}{2x}$  不是反比例函数;

小颖:因为在  $y=\frac{1}{2x}$  中, $y$  是  $2x$  的反比例函数,

所以  $y$  是  $x$  的反比例函数,且  $k=\frac{1}{2}$ .



## 归纳梳理

- 反比例函数的表达式为 \_\_\_\_\_, 自变量的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- 反比例函数的关系式有哪几种表达形式?



## 深化拓展

## 基础反思

- 下列各组  $x, y$  的对应值,不满足反比例函数  $y=\frac{6}{x}$  的是 ( )
  - $x=-1, y=6$
  - $x=1, y=6$
  - $x=2, y=3$
  - $x=-3, y=-2$
- (2018·柳州)已知反比例函数的表达式为  $y=\frac{|a|-2}{x}$ ,则  $a$  的取值范围是 ( )
  - $a \neq 2$
  - $a \neq -2$
  - $a \neq \pm 2$
  - $a = \pm 2$
- 已知在反比例函数  $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$  中,当  $x=3$  时, $y=-5$ ,则  $k$  的值为 ( )
  - $\frac{5}{3}$
  - $-\frac{5}{3}$
  - 15
  - 15
- 写出下列各题的函数关系式及自变量的取

值范围,并指出它们是什么函数.

(1)  $A, B$  两地相距 200 千米,速度为 50 千米/时的火车从  $A$  地开往  $B$  地,火车离  $B$  地的距离  $s$  (千米)与行驶的时间  $t$ (时)之间的函数关系;

(2) 学校要设计一个面积为  $40\ 000\text{ m}^2$  的长方形运动场,运动场的长  $y$ (m)与宽  $x$ (m)之间的函数关系.

## ◎ 能力提升

5. 计划修建铁路  $l\text{ km}$ ,铺轨天数为  $t\text{ d}$ ,每日铺轨量为  $s\text{ km}$ ,则在下列三个结论中,正确的是

( )

①当  $l$  一定时,  $t$  是  $s$  的反比例函数;②当  $t$  一定时,  $l$  是  $s$  的反比例函数;③当  $s$  一定时,  $l$  是  $t$  的反比例函数.

- (A) ①  
(B) ②  
(C) ③  
(D) ①②③

6.  $y$  是  $x$  的反比例函数,当  $x=2$  时,  $y=3$ ,求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.

## ◎ 拓展创新

7. 某蓄水池的排水管每小时排水  $8\text{ m}^3$ ,6 h 可将满池水全部排空,如果增加排水管,使每小时排水量达到  $Q(\text{m}^3)$ ,那么满池水排空所需的时间为  $t(\text{h})$ .

(1) 写出  $t$  与  $Q$  之间的函数关系式;

(2) 如果准备在 5 h 之内将满池水排空,那么每小时的排水量至少为多少?

(3) 已知排水管的最大排水量为每小时  $12\text{ m}^3$ ,那么最少需多长时间可将满池水全部排空?



## 第二学时



## 问题导学

同学们,回想一下一次函数图象的学习过程,试规划一下反比例函数图象的学习过程,我们知道一次函数的图象是一条直线,那么反比例函数的图象会是什么样子呢?



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>56</sub> 中的“例 1”部分.

(1) 用什么方法画反比例函数的图象? 分哪几个步骤?

(2) 自变量  $x$  的取值范围是什么?

(3) 当  $x$  取互为相反数的值时,对应的  $y$  的值怎样?

(4) 这些点在一条直线上吗? 怎样连结这些点?

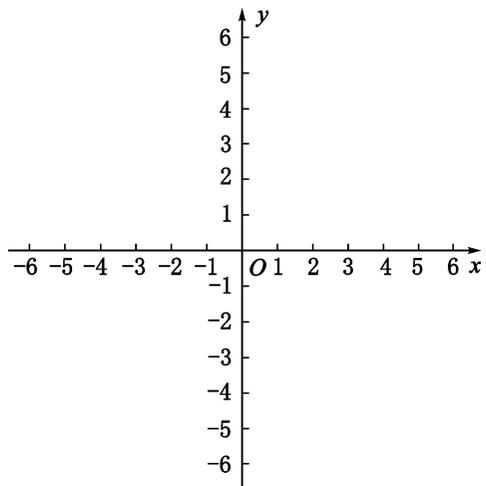
(5) 反比例函数的图象由几个部分组成? 名称叫什么?

2. 完成教材 P<sub>57</sub> 中的“试一试”.

(1) 列表.

$x$	...	-6	-3	-2	-1	...	1	2	3	6	...
$y$	...	1	2	3	6	...	-6	-3	-2	-1	...

(2) 画出函数图象.



3. 阅读教材 P<sub>57</sub> 中的“讨论”和“概括”部分.

(1)  $y = \frac{6}{x}$  的图象在第 \_\_\_\_\_ 象限,在第一象限内,曲线从左向右 \_\_\_\_\_,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_; 在第三象限内,曲线从左向右 \_\_\_\_\_,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_.

(2)  $y = -\frac{6}{x}$  的图象在第 \_\_\_\_\_ 象限,在第二象限内,曲线从左向右 \_\_\_\_\_,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_; 在第四象限内,曲线从左向右 \_\_\_\_\_,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_.

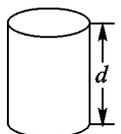
(3) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象所在象限由什么确定?

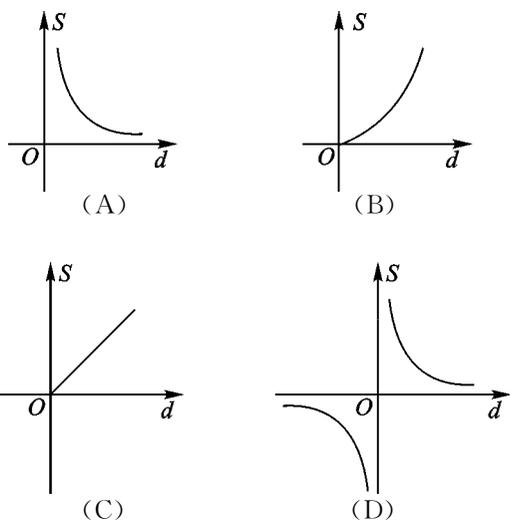
(4) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的性质:

$k$ 的符号	图象位置	增减性
$k > 0$		
$k < 0$		

## 自主测评

1. 如图,市煤气公司计划在地下修建一个容积为  $10\,000\text{ m}^3$  的圆柱形煤气储存室,则储存室的底面积  $S(\text{m}^2)$  与其深度  $d(\text{m})$  的函数图象大致是 ( )

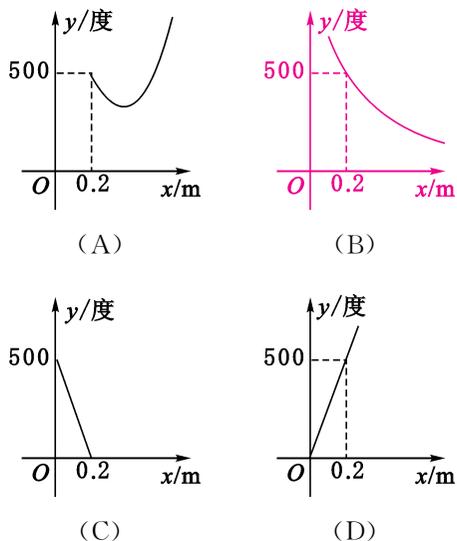




2. 已知反比例函数  $y = \frac{2}{x}$ , 下列结论中正确的是 ( )

- (A) 点  $(-2, 1)$  在它的图象上
- (B) 它的图象经过原点
- (C) 它的图象在第一、三象限
- (D) 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大

3. “科学用眼, 保护视力”是青少年珍爱生命的具体表现. 科学证实: 近视眼镜片的度数  $y$  (度) 与镜片焦距  $x$  (m) 成反比例关系, 若 500 度近视眼镜片的焦距为 0.2 m, 则表示  $y$  与  $x$  函数关系的图象大致是 ( )



4. 已知反比例函数的图象经过点  $(3, 2)$  和点  $(m, -2)$ , 求反比例函数的表达式及  $m$  的值.

**收获与问题** 在自主学习中, 你发现了什么呢?

通过学习, 你掌握反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的性质了吗?



## 合作学习

### 难点探究

思考下列问题:

(1) 反比例函数的图象是轴对称图形吗? 对称轴有几条?

(2) 反比例函数的图象是中心对称图形吗? 对称中心是什么?

