整体感知

本册纵览

本书的四章内容分别是反比例函数、相似、锐角三角函数、投影与视图，其中第二十六章“反比例函数”和第二十八章“锐角三角函数”的内容，都是基本初等函数的基础知识，属于“数与代数”领域，它们又分别与双曲线和直角三角形有着密切的关系，即这两章内容既涉及数量关系问题，又涉及图形问题，学好这部分内容能够很好地体会数形结合的数学思想和方法. 第二十七章“相似”的内容属于“图形与几何”领域，其内容以相似三角形为核心，此外还包括了位似变换. 第二十九章“投影与视图”也属于“图形与几何”领域，这一章是应用性较强的内容，它从“由物画图”和“由图想物”两个方面，反映平面图形与立体图形的相互转化，对于培养空间想象力有着重要作用. 对于“综合与实践”领域的内容，采用了“课题学习”“数学活动”等方式加强同学们对数学应用的体现，如本书的第二十九章安排了一个课题学习“制作立体模型”，通过这些课题的学习和数学活动来体会与本书内容关系密切的“实践与综合应用”方面的要求.

知识要点

第二十六章“反比例函数”主要学习反比例函数的概念、图象及其性质，实际问题与反比例函数. 本章首先从现实世界中具有反比例关系的实例出发，从函数角度描述反比例关系，再次经历用函数研究变化规律的过程，认识反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数，$k\neq0$)中两个变量 x，y 之间的依赖关系：在变量 y 随变量 x 的变化而变化的过程中，它们的积 xy 始终保持不变($xy=k$)；然后用“描点”法画出反比例函数的图象，观察图象并结合解析式，得出反比例函数的性质；最后运用反比例函数解决简单的实际问题.

第二十七章“相似”主要研究了相似的性质、相似三角形的判定，利用相似解决实际问题，并研究特殊的相似变换——位似.

第二十八章“锐角三角函数”通过自主探究，引出正弦函数，类比对正弦函数的讨论，得出余弦函数和正切函数的定义. 探讨在直角三角形中，根据两个已知条件(其中至少有一个是边)求解直角三角形，最后又列举了解直角三角形的应用.

第二十九章“投影与视图”主要内容包括：①投影的基础知识，包括投影、平行投影、中心投影、正投影等概念，正投影的成像规律. ②视图、三视图等概念，三视图的位置和度量规定，一些基本几何体的三视图，简单立体图形(包括相应的表面展开图)与它的三视图的相互转化. ③课题学习——制作立体模型，这是由三视图向立体图形转化的实践活动.

学习要求

第二十六章“反比例函数”的学习要求：

①认识反比例函数是描述具有反比例变化规律的数学模型.

②结合具体情境体会反比例函数的意义，能根据已知条件确定反比例函数的解析式.

③能画出反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数，$k\neq0$)的图象，根据图象和解析式探索并理解 $k>0$ 和 $k<0$ 时图象的变化情况.

④能用反比例函数解决简单的实际问题.

第二十七章“相似”的学习要求:

①了解比例的基本性质、线段的比、成比例的线段.

②通过具体实例认识图形的相似,了解相似多边形和相似比.

③掌握基本事实:两条直线被一组平行线所截,所得的对应线段成比例.

④了解相似三角形的判定定理:两角分别相等的两个三角形相似;两边成比例且夹角相等的两个三角形相似;三边成比例的两个三角形相似.

⑤了解相似三角形的性质定理:相似三角形对应线段的比等于相似比;面积比等于相似比的平方.

⑥了解图形的位似,知道利用位似可以将一个图形放大或缩小.

⑦会利用图形的相似解决一些简单的实际问题.

第二十八章“锐角三角函数”的学习要求:

①利用相似的直角三角形,探索并认识锐角三角函数($\sin A$,$\cos A$,$\tan A$),知道$30°$,$45°$,$60°$角的三角函数值.

②会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值,由已知三角函数值求它的对应锐角.

③能用锐角三角函数解直角三角形,能用相关知识解决一些简单的实际问题.

第二十九章“投影与视图”的学习要求:

①通过丰富的实例,了解中心投影和平行投影的概念.

②会画直棱柱、圆柱、圆锥、球的主视图、左视图、俯视图,能判断简单物体的视图,并会根据视图描述简单的几何体.

③了解直棱柱、圆锥的侧面展开图,能根据展开图想象和制作实物模型.

④通过实例,了解上述视图与展开图在现实生活中的应用.

学法指导

1.加强与现实生活实际的联系,体会知识的形成背景和实践应用.

许多数学内容都具有丰富的实际背景,数学知识被广泛地应用于实践之中,所以同学们在概念的学习、知识的形成过程等环节,要注意联系实际背景,体现数学来源于现实生活;同时又要注意发现这些数学知识运用于实际生活的事例,通过解决实际问题,体现数学服务于实际.

2.用联系的观点看问题,注意揭示数学知识的本质特征.

数学本身存在着严密的逻辑关系,只有深刻地揭示数学知识的本质特征和各部分数学知识之间的内在联系,才能真正地理解数学,更好地利用数学分析问题、解决问题.

第二十六章　反比例函数

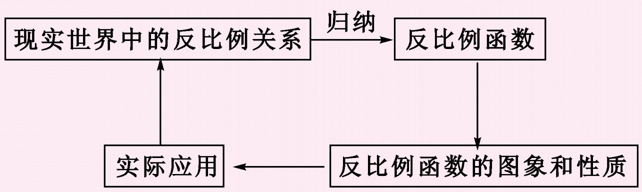
学习导航

本章纵览

本章是在已经学习了平面直角坐标系、一次函数和二次函数的基础上，再一次进入函数的范畴，让学生进一步理解函数的内涵，感受现实世界中各种函数的联系，是一个再认知的过程.

本章研究的内容是反比例函数的概念、图象、性质及应用，其图象和性质，蕴含着丰富的数学思想. 首先，反比例函数的图象和性质，本身就是“数”与“形”的统一体；其次，从知识的形成过程来看，由“解析式”到“作图”，再到“性质”，充分体现了由“数”到“形”，再由“形”到“数”的转化过程，是转化思想的具体应用；再次，将函数中变量之间的对应关系，通过图象的形状、变化趋势，借助平面直角坐标系和点的坐标，直观地予以呈现，这又充分体现了变化与对应的数学思想.

知识要点



学习要求

学习本章要结合具体情境体会反比例函数的意义，能根据已知条件确定反比例函数的解析式；能画出反比例函数的图象，根据图象和解析式 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq0$）探索并理解其性质（$k>0$，或 $k<0$ 时，图象的变化）；能利用反比例函数解决某些实际问题.

本章的重点是反比例函数的概念、图象和性质，难点是对反比例函数及其图象和性质的理解和掌握.

学法指导

反比例函数是初中数学中的一种基本函数，知识内容在几个函数中是比较简单的，学习难度相对较低. 在学习时应注意以下几点：

1. 要注重反比例函数与正比例函数的区别与联系，分别从它们的函数解析式，图象的形状、位置，函数

的增减性,自变量的取值等方面进行分析和比较.

2.图象是直观描述和研究函数的重要工具.要善于借助反比例函数的图象来研究反比例函数的性质.

3.待定系数法是确定反比例函数解析式的基本方法.

4.运用变化与对应、数形结合的思想来研究反比例函数的图象和性质,培养由数到形、由形助数的思维方法.

5.教材中给出了大量的、具体的反比例函数的例子,用以加深我们对所学知识的理解和融会贯通.在利用反比例函数解决实际问题时,一般通过观察、分析和抽象,从实际问题中获取必要的信息,建立数学模型,转化成反比例函数问题再求解,进而解释实际问题中的一些现象.

26.1　反比例函数

26.1.1　反比例函数

问题导学

从前,有一个非常贪婪的财主,从家拿了一块布料,想要去裁缝店做一顶帽子.可是当他到了裁缝店,觉得这么好的布料做一顶帽子实在太可惜了,于是他问裁缝:“这块布可以做两顶帽子吗?”裁缝看了财主一眼,说:“可以.”一见裁缝回答得这么爽快,财主暗想,这其中肯定有猫腻,于是又问:“能做3顶帽子吗?”裁缝依然很爽快地说:“行!”财主最后问:“那可以做10顶帽子吗?”裁缝想了想,说道:“10顶,也是可以的.”财主听了,立马乐开了花:我还真聪明!这么小的布料能做10顶帽子,赚大了.过了几天,财主到了裁缝店取帽子,结果一看,顿时傻了眼:10顶帽子小得只能戴在手指头上!

同学们,你知道这个故事里隐含了什么数学关系吗?

自主学习

教材导读

请同学们回顾“一次函数”与“二次函数”的相关知识,阅读教材p2、p3的内容,并完成下面的问题:

1.什么是函数?什么是变量?什么是常量?请你举一个反映函数关系的例子,并指出其中的常量与变量.

2.函数有几种表示方法?分别是什么?各有什么优点和缺点?

3.一般地,形如________的函数称为反比例函数,其中x是________,y是________.自变量x的取值范围是________.

自主测评

1.苹果每千克x元,花10元钱可买y千克苹果,则y与x之间的函数解析式为__________.

2.若反比例函数$y=\frac{k}{x}$,当$x=-1$时,$y=2$,则k的值是________.

3.已知y与x成反比例,且当$x=-2$时,$y=3$,则y与x之间的函数解析式是什么?当$x=-3$时,y的值是多少?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

反比例函数与反比例关系有区别吗?

合作学习

难点探究

通过阅读教材,你发现反比例函数与一次函数的区别是什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 下列关系式中,表示 y 是 x 的反比例函数的有哪些?

(1)$y=\frac{x}{3}$;(2)$y=-\frac{\sqrt{2}}{x}$;(3)$xy=21$;(4)$y=\frac{5}{x+2}$;(5)$y=-\frac{3}{2x}$;(6)$y=\frac{1}{x}+3$;(7)$y=x-4$.

2. 若点 $A(-1,1)$ 是反比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图象上的一点,则 m 的值为 ( )

A. -1　　B. -2

C. 0　　D. 1

3. 已知 y 与 x 成反比例,当 $x=2$ 时,$y=3$.

(1)求 y 与 x 之间的函数解析式;

(2)当 $y=-\frac{3}{2}$ 时,求 x 的值.

归纳梳理

反比例函数是刻画现实问题中数量关系的一种重要模型.通过学习,我们要理解反比例函数的定义,明确反比例函数解析式的几种不同形式,即 $y=\frac{k}{x}=kx^{-1}$ 或 $xy=k$(k 是常数,$k\neq0$),能准确应用待定系数法求出反比例函数的解析式.

深化拓展

基础反思

1. 下列各函数:①$y=\frac{k}{x}$,②$y=\frac{k^2+1}{x}$,③$y=\frac{3}{5x}$,④$y=\frac{4}{x+1}$,⑤$y=\frac{1}{x}-3$,⑥$y=\frac{4}{x^2}$,⑦$y=3x^{-1}$中,一定是 y 关于 x 的反比例函数的是 ( )

A. ①②③④⑤⑦　　B. ②③⑥⑦

C. ②③⑦　　D. ①②③④⑦

2. 写出下列各题中所要求的两个相关量之间的函数解析式,并指出函数的类型.

(1)商场推出分期付款购电脑活动,每台电脑 12 000 元,首付 4 000 元,以后每月付 y 元,x 个月全部付清,则 y 与 x 之间的函数解析式为________,是________函数.

(2)某种灯的使用寿命为 1 000 小时,它的使用天数 y 与平均每天使用的小时数 x 之间的函数解析式为____________,是________函数.

(3)设三角形的底边、对应高、面积分别为 a,h,S.

当 $a=10$ 时,S 与 h 之间的函数解析式为________,是________函数;

当 $S=18$ 时,a 与 h 之间的函数解析式为________,是________函数.

3. 若点 $A(1,-3)$,$B(m,3)$ 在同一反比例函数的图象上,则 m 的值为________.

能力提升

4. 下列各点中,在函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象上的点是 ( )

A. $(-2,4)$　　B. $(2,4)$

C. $(-2,-4)$　　D. $(8,1)$

5. 已知反比例函数的解析式为 $y=\frac{|a|-2}{x}$，则 a 的取值范围是 ( )

A. $a\neq2$　　B. $a\neq-2$

C. $a\neq\pm2$　　D. $a=\pm2$

6. 已知圆柱的体积公式为 $V=Sh$，其中 S 是圆柱的底面积，h 是圆柱的高. 若圆柱的体积 V 一定，则

(1)圆柱的高 h 与底面积 S 之间是________函数关系.

(2)当 $S=3\ \mathrm{cm}^2$ 时，$h=16\ \mathrm{cm}$，求：

①h(cm)与 S(cm^2)之间的函数解析式；

②当 $S=4\ \mathrm{cm}^2$ 时，h 的值.

拓展创新

7. 已知函数 $y=y_1+y_2$，y_1 与 x 成正比例，y_2 与 x 成反比例，且当 $x=1$ 时，$y=4$；当 $x=2$ 时，$y=5$.

(1)求 y 与 x 之间的函数解析式；

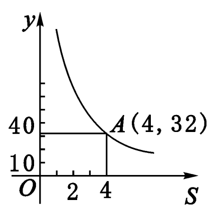
(2)当 $x=4$ 时，求 y 的值.

26.1.2　反比例函数的图象和性质

第一学时

问题导学

小明在平面直角坐标系中按照列表、描点、连线的步骤画出了 $y=\frac{128}{S}(S>0)$ 的图象，如下图.



你知道他是怎样连线的吗？为什么是曲线而不是直线？是不是所有的反比例函数的图象都是曲线？通过今天的学习，相信这些问题会迎刃而解.

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p4～p6 的有关内容，并完成下面的问题：

1. 画函数图象的步骤是什么？

2. 一次函数与二次函数的图象分别是什么？如何画出一次函数的图象？

3. 通过阅读例题，同学们发现反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象所在的象限由什么确定？其图象有什么特点？

自主测评

1. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，$k\neq0$）的图象是________. 当 $k>0$ 时，双曲线的两支分别位于________象限，在每个象限内 y 随 x 的增大而________；当 $k<0$ 时，双曲线的两支分别位于________象限，在每个象限内 y 随 x 的增大而________.

2. 若点 $P(-1,2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，则 $k=$________.

3. 已知反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$（k 是常数，$k\neq1$）的图象有一支在第二象限，那么 k 的取值范围是________.

4. 已知正比例函数 $y=kx$，y 随 x 的增大而减小，那么反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________.

5. 已知 $A(-4,y_1)$，$B(-1,y_2)$ 是反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为________.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1. 在完成教材 p4 例 2 的过程中，需要注意什么？

2. 反比例函数与正比例函数的区别是什么？

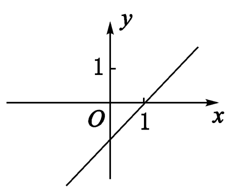
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

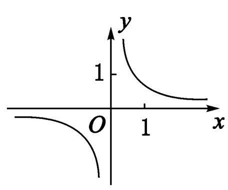
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

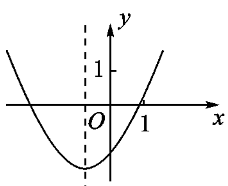
1. 下列四个函数图象中，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小的是（　　）



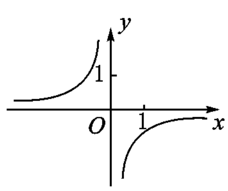
A



B

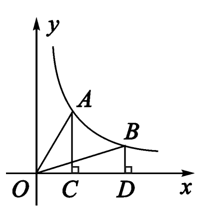


C



D

2. 如图，过反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ $(x>0)$ 的图象上的任意两点 A，B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 C，D，连接 OA，OB. 设 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$ 的面积分别是 S_1，S_2，比较它们的大小，可得（　　）



A. $S_1>S_2$

B. $S_1=S_2$

C. $S_1<S_2$

D. 大小关系不能确定

归纳梳理

1. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq0$）有下列性质：

（1）当 $k>0$ 时，函数的图象在第一、第三象限，在每个象限内，曲线从左向右下降，也就是在每个象限内 y 随 x 的增大而减小.

（2）当 $k<0$ 时，函数的图象在第二、第四象限，在每个象限内，曲线从左向右上升，也就是在每个象限内 y 随 x 的增大而增大.

2. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq0$）中 k 的几何意义：

（1）过反比例函数图象上的任意一点分别作 x 轴、y 轴的垂线，与两坐标轴围成的矩形的面积为 $|k|$.

（2）过反比例函数图象上的任意一点 P 作 x 轴（或 y 轴）的垂线，连接 OP，则垂线段、OP、x 轴（或 y 轴）围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2}|k|$.

深化拓展

基础反思

1. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，则 k 的取值范围是（　　）

A. $k<0$　　B. $k>0$

C. $k\leqslant0$　　D. $k\geqslant0$

2. 对于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$，下列说法不正确的是（　　）

A. 点 $(-2,-1)$ 在它的图象上

B. 它的图象在第一、三象限

C. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

3. 已知 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 两点都在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，且 $x_1<x_2<0$，则 y_1 ________ y_2.（填“$>$”“$<$”或“$=$”）

4. 若函数 $y=(2m-1)x$ 与 $y=\frac{3-m}{x}$ 的图象交于第一、第三象限，则 m 的取值范围是________.

