模块整体感悟

模块知识梳理

- 坐标系
  - 平面直角坐标系
  - 极坐标系
  - 简单曲线的极坐标方程
    - 圆的极坐标方程
    - 直线的极坐标方程
  - 柱坐标系与球坐标系
- 参数方程
  - 参数方程与普通方程的互化
  - 圆的参数方程
  - 椭圆的参数方程
  - 双曲线的参数方程
  - 直线的参数方程
  - 抛物线的参数方程
  - 渐开线与摆线

学法点拨

1. 坐标系是数与形结合的桥梁，是解析几何的基础. 在坐标系中，可以用有序实数组确定点的位置，用方程表示曲线，用代数形式刻画几何图形，实现数与形的有机统一.

2. 对各种坐标系的理解及应用. 为便于用代数的方法刻画几何图形或描述自然现象，需建立不同的坐标系. 极坐标系、柱坐标系、球坐标系等是与直角坐标系不同的坐标系，对于某些几何图形，选用这些坐标系可以使建立的方程更加简单，同一几何图形的方程在不同的坐标系中具有不同的形式.

3. 参数方程是以参变量为中介来表示曲线上点的坐标的方程，是曲线在同一坐标系下的又一种表示形式. 学习参数方程，让学生进一步体会解决数学问题时方法的灵活多变.

4. 要重视从实际背景到建构数学模型的过程，体会选择适当的坐标系可以使表示图形的方程具有更方便、简捷的形式.

第一讲 坐 标 系

本讲学习导航

先行一步，步步先行

内容概要

1. 本讲在学科知识中的地位及其重要性

通过前面的学习我们知道，利用直角坐标系使平面上的点与坐标（有序实数对）、曲线与方程建立了一一对应关系，从而实现了数与形的结合. 根据几何对象的特征，选择建立合适的坐标系，得到其方程，通过研究方程的有关性质来研究该几何对象的特征，这为数学的发展及应用提供了更加广阔的空间. 坐标系是解析几何的基础，在坐标系中，我们可以用有序实数组来确定点的位置，进而用方程刻画几何图形的性质. 为了便于用代数的方法刻画几何图形或描述自然现象，需要建立不同的坐标系，如平面直角坐标系、空间直角坐标系、极坐标系、柱坐标系、球坐标系等，而极坐标系、柱坐标系、球坐标系都是与直角坐标系不同的坐标系，对于有些几何图形，选用这些坐标系可以使建立的方程更加简单实用.

2. 本讲学习目标及解析

本讲包括三部分内容：第一部分是平面直角坐标系以及平面直角坐标系中的伸缩变换. 通过平面直角坐标系的建立，明确建立平面直角坐标系的一些规则，初步认识坐标法. 通过具体的例子，了解在平面直角坐标系的伸缩变换作用下平面图形的变化情况. 第二部分是极坐标系以及简单曲线的极坐标方程. 平面直角坐标是人们公认的最易接受并被经常采用的确定点的位置的方法，但它并不是唯一的方法，而极坐标的产生是人们生产、生活的需要，有些复杂曲线用极坐标表示，就变得十分简单且便于处理，并能应用极坐标与直角坐标的互化公式，化为直角坐标方程. 第三部分是柱坐标系和球坐标系简介. 空间直角坐标系、柱坐标系和球坐标系都是刻画空间点的位置的方法，而柱坐标系和球坐标系都是在空间直角坐标系的基础上建立的，这三种三维坐标系互不相同，又有联系，能够互相转化，只是从不同的角度来描述空间点的位置. 对于不同的数学问题可以选取适当的坐标系，使问题的处理变得简单快捷，进而提高学生的认识和选择能力.

3. 本讲体现的数学思想及学习方法

本讲体现的基本数学思想是坐标法思想，基本学习方法是如何建立坐标系才有利于解决问题.

《课程标准》要求

内容标准	学习要求
回顾在平面直角坐标系中刻画点的位置的方法，体会坐标系的作用.	坐标系是联系几何与代数的桥梁，是数形结合的有力工具. 如何建立坐标系才能有利于我们解决问题是学习的关键所在.
通过具体的例子，了解在平面直角坐标系伸缩变换作用下平面图形的变化情况.	坐标的变换可使平面图形发生变形，要明确变形的规律及有关公式.
能在极坐标系中用极坐标刻画点的位置，体会在极坐标系和平面直角坐标系中刻画点的位置的区别，能进行极坐标和直角坐标的互化.	极坐标是解决数学问题、认识客观世界的一种重要工具，明确极坐标适用的范围以及与直角坐标的联系与区别，掌握两者之间的转化关系.
能在极坐标系中给出简单图形(如过极点的直线、过极点或圆心在极点的圆)的方程. 通过比较这些图形在极坐标系和平面直角坐标系中的方程，体会在用方程刻画平面图形时选择适当坐标系的意义.	求曲线的极坐标方程有两种方法，一是求出直角坐标方程，进而转化为极坐标方程；另一种是直接寻求曲线上的点 $M(\rho,\theta)$ 的极坐标 ρ,θ 间的关系，一般思路是连接 OM，构造三角形，利用正弦定理或余弦定理寻求 $\lvert OM\rvert$ 与 θ 间的关系.
借助具体实例(如圆形体育场看台的座位、地球的经纬度等)了解在柱坐标系、球坐标系中刻画空间中点的位置的方法，并与在空间直角坐标系中刻画点的位置的方法相比较，体会它们的区别.	明确柱坐标系的定义及其与极坐标系间的关系，球坐标系的定义及其与极坐标系、柱坐标系间的关系，明确坐标系的实际应用价值. 在直角坐标与柱坐标、球坐标的转换公式的应用中，明确 θ,φ 的取值范围及点所在的象限，准确取值，才能无误.

学法指导

1. 理解并体会坐标法思想

坐标法是用代数的方法研究几何问题，是联系几何与代数的桥梁，是数与形结合的有力工具，是数学中最重要的基本方法之一，而坐标系是坐标法的基础. 坐标系的建立使平面或空间中点的位置都可用有序实数组(坐标)来刻画，在不同的坐标系中，这些数所体现的几何含义不同. 同一几何图形(曲线)的方程在不同坐标系中具有不同的形式，因此选择适当的坐标系可以使表示图形的方程具有更简便的形式，因而更便于研究图形的性质和问题的解决.