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的性质主要由什么决定?



## 探究展示

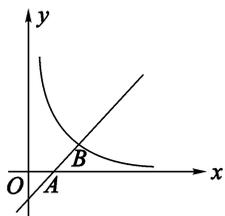
**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!



### 展示交流

如图,在平面直角坐标系中,已知一次函数  $y=kx+b$  的图象经过点  $A(1,0)$ ,与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象相交于点  $B(2,1)$ .

- (1) 求  $m$  的值和一次函数的表达式;
- (2) 结合图象直接写出:当  $x>0$  时,不等式  $kx+b>\frac{m}{x}$  的解集.



### 归纳梳理

反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k\neq 0, k$  为常数):

$k$ 的符号	$k>0$	$k<0$
图象位置		
图象形状		
性质		



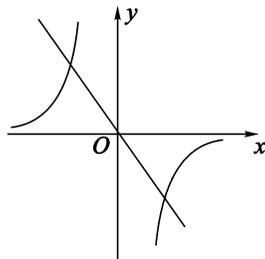
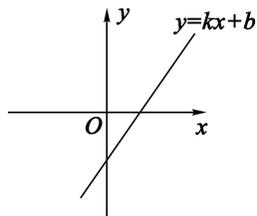
### 深化拓展

#### 基础反思

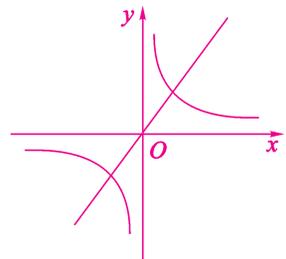
1. 已知某反比例函数的图象经过点  $M(-2, 1)$ , 则此反比例函数的表达式为 ( )

- (A)  $y=\frac{2}{x}$                       (B)  $y=-\frac{2}{x}$   
 (C)  $y=\frac{1}{2x}$                       (D)  $y=-\frac{1}{2x}$

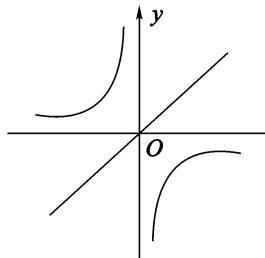
2. 已知一次函数  $y=kx+b$  的图象如图所示, 那么正比例函数  $y=kx$  和反比例函数  $y=\frac{b}{x}$  在同一平面直角坐标系中的图象大致是 ( )



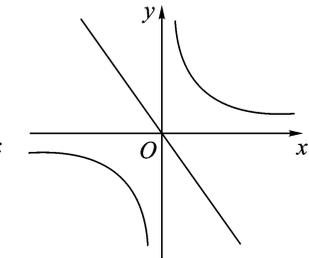
(A)



(B)



(C)



(D)

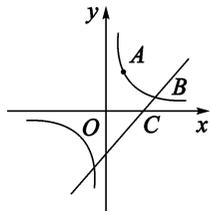
3. (2018·济南) 在反比例函数  $y=-\frac{2}{x}$  的图象上有三个点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ , 若  $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ , 则下列结论正确的是 ( )

- (A)  $y_3 < y_2 < y_1$                       (B)  $y_1 < y_3 < y_2$   
 (C)  $y_2 < y_3 < y_1$                       (D)  $y_3 < y_1 < y_2$

4. 如图,反比例函数的图象经过点  $A, B$ , 点  $A$  的坐标为  $(1, 3)$ , 点  $B$  的纵坐标为  $1$ , 点  $C$  的坐标为  $(2, 0)$ . 求:

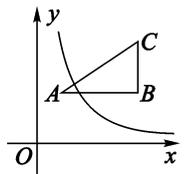
- (1) 该反比例函数的表达式;

(2) 直线  $BC$  的表达式.



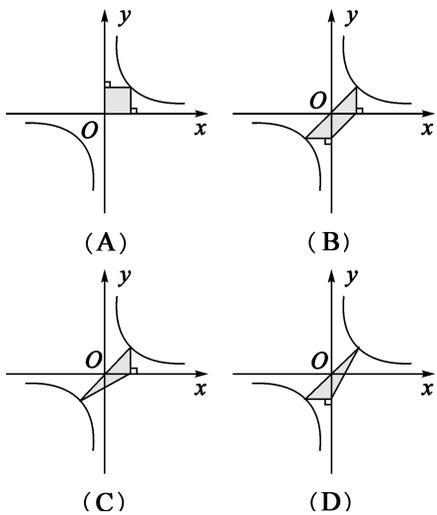
能力提升

5. 如图, 三角形  $ABC$  的三个顶点分别为  $A(1, 2), B(4, 2), C(4, 4)$ , 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限内的图象与三角形  $ABC$  有交点, 则  $k$  的取值范围是



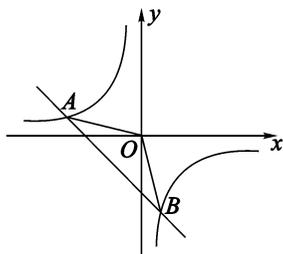
- (A)  $1 \leq k \leq 4$                       (B)  $2 \leq k \leq 8$   
 (C)  $2 \leq k \leq 16$                     (D)  $8 \leq k \leq 16$

6. 在反比例函数  $y = \frac{4}{x}$  的图象中, 阴影部分的面积不等于 4 的是



7. 如图, 一次函数  $y = kx + b$  的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象交于  $A(-2, 1), B(1, n)$  两点.

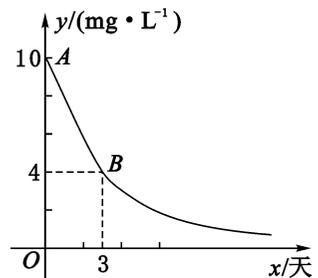
- (1) 试确定上述反比例函数和一次函数的表达式;  
 (2) 求三角形  $AOB$  的面积.



拓展创新

8. 环保局对某企业排污情况进行检测, 结果显示: 所排污水中硫化物的浓度超标, 即硫化物的浓度超过最高允许的  $1.0 \text{ mg/L}$ , 环保局要求该企业立即整改, 在 15 天以内(含 15 天)排污达标. 整改过程中, 所排污水中硫化物的浓度  $y(\text{mg/L})$  与时间  $x(\text{天})$  的变化规律如图所示, 其中线段  $AB$  表示前 3 天的变化规律, 从第 3 天起, 所排污水中硫化物的浓度  $y$  与时间  $x$  成反比例关系.

- (1) 求整改过程中硫化物的浓度  $y$  与时间  $x$  的函数表达式;  
 (2) 该企业所排污水中硫化物的浓度能否在 15 天内不超过最高允许的  $1.0 \text{ mg/L}$ ? 为什么?



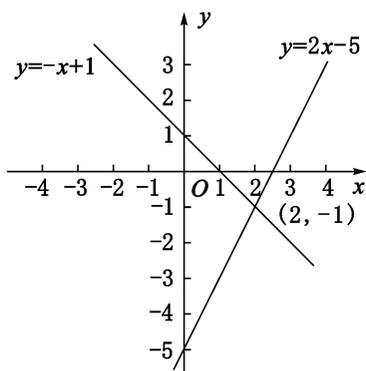
## § 17.5 实践与探索

## 第一学时



## 问题导学

小华问小斌：“你知道方程组  $\begin{cases} y = -x + 1, \\ y = 2x - 5 \end{cases}$  的解吗？”小斌说：“当然，算一下就知道了。”而小华却指着教材上的函数图象对小斌说：“我不用算就知道。”



小华为什么不用算就能知道答案呢？



## 自主学习

## 教材导读

1. 阅读教材 P<sub>59</sub> 中的“问题 1”部分。

(1) 乙复印社的每月承包费在图象上是怎样反映出来的？

(2) “收费相同”在图象上是怎样反映出来的？

(3) 如果复印 1 000 页，那么选哪家复印社比较合算？

(4) 如果复印 500 页，那么选哪家复印社比较合算？

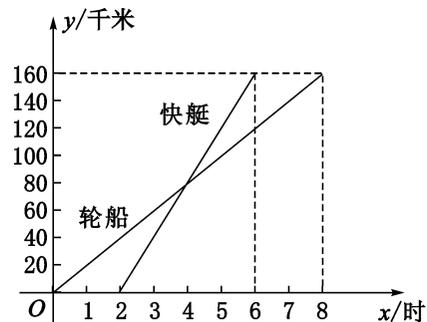
2. 阅读教材 P<sub>60</sub> 中的“联想”和 P<sub>61</sub> 中的“例”部分。

(1) 一次函数的关系式可以看成是关于  $x, y$  的 \_\_\_\_\_。

(2) 用解方程组的方法，验证例题的结果是否正确。

## 自主测评

下图表示一艘轮船和一艘快艇沿相同路线从甲港出发到乙港的过程中路程随时间变化的图象。根据图象解答下列问题：



(1) 轮船和快艇在途中（不包括起点和终点）行驶的速度分别是多少？

(2) 快艇出发多长时间追上轮船？

**收获与问题** 在自主学习中，你发现了什么呢？

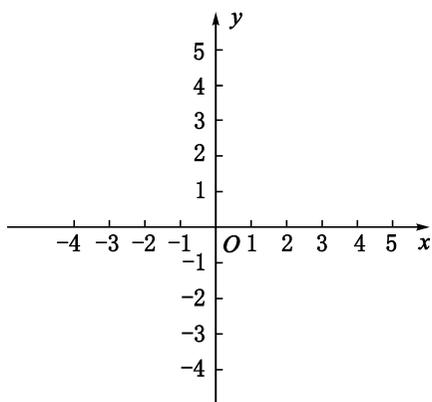
说说一次函数与二元一次方程、二元一次方程组之间的关系.