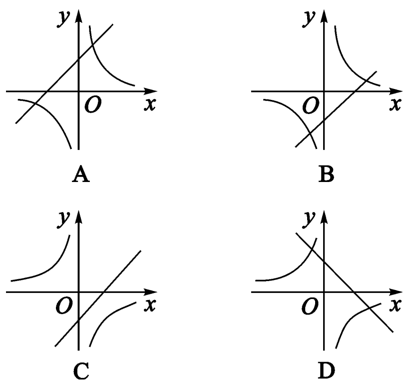
能力提升

5. 已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$，当 $1<x<3$ 时，y 的最小整数值是 ( )

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

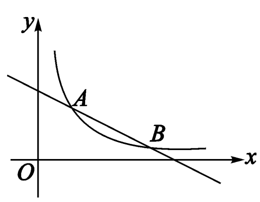
6. 函数 $y=kx-3$ 与 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 在同一平面直角坐标系内的图象可能是 ( )



7. 如图，已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 的图象交于 A 和 $B(6,n)$ 两点.

(1)求 k 和 n 的值；

(2)若点 $C(x,y)$ 也在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，求当 $2\leqslant x\leqslant6$ 时，函数值 y 的取值范围.



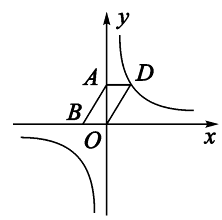
拓展创新

8. 已知反比例函数 $y=\frac{1-2m}{x}$(m 为常数)的图象在第一、第三象限.

(1)求 m 的取值范围；

(2)如图，若该反比例函数的图象经过▱$ABOD$ 的顶点 D，点 A，B 的坐标分别为 $(0,3)$，$(-2,0)$，求此函数的解析式；

(3)如果 $E(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$ 都在该反比例函数的图象上，且 $x_1>x_2>0$，那么 y_1 和 y_2 有怎样的大小关系？



第二学时

问题导学

请画出反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$ 的图象，结合图象回答：

(1)当 $x=2$ 时，y 的值；

(2)当 $1<x\leqslant 4$ 时，y 的取值范围；

(3)当 $1\leqslant y<4$ 时，x 的取值范围.

你能根据这个函数的图象说出反比例函数的性质吗？通过上述问题，你能发现反比例函数、方程与不等式之间有怎样的关系吗？

自主学习

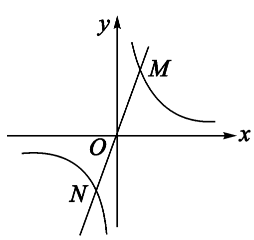
教材导读

请同学们阅读教材 p7、p8 的有关内容，回顾并思考反比例函数的性质有哪些.

自主测评

1. 反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 的图象一定经过点(−2，____).

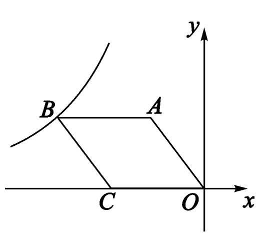
2. 如图，已知直线 $y=k_1x(k_1\neq 0)$ 与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq 0)$ 的图象交于 M,N 两点. 若点 M 的坐标是(1，2)，则点 N 的坐标是 (　　)



A. (−1，−2)　　B. (−1，2)

C. (1，−2)　　D. (−2，−1)

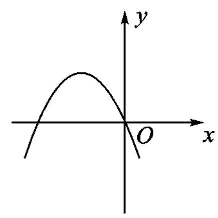
3. 如图，O 是坐标原点，菱形 $OABC$ 的顶点 A 的坐标为(−3，4)，顶点 C 在 x 轴的负半轴上，函数 $y=\frac{k}{x}$ $(x<0)$ 的图象经过顶点 B，则 k 的值为 (　　)

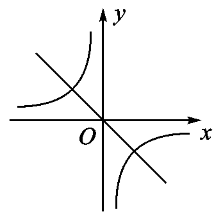


A. −12　　B. −27

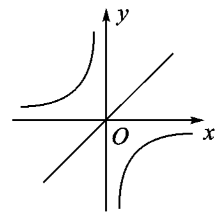
C. −32　　D. −36

4. 如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，那么一次函数 $y=bx+c$ 和反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致是 (　　)

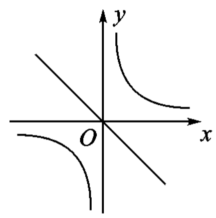




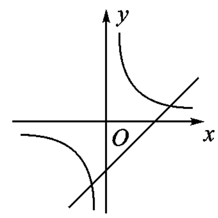
A



B

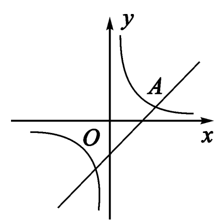


C



D

5. 如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y=x-2$ 交于点 A，且点 A 的纵坐标为 1，求该反比例函数的解析式.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

反比例函数与一次函数的增减性有什么相同点和不同点?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

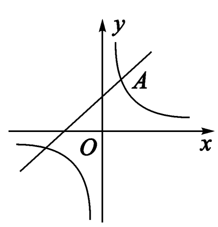
展示交流

1. 已知点 $A(-1,y_1)$,$B(1,y_2)$和 $C(2,y_3)$都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象上,则______<______<______(填“y_1”“y_2”或“y_3”).

2. 如图,一次函数 $y_1=x+1$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$(k 为常数,且 $k\neq0$)的图象都经过点$A(m,2)$.

(1)求点 A 的坐标及反比例函数的解析式;

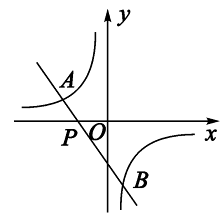
(2)结合图象直接比较:当 $x>0$ 时,y_1 与 y_2 的大小关系.



3. 如图,一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$的图象过点 $P\left(-\frac{3}{2},0\right)$,且与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$的图象相交于点 $A(-2,1)$和点 B.

(1)求一次函数和反比例函数的解析式;

(2)求点 B 的坐标,并根据图象回答:当 x 在什么范围内取值时,一次函数的函数值小于反比例函数的函数值?



归纳梳理

1. 熟练掌握用待定系数法求函数解析式和用图形分割法求面积.

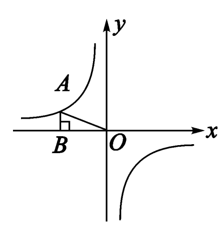
2. 深刻体会变化与对应的思想、数形结合思想和转化思想在反比例函数中的应用.

深化拓展

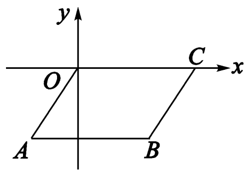
基础反思

1. 若反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象经过点(2,3),则 $k=$________.

2. 如图,点 A 为反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$图象上一点,过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B,连接 OA,则 $\triangle ABO$的面积为________.



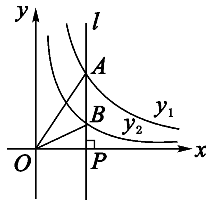
3. 如图，$B(3,-3)$，$C(5,0)$，以 OC，CB 为边作▱$OABC$，则经过点 A 的反比例函数的解析式为________.



能力提升

4. 若一个反比例函数的图象经过点 $A(m,m)$ 和 $B(2m,-1)$，则这个反比例函数的解析式为________.

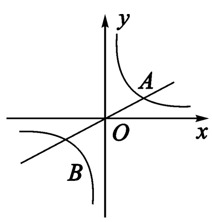
5. 如图，直线 $l\perp x$ 轴于点 P，且与反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}(x>0)$ 及 $y_2=\frac{k_2}{x}(x>0)$ 的图象分别交于点 A，B，连接 OA，OB. 已知 $\triangle OAB$ 的面积为 2，则 $k_1-k_2=$________.



6. 如图，已知直线 $y=\frac{1}{2}x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 交于 A，B 两点，且点 A 的横坐标为 4.

(1)求 k 的值；

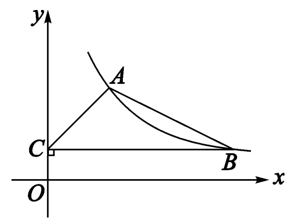
(2)若双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 上一点 C 的纵坐标为 8，求 $\triangle AOC$ 的面积.



7. 如图，某反比例函数图象的一支经过点 $A(2,3)$ 和点 B(点 B 在点 A 的右侧)，作 $BC\perp y$ 轴，垂足为 C，连接 AB，AC.

(1)求该反比例函数的解析式；

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求直线 AB 的解析式.

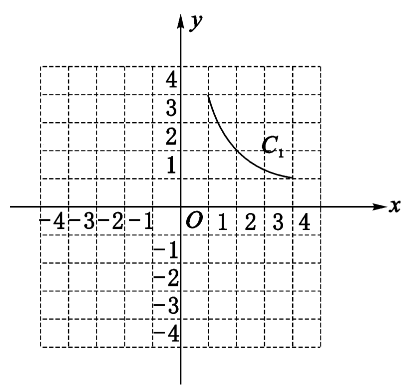


拓展创新

8. 已知反比例函数 $y=\frac{4}{x}$.

(1) 若该反比例函数的图象与直线 $y=kx+4(k\neq0)$ 只有一个公共点，求 k 的值；

(2) 如图，反比例函数 $y=\frac{4}{x}(1\leqslant x\leqslant4)$ 的图象记为曲线 C_1，将 C_1 向左平移 2 个单位长度，得曲线 C_2，请在图中画出 C_2，并直接写出 C_1 平移至 C_2 处所扫过的面积.



26.2 实际问题与反比例函数

第一学时

问题导学

小明家新买了几桶墙面漆,准备重新粉刷墙壁,请问用什么工具打开这些未开封的墙面漆桶会比较容易呢?你会用相关的物理知识和反比例函数的知识解释其中的缘由吗?

自主学习

教材导读

1. 阅读教材 p12 的例 1,回答下列问题:

(1)正方体和圆柱体的体积公式分别是什么?

(2)在例 1 这个实际问题中共有几个量?其中哪些是常量?哪些是变量?

2. 阅读教材 p13 的例 2,回答下列问题:

(1)在例 2 这个实际问题中共有几个量?其中哪些是常量?哪些是变量?

(2)若码头工人装货总量为 y 吨,装货时间为 x 天,则码头工人装货总量 y(吨)与装货时间 x(天)之间是什么函数关系?请你写出函数解析式.

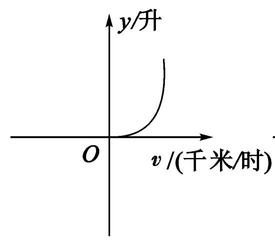
自主测评

1. 某企业现有 300 吨煤,这些煤能烧的时间 y(天)与平均每天烧煤量 x(吨)之间的函数解析式是 ( )

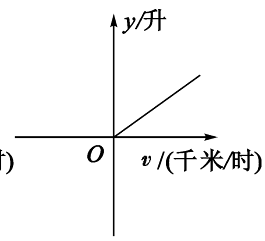
A. $y=\frac{300}{x}(x>0)$　　B. $y=\frac{300}{x}(x\geqslant0)$

C. $y=300x(x\geqslant0)$　　D. $y=300x(x>0)$

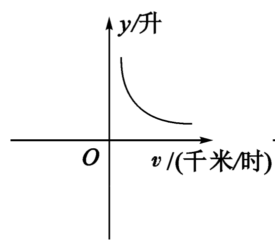
2. 已知甲、乙两地相距 s(千米),汽车从甲地匀速行驶到达乙地.如果汽车每小时耗油量为 a(升),那么从甲地到乙地汽车的总耗油量 y(升)与汽车的行驶速度 v(千米/时)的函数图象大致是 ( )



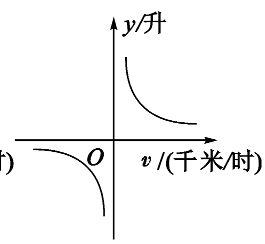
A



B



C



D

3. 某养鱼专业户准备挖一个面积为 2 000 m^2 的长方形鱼塘.

(1)求鱼塘的长 y(m)关于宽 x(m)的函数解析式;

(2)由于受场地的限制,鱼塘的宽最多只能挖 20 m,当鱼塘的宽是 20 m 时,鱼塘的长为多少米?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

阅读教材 p17、p18 的“阅读与思考——生活中的反比例关系”，思考下列问题：

1. 短文标题“生活中的反比例关系”可以换成“生活中的反比例函数关系”吗？

2. 文章中共有三个实际问题，请你分别写出它们的关系式.

3. 请你解释文章中提出的三个实际问题.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

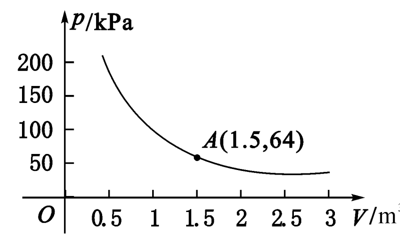
展示交流

某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的压强 p(kPa)是气体体积 V(m^3)的反比例函数，其图象如图所示.

(1)写出这个函数的解析式；

(2)当气体的体积是 0.8 m^3 时，求气球内气体的压强；

(3)当气球内气体的压强大于 144 kPa 时，气球将爆炸，为了安全起见，气体的体积应不小于多少？



归纳梳理

1. 进一步认识到反比例函数在现实世界中的应用是非常广泛的，反比例函数是刻画数量关系的重要模型.

2. 在应用反比例函数解决实际问题时，要认真审题，明确题中每个量之间的关系，确定常量与变量，进而通过给定的已知条件解决问题.

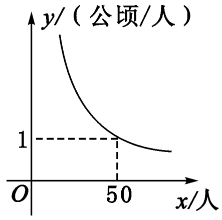
深化拓展

基础反思

1. 一个水池装水 12 m^3，如果从水管中每小时流出 x m^3 的水，经过 y h 可以把水放完，那么 y 与 x 之间的函数解析式是________，自变量 x 的取值范围是________.

2. 若梯形的下底长为 x，上底长为下底长的 $\frac{1}{3}$，高为 y，面积为 60，则 y 与 x 之间的函数解析式是________(不考虑 x 的取值范围).

3. 某村耕地总面积为50公顷,且该村人均耕地面积y(公顷/人)与总人口x(人)的函数图象如图所示,则下列说法正确的是 ( )



A. 该村人均耕地面积y随总人口x的增多而增多

B. 该村人均耕地面积y与总人口x成正比例

C. 若该村人均耕地面积为2公顷,则总人口有100人

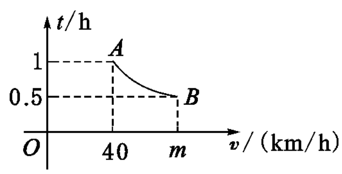
D. 当该村总人口为50人时,人均耕地面积为1公顷

能力提升

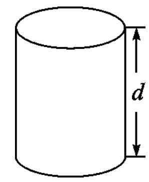
4. 一辆汽车匀速通过某段公路,所需时间t(h)与行驶速度v(km/h)满足函数关系:$t=\frac{k}{v}$,其图象为如图所示的一段曲线,且端点为$A(40,1)$和$B(m,0.5)$.

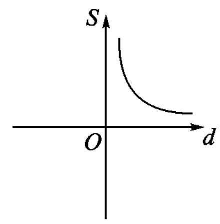
(1)求k和m的值;

(2)若行驶速度不得超过60 km/h,则汽车通过该路段最少需要多长时间?

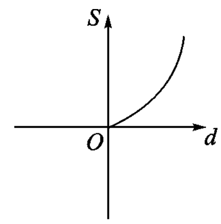


5. 如图,市煤气公司计划在地下修建一个容积为$10^4\ m^3$的圆柱形煤气储存室,则储存室的底面积$S(m^2)$与其深度d(m)的函数图象大致是 ( )

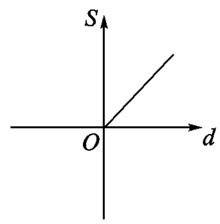




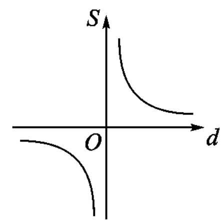
A



B



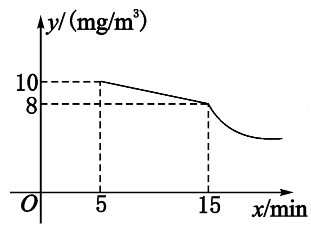
C



D

拓展创新

6. 春季是传染病多发的季节,积极预防传染病是学校高度重视的一项工作,为此,某校对学生宿舍采取喷洒药物进行消毒.在对某宿舍进行消毒的过程中,先经过5 min的集中药物喷洒,再封闭宿舍10 min,然后打开门窗进行通风,室内空气中的含药量$y(mg/m^3)$与药物在空气中的持续时间x(min)之间的函数关系,在打开门窗通风前分别满足两个一次函数,在通风后又成反比例,如图所示.下面四个选项中错误的是 ( )



A. 经过5 min集中喷洒药物,室内空气中的含药量最高达到10 mg/m^3

B. 室内空气中的含药量不低于8 mg/m^3的持续时间达到了11 min

C. 当室内空气中的含药量不低于5 mg/m^3且持续时间不低于35 min,才能有效杀灭某种传染病毒.此次消毒完全有效

D. 当室内空气中的含药量低于2 mg/m^3时,对人体才是安全的,所以从室内空气中的含药量达到2 mg/m^3开始,需经过59 min后,学生才能进入室内

第二学时

问题导学

在寒假里，小明与几个同伴在结冰的河面上溜冰，突然发现前面有一处冰面出现了裂痕，小明立即告诉同伴分散趴在冰面上，匍匐离开危险区.你能应用反比例函数的有关知识解释一下小明这样做的道理吗？

自主学习

教材导读

1. 阅读教材 p14 的例 3，回答下列问题：

(1)在例 3 这个实际问题中共有几个量？其中哪些是常量？哪些是变量？

(2)请同学们尝试解释阿基米德的著名语句——给我一个支点，我可以撬动地球.