2. 体会根据问题的特点选择不同坐标系的必要性

在坐标系的学习中，引导学生尝试建立坐标系，说明建立坐标系的原则，激励学生的发散思维和创新思维，并通过具体实例说明建立不同坐标系有哪些方便之处.

3. 加强知识间的联系与转化

柱坐标与球坐标和直角坐标一样，都是为了刻画点的位置，它们之间互不相同，又有联系，能够互相转化. 学习中要加强知识之间的联系与转化，从实际问题中抽象出数学问题，培养探究数学问题的兴趣和能力，体会数学在实际中的应用价值，提高应用意识和实践能力.

一、平面直角坐标系

第一学时　平面直角坐标系

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

三角形是最简单的平面图形，是由三条线段首尾连接而成．三角形不但具有稳定性，而且具有非常丰富的内涵．比如：三角形的三条高线交于一点，三边的中垂线交于一点，三条中线交于一点等，这些性质你能用几何方法证明吗？用代数方法呢？通过对本学时内容的学习，同学们不但会用代数方法证明这些性质，更重要的是掌握用代数处理几何问题的方法——坐标法．

材料链接

1. 坐标法：通过建立坐标系（直线坐标系或平面直角坐标系），将几何问题转化为代数问题，再通过一步步的代数运算来解决问题的方法．

2. 两点间的距离公式

若 A,B 为数轴上的两点，A,B 的坐标分别为 x_1,x_2，则 A,B 两点间的距离为 $|AB|=|x_2-x_1|$．

若 A,B 两点的坐标分别为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 A,B 两点间的距离为 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$．当 AB 平行于 x 轴时，$|AB|=|x_2-x_1|$；当 AB 平行于 y 轴时，$|AB|=|y_2-y_1|$；当 B 为原点时，$|AB|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$．

3. 中点坐标公式

已知 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$M(x,y)$ 为线段 AB 的中点，则有 $\begin{cases}x=\dfrac{x_1+x_2}{2},\\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2}.\end{cases}$

4. 斜率公式

已知 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)(x_1\neq x_2)$，则直线 AB 的斜率 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$．

5. 点到直线的距离

点 $P(x_0,y_0)$ 到直线 $Ax+By+C=0$ 的距离 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$．

6. 两条平行直线间的距离

两条平行直线 $Ax+By+C_1=0$ 与 $Ax+By+C_2=0$ 之间的距离 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$．

7. 用坐标法证明问题的基本步骤：

（1）根据题设条件，在适当的位置建立坐标系；

（2）设出未知点的坐标，然后根据题设条件推导出所求未知点的坐标满足的关系式，进而推导出结论．

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

坐标法的含义是什么？

阅读教材 p2、p3“思考”栏目之前的内

容，思考并回答下列问题：

❀ 1. 什么是坐标法？

❀ 2. 坐标法是用代数的方法研究几何问题. 而数与形结合的桥梁是坐标系，怎样建立坐标系才有利于我们解决问题？

问题二

建立坐标系有什么原则？

阅读教材 p3、p4 的有关内容，思考并回答下列问题：

❀ 1. 尝试建立不同的坐标系解决教材例 1.

❀ 2. 在建立不同的直角坐标系解决问题的过程中，请总结出建立直角坐标系的原则.

自主测评

1. 已知点 $A(3,6)$，$B(1,-2)$，则 AB 的中点坐标为_____，线段 AB 的长度为_____，AB 的垂直平分线的方程为_____.

2. (1)到定点 $F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$ 的距离和为 10 的点 P 的轨迹方程为_____.

(2)到定点 $F_1(-3,0)$，$F_2(3,0)$ 的距离的差为 4 的点 P 的轨迹方程为_____.

疑点归纳

在教材例 1 的求解中，能否以 BC 所在的直线为 x 轴，B 点(或 C 点)为原点建立平面直角坐标系呢？结论是否相同呢？

直角坐标系可以有不同的建立方法，根据图形的几何特点选择适当的直角坐标系的一些规则有：

①如果图形有对称中心，常常选对称中心为坐标原点；

②如果图形有对称轴，常常选对称轴为坐标轴；

③使图形上的特殊点尽可能多地放在坐标轴上；

④如果是圆锥曲线，所建立的坐标系应使曲线方程为标准形式.

在自主学习过程中，你还有哪些困惑？请记录在问题卡上，记得在课上或课后要及时解决！

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

建立直角坐标系可以解决哪些问题，它是如何体现数学思想的？

❀ 1. 建立直角坐标系可以解决哪些问题？

❀ 2. 解决这些问题的过程中体现了怎样的数学思想？

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

从坐标系的建立，用数对表示平面内的一个点的位置，到用二元一次方程表示直线，二元二次方程表示二次曲线，其中运用了什么研究方法？蕴含了什么数学思想方法？

展题设计

展题 1　在 $\triangle ABC$ 中，$|BC|=4$，$\triangle ABC$ 的周长为 10，求点 A 的轨迹方程.

指导要求：建系设点是求轨迹方程问题中的关键环节，如何建系是决定轨迹方程繁简的关键. 由题意，可得 $|AB|+|AC|=6$，所以点 A 的轨迹是以 B，C 为焦点的椭圆.

如何建系才能使椭圆的方程简单呢？其中运用了什么方法，体现了什么数学原则？

变式训练　动点 M 到定点 $A(m,0)(m>0)$ 的距离比到 y 轴的距离大 m，则动点 M 的轨迹方程为_____.

展题 2　用坐标法证明：$\triangle ABC$ 的三条高线交于一点.

指导要求：求出两条交线的交点，验证此点在第三条交线上是证明三线共点的常用方法. 此题中如何建立坐标系？如何证明三线共点呢？

变式训练　求证：$\triangle ABC$ 的三条边的垂直平分线交于一点.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 点 $P(-1,5)$ 与点 $Q(2,1)$ 的距离为（　　）

A. 25　　B. 5

C. $\sqrt{17}$　　D. $\sqrt{13}$

2. 以 $A(3,2)$，$B(-5,4)$ 为端点的线段 AB 的垂直平分线方程为（　　）

A. $4x-y+7=0$

B. $4x-y-7=0$

C. $4x+y+7=0$

D. $x+4y-11=0$

3. 点 $M(1,1)$ 到直线 $3x-4y+6=0$ 的距离为_____.

4. 平行直线 $l_1:2x-3y+5=0$ 与 $l_2:4x-6y-3=0$ 之间的距离为_____.