## 合作学习

### 难点探究

利用图象解方程组  $\begin{cases} 2x+y=0, \\ x-y=6. \end{cases}$



**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面

你学会利用图象解方程组的方法了吗?

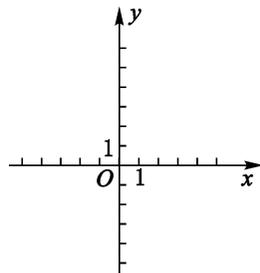


## 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

### 展示交流

作出函数  $y_1=2x-2$  与  $y_2=-2x+6$  的图象, 利用图象解答下列问题:



(1) 方程组  $\begin{cases} 2x-y=2, \\ 2x+y=6 \end{cases}$  的解为 \_\_\_\_\_;

(2)  $y_1 > 0$  与  $y_2 > 0$  同时成立时  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_;

(3) 直线  $y_1=2x-2$  的图象与  $y$  轴交于点  $A$ , 直线  $y_2=-2x+6$  的图象与  $y$  轴交于点  $B$ , 两者相交于点  $C$ , 求  $\triangle ABC$  的面积;

(4) 在直线  $y_1=2x-2$  的图象上存在异于点  $C$  的另一一点  $P$ , 使得  $\triangle ABC$  与  $\triangle ABP$  的面积相等, 请求出点  $P$  的坐标.



## 归纳梳理

1. 说说函数图象的交点坐标的含义.

2. 在图象上如何比较两个函数值的大小?

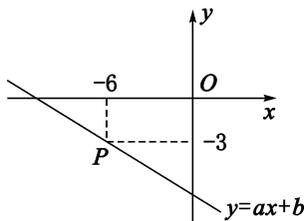


### 深化拓展

#### 基础反思

1. 二元一次方程组  $\begin{cases} 2x+y=4, \\ 2x-3y=12 \end{cases}$  的解为一次函数 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 的图象交点的坐标.

2. 我们知道, 任何一个二元一次方程的图象都是一条直线. 如图, 已知直线  $y=ax+b$  过点  $P(-6, -3)$ , 则关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} y=ax+b, \\ y=\frac{1}{2}x \end{cases}$  的解是 \_\_\_\_\_.

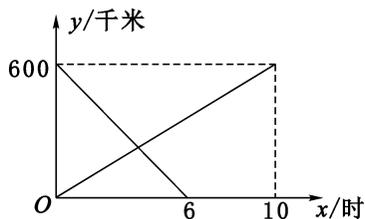


#### 能力提升

3. (2018·呼和浩特) 若以二元一次方程  $x+2y-b=0$  的解为坐标的点  $(x, y)$  都在直线  $y=-\frac{1}{2}x+b-1$  上, 则常数  $b$  等于 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B) 2  
(C) -1                        (D) 1

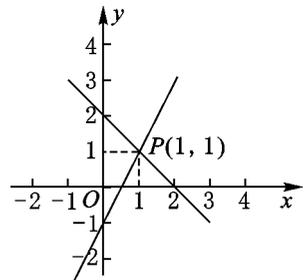
4. 一辆客车从甲地开往乙地, 一辆出租车从乙地开往甲地, 两车同时出发, 两车距甲地的距离  $y$  (千米) 与行驶时间  $x$  (时) 之间的函数图象如图所示, 则下列说法错误的是 ( )



- (A) 客车比出租车晚 4 小时到达目的地  
(B) 客车速度为 60 千米/时, 出租车速度为 100 千米/时  
(C) 两车出发后 3.75 小时相遇  
(D) 两车相遇时客车距乙地还有 225 千米

#### 拓展创新

5. 用图象法解某二元一次方程组, 在同一平面直角坐标系中作出相应的两个一次函数的图象(如图所示), 则所解的二元一次方程组是什么?

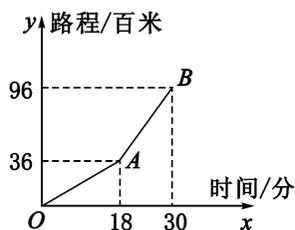


## 第二学时



### 问题导学

小亮早晨从家骑车到学校,先上坡后下坡,行程情况如图所示.若返回时上坡、下坡的速度仍保持不变,那么小亮从学校骑车回家所用的时间是多少呢?



### 自主学习

#### 教材导读

阅读教材  $P_{61}$  中的“问题 2”和  $P_{62}$  中的“思考”部分.

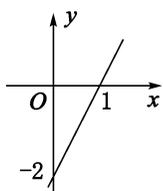
(1)一元一次方程  $\frac{3}{2}x+3=0$  的解与函数  $y=\frac{3}{2}x+3$  的图象有什么关系?

(2)不等式  $\frac{3}{2}x+3>0$  的解集与函数  $y=\frac{3}{2}x+3$  的图象有什么关系?

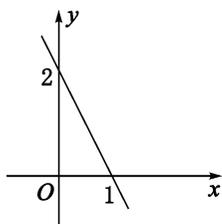
#### 自主测评

1. 已知一次函数  $y=kx+b$  的图象如图所示,当  $x<0$  时,  $y$  的取值范围是 ( )

- (A)  $y>0$       (B)  $y<0$   
(C)  $-2<y<0$       (D)  $y<-2$



(第 1 题图)



(第 2 题图)

2. 一次函数的图象如图所示,当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y=0$ ; 当  $x$  \_\_\_\_\_ 时,  $y>0$ ; 当  $y$  \_\_\_\_\_ 时,  $x<0$ .

**收获与问题** 在自主学习中,你发现了什么呢?

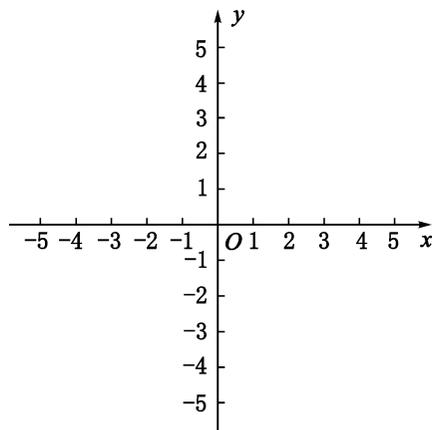
说说一次函数与一元一次不等式之间的关系.



### 合作学习

#### 难点探究

画出函数  $y_1=-2x-3$  和函数  $y_2=3x+2$  的图象,根据图象指出  $x$  取什么值时,  $y_1<y_2$ ?



**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

你学会利用图象解不等式的方法了吗?



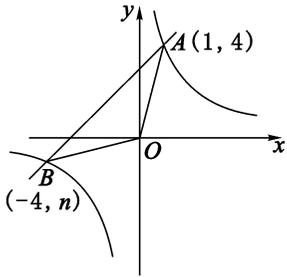
### 探究展示

**问题共析** 要积极发言,及时总结哦!

### 展示交流

如图,反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与一次函数  $y = x + b$  的图象交于点  $A(1, 4)$ , 点  $B(-4, n)$ .

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式;
- (2) 求  $\triangle OAB$  的面积;
- (3) 直接写出一次函数的值大于反比例函数的值的自变量  $x$  的取值范围.