2. 阅读教材 p15 的例 4，回答下列问题：

(1)请同学们通过网络或科学书籍了解电阻、电压、功率等物理名词的含义.

(2)在例 4 这个实际问题中共有几个量？其中哪些是常量？哪些是变量？

自主测评

1. 下列各选项中，两个变量之间是反比例函数关系的有 (　　)

①小张用 10 元钱购买铅笔，购买的铅笔数量 y(支)与铅笔单价 x(元/支)之间的关系；

②一个长方体的体积为 50 cm^3，宽为 2 cm，它的长 y(cm)与高 x(cm)之间的关系；

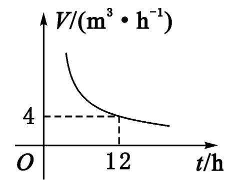
③某村有耕地 70 公顷，该村人均占有耕地面积 y(公顷/人)与该村人口数量 n(人)之间的关系；

④一个圆柱体的体积为 100 cm^3，它的高 h(cm)与底面半径 R(cm)之间的关系.

A. 1 个　　　B. 2 个

C. 3 个　　　D. 4 个

2. 如图所示是一蓄水池每小时的排水量 V($m^3\cdot h^{-1}$)与排完水池中的水所用的时间 t(h)之间的函数图象.



(1)根据图象可知，此蓄水池的蓄水量为________ m^3；

(2)此函数的解析式为________；

(3)若要在 6 h 内排完蓄水池中的水，则每小时的排水量至少应该是________ m^3；

(4)如果每小时的排水量是 5 m^3，那么蓄水池中的水经过________ h 能排完.

3. 由电学欧姆定律知，电压不变时，电流 I 与电阻 R 成反比例.已知电压不变，电阻 $R=20\ \Omega$ 时，电流 $I=0.25$ A，则

(1)电压 $U=$________ V；

(2)I 关于 R 的函数解析式为________；

(3)当 $R=12.5\ \Omega$ 时，电流 $I=$________ A；

(4)当 $I=0.5$ A 时，电阻 $R=$________ Ω.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

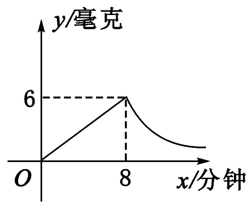
阅读教材 p19 的"数学活动"，请同学们解释其中的缘由.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流



为了预防疾病,某单位对办公室采用药熏消毒法进行消毒.已知药物燃烧时,室内每立方米空气中的含药量y(毫克)与时间x(分钟)成正比例,药物燃烧完毕后,y与x成反比例(如图).现测得药物8分钟燃烧完毕,此时室内空气中每立方米的含药量为6毫克.请根据题中提供的信息,解答下列问题:

(1)药物燃烧时,y关于x的函数解析式为________,自变量x的取值范围是________;药物燃烧完毕后,y关于x的函数解析式为________.

(2)研究表明,当空气中每立方米的含药量低于1.6毫克时员工方可进入办公室,那么从消毒开始,至少需要经过________分钟后,员工才能回到办公室.

(3)研究表明,当空气中每立方米的含药量不少于3毫克且持续时间不少于10分钟时,才能有效杀灭空气中的病菌,那么此次消毒是否有效?为什么?

归纳梳理

函数思想是一种重要的数学思想,它是刻画两个变量之间关系的重要手段,是反映现实世界中数量关系的重要模型.在学习时,要认真分析数量关系,确定其中的常量与变量,准确应用待定系数法确定函数解析式.在研究这类反映实际问题的函数时,要关注自变量和函数值的取值范围,要符合实际意义.

深化拓展

基础反思

1. 当三角形的面积一定时,三角形的底和底边上的高的关系是 ( )

A. 正比例函数关系

B. 反比例函数关系

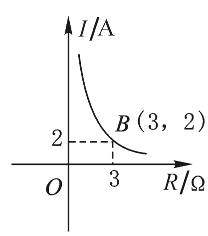
C. 一次函数关系

D. 二次函数关系

2. 京沈高速公路全长658 km,汽车沿京沈高速公路从沈阳驶往北京,则汽车行完全程所需时间t(h)与汽车行驶的平均速度v(km/h)之间的函数解析式为________.

3. 完成某项任务可获得500元报酬,考虑由x人完成这项任务,试写出人均报酬y(元)与人数x之间的函数解析式:________.

能力提升



4. 某闭合电路中,电源电压为定值,电流I(A)与电阻R(Ω)成反比例.如图所示是该电路中电流I与电阻R之间的函数关系的图象,则用电阻R表示电流I的函数解析式为 ( )

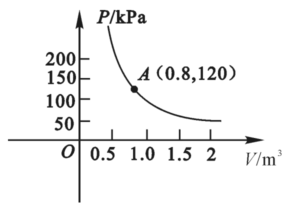
A. $I=\frac{6}{R}$

B. $I=-\frac{6}{R}$

C. $I=\frac{3}{R}$

D. $I=\frac{2}{R}$

5. 某气球充满一定质量的气体后，当温度不变时，气球内气体的压强 p(kPa) 是气体体积 V(m^3)的反比例函数，其图象如图所示. 当气球内气体的压强大于 140 kPa 时，气球将爆炸，为了安全起见，气体体积应 （　　）



A. 不大于$\frac{24}{35}$ m^3　　B. 不小于$\frac{24}{35}$ m^3

C. 不大于$\frac{24}{37}$ m^3　　D. 不小于$\frac{24}{37}$ m^3

6. 一定质量的二氧化碳，当它的体积 $V=4$ m^3 时，它的密度 $\rho=2.25$ kg/m^3.

(1)求 V 与 ρ 之间的函数解析式；

(2)求当 $V=6$ m^3 时，二氧化碳的密度；

(3)结合函数图象回答：当 $V\leqslant 6$ m^3 时，二氧化碳的密度 ρ 有最大值还是最小值？最大(小)值是多少？

拓展创新

7. 某水产公司有一种海产品共 2 104 千克，为寻求合适的销售价格，进行了 8 天试销，试销情况如下：

	第1天	第2天	第3天	第4天	第5天	第6天	第7天	第8天
售价 x/(元/千克)	400		250	240	200	150	125	120
销售量 y/千克	30	40	48		60	80	96	100

观察表中数据，发现可以用反比例函数表示这种海产品每天的销售量 y(千克)与售价 x(元/千克)之间的关系. 现假定在这批海产品的销售中，每天的销售量 y(千克)与售价 x(元/千克)之间都满足这一关系.

(1)写出这个反比例函数的解析式，并补全表格；

(2)在试销 8 天后，该公司决定将这种海产品的售价定为 150 元/千克，并且每天都按这个价格销售，那么余下的这些海产品预计再用多少天可以全部售出？

第二十六章　小结

第一学时

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p20 的"回顾与思考",回答下列问题:

1. 什么叫反比例函数?反比例函数有哪些形式?

2. 请自己列表格,总结反比例函数的图象与性质.

自主测评

1. 下列反比例函数中,其图象经过点(1,−1)的函数解析式是　(　　)

A. $y=\frac{1}{x}$　　B. $y=-\frac{1}{x}$

C. $y=\frac{2}{x}$　　D. $y=-\frac{2}{x}$

2. 对于反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$,下列说法不正确的是　(　　)

A. 图象分布在第二、四象限

B. 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大

C. 图象经过点(1,−2)

D. 若点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$都在其图象上,且 $x_1<x_2$,则 $y_1<y_2$

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

典型例题

理解反比例函数的意义.

例 1　若函数 $y=(k-2)x^{k^2-5}$(k 为常数)是反比例函数,则 k 的值是________,解析式为________.

解析:根据反比例函数的定义可知,反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}=kx^{-1}$(k 为常数,$k\neq0$).

$\therefore$ $\begin{cases}k-2\neq0,\\k^2-5=-1,\end{cases}$ 解得 $k=-2$.

$\therefore$ 解析式为 $y=-4x^{-1}=-\frac{4}{x}$.

答案:-2　$y=-\frac{4}{x}$

对反比例函数的图象及性质的理解和应用.

例 2　对于反比例函数 $y=\frac{k^2}{x}(k\neq0)$,下列说法不正确的是　(　　)

A. 它的图象分布在第一、第三象限

B. 点(k,k)在它的图象上

C. 它的图象是中心对称图形

D. y 随 x 的增大而增大

解析:本题是对反比例函数的图象和基本性质的考查.由 $k^2>0$,知反比例函数 $y=\frac{k^2}{x}$ 的图象的两个分支分别在第一、第三象限内,且在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小.故选 D.

答案:D

例 3　(1)已知 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$,$P_3(x_3,y_3)$是反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上的三点,且 $x_1<x_2<0<$

x_3，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是（　　）

A. $y_3<y_2<y_1$　　B. $y_1<y_2<y_3$

C. $y_2<y_1<y_3$　　D. $y_2<y_3<y_1$

(2)已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图象上有两点 $A(7,y_1)$，$B(5,y_2)$，则 y_1 与 y_2 的大小关系为（　　）

A. $y_1>y_2$　　B. $y_1=y_2$

C. $y_1<y_2$　　D. 无法确定

解析：本组题目都是考查反比例函数的增减性，但是情况各不相同. 在做这类题目时，切记要区分清楚这几个点是在同一个象限内，还是分别在两个象限内，若是前者，可根据反比例函数的增减性直接判断；若是后者，最好画出图象后再进行判断.

(1)在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 中，由 $k=2>0$ 知，双曲线的两个分支分别位于第一、第三象限内，且在每一个象限内，y 随 x 的增大而减小. 由于 P_1，P_2 两点的横坐标均为负数，故点 P_1，P_2 均在第三象限内；点 P_3 的横坐标为正数，所以点 P_3 在第一象限内，此时 $y_3>0$. 故选 C.

此题也可以将 P_1，P_2，P_3 三点的横坐标取特殊值分别代入 $y=\frac{2}{x}$ 中，求出 y_1,y_2,y_3 的值，再比较大小.

(2)由于 A，B 两点在同一个象限内，故根据性质当 $k<0$ 时，图象的两个分支分别在第二、第四象限内，且在每一个象限内 y 随 x 的增大而增大，知 $y_1>y_2$. 故选 A.

答案：(1)C　(2)A

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 在平面直角坐标系中，将点 $P(5,3)$ 向左平移 6 个单位长度，再向下平移 1 个单位长度，恰好在函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，则此函数的图象分布在第________象限.

2. 将油箱注满 k 升油后，轿车可行驶的总路程 s（单位：千米）与平均耗油量 a（单位：升/千米）之间是反比例函数关系 $s=\frac{k}{a}$（k 是常数，$k\neq0$）. 已知某轿车油箱注满油后，以平均耗油量为每千米耗油 0.1 升的速度行驶，可行驶 700 千米.

(1)求该轿车可行驶的总路程 s 与平均耗油量 a 之间的函数解析式；

(2)当平均耗油量为 0.08 升/千米时，求该轿车可以行驶多少千米？

归纳梳理

1. 反比例函数的性质:增减性、中心对称性、轴对称性.

2. 函数思想是一种重要的数学思想,它是刻画两个变量之间关系的重要手段.

3. 深刻体会变化与对应的思想、数形结合思想和转化思想在反比例函数中的应用.

深化拓展

基础反思

1. 已知反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象经过点 $P(a+1,4)$,则 $a=$________.

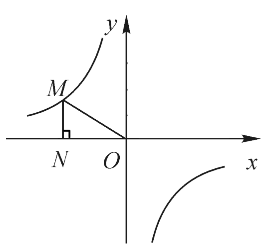
2. 反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象上有 $P_1(x_1,-2)$,$P_2(x_2,-3)$两点,则 x_1与 x_2的大小关系是 ( )

A. $x_1>x_2$　　B. $x_1=x_2$

C. $x_1<x_2$　　D. 不确定

能力提升

3. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象如图所示,M 是该函数图象上一点,MN 垂直于 x 轴,垂足为 N. 若 $S_{\triangle MON}=2$,则 k 的值为 ( )



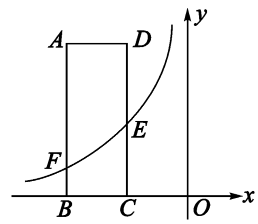
A. 2　　B. -2

C. 4　　D. -4

4. 如图,矩形 $ABCD$ 的两边 AD,AB 的长分别为 3,8,E 是 DC 的中点,反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 E,与 AB 交于点 F.

(1)若点 B 的坐标为$(-6,0)$,求 m 的值及图象经过 A,E 两点的一次函数的解析式;

(2)若 $AF-AE=2$,求反比例函数的解析式.

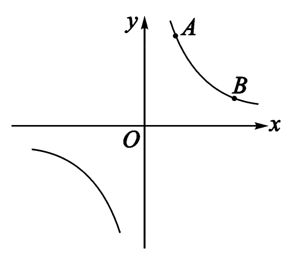


拓展创新

5. 如图,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,且 $k\neq0$)的图象经过点 $A(1,3)$,$B(3,m)$.

(1)求反比例函数的解析式及点 B 的坐标;

(2)在 x 轴上找一点 P,使 $PA+PB$ 的值最小,求满足条件的点 P 的坐标.



第二学时

自主学习

教材导读

请同学们认真复习本章内容,回答下列问题:

1. 在学习本章时,教材中应用反比例函数建立数学模型的类型有哪些?

2. 设 $P(m,n)$ 是双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 上任意一点,过点 P 分别作 x 轴、y 轴的垂线,垂足分别为 A,B,则 $\triangle OAP$,$\triangle OBP$ 和矩形 $OAPB$ 的面积与 k 的关系是什么?

自主测评

1. 对于反比例函数 $y=\frac{2}{x}$,下列说法不正确的是 ( )

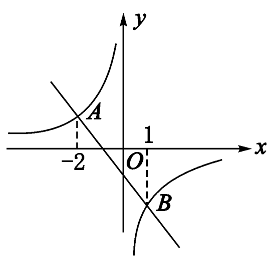
A. 点 $(-2,-1)$ 在它的图象上

B. 它的图象在第一、第三象限

C. 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而减小

2. 如图,已知一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(-2,y_1)$,$B(1,y_2)$ 两点,则不等式 $ax+b<\frac{k}{x}$ 的解集为 ( )



A. $x<-2$ 或 $0<x<1$

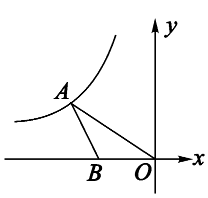
B. $x<-2$

C. $0<x<1$

D. $-2<x<0$ 或 $x>1$

3. 直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的一个交点 A 的坐标为 $(-1,-2)$,则 $m=$________,$k=$________;它们的另一个交点的坐标是________.

4. 如图,在平面直角坐标系中,点 A 在第二象限内,点 B 在 x 轴上,$\angle AOB=30°$,$AB=BO$,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象经过点 A,若 $S_{\triangle ABO}=\sqrt{3}$,则 k 的值为________.



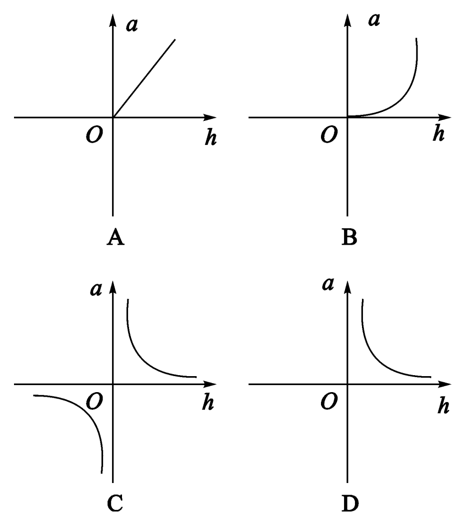
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

典型例题

应用反比例函数建立模型解决实际问题.

例 1 已知三角形的面积一定,则它的底边长 a 与底边上的高 h 之间的函数关系的图象大致是 ( )



解析:根据给定的条件,寻找其中的变量与常量间的关系,建立函数解析式 $a=\frac{2S}{h}$(其中 S 是常量,且 $S>0$),所以底边长 a 与底边上的高 h 之间是反比例函数关系.根据自变量的取值范围选择合适的图象.

答案:D

反比例函数与面积的关系.