B. 能力提升

5. 已知点 $A(-1,3)$，$B(3,1)$，点 C 在坐标轴上，$\angle ACB=90°$，则满足条件的点 C 的个数是（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. 已知点 $E(2,0)$，圆 M 过点 E 且与 y 轴相切，则圆心 M 的轨迹方程为（　　）

A. $y^2=4x$　　B. $y^2=8x$

C. $y^2=-8x$　　D. $y^2=4(x-1)$

7. 函数 $y=\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2-4x+8}$ 的最小值为_____.

8. 如果实数 x，y 满足 $x^2+y^2-4x+1=0$，则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为_____.

C. 拓展创新

9. (1)已知 AO 是 $\triangle ABC$ 边 BC 的中线，求证：$|AB|^2+|AC|^2=2(|AO|^2+|OC|^2)$.

(2)已知 $0<x<1$，$0<y<1$，求证：$\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+(1-y)^2}+\sqrt{(1-x)^2+y^2}+\sqrt{(1-x)^2+(1-y)^2}\geqslant 2\sqrt{2}$，并求使等号成立的条件.

10. 用解析法证明：

(1)等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 上一点到两腰的距离和等于一腰上的高；

(2)等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 延长线上一点到两腰的距离之差的绝对值等于一腰上的高.

再生新疑

1. 在平面直角坐标系中，用代数的方法解决实际问题的过程是什么？

2. 坐标法是用代数方法研究几何问题的有力工具，坐标法思想是数学中重要的思想方法之一. 在本学时的学习中，除了对坐标法有所了解和掌握外，还有一种数学思想贯穿其中，你知道是什么思想吗？

第二学时　平面直角坐标系中的伸缩变换

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

在现实生活中，有大量圆形与椭圆形的物体，它们有许多相似之处．在平面直角坐标系中，能否存在一种变换将圆变成椭圆或将椭圆变成圆呢？

材料链接

平面直角坐标系中的平移变换

设 $P(x,y)$ 是变换前图形 F：$f(x,y)=0$ 上点的坐标，$P'(x',y')$ 是变换后点 P 对应的点的坐标，图形 F 经变换后的图形为 F'．

1. 在平移变换 $\begin{cases}x'=x+h,\\y'=y\end{cases}$ 下，点 P 与 P' 的坐标有什么关系？

点 $P(x,y)$ 变换后的对应点 P' 的坐标为 $P'(x+h,y)$，变换后的点 $P'(x',y')$ 所对应的变换前的点 P 的坐标为 $P(x'-h,y')$．

$h>0$ 时，平移变换 $\begin{cases}x'=x+h,\\y'=y\end{cases}$ 将图形 F 向右平移 $|h|$ 个单位长度得到图形 F'；$h<0$ 时，平移变换 $\begin{cases}x'=x+h,\\y'=y\end{cases}$ 将图形 F 向左平移 $|h|$ 个单位长度得到图形 F'．

2. 在平移变换 $\begin{cases}x'=x,\\y'=y+k\end{cases}$ 下，点 P 与 P' 的坐标有什么关系？

点 $P(x,y)$ 变换后的对应点 P' 的坐标为 $P'(x,y+k)$，变换后的点 $P'(x',y')$ 所对应的变换前的点 P 的坐标为 $P(x',y'-k)$．

$k>0$ 时，平移变换 $\begin{cases}x'=x,\\y'=y+k\end{cases}$ 将图形 F 向上平移 $|k|$ 个单位长度得到图形 F'；$k<0$ 时，平移变换 $\begin{cases}x'=x,\\y'=y+k\end{cases}$ 将图形 F 向下平移 $|k|$ 个单位长度得到图形 F'．

3. 在平移变换 $\begin{cases}x'=x+h,\\y'=y+k\end{cases}$ 下，点 P 与 P' 的坐标有什么关系？

点 $P(x,y)$ 变换后的对应点 P' 的坐标为 $P'(x+h,y+k)$，变换后的点 $P(x',y')$ 所对应的变换前的点 P 的坐标为 $P(x'-h,y'-k)$．

平移变换 $\begin{cases}x'=x+h,\\y'=y+k\end{cases}$ 将图形 F：$f(x,y)=0$ 按向量 $\boldsymbol{a}=(h,k)$ 平移，得到图形 F'：$f(x'-h,y'-k)=0$．

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

如何使图形 F：$f(x,y)=0$ 上的点 $P(x,y)$ 的一个坐标不变，另一个坐标伸缩呢？

阅读教材 p5、p6 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 由正弦曲线 $y=\sin x$ 到曲线 $y=\sin 2x$ 的变换过程是“保持纵坐标 y 不变，将横坐标 x 缩为原来的 $\frac{1}{2}$”，写出此变换的代数表示式．

❀ 2. 由正弦曲线 $y=\sin x$ 到曲线 $y=3\sin x$ 的变换过程是“保持横坐标 x 不变，将纵坐标 y 伸长为原来的 3 倍”，请写出此变换的代数表示式.

❀ 3. 怎样由正弦曲线 $y=\sin x$ 得到曲线 $y=3\sin 2x$？写出其伸缩变换.

问题二

平面直角坐标系中的坐标伸缩变换的定义是什么？

阅读教材 p6～p8 的有关内容，思考并回答下列问题：

❀ 1. 平面直角坐标系中的坐标伸缩变换的定义是什么？

❀ 2. 如何将圆 $x^2+y^2=1$ 变成椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$？又如何将椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ 变成圆 $x^2+y^2=1$ 呢？

❀ 3. 在平面直角坐标系中，坐标伸缩变换可以改变曲线的类型、形状和位置吗？请举例说明.

自主测评

1. 在平面直角坐标系中，直线 $2x-3y-5=0$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x,\\ y'=3y\end{cases}$ 后，变成直线 _____.

2. 在平面直角坐标系中，曲线 $x^2-2y^2+3x=0$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=2x,\\ y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$ 后，变成曲线 _____.

