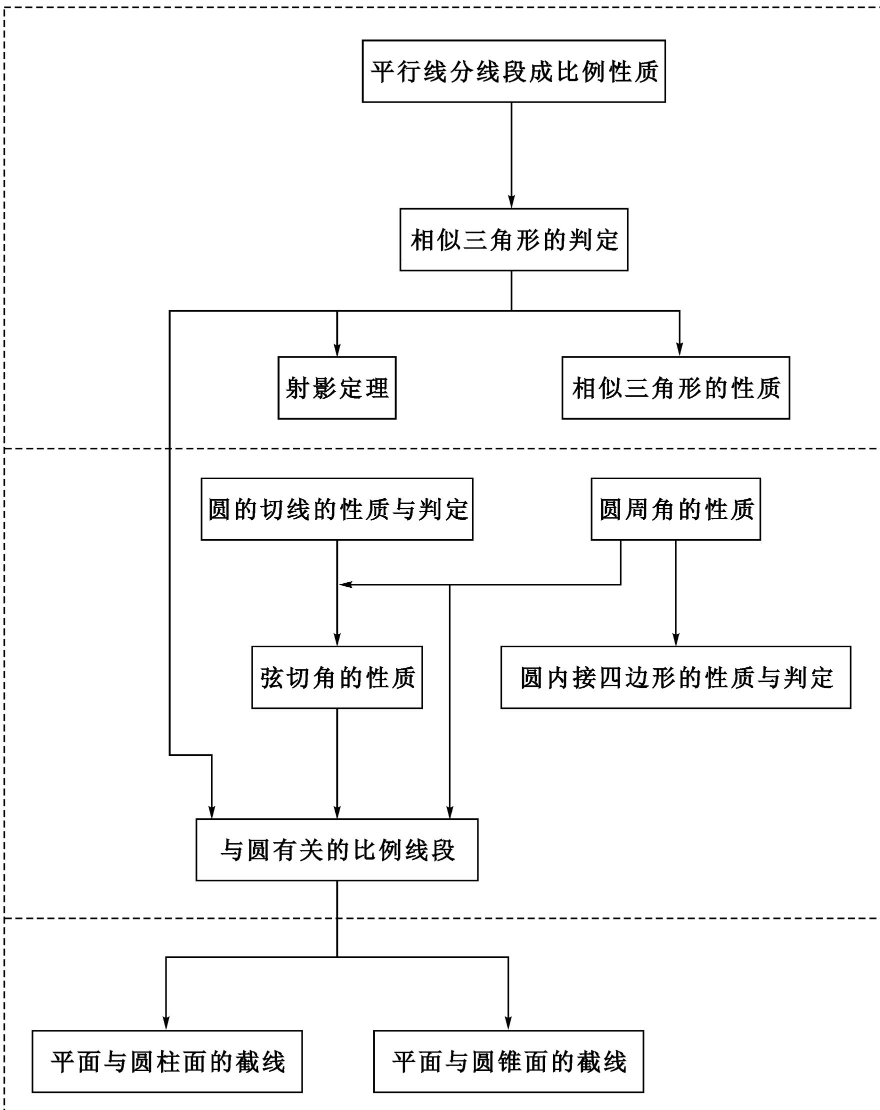
模块整体感悟

模块知识梳理



学法点拨

几何证明是培养逻辑推理能力的最好载体，几何证明过程包含着大量直观、想象、探究和发现的因素，有利于培养同学们的创新意识．本专题从复习相似图形的性质入手，证明一些反映圆与直线关系的重要定理，并通过对圆锥曲线性质的进一步探索，提高空间想象能力、几何直观能力和运用综合几何方法解决问题的能力．在本专题的学习中，要注意根据教材安排的学习线索，研究有关定理的发现过程和证明过程，并要善于总结和概括相应的数学思想方法．特别要注意在“研究什么问题”和“如何研究这些问题”上多作探索，切忌为了多做几个几何题而忽视定理的发现过程．