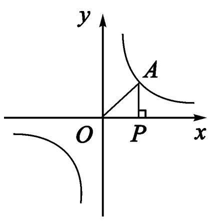
例 2 P 是 x 轴正半轴上的一个动点,过点 P 作 x 轴的垂线 PA 交双曲线 $y=\frac{1}{x}$ 于点 A,连接 OA.

(1)如图①,当点 P 沿 x 轴的正方向运动时,

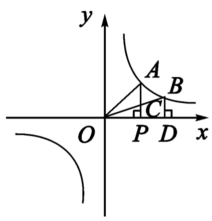
Rt△AOP的面积大小是否变化？若不变，请求出Rt△AOP的面积；若改变，试说明理由.

(2)如图②，在x轴上点P的右侧有一点D，过点D作x轴的垂线交双曲线于点B，连接BO交AP于点C. 设△AOP的面积为S_1，梯形$BCPD$的面积为S_2，则S_1与S_2的大小关系是S_1______S_2(填“>”“<”或“=”).

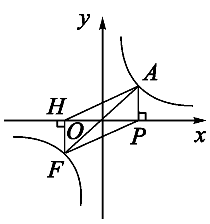
(3)如图③，AO的延长线与双曲线$y=\frac{1}{x}$的另一个交点为F，FH垂直于x轴，垂足为H，连接AH，PF，试证明四边形$APFH$的面积为一常数.



①



②



③

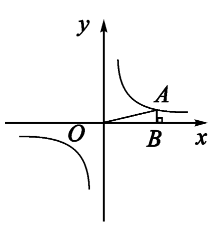
解：(1)当点P沿x轴的正方向运动时，Rt△AOP的面积大小是不变的. 设点A的坐标是(m,n)，则$OP=m$，$AP=n$，所以$S_{Rt\triangle AOP}=\frac{1}{2}\times OP\times AP=\frac{1}{2}mn=\frac{1}{2}$.

(2)因为$S_1=S_{\triangle BOD}$，$S_{\triangle BOD}>S_2$，所以$S_1>S_2$.

(3)根据双曲线的对称性可知，四边形$APFH$是平行四边形，所以$S_{四边形APFH}=4S_{Rt\triangle AOP}=2$.

反比例函数与一次函数的综合应用.

例3 如图，在平面直角坐标系中，O为坐标原点. 已知反比例函数$y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象经过点$A(2,m)$，过点A作$AB\perp x$轴于点B，且△AOB的面积为$\frac{1}{2}$.



(1)求k和m的值；

(2)点$C(x,y)$在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，求当$1\leqslant x\leqslant 3$时函数值y的取值范围；

(3)过原点O的直线l与反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象交于P，Q两点，试根据图象直接写出线段PQ长度的最小值.

分析：本题第(1)问考查了反比例函数中待定系数法的应用；第(2)问通过图象考查了反比例函数的增减性，进一步渗透了数形结合的思想；第(3)问则重点关注对称性在平面直角坐标系和函数图象中的应用，同时进一步应用了一次函数的相关知识.

解：(1)∵ $A(2,m)$，

∴ $OB=2$，$AB=m$.

∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB\cdot AB=\frac{1}{2}\times 2\times m=\frac{1}{2}$.

∴ $m=\frac{1}{2}$.

∴ 点A的坐标为$\left(2,\frac{1}{2}\right)$.

把点A的坐标$\left(2,\frac{1}{2}\right)$代入$y=\frac{k}{x}$，得

$\frac{1}{2}=\frac{k}{2}$，∴ $k=1$.

(2)由(1)知，反比例函数的解析式为$y=\frac{1}{x}$.

∴ 当$x=1$时，$y=1$；当$x=3$时，$y=\frac{1}{3}$.

又∵ 反比例函数$y=\frac{1}{x}$，当$x>0$时，y随x的增大而减小，

∴ 当$1\leqslant x\leqslant 3$时，y的取值范围为$\frac{1}{3}\leqslant y\leqslant 1$.

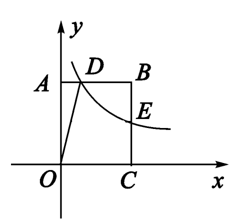
(3)由图象，可得线段PQ长度的最小值为$2\sqrt{2}$.

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 如图，反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过矩形$OABC$的边BC的中点E，交AB于点D. 若梯形$ODBC$的面积为3，则此反

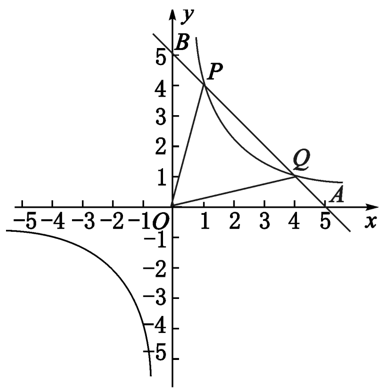


比例函数的解析式为______.

2. 如图,已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $\left(\frac{1}{2},8\right)$,一次函数 $y=-x+b$ 的图象经过该反比例函数图象上的点 $Q(4,m)$.

(1)求反比例函数和一次函数的解析式;

(2)设此一次函数的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A,B,与反比例函数的图象的另一个交点为 $P(1,n)$,连接 OP,OQ,求 $\triangle OPQ$ 的面积.



归纳梳理

1. 反比例函数的面积不变性:

(1)过反比例函数图象上的任意一点分别作 x 轴、y 轴的垂线,与两坐标轴围成的长方形的面积为 $|k|$.

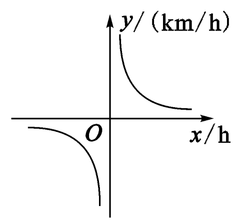
(2)过反比例函数图象上的任意一点 P 作 x 轴(或 y 轴)的垂线,连接 OP,则垂线段、OP、x 轴(或 y 轴)围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2}|k|$.

2. 分析现实情境中的变量与常量,建立反比例函数的模型解决实际问题.

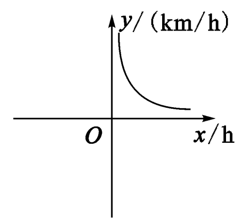
深化拓展

基础反思

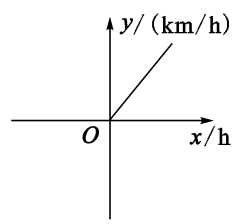
1. 小明乘车从南充到成都,行车的平均速度 y(km/h)和行车时间 x(h)之间的函数图象是 ( )



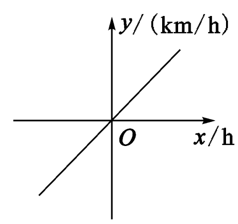
A



B



C



D

2. 已知正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象都过点 $A(m,1)$,则另一个交点的坐标为______.

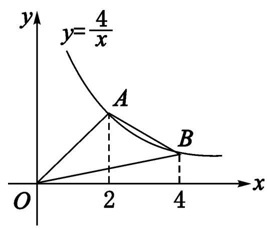
3. 在温度不变的条件下,通过一次又一次地对汽缸顶部的活塞加压,测出每一次加压后缸内气体的体积和气体对汽缸壁所产生的压强如下表:

体积 x/mL	100	80	60	40	20
压强 y/kPa	60	75	100	150	300

则可以反映 y 与 x 之间关系的式子是______.

能力提升

4. 如图，A，B是反比例函数$y=\frac{4}{x}$在第一象限内的图象上的两点，且A，B两点的横坐标分别是2和4，则△OAB的面积是（　　）



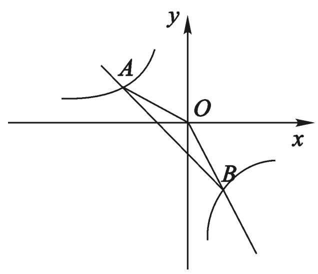
A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

5. 如图，一次函数$y=kx+b$的图象与反比例函数$y=\frac{m}{x}$的图象交于$A(-2,1)$，$B(1,n)$两点. 求：

(1)反比例函数和一次函数的解析式；

(2)△AOB的面积.

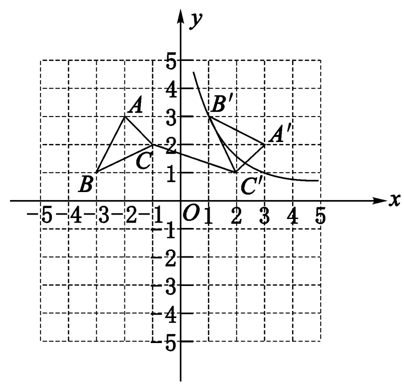


拓展创新

6. 如图，△ABC的顶点坐标为$A(-2,3)$，$B(-3,1)$，$C(-1,2)$，以坐标原点O为旋转中心，顺时针旋转90°，得到△$A'B'C'$，点B'，C'分别是点B，C的对应点.

(1)求过点B'的反比例函数的解析式；

(2)连接CC'，求线段CC'的长.



第二十六章　数学能力提升与评价

反比例函数是刻画现实世界变量关系的一种有效模型，现实世界和数学中具有反比例变化规律的问题，我们可以用反比例函数描述．所以本章体现的数学能力主要是模型思想和应用意识．

一、模型思想

[能力提升]

对于某些实际问题，如果其中变量之间的关系可以用反比例函数模型来刻画，就可以利用反比例函数的图象和性质来研究，从而使实际问题得到解决，这一过程体现了模型思想．

例 1　码头工人以每天 30 吨的速度往一艘轮船上装载货物，把轮船装载完毕恰好用了 8 天时间．

(1)轮船到达目的地后开始卸货，卸货速度 v(单位：吨/天)与卸货时间 t(单位：天)之间有怎样的函数关系？

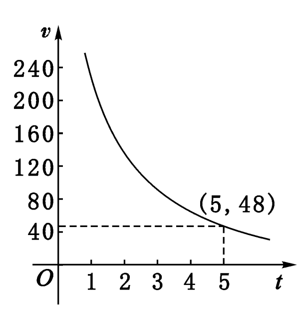
(2)由于遇到紧急情况，船上的货物必须在不超过 5 天内卸载完毕，那么平均每天至少要卸多少吨货物？

分析：根据实际情境，建立函数模型，并进一步明确数学问题，将实际问题置于已有的知识背景之中，用数学知识重新解释是什么，可以看作什么，逐步形成考查实际问题的能力．在解决问题时，还应充分利用函数的图象，渗透数形结合的思想．

解：(1)设轮船上的货物总量为 k 吨，则根据已知条件，得 $k=30\times8=240$．

所以 v 与 t 之间的函数关系式为 $v=\dfrac{240}{t}$．

(2)画出反比例函数 $v=\dfrac{240}{t}$ 在第一象限内的图象(因为$t>0$)．如右图．



当 $t=5$ 时，$v=\dfrac{240}{5}=48$．

根据反比例函数的性质，知当 $0<t\leqslant5$ 时，$v\geqslant48$．所以若货物不超过 5 天内卸完，则平均每天至少要卸货 48 吨．

[自我评价]

1．一辆汽车往返于甲、乙两地之间，如果汽车以 50 km/h 的平均速度从甲地出发，则经过 6 h 可到达乙地．

(1)甲、乙两地相距多少千米？

(2)如果汽车把速度提高到 v(km/h)，那么从甲地到乙地所用时间 t(h)将怎样变化？

(3)写出 t 与 v 之间的函数关系式；

(4)因某种原因，这辆汽车需在 5 h 内从甲地到达乙地，则此时汽车的平均速度至少应是多少？

(5)已知汽车的平均速度最大可达 80 km/h，那么它从甲地到乙地最快需要多长时间？

二、应用意识

[能力提升]

反比例函数与现实生活联系非常紧密，在物理学中，有很多量之间的变化是反比例函数的关系，因此，我们可以应用反比例函数的图象和性质解决一些物理学中的问题，用反比例关系来解释物理量之间的关系浅显易懂，同时不仅要注意跨学科间的综合，而本学科知识间的整合也尤为重要，例如方程、不等式、函数之间不可分割的关系．

例 2　在某一电路中，保持电压不变，电流 I(A)和电阻 R(Ω)成反比例，当电阻 $R=5$ Ω 时，电流 $I=2$ A．

(1)求 I 与 R 之间的函数关系式；

(2)当电流 $I=0.5$ A 时，求电阻 R 的值．

解：(1)设 I 与 R 之间的函数关系式为 $I=\dfrac{U}{R}$，

$\because$　当 $R=5$ 时，$I=2$，

$\therefore$　$U=IR=2\times5=10$．

$\therefore$　I 与 R 之间的函数关系式为 $I=\dfrac{10}{R}$．

(2)当 $I=0.5$ 时，$R=\dfrac{10}{0.5}=20$．

故当电流 $I=0.5$ A 时，电阻 R 的值为 20 Ω．

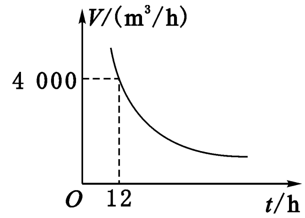
[自我评价]

2. 近视眼镜的度数 y(度)与焦距 x(m)成反比例,已知 400 度近视眼镜镜片的焦距为 0.25 m. 求:

(1)近视眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式;

(2)1 000 度近视眼镜镜片的焦距.

3. 如图所示是某一蓄水池每小时的排水量 $V(\mathrm{m^3/h})$ 与排完水池中的水所用的时间 $t(\mathrm{h})$ 之间的函数关系图象.



(1)请你根据图象提供的信息求出此蓄水池的蓄水量;

(2)写出此函数的解析式;

(3)如果要 6 h 排完水池中的水,那么每小时的排水量应该是多少?

(4)如果每小时排水量是 5 000 $\mathrm{m^3}$,那么水池中的水将用多少小时排完?

第二十六章测评

（测评时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1．下列函数：①$y=2x$，②$y=x$，③$y=x^{-1}$，④$y=\frac{1}{x+1}$，其中是反比例函数的有（　　）

A．0 个　　B．1 个

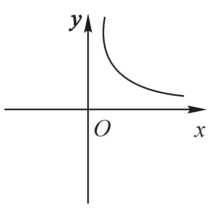
C．2 个　　D．3 个

2．反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象位于（　　）

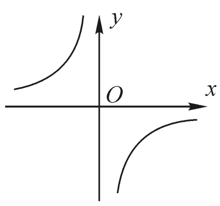
A．第一、第二象限　　B．第一、第三象限

C．第二、第三象限　　D．第二、第四象限

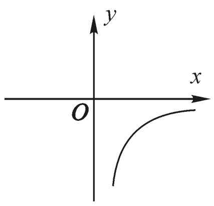
3．如图，反比例函数 $y=-\frac{k^2+1}{x}$ 的图象大致是（　　）



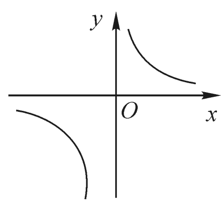
A



B

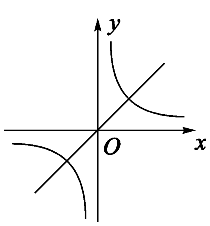


C

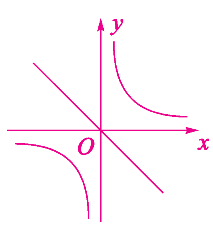


D

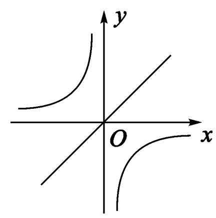
4．已知 $k_1>0>k_2$，则函数 $y=k_1x$ 和 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致是（　　）



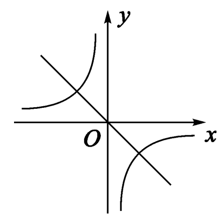
A



B



C



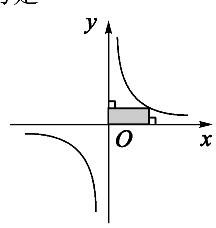
D

5．已知点(3，1)是双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 上的一点，则下列各点中在该图象上的是（　　）

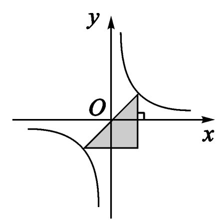
A．$\left(\frac{1}{3},-9\right)$　　B．(1，3)

C．(－1，3)　　D．$\left(6,-\frac{1}{2}\right)$

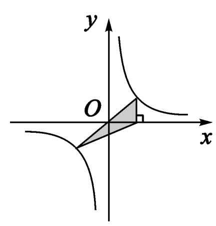
6．在函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象中，阴影部分的面积不为 1 的是（　　）



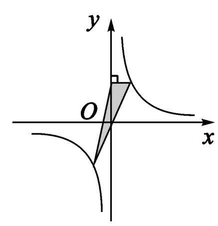
A



B

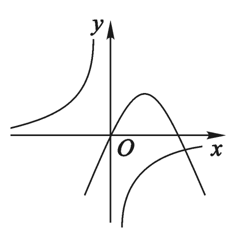


C



D

7．反比例函数与二次函数在同一平面直角坐标系中的大致图象如图所示，则它们的解析式可能分别是（　　）



A．$y=\frac{k}{x}$，$y=kx^2-x$

B．$y=\frac{k}{x}$，$y=kx^2+x$

C．$y=-\frac{k}{x}$，$y=kx^2+x$

D．$y=-\frac{k}{x}$，$y=-kx^2-x$

8. 函数 $y=\frac{1}{x}$ 与函数 $y=x$ 的图象在同一平面直角坐标系内的交点个数是 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 0

9. 若函数 $y=(m+2)x^{|m|-3}$ 是反比例函数，则 m 的值是 ( )

A. 2　　B. -2

C. ± 2　　D. 4

10. 已知点 $A(-3,y_1)$，$B(-2,y_2)$，$C(3,y_3)$ 都在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，则 ( )

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_3<y_2<y_1$

C. $y_3<y_1<y_2$　　D. $y_2<y_1<y_3$

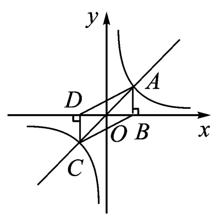
二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分．请把答案填在题中的横线上）

11. 已知反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 的图象经过点 $P(a,4)$，则 $a=$________.