疑点归纳

在平面直角坐标系的坐标伸缩变换 $\begin{cases}x'=\lambda x,\\ y'=\mu y\end{cases}$ 中，点 $P(x,y)$ 与点 $P'(x',y')$ 的坐标位置要分清，不要颠倒了. 在伸缩变换下，椭圆可以变成圆，圆可以变成椭圆，那么抛物线、双曲线在伸缩变换下，变成了什么曲线？能否变成圆？

除此之外，在自主学习过程中，你还有什么困惑，请记录在问题卡上，记得在课上或课后要及时解决！

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

焦点在 x 轴上的圆锥曲线在坐标伸缩变换下，能否变成焦点在 y 轴上的圆锥曲线呢？

❀ 1. 椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 经过什么变换，可以变成椭圆 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$ 呢？

2. 双曲线与抛物线能否经过坐标伸缩变换，使得它们的焦点所在的坐标轴发生变化呢？

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

坐标伸缩变换的几何性质是什么？坐标伸缩变换体现了什么数学思想？本学时所用的研究方法是什么？

坐标的平移变换与对称变换不改变曲线的形状、大小，只改变其位置，而坐标伸缩变换是以原点为中心，在纵、横两个坐标方向上对坐标进行不同比例的伸缩，不但改变了曲线的形状、大小，而且曲线的位置也有所变化. 但曲线的类别不会发生改变，这体现了坐标伸缩变换的几何性质.

展题设计

展题 1　在平面直角坐标系中，经过伸缩变换 $\varphi:\begin{cases}x'=3x,\\y'=2y\end{cases}$ 后，曲线 C 变成曲线 C'：$x'^2-y'^2=36$，求曲线 C 的方程.

指导要求：设出所求曲线上点的坐标，明确变换前后的坐标及相互关系，借助已知曲线，便可得到所求曲线.

变式训练　曲线 $y^2=2x$ 经过伸缩变换 $\varphi:\begin{cases}x'=\frac{1}{3}x,\\y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$ 后的曲线方程是_____.

展题 2　求满足下列图形变换的伸缩变换：由曲线 $4x^2+25y^2=100$ 变成曲线 $x'^2+y'^2=1$.

指导要求：设出伸缩变换，代入方程，通过比较，求出伸缩变换的系数.

变式训练　将曲线 $x^2=-8y$ 变成曲线 $x^2=-12y$，其伸缩变换为_____.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 在同一平面直角坐标系中，将点 $P(2,3)$ 变成点 $Q(6,6)$ 的伸缩变换是　（　　）

A. $\begin{cases}x=3x',\\y=2y'\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x=\frac{1}{3}x',\\y=\frac{1}{2}y'\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2x',\\y=3y'\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x=\frac{1}{2}x',\\y=\frac{1}{3}y'\end{cases}$

2. 曲线 $y=x$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=5x,\\y'=\frac{1}{2}y\end{cases}$ 后，变成的曲线的方程为　（　　）

A. $y=10x$　　B. $y=\frac{2}{5}x$

C. $y=\frac{5}{2}x$　　D. $y=\frac{1}{10}x$

3. 点 $M(-3,2)$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x=3x',\\y=\frac{1}{2}y'\end{cases}$ 后，变成的点 N 的坐标为_____.

4. 曲线 $y=2\sin 3x$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x=\frac{1}{3}x',\\y=2y'\end{cases}$ 后，变成的曲线的方程为_____.

B. 能力提升

5. 在同一平面直角坐标系中，将曲线 $y=3\sin 2x$ 变成曲线 $y'=\sin x'$ 的伸缩变换是　（　　）

A. $\begin{cases}x=2x',\\y=\frac{1}{3}y'\end{cases}$　　B. $\begin{cases}x'=2x,\\y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2x',\\y=3y'\end{cases}$　　D. $\begin{cases}x'=2x,\\y'=3y\end{cases}$

6. 曲线 $x^2+y^2=1$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=\frac{1}{5}x,\\y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$ 后，变成的曲线的方程为　（　　）

A. $25x^2+9y^2=1$

B. $9x^2+25y^2=1$

C. $25x+9y=1$

D. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

7. 直线 $5x+2y=0$ 经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=\frac{1}{2}x,\\y'=\frac{1}{3}y\end{cases}$ 后的图形是_____，方程为_____.

8. 由曲线 $y=\cos x$ 得到曲线 $y=\frac{1}{2}\cos\frac{x}{3}$，其伸缩变换是_____.

C. 拓展创新

9. 在同一平面直角坐标系中，经过伸缩变换 $\varphi:\begin{cases}x'=3x,\\y'=2y\end{cases}$ 后，曲线 C 变成曲线 C'：$x'^2-9y'^2=36$，求曲线 C 的方程.

10. 若函数 $y=f(x)$ 的图象在伸缩变换 $\varphi:\begin{cases}x'=2x,\\y'=3y\end{cases}$ 的作用下得到的曲线方程为 y'

$=3\sin\left(x'+\frac{\pi}{6}\right)$，求函数 $y=f(x)$ 的最小正周期.

再生新疑

1. 在坐标伸缩变换中，一个伸缩变换 $\varphi:\begin{cases}x'=kx,\\y'=hy\end{cases}$ 将图形 F 变成图形 F'，图形 F' 是否唯一？

2. 在坐标伸缩变换中，图形 F 变成图形 F'，伸缩变换 φ 是否唯一？举例说明.

除此之外，你还有哪些疑问？

二、极坐标系

第一学时　极坐标系的概念

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

现实生活中，我们经常需要用方位和距离来刻画点的位置，比如航海、航空中的航线就是用方位和距离来描述的；台风中心位置、地震震中位置的预测也是用方位和距离来刻画的. 通过本学时的学习，你将学会用方位和距离来刻画点的位置.

材料链接

极坐标在我们日常生活中的应用十分广泛. 比如说某地在 A 地的西北方向 20 km 处；新华书店在学校的正西 500 m 处等. 在台风预报、地震预报、测量、航空、航海中主要采用极坐标的方法来描述点的位置.

在数学上，除了极坐标是用方位和距离来刻画点的位置外，向量和复数也是用方位

和距离来刻画点的位置的.

板块二　自学思疑,初探问题

尊重认知规律,亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

什么是极坐标系?如何建立极坐标系?

阅读教材 p8、p9 的有关内容,思考并回答下列问题:

1. 在平面内,直角坐标系是确定点的位置的一种方法.极坐标系是人们确定平面上点的位置的另一种方法,那么,为什么要使用极坐标系呢?

2. 举出生活中用距离和角度刻画位置的实例.尝试建立用方位和距离来确定点的位置的坐标系.

3. 什么是极坐标系?极坐标系的四要素是什么?

问题二

极坐标与直角坐标在刻画点的位置时有何区别?

1. 在极坐标系中,$\left(4,\frac{\pi}{6}\right)$,$\left(4,\frac{\pi}{6}+2\pi\right)$,$\left(4,\frac{\pi}{6}-2\pi\right)$,$\left(4,\frac{\pi}{6}-4\pi\right)$表示的点有什么关系?