### 归纳梳理

用画函数图象的方法解不等式  $kx + b > 0$  (或  $kx + b < 0$ ) 的一般步骤:

- (1) 画  $y = kx + b$  的图象;
- (2) 观察图象与  $x$  轴的交点坐标. 图象在  $x$  轴上方时对应的  $x$  的取值范围是不等式 \_\_\_\_\_ 的解集, 图象在  $x$  轴下方时对应的  $x$  的取值范围是不等式 \_\_\_\_\_ 的解集.



### 深化拓展

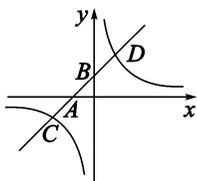
#### 基础反思

1. 如图所示, 函数  $y = 2x$  和  $y = ax + 4$  的图象相交于点  $A(m, 3)$ , 则不等式  $2x \geq ax + 4$  的解集为 ( )

- (A)  $x \geq \frac{3}{2}$       (B)  $x \leq 3$   
 (C)  $x \leq \frac{3}{2}$       (D)  $x \geq 3$

#### 能力提升

2. (2018 · 山西) 如图, 一次函数  $y_1 = k_1x + b$  ( $k_1 \neq 0$ ) 的图象分别与  $x$  轴,  $y$  轴相交于点  $A, B$ ,

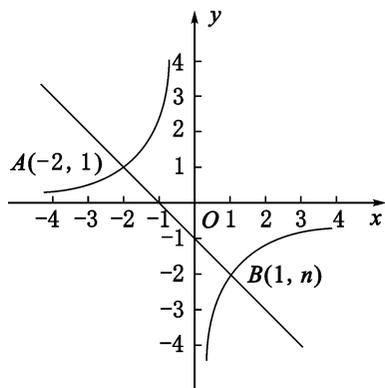


与反比例函数  $y_2 = \frac{k_2}{x}$  ( $k_2 \neq 0$ ) 的图象相交于点  $C(-4, -2), D(2, 4)$ .

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式;
- (2) 当  $x$  为何值时,  $y_1 > 0$ ?
- (3) 当  $x$  为何值时,  $y_1 < y_2$ ? 请直接写出  $x$  的取值范围.

### 拓展创新

3. 如图, 一次函数  $y = kx + b$  的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象交于  $A, B$  两点.



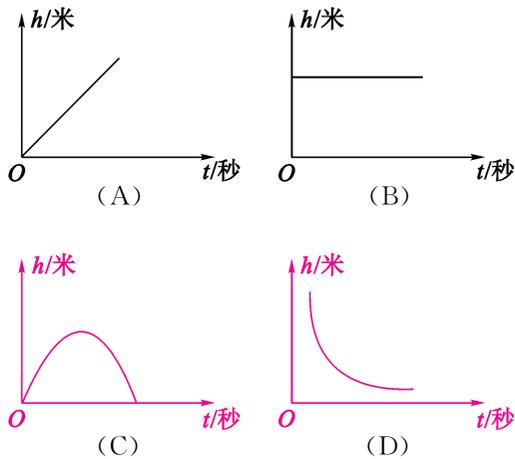
- (1) 利用图中条件, 求出反比例函数和一次函数的表达式;
- (2) 根据图象写出一次函数的值大于反比例函数的值的  $x$  的取值范围.

第三学时



问题导学

学校升旗仪式上,徐徐上升的国旗的高度  $h$ (米)与时间  $t$ (秒)的关系可以近似地用一个函数来表示,这个函数的图象是 ( )



自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 P<sub>62</sub> 中的“问题 3”,并完成下列问题.

(1)观察图 17.5.4,你发现:图象上的点大致位于 \_\_\_\_\_ 上,因此可以把图象近似地看成是 \_\_\_\_\_,  $V$  和  $t$  的关系可以近似地看成 \_\_\_\_\_ 函数.

(2)要确定  $V$  和  $t$  的函数关系式,应该取哪两点的坐标呢?你认为如何选点能使所得的函数关系式比较合理呢?

(3)现实生活中的数量关系错综复杂,有时很难精确地判断它们的函数关系,需要计算和修正,建立比较 \_\_\_\_\_ 的函数关系式进行研究.

自主测评

1.鞋子的鞋码和鞋长(cm)存在一种换算关系,下表是几组鞋码与鞋长换算的对应数值:(注:鞋码是表示鞋子大小的一种号码)

鞋长/cm	16	19	21	24
鞋码/号	22	28	32	38

(1)设鞋长为  $x$ ,鞋码为  $y$ ,试判断点  $(x, y)$  在你学过的哪种函数的图象上?

(2)求  $x, y$  之间的函数关系式;

(3)如果某人穿 44 号鞋码的鞋,那么他的鞋长是多少?

2.我们知道,海拔高度每上升 1 千米,温度下降  $6^{\circ}\text{C}$ .某时刻,益阳的地面温度为  $20^{\circ}\text{C}$ ,设高出地面  $x$  千米处的温度为  $y^{\circ}\text{C}$ .

(1)写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;

(2)已知益阳碧云峰高出地面约 500 米,求这时山顶的温度大约是多少?

(3)此刻,有一架飞机飞过益阳上空,若机舱内的仪表显示飞机外面的温度为  $-34^{\circ}\text{C}$ ,则飞机离地面的高度为多少千米?

收获与问题 在自主学习中,你发现了什么呢?

如何确定实际问题的函数关系式?



## 合作学习

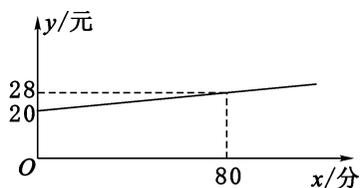
## 难点探究

某通信公司提供了两种移动电话收费方式:

方式 1: 收月基本费 20 元, 再以每分钟 0.1 元的价格按通话时间计费;

方式 2: 收月基本费 20 元, 送 80 分钟通话时间, 超过 80 分钟的部分, 以每分钟 0.15 元的价格计费.

下列结论:



①如图描述的是方式 1 的收费方式;

②若月通话时间少于 240 分钟, 选择方式 2 省钱;

③若月通信费为 50 元, 则方式 1 比方式 2 通话时间多;

④若方式 1 比方式 2 的通信费多 10 元, 则方式 1 比方式 2 的通话时间多 100 分钟.

其中正确的是 ( )

- (A) ①②  
(B) ③④  
(C) ①②③  
(D) ①②③④

**组内问题归结** 请把组内不能解决的问题记录在下面.

你学会列实际问题的函数关系式的方法了吗?



## 探究展示

**问题共析** 要积极发言, 及时总结哦!

## 展示交流

(2018·陕西) 经过一年多的精准帮扶, 小敏家的网络商店(简称网店)将红枣、小米等优质土特产

迅速销往全国. 小敏家网店中红枣和小米这两种商品的相关信息如下表:

商品	红枣	小米
规格	1 kg/袋	2 kg/袋
成本/(元/袋)	40	38
售价/(元/袋)	60	54

根据上表提供的信息, 解答下列问题:

(1) 已知今年前五个月, 小敏家网店销售上表中规格的红枣和小米共 3 000 kg, 获得利润 4.2 万元, 求今年前五个月小敏家网店销售这种规格的红枣多少袋;

(2) 根据之前的销售情况, 估计今年 6 月到 10 月, 小敏家网店还能销售上表中规格的红枣和小米共 2 000 kg, 其中, 这种规格的红枣的销售量不低于 600 kg. 假设今年 6 月至 10 月, 销售这种规格的红枣  $x$  (kg), 销售这种规格的红枣和小米获得的总利润为  $y$  (元), 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并求今年 6 月至 10 月, 小敏家网店销售这种规格的红枣和小米至少获得的总利润是多少元.



## 归纳梳理

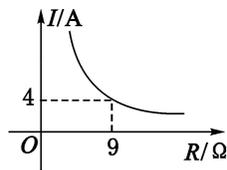
数学建模的基本思想: 问题情境—建立模型—解释应用—回顾拓展.



## 深化拓展

## 基础反思

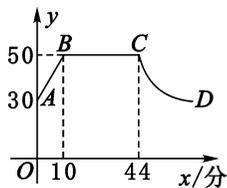
1. 已知蓄电池的电压为定值, 使用蓄电池时, 电流  $I$  (单位: A) 与电阻  $R$  (单位:  $\Omega$ ) 是反比例函数关系, 它们的关系图象如图所示, 如果以此蓄电池为电源的用电器, 其限制电流不能超过 10 A, 那么用电器的可变电阻  $R$  应控制的范围是 \_\_\_\_\_.