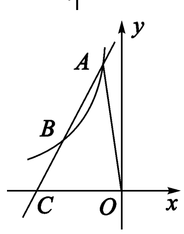
12. 已知关于 x 的一次函数 $y=kx+1$ 和反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象都经过点 $(2,m)$，则一次函数的解析式是________.

13. 一批零件共 300 个，一个工人每小时做 15 个，完成任务所需的时间 y(小时)与人数 x 之间的函数解析式为________.

14. 如图，正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交于 A，C 两点，$AB\perp x$ 轴于点 B，$CD\perp x$ 轴于点 D，则四边形 $ABCD$ 的面积为________.



15. 如图，反比例函数 $y=-\frac{6}{x}$ 在第二象限内的图象上有两点 A，B，它们的横坐标分别为 -1，-3，直线 AB 与 x 轴交于点 C，则△AOC 的面积为________.



16. 已知点 $A(a-1,y_1)$，$B(a+1,y_2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象上，若 $y_1<y_2$，则 a 的取值范围是________.

17. 已知一次函数 $y=3x+m$ 与反比例函数 $y=\frac{m-3}{x}$ 的图象有两个交点，则当 $m=$________时，有一个交点的纵坐标为 6.

18. 若一次函数 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第二象限内有两个交点，则 kb ________ 0 (填“$>$”“$<$”或“$=$”).

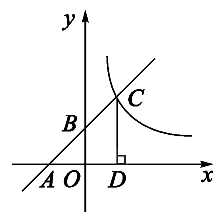
三、解答题（本大题共 6 个小题，共 56 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（本小题满分 8 分）

如图，已知一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，且与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$ 的图象在第一象限内交于点 C，$CD\perp x$ 轴，垂足为 D，$OA=OB=OD=1$．求：

(1)点 A，B，D 的坐标；

(2)一次函数和反比例函数的解析式.



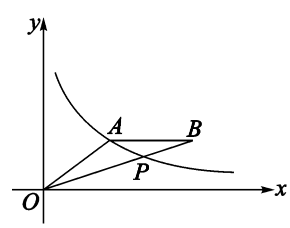
20.（本小题满分 10 分）

如图，$A(4,3)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限图象上的一点，连接 OA，过点 A 作 $AB\parallel x$ 轴，截取 $AB=OA$(点 B 在点 A 的右侧)，连接 OB，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象于点 P．求：

(1)反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式；

(2)点 B 的坐标；

(3)△OAP 的面积.

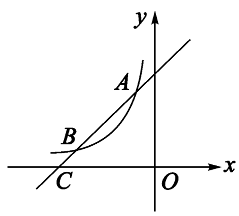


21.（本小题满分 8 分）

如图，一次函数 $y=x+4$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，且 $k\neq0$）的图象交于 $A(-1,a)$，B 两点，与 x 轴交于点 C.

(1)求此反比例函数的解析式；

(2)若点 P 在 x 轴上，且 $S_{△ACP}=\frac{3}{2}S_{△BOC}$，求点 P 的坐标.



22.（本小题满分 8 分）

某中学组织学生到商场参加社会实践活动，他们参与了某种品牌运动鞋的销售工作，已知该运动鞋每双的进价为 120 元，为寻求合适的销售价格进行了 4 天的试销，试销情况如下表所示：

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天
售价 x（元/双）	150	200	250	300
销售量 y（双）	40	30	24	20

(1)观察表中数据，x，y 满足什么函数关系？请求出这个函数关系式；

(2)若商场计划每天的销售利润为 3 000 元，则其单价应定为多少元？

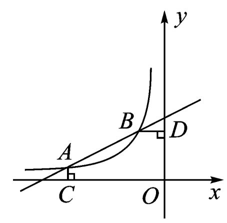
23.（本小题满分 10 分）

如图，已知 $A\left(-4,\frac{1}{2}\right)$，$B(-1,2)$ 是一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(m\neq0,x<0)$ 的图象的两个交点，$AC\perp x$ 轴于点 C，$BD\perp y$ 轴于点 D.

(1)根据图象直接回答：在第二象限内，当 x 取何值时，一次函数的值大于反比例函数的值？

(2)求一次函数解析式及 m 的值；

(3)P 是线段 AB 上的一点，连接 PC，PD，若△PCA 和△PDB 的面积相等，求点 P 的坐标.



24.（本小题满分 12 分）

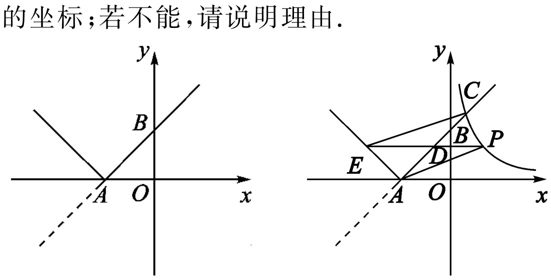
如图①，已知直线 $y=x+3$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，将直线在 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折，得到一个新函数的图象（图中的“V 形折线”）.

(1)类比研究函数图象的方法，请列举新函数的两条性质，并求新函数的解析式；

(2)如图②，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与新函数的图象交于点 $C(1,a)$，点 D 是线段 AC 上一动点（不包括端点），过点 D 作 x 轴的平行线，与新函数图象交于另一点 E，与双曲线交于点 P.

①试求△PAD 面积的最大值；

②探索：连接 EC，在点 D 运动的过程中，四边形 $PAEC$ 能否成为平行四边形？若能，求出此时点 D 的坐标；若不能，请说明理由.



①　　②

第二十七章　相　似

学习导航

本章纵览

我们已经学习了图形的全等和全等三角形的有关知识,也研究了平移、轴对称、旋转这几种图形的全等变换.全等是相似的一种特殊情况,研究相似比研究全等更具有一般性,所以,这一章所研究的问题实际上是在图形的全等和一些全等变换基础上的拓广和发展.

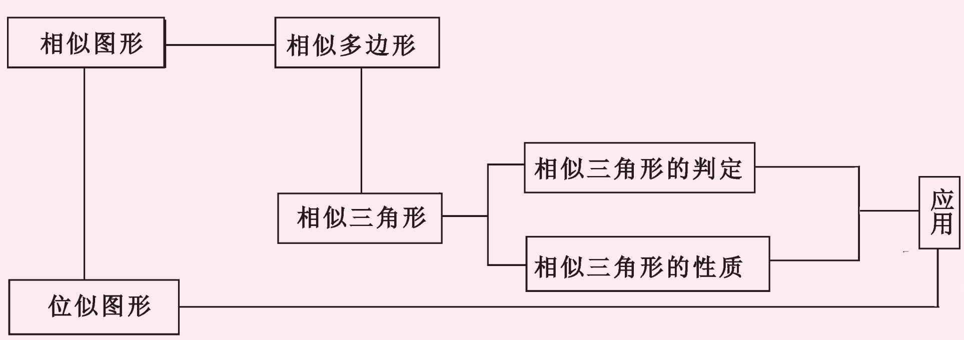
在"27.1 图形的相似"中,我们会通过具体实例来认识图形的相似,并了解线段的比、成比例的线段和相似多边形及相似比.

在"27.2 相似三角形"中进一步深入地研究了相似三角形,它分为相似三角形的判定、相似三角形的性质和相似三角形的应用举例.

"27.3 位似"讨论一种图形变换——位似变换.位似是一种特殊的相似,通过学习,我们可以利用位似将一个图形放大或缩小.我们学习了四种图形变换:平移、轴对称、旋转和位似,可以将图形变换与其坐标变换联系起来进行比较.

后面将要学习"锐角三角函数"和"投影与视图"的知识,学习这些内容,都要用到相似的知识.在物理中,学习力学、光学等,也都要用到相似的知识.因此,这一章的内容也是今后学习所必需的基础知识.另外,相似的有关知识在建筑设计、测量、绘图等许多实际问题中的应用也很广泛.因此这一章内容对今后从事各种实际工作也具有重要作用.

知识要点



这一章主要研究相似多边形、相似三角形的有关性质以及相似三角形的判定.对于相似三角形判定定理的证明,需要构造一个全等的三角形作为中介,再应用前面的定理进行证明,这是本章的难点.学习中要注意分析证明思路,进行转化.

学习要求

1.了解比例的基本性质,了解线段的比、成比例线段.

2.通过具体实例认识图形的相似,了解相似多边形和相似比.

3.掌握基本事实:两条直线被一组平行线所截,所得的对应线段成比例.

4.了解相似三角形的判定定理.

5.了解相似三角形的性质定理:相似三角形对应线段的比等于相似比,面积比等于相似比的平方.

6.了解图形的位似,知道利用位似可以将一个图形放大或缩小,在同一平面直角坐标系中,感受位似变换后点的坐标的变化.

7.会利用图形的相似解决一些简单的实际问题.

8.结合相似图形的性质及判定方法的探索和证明过程,进一步培养合情推理能力,发展逻辑思维能力和推理论证的表达能力;进一步培养综合运用知识的能力,运用学过的知识解决问题的能力.

学法指导

1.重视知识间的联系,渗透数学思想方法.

相似内容是全等内容的拓展与延伸,在讨论相似的相关内容时,注意和全等的知识作类比和对比.要充分注意新、旧知识间的联系,发挥知识的迁移作用,树立已知与未知、简单与复杂、特殊与一般在一定条件下可以转化的思想,学会把未知化为已知,把复杂问题转化为简单问题,把一般问题转化为特殊问题的思考方法.

2.积累经验,形成模式.解决问题时将实际问题抽象成数学模型进而解决.

3.这一章是对推理论证方法的进一步巩固和提高的阶段,要熟悉“规范证明”和探索式的证明方法.探索式的证明方法是根据题设,经过推理,得出结论,这对发展思维能力很有好处.

27.1　图形的相似

第一学时

问题导学

小青去买运动鞋,发现自己不知不觉中又长高了,鞋的尺码又大了一号.同学们,不同尺码的同一款式的鞋有什么异同?你能再举一些类似的例子吗?

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p24、p25 的内容,并思考下列问题:

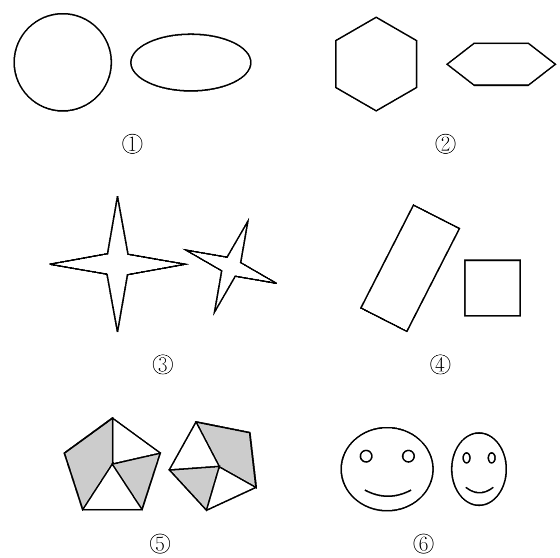
1.相似图形与全等图形有什么相同点?有什么不同点?相似图形可能是全等图形吗?全等图形一定是相似图形吗?

2.将一个图形进行怎样的变化,可以得到与它相似的图形?

3.教材 p24 图 27.1－2 中两个五边形相似,请分别测量它们的边、角,你发现了什么?

自主测评

1.下面各组中的两个图形,________是形状相同的图形,________是形状不同的图形(填序号).



2.下列说法正确的是　　(　　)

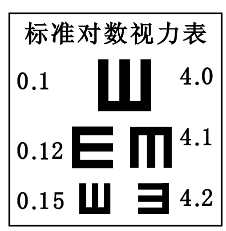
A.同一个人小学入学时的照片和初中毕业时的照片相似

B.商店新买来的一副三角尺是相似的

C.所有的梯形都是相似的

D.国旗的五角星都是相似的

3.视力表的一部分如图所示,其中开口向上的两个“E”之间的变换是　　(　　)



A.平移　　B.旋转

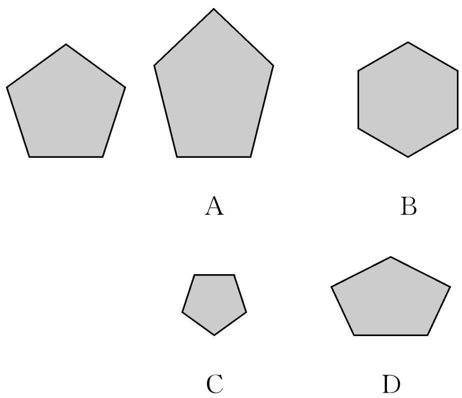
C.对称　　D.相似

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

下面右边的四个图形中，与左边的图形（正五边形）相似的是　　　　（　　）



判断两个图形是否相似时，要抓住相似的本质，相似的本质是什么？

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

以下图形中一定属于互相放缩关系的是　　　　（　　）

A. 斜边长分别是 10 和 5 的两个直角三角形
B. 腰长分别是 10 和 5 的两个等腰三角形
C. 边长分别是 10 和 5 的两个菱形
D. 边长分别是 10 和 5 的两个正方形

归纳梳理

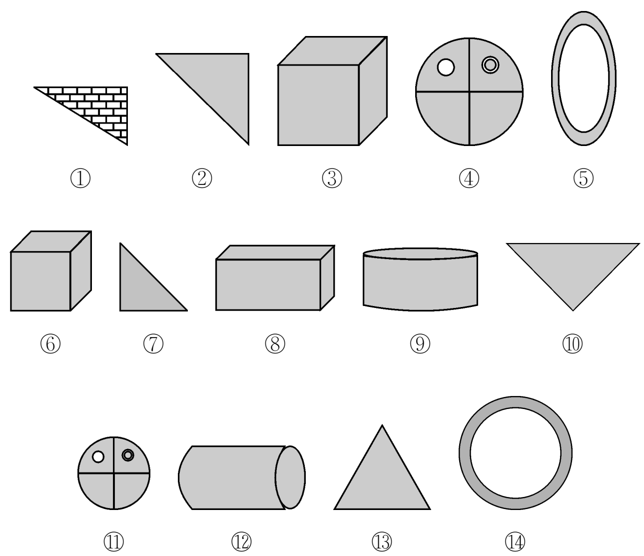
1. 相似形一定要形状相同，与它们的位置、颜色、大小无关（其大小可能相同，也有可能不相同，当形状与大小都相同时，两个图形就是全等形，所以全等形是一种特殊的相似形）. 相似形不仅仅指平面图形，也包括立体图形的情况.

2. 两个图形相似（不全等），其中一个图形可以看作是由另一个图形放大或缩小得到的，而把一个图形的一部分拉长或加宽得到的图形和原图形一般不是相似图形. 放大或缩小与相似图形之间是操作与操作结果的关系.

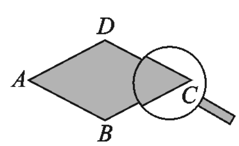
深化拓展

基础反思

1. 观察下列图形，哪些是相似图形？



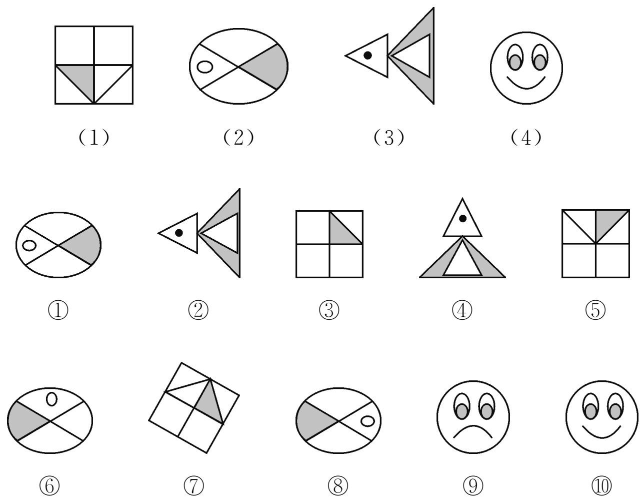
2. 赵师傅透过平举的放大镜从正上方看到水平桌面上的菱形图案的一角，那么$\angle A$与放大镜中的$\angle C$的大小关系是　　　　（　　）



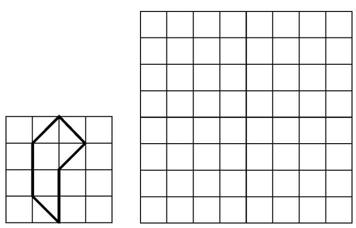
A. $\angle A=\angle C$　　　　B. $\angle A>\angle C$
C. $\angle A<\angle C$　　　　D. 无法比较

能力提升

3. 观察图中①～⑩的图形，其中哪些图形分别与(1)，(2)，(3)，(4)相似？



4. 把图①中的图形(多边形)放大，在图②中画出放大后的图形.