2. 点的极坐标的“多值性”是极坐标与直角坐标的重要区别.请问:如何界定极径 ρ 与极角 θ 的取值范围,使平面内的点(除极点外)和极坐标形成“一对一”的关系?

自主测评

1. 在极坐标系中,点 A 的极坐标为 $\left(3,\frac{\pi}{6}\right)$,则点 A 关于极轴对称的点 B 的极坐标为_____,点 A 关于极点对称的点 C 的极坐标为_____,点 A 关于直线 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 对称的点 D 的极坐标是_____.(规定 $\rho>0$,$\theta\in[0,2\pi)$)

2. 直线 l 过点 $P\left(3,\frac{\pi}{3}\right)$,$Q\left(4,\frac{4\pi}{3}\right)$,则直线 l 与极轴的夹角等于_____.

疑点归纳

极点 O 的极坐标为$(0,\theta)$，其特点是 $\rho=0,\theta\in\mathbf{R}$，即极点的极坐标有无数种表示. 在极坐标$(\rho,\theta)$中，规定 $\rho>0$，若允许 $\rho<0$，将怎样定义其含义，使得(ρ,θ)表示极坐标系中的点？

在自主学习过程中，你还有什么困惑，请记录在问题卡上，记得在课上或课后要及时解决！

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

举例说明极坐标在日常生活中的应用.

1. 极坐标的特点是什么？和直角坐标系相比，其优势是什么？

2. 以生活中的实例说明极坐标的应用.

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

极坐标除了多值性外，还有对称性. 共线、共圆的点的极坐标有何特点?

点(ρ,θ)关于极点对称的点的极坐标是_____，关于极轴对称的点的极坐标是_____，关于过极点且垂直于极轴的直线对称的点的极坐标是_____. 过极点的直线，其上的点的极坐标有何关系？以极点为圆心的圆上的点的极坐标有何关系？

展题设计

展题 1　在极坐标系中，

(1)$A\left(5,\frac{7\pi}{36}\right)$，$B\left(12,\frac{43\pi}{36}\right)$两点间的距离为_____；

(2)满足 $\rho=1,\theta\in\mathbf{R}$ 的点 $P(\rho,\theta)$有什么特点？所在曲线的直角坐标方程是什么？

(3)已知两点$A\left(3,\frac{\pi}{6}\right)$，$B\left(1,\frac{2\pi}{3}\right)$，求 A，B 两点间的距离.

指导要求：对于(1)(3)，可数形结合，根据 A,O,B 三点的位置关系求解. (2)中，$\rho=1$ 表明点 P 与极点的距离不变，进而可得曲线的形状及方程.

展题 2　已知点 $P(\rho,\theta)$，分别按下列条件求出点 Q 的极坐标.

(1)点 P 与点 Q 关于极点 O 对称.

(2)点 P 与点 Q 关于极轴对称.

(3)点 P 与点 Q 关于直线 $\theta=\frac{\pi}{2}$ 对称.

指导要求：数形结合，利用对称性，确定点 Q 的极径和极角.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 点 $P\left(5,-\frac{97\pi}{5}\right)$ 在　　(　　)

A. 第一象限内　　B. 第二象限内

C. 第三象限内　　D. 第四象限内

2. 下列各点中与点 $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$ 不表示极坐标系中同一点的是　　(　　)

A. $\left(2,-\frac{11\pi}{6}\right)$　　B. $\left(2,\frac{13\pi}{6}\right)$

C. $\left(2,\frac{11\pi}{6}\right)$　　D. $\left(2,-\frac{23\pi}{6}\right)$

3. 点 $M\left(3,-\frac{4\pi}{7}\right)$ 关于极轴所在的直线对称的点的极坐标为_____.

4. 在极坐标系中，$A\left(3,\frac{\pi}{5}\right)$，$B\left(2,-\frac{11\pi}{5}\right)$ 两点间的距离为_____.

B. 能力提升

5. 在极坐标系中，等边三角形 ABC 的两个顶点分别为 $A\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(2,\frac{5\pi}{4}\right)$，那么顶点 C 的坐标为　　(　　)

A. $\left(4,\frac{3\pi}{4}\right)$ 或 $\left(4,\frac{7\pi}{4}\right)$

B. $\left(2\sqrt{3},\frac{3\pi}{4}\right)$ 或 $\left(2\sqrt{3},\frac{7\pi}{4}\right)$

C. $(2\sqrt{3},\pi)$

D. $(3,\pi)$

6. 在极坐标系中，点 $P(\rho,\theta)$ 与 $Q(\rho,3\pi+\theta)$ 的位置关系是　　(　　)

A. 关于极轴所在的直线对称

B. 关于极点对称

C. 重合

D. 关于直线 $\theta=\frac{\pi}{2}(\rho\in\mathbf{R})$ 对称

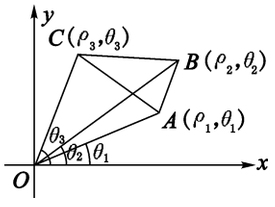
7. 在极坐标系中，$A\left(3,-\frac{\pi}{6}\right)$，$B\left(4,\frac{4\pi}{3}\right)$，则 $\triangle AOB$ 的面积等于_____.

8. 在极坐标系中，$A\left(3,\frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(5,-\frac{11\pi}{12}\right)$ 两点间的距离为_____.

C. 拓展创新

9. 在极轴上求与点 $A\left(4\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$ 的距离为 5 的点 M 的极坐标.

10. 如图，在极坐标系中，求以 $A(\rho_1,\theta_1)$，$B(\rho_2,\theta_2)$，$C(\rho_3,\theta_3)$ 三点为顶点的 $\triangle ABC$ 的面积.



再生新疑

极坐标是用方位和距离来刻画点的位置的，因而极易和夹角、距离发生联系. 已知 $P_1(\rho_1,\theta_1)$，$P_2(\rho_2,\theta_2)$，如何得到 $\triangle P_1P_2O$ 的面积呢？若 $P_3(\rho_3,\theta_3)$，又如何得到 $\triangle P_1P_2P_3$ 的面积呢？

除此之外，你还有哪些疑问？

第二学时　极坐标和直角坐标的互化

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

在平面内建立直角坐标系后，每个点都有一个直角坐标；在平面内建立极坐标系后，每个点都有极坐标. 平面内同一个点既可用直角坐标表示，又可用极坐标表示，那么这两种坐标之间有什么关系呢？通过本学时的学习，我们将掌握直角坐标与极坐标的互化公式.