第一讲　相似三角形的判定及有关性质

本讲学习导航

先行一步，步步先行

内容概要

本讲主要包括平行线等分线段定理、平行线分线段成比例定理、相似三角形的判定及性质和直角三角形的射影定理四部分内容.教材采用观察图形、提出猜想、加以论证的方式给出了平行线等分线段定理及平行线分线段成比例定理.又通过数形结合的形式给出了两个定理的推论，并通过例题说明了两个定理的应用.对于相似三角形的判定及性质这一部分，教材直接给出了相似三角形的定义以及简单的判定方法，并进行了论证，从而引出了三个判定定理，并进行了严格证明，这是本讲的重点.教材中以设问的形式引出了相似三角形的判定定理，且直接给出了相似三角形的性质定理并加以证明；通过研究实例，给出了直角三角形的射影定理.

《课程标准》要求

内容标准	学习要求
了解平行截割定理.	1. 了解平行线等分线段定理产生的背景，体验定理的产生过程. 2. 探索并理解平行线等分线段定理的证明过程，能独立证明平行线等分线段定理的推论1、推论2. 3. 了解平行线分线段成比例定理产生的背景，体验定理的产生过程. 4. 探索并理解平行线分线段成比例定理的证明过程，理解定理的本质，理解定理的推论. 5. 正确表述平行线分线段成比例定理与平行线等分线段定理的联系和区别. 6. 体会数学证明的必要性.
复习相似三角形的定义与性质，证明直角三角形的射影定理.	1. 理解相似三角形的定义. 2. 理解预备定理的本质；理解相似三角形判定定理的提出及证明过程；理解直角三角形相似的判定定理的提出及证明过程. 3. 理解相似三角形的性质的提出及证明过程. 4. 理解射影定理，能应用定理解决相关的几何问题.

学法指导

1. 重视对从特殊到一般的思考方法的理解、使用. 一个数学命题的发现往往来自于对特例的观察和概括，通过特例常常更容易发现条件与结论的内在本质联系. 将一个数学问题特殊化，通过对特殊情形的研究还可以得出对一般结论的猜想，以及对一般问题解决方法的启示.

2. 注意体会公理化思想的应用，增进对数学证明的意义的理解，体会为证明相似三角形的判定定理，如何追溯到平行线等分线段定理，构建逻辑体系，确认相似三角形的判定定理的正确性.

第一学时　平行线等分线段定理

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

在填各种表格时，为了书写整齐，常要打格，若要在 20 cm 宽的一张长方形纸上，画出等宽的 6 个格子，该如何画呢？一种作法是计算出每格的宽度再画分点，由于 20 cm 除以 6 是除不尽的，这样作分点通常会有误差. 若要求准确找出分点，你能办到吗？

材料链接

1. 古希腊人在研究几何学时，为减少人的感官误差带来的判断错误，在作图时不允许使用带刻度的直尺，只允许用无刻度直尺和圆规作为工具作图. 任意画出一条线段，你能仅以铅笔、直尺（没有刻度）和圆规为工具，将其等分成三段、四段或五段吗？你可以查阅几何《原本》或《平面几何》了解相关内容.

2. 平行直线的性质常常是通过对第三方的影响来反映的. 比如我们在平面几何中研究两条平行直线截第三条直线时，有同位角相等、内错角相等等性质. 现在我们考虑：如果是一组等间隔平行线截两条直线，会得到平行线的哪些性质呢？你可以借助直尺在印有平行线的信纸上任意画两条直线，看能发现哪些性质. 可以参考过去研究几何中关于图形位置关系中“平行”的性质的方法.