2. 一般情况下,中学生完成数学家庭作业时,注意力指数  $y$  随时间  $x$ (分)的变化规律如图所示(其中  $AB, BC$  为线段,  $CD$  为双曲线的一部分).

(1)分别求出线段  $AB$  和双曲线  $CD$  的函数关系式;

(2)若学生的注意力指数不低于 40 为高效时间,根据图中信息,求出一般情况下,完成一份数学家庭作业的高效时间是多少分钟?

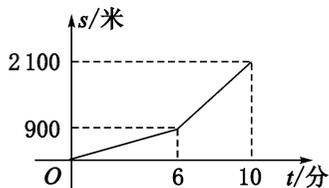


### 能力提升

3. 李明骑自行车上学途中,经过先上坡后下坡的一段路,在这段路上所走的路程  $s$ (米)与时间  $t$ (分)之间的函数关系如图所示. 根据图象,解答下列问题:

(1)求李明上坡时所走的路程  $s_1$ (米)与时间  $t$ (分)之间的函数关系式和下坡时所走的路程  $s_2$ (米)与时间  $t$ (分)之间的函数关系式;

(2)若李明放学后按原路返回,且往返过程中,上坡的速度相同,下坡的速度也相同,问李明返回时走这段路所用的时间为多少分钟?



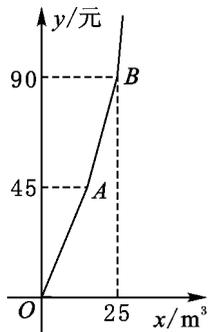
### 拓展创新

4. 为加强公民的节水意识,合理利用水资源,某市对居民用水实行阶梯水价,居民家庭每月用水量划分为三个阶梯,一、二、三级阶梯用水的单价之比等于  $1:1.5:2$ . 如图折线表示实行阶梯水价后每月水费  $y$ (元)与用水量  $x(\text{m}^3)$ 之间的函数关系,其中线段  $AB$  表示第二级阶梯时  $y$  与  $x$  之间的函数关系.

(1)写出点  $B$  的实际意义;

(2)求线段  $AB$  所在直线的表达式;

(3)某户居民 5 月份按照阶梯水价应缴水费 102 元,其相应用水量为多少立方米?

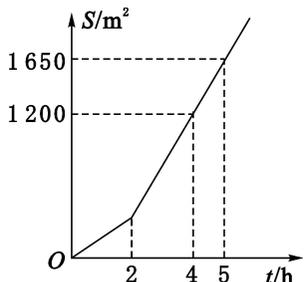




到 32 m/s, 则每秒增加  $\frac{32}{8} = 4$  (m/s), 故 B 正确; 由于甲车的图象是过原点的直线, 斜率为 4, 所以可得  $v = 4t$  ( $v, t$  分别表示速度、时间), 将  $v = 12$  m/s 代入  $v = 4t$ , 得  $t = 3$  s, 则  $t = 3$  s 前, 甲车的速度小于乙车的速度, 所以两车到第 3 s 时行驶的路程不相等, 故 C 错误; 在 4~8 s 内甲车的图象一直在乙车的上方, 所以甲车的速度在 4~8 s 内都大于乙车的速度, 故 D 正确. 故选 C.

### [自我评价]

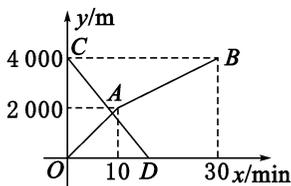
1. 某社区有一块空地需要绿化, 某绿化组承担了此项任务, 绿化组工作一段时间后, 提高了工作效率, 该绿化组完成的绿化面积  $S$  (单位:  $\text{m}^2$ ) 与工作时间  $t$  (单位: h) 之间的函数关系如图所示, 则该绿化组提高工作效率前每小时完成的绿化面积是 ( )



- (A)  $300 \text{ m}^2$                       (B)  $150 \text{ m}^2$   
(C)  $330 \text{ m}^2$                       (D)  $450 \text{ m}^2$

2. (2018 · 吉林) 小玲和弟弟小东分别从家和图书馆同时出发, 沿同一条路相向而行, 小玲开始跑步中途改为步行, 到达图书馆恰好用 30 min, 小东骑自行车以  $300 \text{ m/min}$  的速度直接回家, 两人离家的路程  $y$  (m) 与各自离开出发地的时间  $x$  (min) 之间的函数图象如图所示.

- (1) 小玲家与图书馆之间的路程为 \_\_\_\_\_ m, 小玲步行的速度为 \_\_\_\_\_  $\text{m/min}$ ;  
(2) 求小东离家的路程  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;  
(3) 求两人相遇的时间.



## 模型思想

### [能力提升]

在建立函数的概念以后, 数学由常量的研究进入了对变量的研究, 这为建立函数模型提供了条件. 通过建立我们熟悉的一次函数、反比例函数等模型可以解决一系列实际问题, 教材  $P_{50}$  的例 4、 $P_{59}$  的“问题 1”及  $P_{61}$  的“问题 2”等均有所体现.

### [典例解读]

为了提高身体素质, 有些人选择到专业的健身中心锻炼身体, 某健身中心的消费方式如下:

普通消费: 35 元/次;

白金卡消费: 购卡 280 元/张, 凭卡免费消费 10 次再送 2 次;

钻石卡消费: 购卡 560 元/张, 凭卡每次消费不再收费.

以上消费卡使用年限均为一年, 每位顾客只能购买一张卡, 且只限本人使用.

(1) 李叔叔每年去该健身中心健身 6 次, 他选择哪种消费方式更合算?

(2) 设一年内去该健身中心健身  $x$  ( $x$  为正整数) 次, 所需总费用为  $y$  元, 请分别写出选择普通消费和白金卡消费的  $y$  与  $x$  的函数关系式;

(3) 王阿姨每年去该健身中心健身至少 18 次, 请通过计算帮助王阿姨选择最合算的消费方式.

**分析:** 本题根据题意可以建立一次函数的模型来解决问题. (1) 根据数量关系列式计算, 由普通消费方式算出健身 6 次的费用, 再与 280、560 进行比较, 即可得出结论. (2) 根据“普通消费费用 =  $35 \times$  次数”即可得出  $y_{\text{普通}}$  关于  $x$  的函数关系式; 再根据“白金卡消费费用 = 卡费 + 超出部分的费用”即可得出  $y_{\text{白金卡}}$  关于  $x$  的函数关系式. (3) 先算出健身 18 次普通消费和白金卡消费两种形式下的费用, 再令白金卡消费费用 = 钻石卡消费的卡费, 算出二者相等时的健身次数, 即可得出结论.

**解:** (1)  $35 \times 6 = 210$  (元),  $210 < 280 < 560$ ,

$\therefore$  李叔叔选择普通消费方式更合算.

(2) 根据题意, 得  $y_{\text{普通}} = 35x$ .

当  $x \leq 12$  时,  $y_{\text{白金卡}} = 280$ ;

当  $x > 12$  时,  $y_{\text{白金卡}} = 280 + 35(x - 12) = 35x - 140$ ,

$\therefore y_{\text{白金卡}} = \begin{cases} 280 (x \leq 12), \\ 35x - 140 (x > 12). \end{cases}$

(3) 当  $x = 18$  时,  $y_{\text{普通}} = 35 \times 18 = 630$ ,

$y_{\text{白金卡}} = 35 \times 18 - 140 = 490$ .



令  $y_{\text{白金卡}} = 560$ , 即  $35x - 140 = 560$ ,  
解得  $x = 20$ .

∴ 当  $18 \leq x \leq 19$  时, 选择白金卡消费最合算;

当  $x = 20$  时, 选择白金卡消费和钻石卡消费费用相同;

当  $x \geq 21$  时, 选择钻石卡消费最合算.

### [自我评价]

小李是某服装厂的一名工人, 负责加工 A, B 两种型号的服装, 他每月的工作时间为 22 天, 月收入由底薪和计件工资两部分组成, 其中底薪 900 元, 加工 A 型服装 1 件可得 20 元, 加工 B 型服装 1 件可得 12 元. 已知小李每天可加工 A 型服装 4 件或 B 型服装 8 件, 设他每月加工 A 型服装的时间为  $x$  天, 月收入为  $y$  元.

(1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式;

(2) 根据服装厂要求, 小李每月加工 A 型服装数量应不少于 B 型服装数量的  $\frac{3}{5}$ , 那么他的月收入最高能达到多少元?