材料链接

1. 数形结合、等价转化是重要的数学思想. 在数学学习中，始终处在数与形的转化、等价变形的转化之中.

2. 角度与弧度的转换关系

角度的定义：规定周角的 $\frac{1}{360}$ 为 1 度的角.

弧度的定义：等于半径的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角.

$$1\text{ 弧度}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}\approx 57.3^{\circ},$$

$$1^{\circ}=\frac{\pi}{180}\text{弧度}\approx 0.017\ 45\text{ 弧度}.$$

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

直角坐标与极坐标互化的桥梁是什么？

请阅读教材 p11 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 平面内同一个点既有直角坐标，又有极坐标，这二者之间有什么关系呢？

2. 直角坐标与极坐标互化的桥梁是什么？

问题二

极坐标与直角坐标互化的公式是什么？

极坐标系与直角坐标系的关系是两种坐标互化的桥梁. 以直角坐标系的原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，这时点的直角坐标与极坐标的互化公式是什么？

自主测评

1. 点 M 的极坐标为 $\left(8,\frac{3\pi}{4}\right)$，则它的直角坐标为_____.

2. 点 N 的直角坐标为 $(-1,-1)$，则它的极坐标为_____.

疑点归纳

若以直角坐标系的原点为极点，y 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，点的直角坐标与极坐标之间的互化公式又是什么呢？若以别的方法建立极坐标系呢？

在自主学习过程中，你还有什么困惑，请记录在问题卡上，和你的老师、同学交流解决.

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

在直角坐标系中，以 y 轴为极轴，直角坐标与极坐标的互化公式如何推导？

1. 若以直角坐标系的原点为极点，y 轴的正半轴为极轴，直角坐标与极坐标的互化公式是什么？

2. 若以直角坐标系的原点为极点，y 轴的负半轴为极轴，互化公式又是什么呢？

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

本学时用到的研究方法是什么？从建立直角坐标系与极坐标系的联系，到实现两种坐标的互化，其中运用了什么研究方法？蕴含了什么数学思想？

展题设计

展题 1 将点 M 的极坐标$\left(6,-\frac{\pi}{3}\right)$化成直角坐标.

指导要求:根据点的直角坐标与极坐标的互化公式直接求得.

展题 2 将点 M 的直角坐标$(-4,-4)$化为极坐标.

指导要求:首先求得 $\rho(\rho>0)$的大小,再根据三角函数的定义求出 $\tan\theta$ 的值,结合 $0\leqslant\theta<2\pi$与点 M 所在的象限确定极坐标.

板块五 应用演练,再生新疑

分级设题,精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 将点 P 的极坐标$\left(3,\frac{5\pi}{4}\right)$化成直角坐标为 (　　)

A. $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

2. 将点 Q 的直角坐标$\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$化成极坐标为_____.

B. 能力提升

3. 将点 M 的直角坐标$(6,-2\sqrt{3})$化成极坐标为 (　　)

A. $\left(4\sqrt{3},\frac{\pi}{6}\right)$　　B. $\left(4\sqrt{3},\frac{\pi}{3}\right)$

C. $\left(4\sqrt{3},\frac{11}{6}\pi\right)$　　D. $\left(4\sqrt{3},-\frac{\pi}{6}\right)$

4. 在极坐标系中,$A\left(2,-\frac{\pi}{3}\right)$,$B\left(4,\frac{2\pi}{3}\right)$两点间的距离为_____.

C. 拓展创新

5. 求点 $E\left(2,\frac{2\pi}{3}\right)$关于极轴的对称点 E'的直角坐标.

6. 求点 $F(-3,\sqrt{3})$ 关于直线 $y=x$ 的对称点 F' 的极坐标.

再生新疑

1. 前面研究的极坐标系都是以原点为极点建立的，若以直角坐标系中的点 (x_0,y_0) 为极点，以 x 轴正方向为极轴方向建立极坐标系，直角坐标与极坐标的互化公式是什么？

2. 将直角坐标系中的平移变换与极坐标、直角坐标的变换结合起来，得到的公式又是什么？

除此之外，你还有哪些疑问？

三、简单曲线的极坐标方程

第一学时　圆的极坐标方程

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

在平面直角坐标系中，平面曲线 C 可用方程 $f(x,y)=0$ 来表示，体现了数与形的结合；那么在极坐标系中，平面曲线 C 是否可用方程 $f(\rho,\theta)=0$ 来表示呢？方程 $f(\rho,\theta)=0$ 是否就是曲线 C 的极坐标方程呢？

材料链接

在《数学 2—1》中，我们学过曲线与方程的概念.

在平面直角坐标系中，曲线 C 与二元方程 $f(x,y)=0$ 满足：

(1) 曲线 C 上任意一点 $P(x,y)$ 的坐标都是方程 $f(x,y)=0$ 的根；

(2) 以方程 $f(x,y)=0$ 的解为坐标的点都在曲线 C 上，则称曲线 C 是方程 $f(x,y)=0$ 的曲线，方程 $f(x,y)=0$ 是曲线 C 的方程.

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

曲线的极坐标方程是什么?

请阅读教材 p12、p13 的有关内容,思考并回答下列问题:

1. 在直角坐标系中,曲线的方程、方程的曲线的概念分别是什么?

2. 在极坐标系中,极坐标方程的概念是什么?

问题二

圆的极坐标方程是什么?

1. 已知圆心 C 和半径 r,如何建立极坐标系,可使圆的极坐标方程最简单?

2. 曲线的极坐标方程与直角坐标方程的最大区别是什么?

自主测评

1. 圆心在极点 O,半径为 1 的圆的极坐标方程为_____.

2. 极坐标方程 $\rho=4$ 表示的曲线是_____.

疑点归纳

圆心在极点,半径为 r 的圆,其极坐标方程比直角坐标方程要简单,是不是任意圆的极坐标方程都比其直角坐标方程要简单呢?其他曲线呢?

满足曲线 C 的极坐标方程的点 $M(\rho,\theta)$ 一定在曲线 C 上,但曲线 C 上的点 $M(\rho,\theta)$ 的极坐标不一定满足曲线 C 的极坐标方程,只需有一个极坐标满足方程即可. 这是极坐标方程与直角坐标方程的主要区别.

在自主学习过程中,你还有什么困惑,请记录在问题卡上,和你的老师、同学交流解决.