①　　　②

5. 在平面直角坐标系内描出点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，$C(2,2)$. 用线段顺次连接各点，得到△ABC.

(1)把 A，B，C 各点的横、纵坐标都分别减去 1，得到△$A_1B_1C_1$，画出△$A_1B_1C_1$，则△$A_1B_1C_1$ 与△ABC 相似吗？

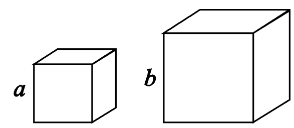
(2)把 A，B，C 各点的横、纵坐标都分别乘 2，得到△$A_2B_2C_2$，画出△$A_2B_2C_2$，则△$A_2B_2C_2$ 与△ABC 相似吗？

拓展创新

6. 阅读下面的短文，并解答下列各题.

我们把相似的概念推广到立体图形，如果两个几何体大小不一定相等，但形状完全相同，就把它们叫做相似体.

如图，甲、乙是两个不同的正方体，正方体都是相似体，它们的一切对应线段之比都等于相似比(a b). 设 $S_甲$，$S_乙$ 分别表示这两个正方体的表面积，则 $\frac{S_甲}{S_乙}=\frac{6a^2}{6b^2}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$. 又设 $V_甲$，$V_乙$ 分别表示这两个正方形的体积，则 $\frac{V_甲}{V_乙}=\frac{a^3}{b^3}=\left(\frac{a}{b}\right)^3$.



甲　　　乙

(1)下列几何体中，一定属于相似体的是　　(　　)

A. 两个球体　　　B. 两个圆锥体

C. 两个圆柱体　　D. 两个长方体

(2)相似体的三条主要性质：

①相似体的一切对应线段(或弧)长的比都等于________；

②相似体表面积的比等于________；

③相似体体积的比等于________；

(3)假定在完全正常发育的条件下，不同时期的同一人的人体是相似体. 已知一个小朋友在幼儿园时的身高为 1.1 m，体重是 18 kg；到九年级时，身高为 1.65 m. 请问他上九年级时体重大约是多少(不考虑不同时期人体平均密度的变化)？

第二学时

问题导学

在研究相似问题时,甲、乙两同学的观点如下:

甲:将边长为 3,4,5 的三角形按图 1 的方式向外扩张,得到新三角形,它们的对应边间距均为 1,则新三角形与原三角形相似.

乙:将邻边长为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张,得到新的矩形,它们的对应边间距均为 1,则新矩形与原矩形不相似.

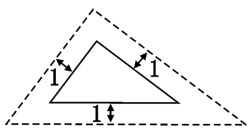


图 1

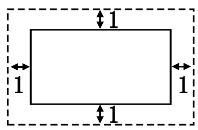


图 2

你同意他们的观点吗?

自主学习

教材导读

1. 两条线段的比指的是什么?计算两条线段的比应注意什么问题?四条线段成比例指的是什么?

2. 两个正三角形相似吗?两个正方形呢?两个正五边形呢?两个边数相同的正多边形呢?

3. 两个多边形相似,必须具备哪些条件?

4. 相似多边形的对应角、对应边有怎样的数量关系?

5. 全等图形的相似比是多少?

6. 相似比与把一个图形放大或缩小的倍数之间是怎样的关系?

自主测评

1. 判断下列说法是否正确,正确的打“√”,错误的打“×”.

A. 两个平行四边形一定相似. ( )

B. 两个菱形一定相似. ( )

C. 两个矩形一定相似. ( )

D. 两个等腰直角三角形一定相似. ( )

E. 两个直角三角形相似. ( )

F. 两个等腰三角形相似. ( )

G. 两个等边三角形相似. ( )

H. 两个半径不相等的圆相似. ( )

2. 下列四条线段 a,b,c,d,不成比例的是 ( )

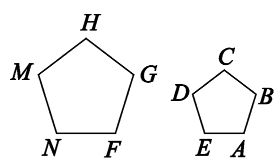
A. $a=2$ cm,$b=5$ cm,$c=5$ cm,$d=12.5$ cm

B. $a=5$ cm,$b=3$ cm,$c=5$ mm,$d=3$ mm

C. $a=30$ mm,$b=2$ cm,$c=1.8$ cm,$d=12$ mm

D. $a=5$ cm,$b=0.02$ m,$c=0.7$ cm,$d=0.3$ dm

3. 如图,正五边形 $FGHMN$ 与正五边形 $ABCDE$ 相似.若 $AB:FG=2:3$,则下列结论正确的是 ( )



A. $2DE=3MN$ B. $3DE=2MN$

C. $3\angle A=2\angle F$ D. $2\angle A=3\angle F$

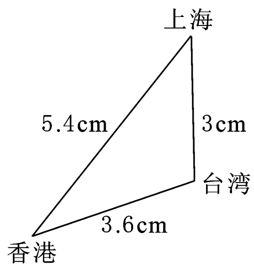
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1. 在某中国地理地图册上,连接上海、香港、台湾三地构成一个三角形,用刻度尺测得它们之间的

距离如图所示.飞机从台湾直飞上海的距离约为1 286千米,那么飞机从台湾绕道香港再到上海的飞行距离大约是多少千米?



2. 在梯形 $ABCD$ 中,$AB\parallel CD$,$AB=60$,$CD=15$,E,F 分别为 AD,BC 上的点,且 $EF\parallel AB$. 若梯形 $DEFC$ 与梯形 $EABF$ 相似,则 $EF=$________.

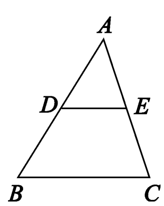
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

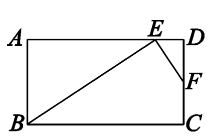
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 如图,DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,那么 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 是否相似?请说明理由.



2. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别在边 AD,DC 上,$\triangle ABE$ 与 $\triangle DEF$ 相似,AB 与 DE 是对应边,$AB=6$,$AE=9$,$DE=2$,求 EF 的长.



归纳梳理

1. 两条线段的比与所采用的长度单位没有关系,在计算时要注意统一单位;线段的比是一个没有单位的正数;四条线段 a,b,c,d 成比例,记作 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 或 $a:b=c:d$(即 $ad=bc$).

2. 相似比是一个很重要的概念,相似比为1时,相似的两个图形全等,因此全等形是一种特殊的相似形. 相似比是带有顺序性和对应性的.

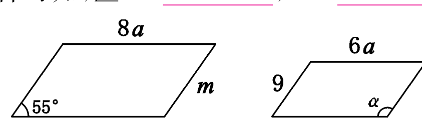
3. 判别两个边数相同的多边形是否相似,要看这两个多边形的对应角是否相等,且对应边的比是否也相等,这两个条件缺一不可.

4. 如果两个多边形相似,那么它们的对应角相等、对应边的比相等(对应边成比例).

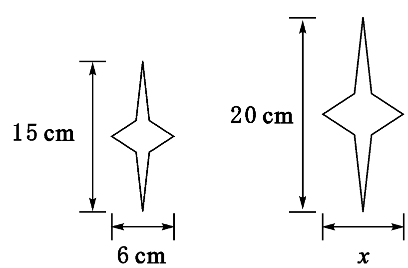
深化拓展

基础反思

1. 如图所示,它们是两个相似的平行四边形,根据条件可知,$\angle\alpha=$________,$m=$________.



2. 如图,有两个形状相同的星形图案,则 x 的值为 ( )



A. 15 cm　　B. 12 cm
C. 10 cm　　D. 8 cm

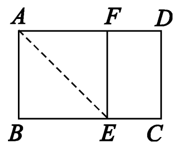
3. 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为 $\frac{2}{3}$,$\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle A''B''C''$ 的相似比为 $\frac{5}{4}$,那么 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A''$

$B''C''$的相似比为________.

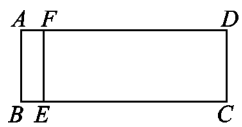
能力提升

4. 两个相似多边形的最长边分别为 10 cm 和 20 cm，其中一个多边形的最短边为 5 cm，则另一个多边形的最短边为________.

5. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，在 BC 边上取一点 E，沿 AE 将 $\triangle ABE$向上折叠，使点 B 落在 AD 上的点 F 处，若四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似，则 $AD=$________.

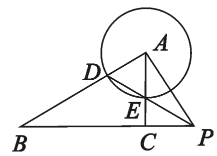


6. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AD=3$，$AB=1$. 若 EF 把矩形分成两个小矩形，其中矩形 $ABEF$ 与矩形 $ABCD$ 相似，求 $AF∶AD$ 的值.



拓展创新

7. 如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$. 半径为 1 的圆 A 与边 AB 相交于点 D，与边 AC 相交于点 E，连接 DE 并延长，与线段 BC 的延长线交于点 P，连接 AP. 当$\angle B=30°$时，若$\triangle AEP$ 与$\triangle BDP$ 相似，求 CE 的长.



27.2　相似三角形

27.2.1　相似三角形的判定

第一学时

问题导学

校园内种着高高的梧桐树，小青和同学们想知道大树到底有多高，小青想了想说，我有办法. 她调整位置，使树在阳光下的影子和自己的影子在同一条直线上，树顶的影子和她的头顶的影子恰好落在地面上的同一点，她说只要测得几个距离，就可以用相似的知识求得大树的高度，你能想到这样做的道理吗？应当测哪些距离呢？

自主学习

教材导读

阅读教材 p29～p31 的内容，并思考下列问题：

1. 三条直线截两条直线，是否有对应线段成比例？

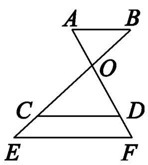
2. 把平行线分线段成比例的基本事实应用到三角形中会出现哪些情况？请归纳你所得到的结论.

3. 证明教材 p30“思考”中的两个三角形相似时，所作的平行线起到了什么作用？

4. 平行于三角形一边的直线和其他两边的延长线(或反向延长线)相交，所构成的三角形与原三角形相似吗？

自主测评

1. 如图，$AB/\!/CD/\!/EF$，则图中相似三角形有　　(　　)



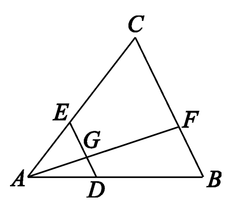
A. 4 对　　B. 3 对

C. 2 对　　D. 1 对

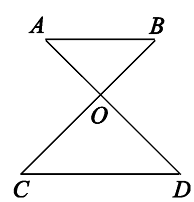
2. 如图，在△ABC中，D，E 分别为 AB，AC 边上的点，$DE/\!/BC$，F 为 BC 边上一点，连接 AF 交 DE 于点 G，则下列结论中一定正确的是　　(　　)

A. $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{EC}$　　B. $\dfrac{AG}{GF}=\dfrac{AE}{BD}$

C. $\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{CE}{AE}$　　D. $\dfrac{AG}{AF}=\dfrac{AC}{EC}$



(第 2 题图)



(第 3 题图)

3. 如图，已知 $AB/\!/CD$，AD 与 BC 相交于点 O. 若 $\dfrac{BO}{OC}=\dfrac{2}{3}$，$AD=10$，则 $AO=$________.

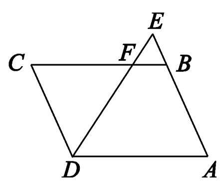
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如果两个三角形和同一个三角形相似，那么这两个三角形相似吗？

合作学习

难点探究

如图，在▱$ABCD$ 中，E 为 AB 延长线上的一点，$AB=3BE$，DE 与 BC 相交于点 F，请找出图中各对相似三角形，并求出相应的相似比.



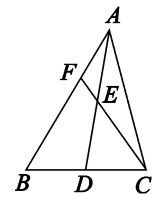
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

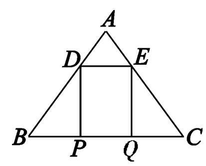
1. 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，E 是 AD 的中点，CE 的延长线交 AB 于点 F. 求 $AF:AB$ 的值.



2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，矩形 $PQED$ 的边 PQ 在线段 BC 上，D，E 分别在 AB，AC 上，设 BP 为 x.

(1) 写出矩形 $PQED$ 的面积 y 与 x 的函数解析式；

(2) 连接 PE，当 $PE\parallel BA$ 时，求矩形 $PQED$ 的面积.

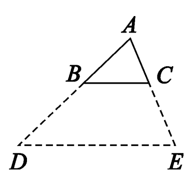


归纳梳理

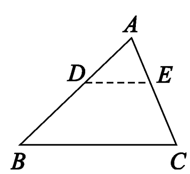
1. 与全等的符号表示一样，在用符号表示相似三角形时，要求对应顶点的字母要写在对应的位置上. 在两个相似三角形中，三边对应成比例，每个比的前项是同一个三角形的三条边，而比的后项分别是另一个三角形的三条对应边，它们的位置不能写错. 当相似比为 1 时，两个相似三角形全等. 求相似比不仅要找准对应边，还需注意两个三角形的先后次序.

2. "平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似"，这个定理揭示了有三角形一边的平行线，必构成相似三角形. 因此在解有关三角形相似的题中，常作平行线构造三角形与已知三角形相似.

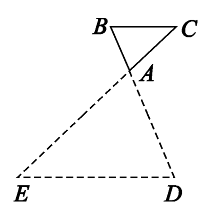
注意观察复杂图形中的相似三角形的基本图形(如图).



①



②

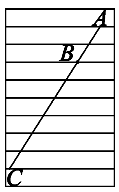


③

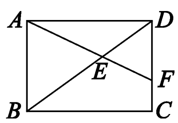
深化拓展

基础反思

1. 如图,练习本中的横格线都平行,且相邻两条横格线间的距离都相等,同一条直线上的三个点 A,B,C 都在横格线上,若线段 $AB=4$ cm,则线段 $BC=$________ cm.



2. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=\sqrt{3}$,$BC=\sqrt{6}$,点 E 在对角线 BD 上,且 $BE=1.8$,连接 AE 并延长交 DC 于点 F,则 $\frac{CF}{CD}=$________.



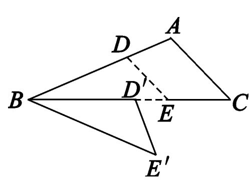
3. 在△ABC中,$AB=6$,$AC=9$,点 D 在边 AB 所在的直线上,且 $AD=2$,过点 D 作 $DE\parallel BC$,交边 AC 所在的直线于点 E,则 CE 的长为 (　　)

A. 5　　B. 6

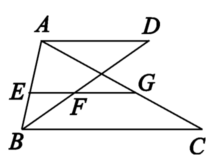
C. 12　　D. 6 或 12

能力提升

4. 如图,△ABC 中,$AB=6$,$DE\parallel AC$,将△BDE绕点 B 顺时针旋转得到△$BD'E'$,点 D 的对应点 D'落在边 BC 上,已知 $BE'=5$,$D'C=4$,则 BC 的长为________.



(第 4 题图)

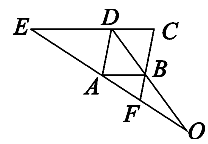


(第 5 题图)

5. 如图,$AD\parallel EG\parallel BC$,$EG$ 分别交 AB,DB,AC 于点 E,F,G. 已知 $AD=6$,$BC=10$,$AE=3$,$AB=5$,则 $EG=$________,$FG=$________.

6. 如图,已知 $EC\parallel AB$,$\angle EDA=\angle ABF$.

求证:$OA^2=OE\cdot OF$.



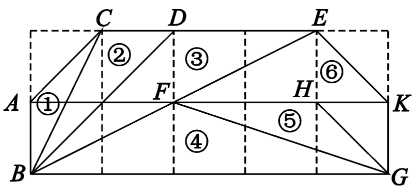
拓展创新

7. 一条河的两岸有一段是平行的,在河的南岸边每隔 5 m 有一棵树,在北岸边每隔 50 m 有一根电线杆. 小丽站在离南岸边 15 m 的点 P 处看北岸,发现北岸相邻的两根电线杆恰好被南岸的两棵树遮住,并且在这两棵树之间还有三棵树,求河宽.

第二学时

问题导学

课间活动时，同学们玩闯关游戏，在如图所示的正方形网格中有 6 个三角形：①$\triangle ABC$，②$\triangle BCD$，③$\triangle BDE$，④$\triangle BFG$，⑤$\triangle FGH$，⑥$\triangle EFK$，最先在②～⑥中，找全与三角形①相似的三角形的同学获胜，你也来参加吧！



自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p32～p34 的内容，回答下列问题：

1. 请类比判定两个三角形全等的方法，猜测判定两个三角形相似的简单方法.