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

平行线等分线段定理的内容是什么？你能区分清楚它的条件和结论吗？

请大家仔细阅读教材 p2、p3 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 平行线等分线段定理条件中的平行线有何特征？如何理解“一组平行线在一条

直线上截得的线段相等”所反映的这组平行线的特征？

2. 平行线等分线段定理的结论中“其他直线”与条件中被一组平行线截得相等线段的“直线”间可以有怎样的位置关系？

问题二

平行线等分线段定理的推论 1、推论 2 的内容是什么？你能区分清楚它们的条件和结论吗？

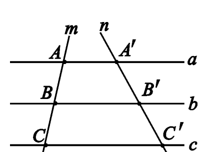
请大家仔细阅读教材 p3、p4 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 如果视推论 1 为平行线等分线段定理的特例的话，这里“一组平行线”中是几条平行线？

2. 如果视推论 2 为平行线等分线段定理的特例的话，“一组平行线”外的两条直线有怎样的位置关系特征？

自主测评

1. 用符号语言表述平行线等分线段定理，即如图所示，已知 $a/\!/b/\!/c$，直线 m,n 分别与 a,b,c 相交于点 A,B,C 和 A',B',C'. 如果 $AB=BC$，那么__________.



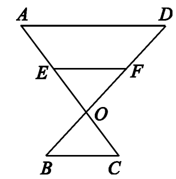
2. 如图所示，已知 $BC=a$ cm，且 $AD/\!/EF/\!/BC$，$AE=EO=OC$，则 AD 等于　(　　)

A. a cm

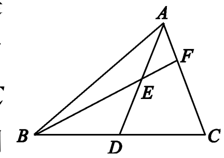
B. $2a$ cm

C. $3a$ cm

D. $\frac{3}{2}a$ cm



3. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线，E 是 AD 的中点，BE 的延长线交 AC 于点 F，则 $AF∶AC=$________.



疑点归纳

同学们，教材中“平行线等分线段定理”是分类证明的，你有自己的证明思路吗？你是否想过：如果不分类，能否证明该定理呢？除此以外，你还有哪些困惑，请记录在问题卡上. 记得在课上或课下要及时解决哦！

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

平行线等分线段定理是如何证明的呢？证明过程中用到了哪些数学思想呢？

1. 在平行线等分线段定理的证明过程中，分类的标准是什么？这里的分类是否覆盖了所有的情形？

2. 在平行线等分线段定理的证明过程中，使用了从特殊到一般的方法. 你如何理解证明过程中特例的选择？这种选择是唯一的吗？

问题四

对于推论1、推论2,你是否真正理解了它们的本质？

1.推论1、推论2可以视为平行线等分线段定理的特例,你如何理解？能否以推论1来证明推论2？或由推论2来证明推论1呢？

2.能否独立证明推论1或推论2？以此为基础再证明平行线等分线段定理呢？

板块四 展示交流,探究问题

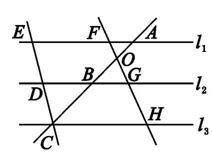
提高分析问题、解决问题的能力

问题五

通过对教材p4、p5例1和例2的学习,你认为应用平行线等分线段定理及其推论可以解决哪些几何问题？你能发现这两道例题是分别通过什么样的方法才促成了平行线等分线段定理的使用吗？

展题设计

展题1 如图所示,$l_1 // l_2 // l_3$,那么下列结论中错误的是 (   )



A.由$AB=BC$,可得$FG=GH$

B.由$AB=BC$,可得$OB=OG$

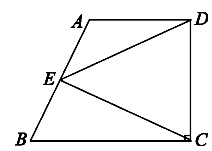
C.由$CE=2CD$,可得$CA=2CB$

D.由$GH=\frac{1}{2}FH$,可得$CD=DE$

指导要求:我们学习了平行线等分线段定理,在一个具体问题中如何使用该定理解决问题呢？你是否能通过“平行线等分线段定理”的基本图形来识别平行线组截得的线段呢？

展题2 如图,在梯形$ABCD$中,$AD // BC$,$DC \perp BC$,E为AB的中点.

求证:$EC=ED$.



指导要求:当没有“平行线等分线段定理”的基本图形时,你能创设条件使其出现平行线等分线段定理的基本图形吗？这是使用定理证明问题的重要方法,大家可尝试创设条件.