板块三　合作互助,共析问题

发展创新思维,形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

圆的极坐标方程有什么特点?

1. 你能否写出半径为 a,圆心分别为 $(a,2\pi)$,$\left(a,\frac{\pi}{2}\right)$,$(a,\pi)$,$\left(a,-\frac{\pi}{2}\right)$ 的圆的极坐标方程?

2. 曲线 C 的直角坐标方程与极坐标方程的转化公式是什么?

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

研究本学时内容用到的方法是什么？

从曲线的直角坐标方程到曲线的极坐标方程以及圆的极坐标方程，其中运用了什么研究方法？蕴含了什么数学思想？

展题设计

展题 1　在极坐标系中，求适合下列条件的圆的极坐标方程：

(1)圆心在 $C(a,2\pi)$，半径为 a 的圆.

(2)圆心在 $C(a,\pi)$，半径为 a 的圆.

指导要求：∵　$\odot C$ 过极点 O，∴　可根据直径所对的圆周角是直角来求解.

展题 2　在极坐标系中，求适合下列条件的圆的极坐标方程：

(1)圆心在 $C\left(a,-\frac{\pi}{2}\right)$，半径为 a 的圆.

(2)圆心在 $C\left(a,\frac{\pi}{2}\right)$，半径为 a 的圆.

指导要求：∵　$\odot C$ 过极点，∴　可根据直径所对的圆周角为直角来求解.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 在极坐标系中，圆 $\rho=-2\sin\theta$ 的圆心的极坐标是　(　　)

A. $\left(1,\frac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(1,-\frac{\pi}{2}\right)$

C. $(1,0)$　　D. $(1,\pi)$

2. 已知圆的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，圆心为 C，点 P 的极坐标为 $\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$，则 $|CP|$ 为　(　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{4+\frac{\pi^2}{9}}$

C. $\sqrt{1+\frac{\pi^2}{9}}$　　D. $\sqrt{3}$

3. 圆心为 $\left(3,\frac{3\pi}{2}\right)$，且过极点 O 的圆的极坐标方程为_____.

4. 在极坐标系中，曲线 $\rho^2-6\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+6=0$ 与极轴交于 A,B 两点，则 A,B

两点间的距离等于_____.

B. 能力提升

5. 极坐标方程 $\rho=\sin\theta+\cos\theta$ 表示的曲线是 (　　)

A. 直线　　B. 圆

C. 椭圆　　D. 双曲线

6. 在极坐标系中，圆 $\rho=2\cos\theta$ 的垂直于极轴的两条切线方程分别为 (　　)

A. $\theta=0(\rho\in\mathbf{R})$ 和 $\rho\cos\theta=2$

B. $\theta=\frac{\pi}{2}(\rho\in\mathbf{R})$ 和 $\rho\cos\theta=2$

C. $\theta=\frac{\pi}{2}(\rho\in\mathbf{R})$ 和 $\rho\cos\theta=1$

D. $\theta=0(\rho\in\mathbf{R})$ 和 $\rho\cos\theta=1$

7. (2017·北京)在极坐标系中，点 A 在圆 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$ 上，点 P 的坐标为 $(1,0)$，则 $|AP|$ 的最小值为_____.

8. (2015·江苏)已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2+2\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)-4=0$，则圆 C 的半径为_____.

C. 拓展创新

9. 在直角坐标系 xOy 中，已知圆 C：$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)，点 P 在直线 l：$x+y-4=0$ 上，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求圆 C 和直线 l 的极坐标方程；

(2)射线 OP 交圆 C 于点 R，点 Q 在射线 OP 上，且满足 $|OP|^2=|OR|\cdot|OQ|$，求点 Q 的轨迹的极坐标方程.

10. 在直角坐标系 xOy 中，圆 C_1 的方程为 $(x-4)^2+(y-5)^2=25$. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$，求曲线 C_1 与 C_2 交点的极坐标($\rho\geqslant0$，$0\leqslant\theta<2\pi$).

11. (2019·江苏)在极坐标系中，已知两点 $A\left(3,\frac{\pi}{4}\right)$，$B\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{2}\right)$，直线 l 的方程为 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=3$，求：

(1)A，B 两点间的距离；

(2)点 B 到直线 l 的距离.

再生新疑

1. 圆心为 $C(a,b)$，半径为 r 的圆的极坐标方程是什么？

2. 曲线 C 的直角坐标方程与极坐标方程如何转化？

第二学时　直线的极坐标方程

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

我们已经得到平面上圆的极坐标方程，而直线是最简单的平面曲线，那么直线的极坐标方程又是什么呢？通过本学时的学习，你将明确直线的极坐标方程.

材料链接

直线方程的五种形式：

(1)点斜式：过点 $P_0(x_0,y_0)$，斜率为 k⇒$y-y_0=k(x-x_0)$；

斜截式：过点 $P_0(0,b)$，斜率为 k⇒$y=kx+b$.

(2)两点式：过点 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$⇒$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}(x_1\neq x_2,y_1\neq y_2)$；

截距式：过点 $P_1(a,0)$，$P_2(0,b)(a\neq0,b\neq0)$⇒$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

(3)一般式：$Ax+By+C=0(A^2+B^2\neq0)$.

(4)点向式：过点 $P_0(x_0,y_0)$，方向向量 $\boldsymbol{m}=(h,k)$⇒$\frac{y-y_0}{k}=\frac{x-x_0}{h}$.

(5)点法式：过点 $P_0(x_0,y_0)$，法向量为 $\boldsymbol{n}=(h,k)$⇒$h(x-x_0)+k(y-y_0)=0$.

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

直线的极坐标方程是什么？

请阅读教材 p13～p15 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 若 $\rho<0$，则点 $M(\rho,\theta)$ 表示极坐标平面上的哪一点？

2. 直线 l 经过极点，从极轴到直线 l 的角是 $\frac{\pi}{6}$，则直线 l 的极坐标方程是什么？

问题二

如何通过曲线 C 的极坐标方程研究曲线 C 的对称性？

设曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\rho(\theta)$.

若满足 $\rho(\theta)=\rho(-\theta)$，则曲线 C 关于_____对称.

若满足 $\rho(\theta)=\rho(\pi-\theta)$，则曲线 C 关于_____对称.

若满足 $\rho(\theta)=\rho(\pi+\theta)$，则曲线 C 关于_____对称.