## 应用意识

### [能力提升]

一次函数、反比例函数都具有广泛的应用, 是重要的数学模型, 通过建立我们熟悉的一次函数、反比例函数等模型可以解决一系列实际问题, 关键是我们能在实际背景中抽象出数学问题, 教材 P<sub>43</sub> 的“问题 1”、P<sub>44</sub> 的“问题 2”及 P<sub>62</sub> 的“问题 3”等均有所体现.

### [典例解读]

某中学组织学生到商场参加社会实践活动, 他们参与了某种品牌运动鞋的销售工作, 已知该运动鞋每双的进价为 120 元, 为寻求合适的销售价格进行了 4 天的试销, 试销情况如下表所示:

试销时间	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天
售价 $x$ /元	150	200	250	300
销售量 $y$ /双	40	30	24	20

(1) 观察表中数据,  $x, y$  满足什么函数关系? 请求出这个函数关系式;

(2) 若商场计划每天的销售利润为 3 000 元, 则其单价应定为多少元?

解: (1) 由表中数据可知  $x$  与  $y$  的积是定值, 猜想  $y$  是  $x$  的反比例函数, 即  $xy = 150 \times 40 = 6\,000$ ,

$$\therefore y = \frac{6\,000}{x}.$$

将其他各组数据代入上式, 均符合,

∴  $y$  是  $x$  的反比例函数, 其函数关系式为  $y = \frac{6\,000}{x}$ .

(2) 根据题意, 得  $(x - 120)y = 3\,000$ ,

把  $y = \frac{6\,000}{x}$  代入, 得

$$(x - 120) \cdot \frac{6\,000}{x} = 3\,000,$$

解得  $x = 240$ .

经检验,  $x = 240$  是原方程的根.

答: 若商场计划每天的销售利润为 3 000 元, 则其单价应定为 240 元.

### [自我评价]

公司有 330 台机器需要一次性运送到某地, 计划租用甲、乙两种货车共 8 辆, 已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台, 租车费用为 400 元, 每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台, 租车费用为 280 元.

(1) 设租用甲种货车  $x$  辆 ( $x$  为非负整数), 试填写表格.

表一:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	$x$
租用甲种货车最多运送机器的数量/台	135		
租用乙种货车最多运送机器的数量/台	150		

表二:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	$x$
租用甲种货车的费用/元		2 800	
租用乙种货车的费用/元		280	

(2) 给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案, 并说明理由.

## 第17章测评

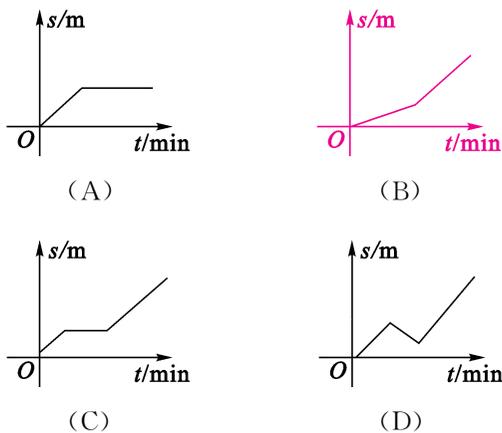
(测评时间:60分钟 满分:100分)

### 一、选择题(每小题2分,共20分)

1. 使函数  $y = \sqrt{3-x}$  有意义的自变量  $x$  的取值范围是

- (A)  $x \geq 3$  (B)  $x \geq 0$   
(C)  $x \leq 3$  (D)  $x \leq 0$

2. 小敏从家到学校,先匀速步行到车站,等了几分钟后坐上了公交车,公交车沿着公路匀速行驶一段时间后到达学校,小敏从家到学校的路程  $s(\text{m})$  与时间  $t(\text{min})$  的大致图象是



3. 在平面直角坐标系中,直线  $y = 2x - 6$  不经过

- (A) 第一象限 (B) 第二象限  
(C) 第三象限 (D) 第四象限

4. 已知甲、乙两个函数图象上部分点的横坐标  $x$  与对应的纵坐标  $y$  分别如下表所示,两个函数图象仅有一个交点,则交点的纵坐标  $y$  是

甲	$x$	1	2	3	4
	$y$	0	1	2	3
乙	$x$	-2	2	4	6
	$y$	0	2	3	4

- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3

5. 下列关于反比例函数  $y = -\frac{3}{x}$  的说法正确的是

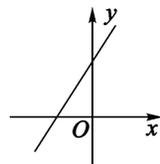
- (A)  $y$  随  $x$  的增大而增大

(B) 函数图象过点  $(2, \frac{3}{2})$

(C) 图象位于一、三象限

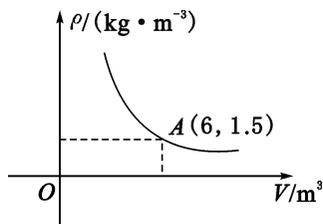
(D) 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大

6. 在平面直角坐标系中,一次函数  $y = kx + b$  的图象如图所示,观察图象可得



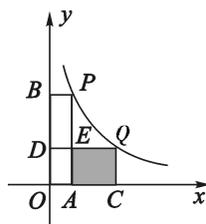
- (A)  $k > 0, b > 0$  (B)  $k > 0, b < 0$   
(C)  $k < 0, b > 0$  (D)  $k < 0, b < 0$

7. 在一个可以改变体积的密闭容器内装有一定质量的某种气体,当改变容器的体积时,气体的密度也随之改变. 密度  $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$  与体积  $V(\text{m}^3)$  满足函数关系式  $\rho = \frac{k}{V}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ), 其图象如图所示, 则  $k$  的值为



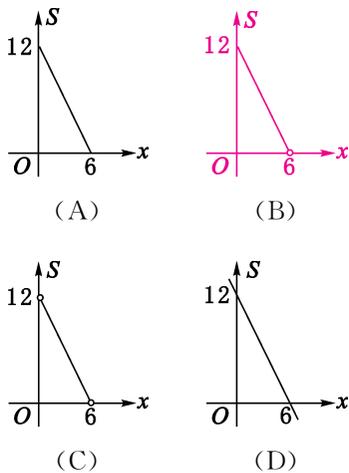
- (A) 4 (B) -4  
(C) 9 (D) -9

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $P(1, 4)$ ,  $Q(m, n)$  在函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上, 当  $m > 1$  时, 过点  $P$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 垂足分别为点  $A, B$ ; 过点  $Q$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 垂足分别为点  $C, D$ ,  $QD$  交  $PA$  于点  $E$ , 随着  $m$  的增大, 四边形  $ACQE$  的面积

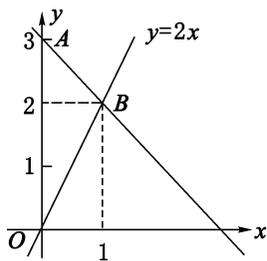


- (A)减小 (B)增大  
(C)先减小后增大 (D)先增大后减小

9. 点  $P(x, y)$  在第一象限内, 且  $x + y = 6$ , 点  $A$  的坐标为  $(4, 0)$ . 设  $\triangle OPA$  的面积为  $S$ , 则下列图象中, 能正确反映面积  $S$  与  $x$  之间的函数关系的图象是 ( )



10. 如图, 过点  $A$  的一次函数的图象与正比例函数  $y = 2x$  的图象相交于点  $B$ , 则这个一次函数的表达式是 ( )



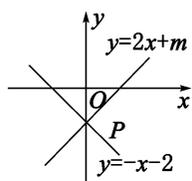
- (A)  $y = 2x + 3$  (B)  $y = x - 3$   
(C)  $y = 2x - 3$  (D)  $y = -x + 3$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 若正比例函数  $y = kx$  的图象经过点  $(1, 2)$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

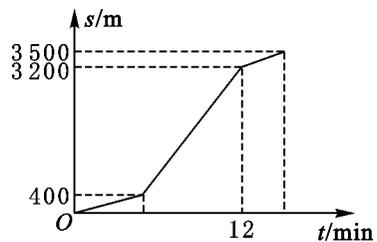
12. 若一次函数  $y = -2x + b$  ( $b$  为常数) 的图象经过第二、三、四象限, 则  $b$  的值可以是 \_\_\_\_\_ (写出一个即可).

13. (2018 · 陇南) 如图, 一次函数  $y = -x - 2$  与  $y = 2x + m$  的图象相交于点  $P(n, -4)$ , 则关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 2x + m < -x - 2, \\ -x - 2 < 0 \end{cases}$  的解集为 \_\_\_\_\_.



14. 直线  $y = 2x - 3$  向右平移 2 个单位可得直线  $y =$  \_\_\_\_\_.