2. “三边成比例的两个三角形相似”的证明过程中用到了什么方法？

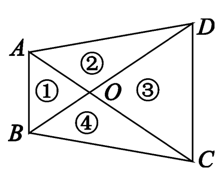
3. 两边成比例且________相等的两个三角形相似. 这个定理你能证明吗？

自主测评

1. 已知$\triangle ABC$的三边长分别为 6 cm，7. 5 cm，9 cm，$\triangle DEF$ 的一边长为 4 cm，当$\triangle DEF$ 的另两边长是下列哪一组时，这两个三角形相似　（　　）

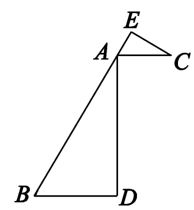
A. 2 cm，3 cm　　B. 4 cm，5 cm
C. 5 cm，6 cm　　D. 6 cm，7 cm

2. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，且将这个四边形分成①②③④四个三角形，若 $OA:OC=OB:OD$，则下列结论中一定正确的是　（　　）



A. ①和②相似
B. ①和③相似
C. ①和④相似
D. ②和④相似

3. 如图，$AB=3AC$，$BD=3AE$，$BD\parallel AC$，点 B，A，E 在同一条直线上. 求证：$\triangle ABD\backsim\triangle CAE$.

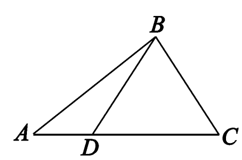


收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1. 如图，已知 $BD=BC$，请利用此图思考：“两个三角形的两组对应边的比相等，且有一边的对角相等，那么这两个三角形相似”是正确的吗？



2. 在$\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$BC=6$，$\angle B=20^\circ$；在$\triangle DEF$中，$DE=9$，$EF=18$，$\angle F=20^\circ$. $\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 相似吗？

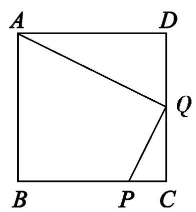
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

如图,在正方形 $ABCD$ 中,P 是 BC 边上一点,且 $BP=3PC$,Q 是 CD 的中点,求证:$\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.



归纳梳理

1. 判断两个三角形的三边是否成比例,应先将三角形的三边长按大小顺序排列,然后分别计算它们对应边的比,最后由比值是否相等来确定三边是否成比例(即两个三角形是否相似).

2. 在判定方法 2 中,注意"夹角相等"的条件.如果对应相等的角不是对应成比例的两条边的夹角,那么这两个三角形不一定相似.

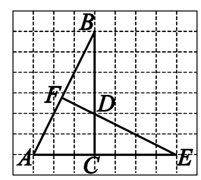
3. 两对应边成比例中的比例式既可以写成 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ 的形式,也可以写成 $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$ 的形式,也可以写成等积式.

4. 注重数形结合解决问题.

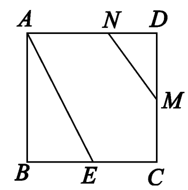
深化拓展

基础反思

1. 如图所示的网格中的每个小正方形的边长都是 1,每个小正方形的顶点叫做格点.$\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 的顶点都在格点上,ED 的延长线交 AB 于点 F.则 EF ________ AB(判断位置关系).



(第 1 题图)



(第 2 题图)

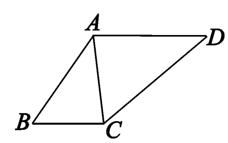
2. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长是 2,$BE=CE$,M 为 CD 的中点,点 N 在 AD 上,当 $DN=$ ________时,$\triangle ABE$ 与以 D,M,N 为顶点的三角形相似.

能力提升

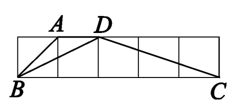
3. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle B=\angle ACD$,$AB=6$,$BC=4$,$AC=5$,$CD=\frac{15}{2}$,则 AD 的长为 ( )

A. $\frac{25}{4}$　　B. $\frac{25}{6}$

C. $\frac{15}{2}$　　D. $\frac{10}{3}$



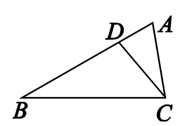
(第 3 题图)



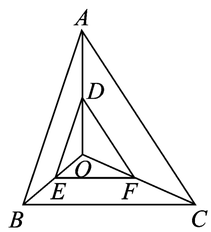
(第 4 题图)

4. 如图,在正方形网格上画有梯形 $ABCD$,则 $\angle BDC$ 的度数为________.

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,D 为 AB 上一点.已知 $\triangle ADC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积比为 1∶8,且 $AD=3$,$AC=6$,请求出 BD 的长度,并说明 $\angle ACD=\angle B$.



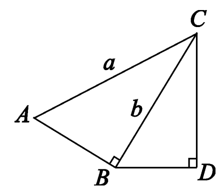
6. 如图，O 为 $\triangle ABC$ 内的一点，连接 OA，OB，OC，D，E，F 分别为 OA，OB，OC 上的一点，且 $AB /\!/ DE$，$AC /\!/ DF$，$BC /\!/ EF$. 求证：$\triangle DEF$ $\triangle ABC$.



7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=25^\circ$，AD 是 BC 边上的高，并且 $AD^2=BD\cdot DC$，则 $\angle BCA$ 的度数为多少？

拓展创新

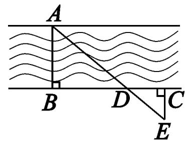
8. 如图，$\angle ABC=\angle CDB=90^\circ$，$AC=a$，$BC=b$，当 BD 与 a，b 之间满足怎样的关系时，这两个三角形相似？



第三学时

问题导学

如图所示，小明为了估算河的宽度，在河对岸的岸边选定一个目标作为点 A，在河的这一边选点 B 和点 C，使 $AB\perp BC$，然后再选点 E，使 $EC\perp BC$，确定 BC 与 AE 的交点为 D，测得 $BD=120$ m，$DC=60$ m，$EC=50$ m. 他说这样能求出两岸之间 AB 的大致距离，他的方法可行吗？



自主学习

教材导读

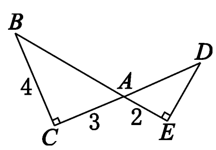
请同学们阅读教材 p35，p36 的内容，并思考下列问题.

1. 证明两个三角形全等时没有边相等的条件可以吗？证明两个三角形相似时没有边成比例的条件可以吗？

2. 请你归纳判定三角形相似的方法.

自主测评

1. 如图，$\angle C=\angle E=90°$，$AC=3$，$BC=4$，$AE=2$，则 $AD=$________.



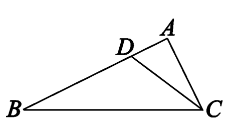
2. 判断对错.

(1)有一个锐角相等的两个直角三角形是相似三角形；（　　）

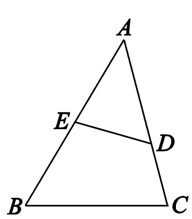
(2)有一个角相等的两个等腰三角形是相似三角形.（　　）

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，且满足 $\angle ACD=\angle ABC$. 若 $AC=2$，$AD=1$，则 DB 的长为（　　）

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2



（第 3 题图）



（第 4 题图）

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle ADE=\angle B$，则下列等式成立的是（　　）

A. $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$　　B. $\frac{AE}{BC}=\frac{AD}{AB}$

C. $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AB}$　　D. $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AC}$

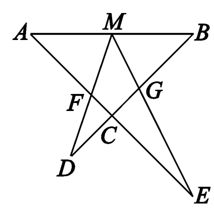
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

两个三角形的两组对应边的比相等时，必须是夹角相等才能判定这两个三角形相似吗？

合作学习

难点探究

如图，M 为线段 AB 的中点，AE 与 BD 交于点 C，$\angle DME=\angle A=\angle B=\alpha$，且 DM 交 AC 于点 F，ME 交 BC 于点 G. 写出图中两对相似三角形，并证明其中的一对.



组内问题归纳 请把组内不能解决的问题记录在下面

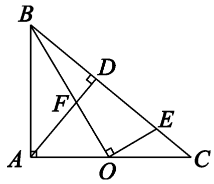
探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1. 如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$ 于点 D，O 是 AC 边上一点，连接 BO 交 AD 于点 F，$OE\perp OB$ 交 BC 边于点 E.

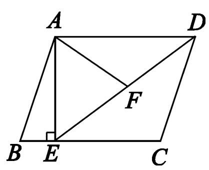
求证：$\triangle ABF\backsim\triangle COE$.



2. 如图，在▱$ABCD$ 中，过点 A 作 $AE\perp BC$，垂足为 E，连接 DE，F 为线段 DE 上的一点，且 $\angle AFE=\angle B$.

(1)求证：$\triangle ADF\backsim\triangle DEC$；

(2)若 $AB=8$，$AD=6\sqrt{3}$，$AF=4\sqrt{3}$，求 AE 的长.



归纳梳理

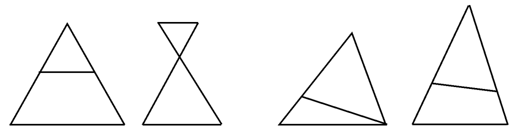
1. 公共角、对顶角、同角的余角(或补角)、同弧所对的圆周角都是相等的，这些在判定两个三角形相似的过程中经常用到.

2. 如果两个三角形是直角三角形，那么只要再找到一对锐角相等即可说明这两个三角形相似. 并且两边对应成比例时，两个直角三角形相似.

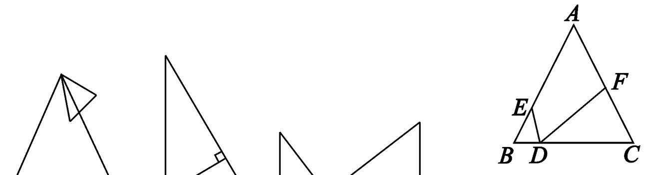
3. 在证明两个三角形相似时，如果已知一组对应角(或公共角)相等，那么再找一组角相等即可；如果另一组对应角无法找到，那么应考虑找相等角(公共角)的夹边的比相等；如果已知条件中未告诉任何有关角的关系，那么应从三边的比考虑证相似.

4. 我们经常通过添加辅助线构造需要的图形. 相似三角形有以下几种基本类型：

平行线型　　　　相交线型



旋转型　　双垂型　　三垂型　　一线三等角型

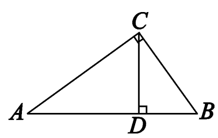


$\angle B=\angle C=\angle EDF$

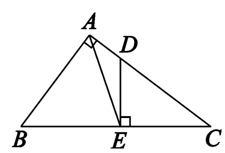
深化拓展

基础反思

1. 射影定理：如图，若 CD 为 Rt $\triangle ABC$ 斜边上的高(双直角图形)，则 Rt $\triangle ABC\backsim$ Rt $\triangle ACD\backsim$ Rt $\triangle CBD$，且 $AC^2=$________，$CD^2=$________，$BC^2=$________.



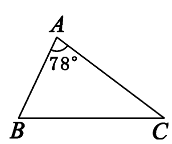
(第 1 题图)

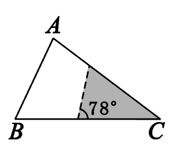


(第 2 题图)

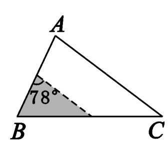
2. 如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AB=15$，$AC=20$，点 D 在边 AC 上，$AD=5$，$DE\perp BC$ 于点 E，连接 AE，则 $\triangle ABE$ 的面积等于________.

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=78°$，$AB=4$，$AC=6$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是　(　　)

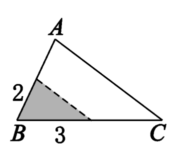




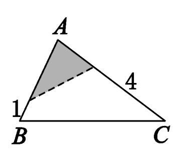
A



B



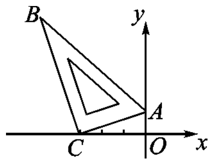
C



D

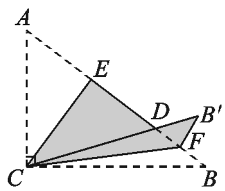
4. 直角三角尺 ABC 按如图所示的方式放置，顶点 A 的坐标为(0,1)，直角顶点 C 的坐标为(−3,

0)，$\angle B=30^\circ$，求点 B 的坐标.



能力提升

5. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=3$，$BC=4$. 将边 AC 沿 CE 翻折，使点 A 落在 AB 边上的点 D 处；再将边 BC 沿 CF 翻折，使点 B 落在 CD 延长线上的点 B' 处，两条折痕与斜边 AB 分别交于点 E，F，则线段 $B'F$ 的长为（　　）



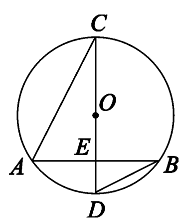
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 如图，CD 为⊙O 的直径，弦 AB 交 CD 于点 E，连接 BD，AC.

(1)求证：△AEC∽△DEB；

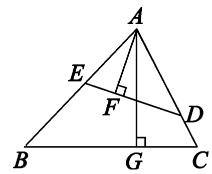
(2)若 $CD\perp AB$，$AB=8$，$DE=2$，求⊙O 的半径.



7. 如图，在锐角三角形 ABC 中，点 D，E 分别在边 AC，AB 上，$AG\perp BC$ 于点 G，$AF\perp DE$ 于点 F，$\angle EAF=\angle GAC$.

(1)求证：△ADE∽△ABC；

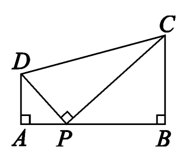
(2)若 $AD=3$，$AB=5$，求$\frac{AF}{AG}$的值.



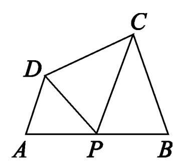
拓展创新

8. (1)如图①，在四边形 $ABCD$ 中，P 为 AB 上一点，$\angle DPC=\angle A=\angle B=90^\circ$. 求证：$AD\cdot BC=AP\cdot BP$；

(2)如图②，在四边形 $ABCD$ 中，P 为 AB 上一点，当 $\angle DPC=\angle A=\angle B=\theta$ 时，上述结论是否依然成立？并说明理由.



①



②

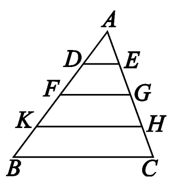
27.2.2　相似三角形的性质

问题导学

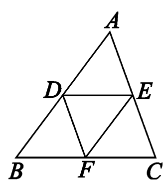
学校有一块三角形的空地准备开发成花圃，计划分成面积相等的四块，现向同学们征集设计图，下面是甲、乙两位同学的花圃设计图，你认为它们符合要求吗？

甲同学：如图①，D,F,K 是 AB 边的四等分点，E,G,H 是 AC 边的四等分点.

乙同学：如图②，D,E,F 分别是三边 AB,AC,BC 的中点.



①



②

自主学习

教材导读

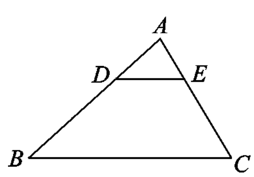
阅读教材 p37、p38 的内容，回答下列问题：

1. 总结相似三角形的性质.

2. 在探究相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比中都用到了相同的证明思路，你能概括吗？

自主测评

1. 如图，在△ABC 中，$DE∥BC$，$\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$，则下列结论中正确的是　　(　　)



A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$

C. $\frac{\triangle ADE\text{ 的周长}}{\triangle ABC\text{ 的周长}}=\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\triangle ADE\text{ 的面积}}{\triangle ABC\text{ 的面积}}=\frac{1}{3}$

2. 将一个菱形放在 2 倍的放大镜下，则下列说法不正确的是　　(　　)

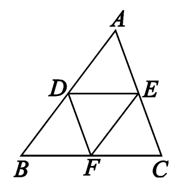
A. 菱形的各角扩大为原来的 2 倍

B. 菱形的边长扩大为原来的 2 倍

C. 菱形的对角线长扩大为原来的 2 倍

D. 菱形的面积扩大为原来的 4 倍

3. 如图所示，D,E,F 分别是△ABC 三边 AB,AC,BC 的中点，则△DEF 与△ABC 对应高线的比是　　(　　)



A. $1:2$

B. $1:3$

C. $1:4$

D. $1:\sqrt{2}$

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

面积比一定是周长比的平方吗？

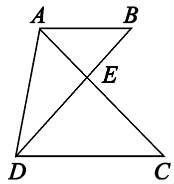
合作学习

难点探究

利用相似三角形的性质解决问题时，必须要以相似为前提.

1. 如果两个三角形周长的比是 $\frac{2}{3}$，那么它们的面积之比是 $\frac{4}{9}$，对吗？

2. 如图,已知 $AB/\!/CD$,且$\dfrac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ADE}}=\dfrac{2}{3}$,求$\dfrac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle DCE}}$的值.



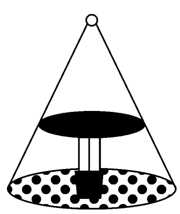
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

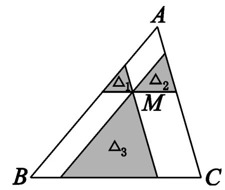
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 如图所示是圆桌正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射到桌面后在地面上形成(圆形)的示意图.已知桌面直径为 1.2 m,桌面离地面 1 m.若灯泡离地面 3 m,求地面上阴影部分的面积.



2. 如图,M 是△ABC 内一点,过点 M 分别作直线平行于△ABC 的各边,所形成的三个小三角形△$_1$,△$_2$,△$_3$(图中阴影部分)的面积分别是 4,9 和 49,求△ABC 的面积.