自主测评

1. 过极点且斜率为 1 的直线 l 的极坐标方程为 (　　)

A. $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\geqslant 0)$　　B. $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho>0)$

C. $\theta=\frac{5\pi}{4}(\rho\in\mathbf{R})$　　D. 以上都对

2. 极坐标方程为 $2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$ 的曲线，其直角坐标方程是_____.

3. 极坐标方程 $(\rho-1)(\theta-\pi)=0$ $(\rho\geqslant 0)$ 表示的图形是 (　　)

A. 两个圆

B. 两条直线

C. 一个圆和一条射线

D. 一条直线和一条射线

疑点归纳

同一条直线的直角坐标方程与极坐标方程有什么联系？同一条直线在不同坐标系下的方程对你有什么启示？

在自主学习过程中，你还有什么困惑，请记录在问题卡上，和你的老师、同学交流解决.

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

直线的极坐标方程有哪些形式？

1. 直线过极点，且极轴到该直线的角为 α，则该直线的极坐标方程是什么？

2. 过点 (ρ_1,θ_1) 且垂直于极轴的直线的极坐标方程是什么？

3. 过点 (ρ_1,θ_1) 且平行于极轴的直线的极坐标方程是什么？

4. 过点 (ρ_1,θ_1) 且和极轴成 θ 角的直线的极坐标方程是什么？

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题四

研究本学时内容用到的方法是什么？

从直线的极坐标方程的概念到直线的极坐标方程的得到，其中运用了什么研究方法？蕴含了什么数学思想方法？

展题设计

展题 1　(1)求过点 $A(a,\pi)(a>0)$ 且垂直于极轴的直线 l 的极坐标方程.

(2)求过点 $A(a,0)(a>0)$ 且垂直于极轴的直线 l 的极坐标方程.

指导要求:根据直线 l 与极轴的垂直关系及 ρ,θ 的几何意义进行求解.

展题 2　(1)求过点 $A\left(2,-\frac{\pi}{2}\right)$ 且平行于极轴的直线 l 的极坐标方程.

(2)求过点 $A\left(2,\frac{\pi}{4}\right)$ 且平行于极轴的直线 l 的极坐标方程.

(3)求过点 $A\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$ 且平行于极轴的直线 l 的极坐标方程.

指导要求:根据点 A 的位置及 ρ,θ 的几何意义来求解.

展题 3　求过点 $A\left(3,\frac{\pi}{3}\right)$ 且和极轴成 $\frac{3\pi}{4}$ 角的直线 l 的极坐标方程.

指导要求:在 $\triangle OAM$ 中,利用正弦定理寻找 ρ,θ 之间的关系.

板块五　应用演练,再生新疑

分级设题,精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 极坐标方程 $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 表示的曲线是　(　　)

A. 一条射线　　B. 两条射线

C. 一条直线　　D. 两条相交直线

2. 在极坐标系中,已知一个圆的方程为 $\rho=12\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$,则过圆心且和极轴垂直的直线的极坐标方程为　(　　)

A. $\rho\sin\theta=3\sqrt{3}$　　B. $\rho\sin\theta=-3\sqrt{3}$

C. $\rho\cos\theta=-3$　　D. $\rho\sin\theta=3$

3. 将极坐标方程 $\rho^2\cos\theta-\rho=0$ 化为直角坐标方程为　(　　)

A. $x^2+y^2=0$ 或 $y=1$

B. $x=1$

C. $x^2+y^2=0$ 或 $x=1$

D. $y=1$

4. 在极坐标系中,点 $M\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$ 到曲线

$\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$ 上的点的距离的最小值为_____.

B. 能力提升

5. 在极坐标系中，与圆 $\rho=4\sin\theta$ 相切的一条直线的方程为 (　　)

A. $\rho\sin\theta=2$

B. $\rho\cos\theta=2$

C. $\rho\cos\theta=4$

D. $\rho\cos\theta=-4$

6. 已知曲线 C 与曲线 $\rho=5\sqrt{3}\cos\theta-5\sin\theta$ 关于极轴对称，则曲线 C 的方程为 (　　)

A. $\rho=-10\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$

B. $\rho=10\cos\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $\rho=-10\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

D. $\rho=10\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

7. (1) 在极坐标系中，直线 $\rho(\sin\theta-\cos\theta)=a$ 与曲线 $\rho=2\cos\theta-4\sin\theta$ 相交于 A，B 两点. 若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则实数 a 的值为_____.

(2) 在极坐标系中，圆 $\rho=8\sin\theta$ 上的点到直线 $\theta=\frac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$ 的距离的最大值是_____.

8. (1)(2018·北京) 在极坐标系中，直线 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=a(a>0)$ 与圆 $\rho=2\cos\theta$ 相切，则 $a=$_____.

(2)(2016·北京) 在极坐标系中，直线 $\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta-1=0$ 与圆 $\rho=2\cos\theta$ 交于 A，B 两点，则 $|AB|=$_____.

C. 拓展创新

9. (2017·全国卷Ⅱ) 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=4$.

(1) M 为曲线 C_1 上的动点，点 P 在线段 OM 上，且满足 $|OM|\cdot|OP|=16$，求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程；

(2) 设点 A 的极坐标为 $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$，点 B 在曲线 C_2 上，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

10. (1) 在极坐标系中，求点 $A\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ 到直线 $l:\rho(\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta)=6$ 的距离.

(2) 在极坐标系中，曲线 $C_1:\rho=4\sin\theta$，曲线 $C_2:\rho=8\sin\theta$. 已知射线 $\theta=\frac{\pi}{3}$ 与 C_1 的异于极点的交点为 A，与 C_2 的异于极点的交点为 B，求 $|AB|$.

11.(2019·全国卷Ⅱ)在极坐标系中,O为极点,点$M(\rho_0,\theta_0)(\rho_0>0)$在曲线$C:\rho=4\sin\theta$上,直线$l$过点$A(4,0)$且与$OM$垂直,垂足为$P$.

(1)当$\theta_0=\frac{\pi}{3}$时,求ρ_0及l的极坐标方程;

(2)当点M在曲线C上运动且点P在线段OM上时,求点P轨迹的极坐标方程.

再生新疑

1. 我们已经得到了直线和圆的极坐标方程,能否通过直角坐标与极坐标的互化方式,得到圆锥曲线的极坐标方程?

2. 如何建立极坐标系,使圆锥曲线的极坐标方程简洁明了,其中涉及的圆锥曲线的统一定义又是什么?