15. 小敏家、公交车站、学校在一条笔直的公路旁 (小敏家、学校到这条公路的距离忽略不计), 一天, 小敏从家出发去上学, 沿公路步行到公交车站时恰好乘上一辆公交车, 公交车沿这条公路匀速行驶, 小敏下车时发现还有 4 min 上课, 于是他沿这条公路跑步赶到学校 (上、下车时间忽略不计). 小敏离家的距离  $s$  (m) 与他所用的时间  $t$  (min) 之间的函数关系如图所示, 已知小敏从家出发 7 min 时离家的距离为 1 200 m, 从上公交车到他到达学校共用了 10 min.



下列说法正确的是 \_\_\_\_\_ (填序号).

- ①小敏从家出发 5 min 时乘上公交车;  
②公交车的速度为 400 m/min;  
③小敏下公交车后跑向学校的速度为 100 m/min;  
④小敏上课没有迟到.

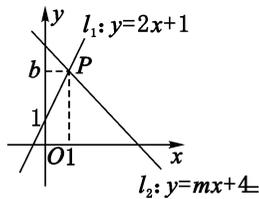
三、解答题 (共 65 分)

16. (本题 8 分) 已知一次函数的图象经过点  $A(2, 1), B(-1, -3)$ . 求:

- (1) 一次函数的表达式;  
(2) 一次函数的图象与  $x$  轴,  $y$  轴的交点坐标;  
(3) 一次函数的图象与两坐标轴所围成的三角形的面积.

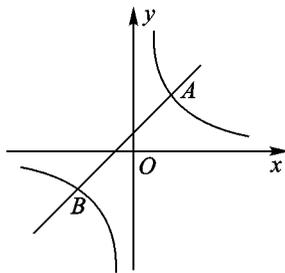
17. (本题 6 分) 如图, 直线  $l_1: y = 2x + 1$  与直线  $l_2: y = mx + 4$  相交于点  $P(1, b)$ .

- (1) 求  $b, m$  的值;  
(2) 垂直于  $x$  轴的直线  $x = a$  与直线  $l_1, l_2$  分别交于点  $C, D$ , 若线段  $CD$  长为 2, 求  $a$  的值.



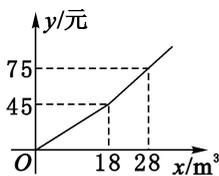
18. (本题 8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数  $y=kx-b$  的图象与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  的图象交于  $A(2,3), B(-3,n)$  两点.

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式;
- (2) 若点  $P$  是  $y$  轴上的一点, 且满足  $\triangle PAB$  的面积是 5, 请直接写出  $OP$  的长.



19. (本题 8 分) 某市规定了每月用水  $18 \text{ m}^3$  以内(含  $18 \text{ m}^3$ ) 和用水  $18 \text{ m}^3$  以上两种不同的收费标准. 该市的用户每月应交水费  $y$  (元) 是用水量  $x$  ( $\text{m}^3$ ) 的函数, 其图象如图所示.

- (1) 若某月用水量为  $18 \text{ m}^3$ , 则应交水费多少元?
- (2) 求当  $x > 18$  时,  $y$  关于  $x$  的函数表达式, 若小敏家某月交水费 81 元, 则这个月小敏家的用水量为多少立方米?



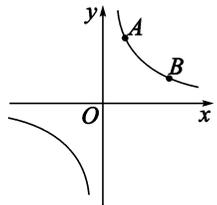
20. (本题 8 分) 永州市是一个降水丰富的地区, 今年 4 月初, 连续降雨导致该地区某水库水位持续上涨, 下表是该水库 4 月 1 日~4 月 4 日的水位变化情况:

日期 $x$	1	2	3	4
水位 $y/\text{m}$	20.00	20.50	21.00	21.50

- (1) 请建立该水库水位  $y$  与日期  $x$  之间的函数模型;
- (2) 请用求出的函数表达式预测该水库今年 4 月 6 日的水位;
- (3) 你能用求出的函数表达式预测该水库今年 12 月 1 日的水位吗?

21. (本题 9 分) (2018 · 湘西) 反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k$  为常数, 且  $k \neq 0$ ) 的图象经过  $A(1,3), B(3,m)$  两点.

- (1) 求反比例函数的关系式及点  $B$  的坐标;
- (2) 在  $x$  轴上找一点  $P$ , 使  $PA+PB$  的值最小, 求满足条件的点  $P$  的坐标.



22. (本题 8 分)在学习贯彻习近平总书记关于生态文明建设系列重要讲话精神,牢固树立“绿水青山就是金山银山”理念,把生态文明建设融入经济建设、政治建设、文化建设、社会建设各个方面和全过程,建设美丽中国的活动中,某学校计划组织全校 1 441 名师生到相关部门规划的林区植树,经过研究,决定租用当地租车公司一共 62 辆 A, B 两种型号的客车作为交通工具.下表是租车公司提供给学校有关两种型号客车的载客量和租金信息:

型号	载客量	租金单价
A	30 人/辆	380 元/辆
B	20 人/辆	280 元/辆

注:载客量指的是每辆客车最多可载该校师生的人数.

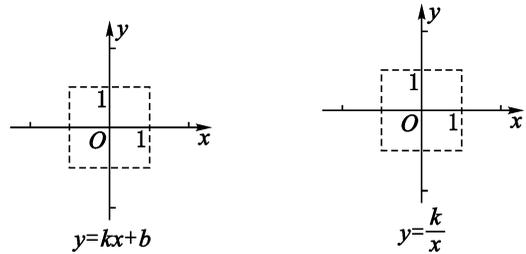
(1)设租用 A 型号客车  $x$  辆,租车总费用为  $y$  元,求  $y$  与  $x$  的函数表达式,请直接写出  $x$  的取值范围;

(2)若要使租车总费用不超过 21 940 元,一共有几种租车方案?哪种租车方案最省钱?

23. (本题 10 分)已知函数  $y=kx+b$ ,  $y=\frac{k}{x}$ ,  $b$ ,  $k$  为整数,且  $|bk|=1$ .

(1)讨论  $b, k$  的取值;

(2)分别画出两种函数的所有图象;(不需列表)



(3)求  $y=kx+b$  与  $y=\frac{k}{x}$  的交点个数.

## 综合测评一

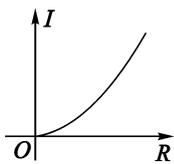
(测评时间:90分钟 满分:100分)

### 一、选择题(每小题2分,共20分)

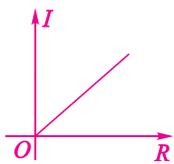
1. 要使分式  $\frac{x^2-1}{2x+2}$  的值为0,  $x$  可取的值是 ( )
- (A)1 (B)0 (C)-1 (D) $\pm 1$

2. (2018·淄博)化简  $\frac{a^2}{a-1} - \frac{1-2a}{1-a}$  的结果为 ( )
- (A) $\frac{a+1}{a-1}$  (B) $a-1$   
(C) $a$  (D)1

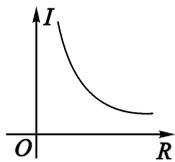
3. 已知电流  $I$ (安培)、电压  $U$ (伏特)、电阻  $R$ (欧姆)之间的关系为  $I = \frac{U}{R}$ , 当电压为定值时,  $I$  关于  $R$  的函数图象是 ( )



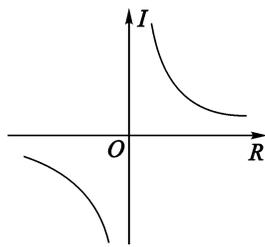
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 已知点  $(-1, y_1)$ ,  $(4, y_2)$  在一次函数  $y = 3x - 2$  的图象上, 则  $y_1, y_2, 0$  的大小关系是 ( )
- (A) $0 < y_1 < y_2$  (B) $y_1 < 0 < y_2$   
(C) $y_1 < y_2 < 0$  (D) $y_2 < 0 < y_1$

5. 分式方程  $\frac{x}{x-1} = \frac{2}{3x-3}$  的解为 ( )
- (A) $x = -\frac{1}{6}$  (B) $x = \frac{2}{3}$   
(C) $x = \frac{1}{3}$  (D) $x = \frac{5}{6}$

6. (2018·日照)已知反比例函数  $y = -\frac{8}{x}$ , 下列结论:①图象必经过点  $(-2, 4)$ ;②图象在第二、四象限内;③  $y$  随  $x$  的增大而增大;④当  $x > -1$  时,  $y > 8$ , 其中错误的有 ( )