归纳梳理

1. 相似多边形的对应角相等,对应边成比例,面积的比等于相似比的平方.

2. 应用相似三角形的性质,其前提条件是两个三角形相似,不满足前提条件,不能应用相应的性质.由相似比求面积比必须要平方,反过来,由面积比求相似比必须要开方.

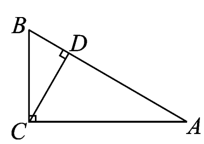
深化拓展

基础反思

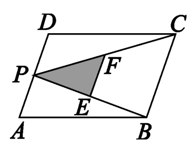
1. 已知△ABC 与△DEF 相似且面积比为 49∶64,则△ABC 与△DEF 的相似比为________.

2. 如图,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB=90°$,$\angle A=30°$,$CD\perp AB$ 于点 D,则△BCD 与△ABC 的周长之比为 ( )

A. 1∶2　B. 1∶3　C. 1∶4　D. 1∶5



(第 2 题图)



(第 3 题图)

能力提升

3. 如图,P 为▱$ABCD$ 的边 AD 上的一点,E,F 分别为 PB,PC 的中点,△PEF,△PDC,△PAB 的面积分别为 S,S_1,S_2.若 $S=3$,则 S_1+S_2 的值为 ( )

A. 24　　B. 12

C. 6　　D. 3

4. 在▱$ABCD$中，$\angle ABC$的平分线BE与边AD交于点E，与对角线AC交于点O，点E将边AD分成$3∶2$两部分，则△AOE与△BOC的面积之比为（　　）

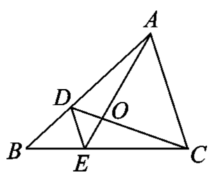
A. $4∶9$或$9∶25$　　B. $9∶25$或$4∶25$

C. $2∶5$　　D. $3∶5$

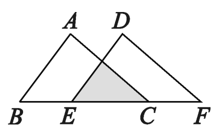
5. 如图，D，E分别是△ABC的边AB，BC上的点，且$DE/\!/AC$，若$S_{\triangle BDE}∶S_{\triangle CDE}=1∶3$，则$S_{\triangle DOE}∶S_{\triangle AOC}$的值等于（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{1}{16}$



（第5题图）



（第6题图）

6. 如图，把△ABC沿BC方向平移到△DEF的位置，它们重叠部分的面积是△ABC面积的一半，若$BC=\sqrt{3}$，则△ABC移动的距离是（　　）

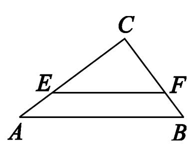
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\sqrt{3}-\frac{\sqrt{6}}{2}$

7. 如图，在△ABC中，$AB=5$，$AC=4$，$BC=3$，动点E（不与点A，C重合）在AC边上，$EF/\!/AB$交BC于点F.

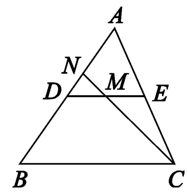
（1）当△ECF的面积与四边形$EABF$的面积相等时，求CE的长；

（2）当△ECF的周长与四边形$EABF$的周长相等时，求CE的长.



拓展创新

8. 如图，D，E分别是△ABC的边AB，AC的中点，M是DE的中点，CM的延长线交AB于点N，则$S_{\triangle DMN}∶S_{四边形ANME}$的值为多少？



27.2.3　相似三角形应用举例

第一学时

问题导学

在古希腊,有一位伟大的科学家叫泰勒斯.一天,希腊国王阿马西斯对他说:“听说你什么都知道,那就请你测量一下埃及金字塔的高度吧!”这在当时的条件下是个大难题,因为爬到塔顶是很难的.你知道泰勒斯是怎样测量金字塔的高度的吗?

自主学习

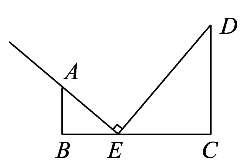
教材导读

请同学们阅读教材 p39、p40 的例 4、例 5,回答下列问题.

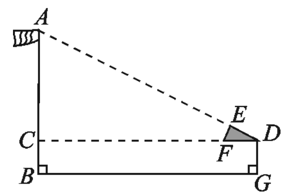
在实际生活中,面对不能直接测量出高度和宽度的物体,我们可以利用所学知识将实际问题转化为数学问题.在例题中是怎样解决问题的?你能画出解决问题时构造的基本图形吗?

自主测评

1. 已知有两堵墙 AB,CD,墙 AB 高 2 m,两墙之间的距离 BC 为 8 m,小明将一架木梯放在距 B 点3 m的 E 处并靠向墙 AB 时,木梯有很多露出墙外.将木梯绕点 E 旋转 90°靠向墙 CD 时,木梯刚好达到墙 CD 的顶端,则墙 CD 的高为________.



2. 如图,某校数学兴趣小组利用自制的直角三角形硬纸板 DEF 来测量操场旗杆 AB 的高度,他们通过调整测量位置,使斜边 DF 与地面保持平行,并使边 DE 与旗杆顶点 A 在同一直线上,已知 $DE=0.5$ m,$EF=0.25$ m.目测点 D 到地面的距离 $DG=1.5$ m,到旗杆的水平距离 $DC=20$ m,则旗杆的高度为________m.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

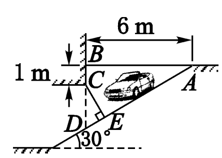
为什么可以利用太阳光线构造相似三角形?同一时刻的物高与影长有什么关系?

合作学习

难点探究

如何将实际问题转化为数学问题呢?

为了缓解“停车难”的问题,某单位拟建造地下停车库,建筑设计师提供了该地下停车库的设计示意图(如图).按规定,地下停车库坡道口上方要张贴限高标志,以便告知司机车辆能否安全驶入.为标明限高,请你根据该图计算 CE 的长(结果精确到 0.1 m).



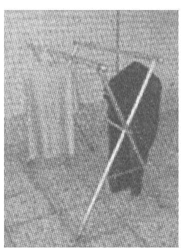
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

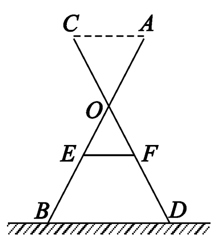
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

小红家的阳台上放置了一个晒衣架(如图①)，图②是晒衣架的侧面示意图，立杆 AB，CD 相交于点 O，B，D 两点立于地面，经测量 $AB=CD=136$ cm，$OA=OC=51$ cm，$OE=OF=34$ cm，现将晒衣架完全稳固张开，扣链 EF 成一条线段，且 $EF=32$ cm. 当垂挂在衣架上的连衣裙总长度小于多少厘米时，连衣裙才不会拖到地面上？



①



②

归纳梳理

相似三角形的应用主要有以下两个方面：

(1)测高(不能直接使用皮尺或刻度尺测量的)；

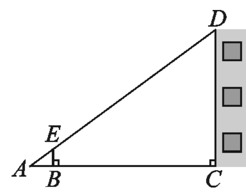
(2)测距(不能直接测量的两点间的距离).

解决实际问题的关键是根据已知条件准确作出图形，构造与实物所在三角形相似的三角形，利用相似三角形的性质进行求解.

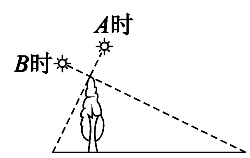
深化拓展

基础反思

1. 如图，利用标杆 BE 测量建筑物的高度. 若标杆 BE 的高为 1.5 m，测得 $AB=2$ m，$BC=14$ m，则楼高 CD 为________m.

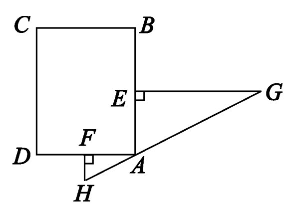


2. 如图，小明在 A 时测得某树的影长为 2 m，B 时又测得该树的影长为 8 m. 若两次日照的光线互相垂直，则树的高度是多少？你发现这里的基本图形了吗？

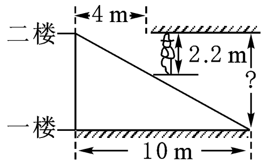


能力提升

3. “今有邑，东西七里，南北九里，各开中门，出东门一十五里有木，问：出南门几何步而见木?”这段话摘自《九章算术》，意思是说：如图，在矩形 $ABCD$ 中，东边城墙 AB 长 9 里，南边城墙 AD 长 7 里，东门点 E、南门点 F 分别是 AB，AD 的中点，$EG\perp AB$，$FH\perp AD$，$EG=15$ 里，HG 经过 A 点，则 $FH=$________里.

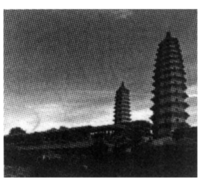


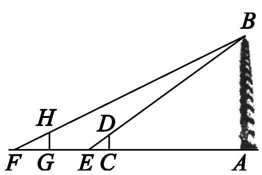
4. 如图,某超市在一楼至二楼之间安装有电梯,天花板与地面平行.张强扛着箱子(人与箱子的总高度约为 2.2 m)乘电梯刚好安全通过,请你根据图中数据回答,两层楼之间的高度约为 ( )



A. 5.5 m　　B. 6.2 m
C. 11 m　　D. 2.2 m

5. 太原双塔寺又名永祚寺,是国家级文物保护单位,由于双塔(舍利塔、文峰塔)耸立,被人们称为"文笔双塔",是太原的标志性建筑之一.某校社会实践小组为了测量舍利塔的高度,在地面上的 C 处垂直于地面竖立了高度为 2 m 的标杆 CD,这时地面上的点 E,标杆的顶端点 D,舍利塔的塔尖点 B 正好在同一直线上,测得 $EC=4$ m,将标杆 CD 向后平移到点 G 处,这时地面上的点 F,标杆的顶端点 H,舍利塔的塔尖点 B 正好在同一直线上(点 F,G,E,C 与塔底处的点 A 在同一直线上),这时测得 $FG=6$ m,$GC=53$ m.请你根据以上数据,计算舍利塔的高度 AB.



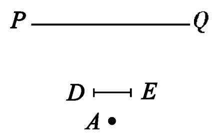


拓展创新

6. 小军家的落地窗(线段 DE)与公路(直线 PQ)互相平行,一天,他站在室内点 A 处向窗外的公路望去.

(1)请在图中画出他能看到的那段公路,并记为 BC;

(2)小军想知道点 A 与公路之间的距离,于是他想到了一个办法.他测出了邻居小彬在公路 BC 段上走过的时间为 10 s,又测量了点 A 到窗的距离是 4 m,且窗 DE 的长为 3 m.若小彬步行的平均速度为 1.2 m/s,请你帮助小军计算出点 A 到公路的距离.



第二学时

问题导学

通过学习，小青已经可以在平地上利用太阳光的影子构造相似三角形测量一些物体的高度.爱探究的小青想，如果树的影子一部分落在墙上呢？落在台阶上呢？斜坡上的大树怎样测高度呢？还能利用太阳光的影子构造相似三角形解决这些问题吗？同学们，你来帮她分析吧！

自主学习

教材导读

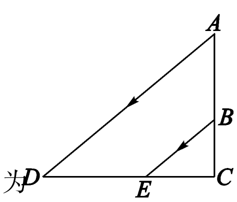
阅读教材 p40 例 6，思考下列问题：

从哪个位置起观察者再前进将不能看到右边树的顶端 C？你能画出解决问题时构造的基本图形吗？

自主测评

1. 一斜坡长 70 m，它的高为 5 m. 将某物体从斜坡起点推到坡上 20 m 处停下，停下地点的高度为________ m.

2. 如图所示，阳光从教室的窗户射入室内，窗户框 AB 在地面上的影长 $DE=1.8$ m，窗户下檐距地面的距离 $BC=1$ m，$EC=1.2$ m，则窗户的高 AB 为 (　　)



A. 1.5 m　　B. 1.6 m

C. 1.86 m　　D. 2.16 m

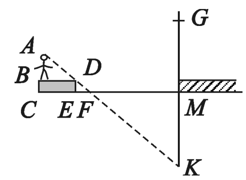
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

解决动态问题的关键是什么？

合作学习

难点探究

如图，身高 1.5 m 的人站在离河岸 3 m 处时恰好看到对岸岸边电线杆的全部倒影，若河岸高出水面 0.75 m，电线杆高 4.5 m，求河的宽度.



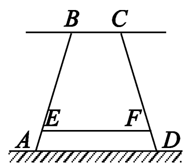
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

某高中学校为高一新生设计的学生板凳如图所示.其中 $BA=CD$,$BC=20$ cm,BC,EF 平行于地面 AD 且到地面 AD 的距离分别为 40 cm,8 cm,为使板凳两腿底端 A,D 之间的距离为 50 cm,那么横梁 EF 应为多长?(材质及其厚度等暂忽略不计)



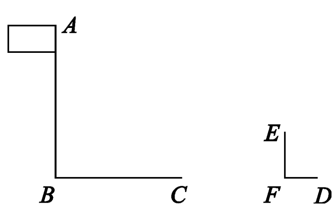
归纳梳理

解决实际问题时要审清题意,结合图形建立数学模型.解决运动变化的问题,应认真分析运动的全过程,把握运动变化过程中的各种情况,特别是关键的点、特殊的位置.

深化拓展

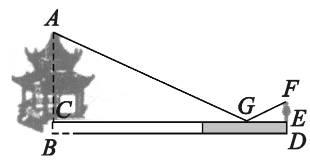
基础反思

1. 如图,数学课外活动小组为测量旗杆 AB 的高度,在同一时刻,测得木杆 EF 的高为 1.5 m,其影子 FD 的长为 1 m,此时旗杆影子 BC 的长为 8 m,则旗杆的高为 ( )



A. 8 m B. 12 m
C. 5.3 m D. 10.5 m

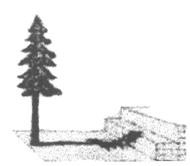
2. 如图,小军为了测量一凉亭的高度 AB(顶端 A 到水平地面 BD 的距离),在凉亭的旁边放置了一个与凉亭台阶 BC 等高的台阶 DE($DE=BC=0.5$ m,A,B,C 三点共线),把一面镜子水平放置在平台上的点 G 处,测得 $CG=15$ m,然后沿直线 CG 后退到点 E 处,这时恰好在镜子里看到凉亭的顶端 A,测得 $EG=3$ m,小军身高 1.6 m,则凉亭的高度 AB 约为 ( )



A. 8.5 m B. 9 m
C. 9.5 m D. 10 m

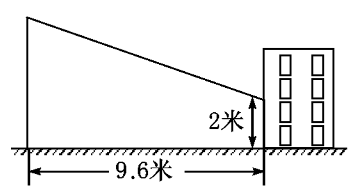
能力提升

3. 兴趣小组的同学要测量树的高度.在阳光下,一名同学测得一根长为 1 m 的竹竿的影长为 0.4 m,同时另一名同学测量树的高度时,发现树的影子不全落在地面上,有一部分落在教学楼的第一级台阶上,测得此影子长为 0.2 m,一级台阶高为 0.3 m,如图所示,若此时树落在地面上的影长为 4.4 m,则树高为 ( )



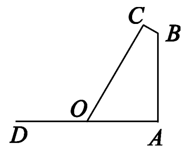
A. 11.5 m B. 11.75 m
C. 11.8 m D. 12.25 m

4. 某同学想利用影长测量学校旗杆的高度,如图,他在某一时刻立 1 米长的标杆测得其影长为 1.2 米,同时旗杆的投影一部分在地面上,另一部分在某一建筑的墙上,分别测得其长度为 9.6 米和 2 米,则学校旗杆的高度为______米.



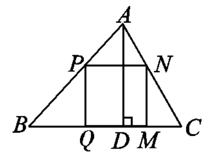
5. 如图,若要在宽 AD 为 20 m 的城南大道两边安装路灯,路灯的灯臂 BC 长为 2 m,且与灯柱 AB 成 120°角,路灯采用圆锥形灯罩,灯罩的轴线 CO 与灯臂 BC 垂直,当灯罩的轴线 CO 通过公路路面的

中心时照明效果最好，此时，路灯的灯柱 AB 高应该设计为多少米？（结果保留根号）



拓展创新

6. 如图①，有一块三角形余料 ABC，它的边 $BC=120$ mm，高 $AD=80$ mm. 要把它加工成正方形零件 $PQMN$，使正方形的边 QM 在 BC 上，其余两个顶点 P，N 分别在 AB，AC 上. 问加工成的正方形零件的边长是多少？

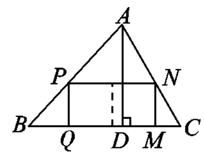


①

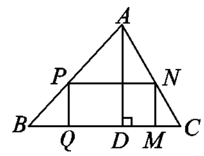
小颖解得此题的答案为 48 mm，小颖善于反思，她又提出了如下问题：

(1) 如果原题中要加工的零件是一个矩形 $PQMN$，且此矩形是由两个并排放置的正方形所组成，如图②，此时，这个矩形零件的两邻边长又分别为多少？请你计算；

(2) 如果原题中所要加工的零件只是一个矩形 $PQMN$，如图③，这样，此矩形零件的两邻边长就不能确定，但这个矩形面积有最大值，求达到最大值时矩形零件的两邻边长.



②



③