(A)3个 (B)2个 (C)1个 (D)0个

7. 将一次函数  $y = 2x$  的图象向上平移2个单位后, 当  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围是 ( )

(A) $x > -1$  (B) $x > 1$

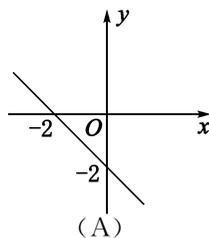
(C) $x > -2$  (D) $x > 2$

8. 十一期间, 几名同学共同包租一辆中巴车去红海滩游玩, 中巴车的租价为480元, 出发时又有4名学生参加进来, 结果每位同学比原来少分摊4元车费. 设原来游玩的同学有  $x$  名, 则可得方程 ( )

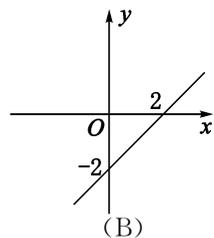
(A) $\frac{480}{x+4} - \frac{480}{x} = 4$  (B) $\frac{480}{x} - \frac{480}{x-4} = 4$

(C) $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 4$  (D) $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+4} = 4$

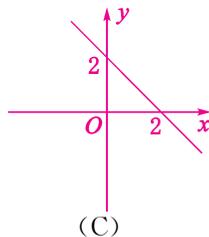
9. 如果函数  $y = kx$  的图象经过点  $(1, -1)$ , 那么下列各图象中, 是函数  $y = kx - 2$  的大致图象的是 ( )



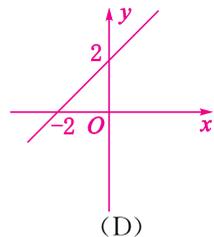
(A)



(B)



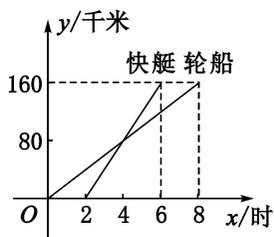
(C)



(D)

10. 一艘轮船和一艘快艇沿相同路线从甲港出发到乙港, 行驶路程随时间变化的图象如图所示, 下列结论错误的是 ( )



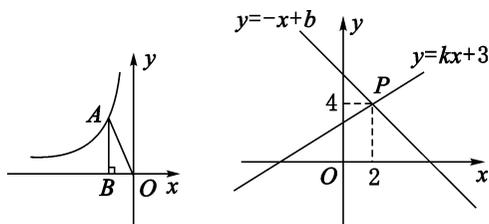


- (A) 轮船的速度为 20 千米/时  
 (B) 快艇的速度为  $\frac{80}{3}$  千米/时  
 (C) 轮船比快艇先出发 2 小时  
 (D) 快艇比轮船早到 2 小时

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 函数  $y = \frac{x+2}{2x-1}$  的自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 如图, 点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象的一支上,  $AB$  垂直于  $x$  轴, 若  $S_{\triangle ABO} = 4$ , 则这个反比例函数的表达式为 \_\_\_\_\_.



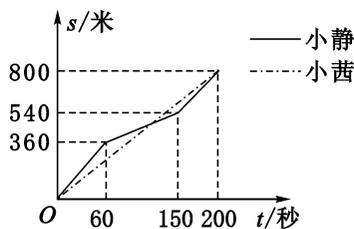
(第 12 题图)

(第 14 题图)

13. 某种电子元件的面积大约为  $0.000\ 000\ 69\text{ mm}^2$ ,  $0.000\ 000\ 69$  用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_.

14. 如图, 已知一次函数  $y = kx + 3$  和  $y = -x + b$  的图象交于点  $P(2, 4)$ , 则关于  $x$  的方程  $kx + 3 = -x + b$  的解是 \_\_\_\_\_.

15. 为增强学生体质, 某中学在体育课中加强了学生的长跑训练. 在一次女子 800 米耐力测试中, 小静和小茜在校园内 200 米的环形跑道上同时起跑, 同时到达终点; 所跑的路程  $s$  (米) 与所用的时间  $t$  (秒) 之间的函数图象如图所示, 则她们第一次相遇的时间是起跑后的第 \_\_\_\_\_ 秒.



## 三、解答题 (共 65 分)

16. (本题 8 分)

(1) 计算:  $(2\ 019 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + |-2|$ ;

(2) 化简:  $\left(1 - \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - a}$ .

17. (本题 6 分) 化简求值:  $\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} \cdot$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)$ , 其中  $x = \frac{1}{5}$ .

18. (本题 8 分) 解方程:

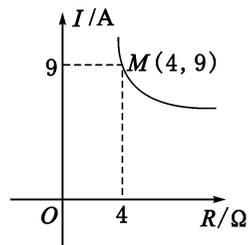
(1)  $\frac{x}{x-5} = \frac{x+1}{x-3}$ ;

(2)  $\frac{1}{x-4} + 3 = \frac{3(x-1)}{x}$ .

19. (本题 7 分) 蓄电池的电压为定值, 使用此电源时, 电流  $I$  (A) 是电阻  $R$  ( $\Omega$ ) 的反比例函数, 其图象如图所示.

(1) 求这个反比例函数的表达式;

(2) 当  $R = 10\ \Omega$  时, 电流能是 4 A 吗? 为什么?

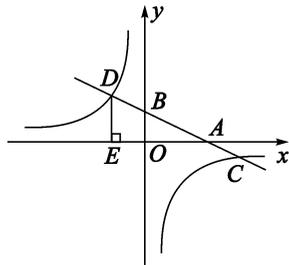


20. (本题 8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一

# 数学 · 八年级 · 下册 (华东师大版)

次函数  $y=kx+b$  的图象分别交  $x$  轴,  $y$  轴于  $A, B$  两点, 与反比例函数  $y=\frac{m}{x}$  的图象交于  $C, D$  两点,  $DE \perp x$  轴于点  $E$ , 已知点  $C$  的坐标是  $(6, -1)$ ,  $DE=3$ .

- (1) 求反比例函数与一次函数的表达式;
- (2) 根据图象直接回答: 当  $x$  为何值时, 一次函数的值大于反比例函数的值?



21. (本题 8 分) 为解决“最后一公里”的交通接驳问题, 北京市投放了大量公租房自行车供市民使用, 到 2015 年年底, 全市已有公租房自行车 25 000 辆, 租赁点 600 个, 到 2017 年年底, 全市有公租房自行车 50 000 辆, 并且平均每个租赁点的公租房自行车数量是 2015 年年底平均每个租赁点的公租房自行车数量的 1.2 倍, 到 2017 年年底, 北京市有租赁点多少个?

22. (本题 8 分) 五一期间, 小敏一家乘坐高铁前往某市旅游, 计划第二天租用新能源汽车自驾出游. 试根据如图所示信息, 解答下列问题:

(1) 设租车时间为  $x$  小时, 租用甲公司的车所需费用为  $y_1$  元, 租用乙公司的车所需费用为  $y_2$  元, 分别求出  $y_1, y_2$  关于  $x$  的函数表达式;

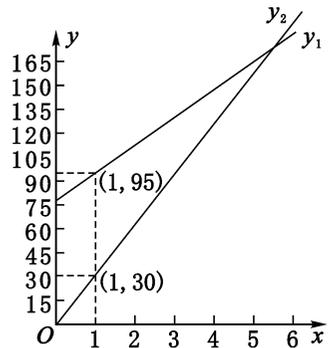
(2) 请你帮助小敏计算并选择出游方案.



甲公司: 按日收取固定租金 80 元, 另外再按租车时间计费;  
乙公司: 无固定租金, 直接以租车时间计费, 每小时的租金是 30 元.



方案一: 选择甲公司;  
方案二: 选择乙公司.  
哪个方案合理呢?



23. (本题 12 分) 某物流公司引进  $A, B$  两种机器人用来搬运某种货物, 这两种机器人充满电后可以连续搬运货物 5 小时,  $A$  种机器人于某日 0 时开始搬运, 过了 1 小时,  $B$  种机器人也开始搬运, 如图, 线段  $OG$  表示  $A$  种机器人的搬运量  $y_A$  (千克) 与时间  $x$  (时) 的函数图象, 线段  $EF$  表示  $B$  种机器人的搬运量  $y_B$  (千克) 与时间  $x$  (时) 的函数图象. 根据图象提供的信息, 解答下列问题:

(1) 求  $y_B$  关于  $x$  的函数表达式;

(2) 如果  $A, B$  两种机器人各连续搬运 5 小时, 那么  $B$  种机器人比  $A$  种机器人多搬运了多少千克货物?