展题3 教材p4、p5例2中创设条件证明三角形中位线定理的方法称为“同一法”.你是否能想出别的证明方法呢？

指导要求:作辅助线是打通条件与结论的重要手段.对条件中有“中点”时如何作辅助线你有什么体会呢？

归纳总结

1. 同学们，本学时的研究内容与初中平面几何的哪些内容紧密相关？同学们学到了哪些新知识？你知道为什么要学习这些知识吗？

2. 通过本学时的学习，我们知道了在研究平行线性质时，如何提出有研究价值的问题. 从特殊到一般研究一组平行线截另一组直线的性质，你还在哪些问题的研究中用过这种思考方法？

3. 当平行线组不是等距离平行线组时，又有何性质呢？你能从平行线等分线段定理的证明中获得启发吗？

知识结构：

- 基本知识：平行线等分线段定理
  - 推论1
  - 推论2
- 基本方法
  - 从特殊到一般的思考方法
  - 同一法
- 基本应用
  - 实际问题中抓住平行线等分线段定理的基本图形
  - 利用平行线传递线段等分

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

1. 下列命题中正确的有　　(　　)

①一组平行线截两条直线，所得到的平行线间的线段都相等；

②一组平行线截两条平行直线，所得到的平行线间的线段都相等；

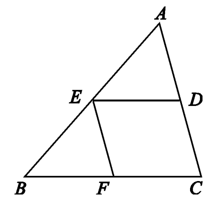
③三角形两边中点的连线必平行于第三边；

④梯形两腰中点的连线必与两底边平行.

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图，在△ABC 中，D 是 AC 的中点，DE // BC 交 AB 于点 E，EF // AC 交 BC 于点 F，则　　(　　)



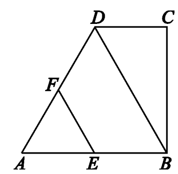
A. $BF>CF$

B. $BF=CF$

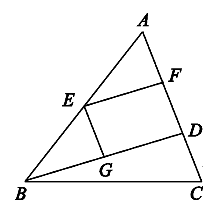
C. $BF<CF$

D. $BF\neq CF$

3. 如图所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，DC // AB，$CB\perp AB$，$AB=AD=a$，$CD=\frac{a}{2}$，E 为线段 AB 的中点，连接 BD，过点 E 作 EF // BD 交 AD 于点 F，则 $EF=$________.



4. 如图，在△ABC 中，E 是 AB 的中点，D 为 AC 上的点，且 $CD=\frac{1}{2}AD$，EF // BD，EG // AC 交 BD 于点 G. 若 $EG=2$ cm，则 $AC=$________；若 $BD=10$ cm，则 $EF=$________.



B. 能力提升

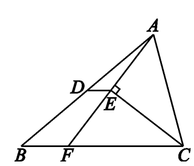
5. 如图所示，在△ABC 中，CE 平分 $\angle ACB$，$AE\perp EC$，延长 AE 交 BC 于 F，DE // BC，则 DE 等于　　(　　)

A. $BC-AC$

B. $AC-BF$

C. $\frac{1}{2}(AB-AC)$

D. $\frac{1}{2}(BC-AC)$

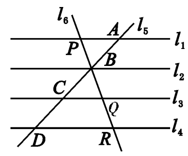


6. 在△ABC中，$AH \perp BC$于点H，E是AB的中点，$EF \perp BC$，垂足为F. 若$BH=4HC$，则FC和BF的关系是 （　　）

A. $2FC=5BF$　　B. $3FC=2BF$

C. $2FC=BF$　　D. $2FC=3BF$

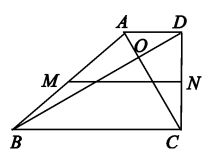
7. 如图，已知直线$l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3 /\!/ l_4$，$l_5$分别交$l_1$，$l_2$，$l_3$，$l_4$于$A$，$B$，$C$，$D$，且$AB=BC=CD=3$ cm，过B的直线l_6交l_1于P，交l_3于Q，交l_4于R，且$BQ=2$ cm，则QR等于 （　　）



A. 2 cm　　B. 3 cm

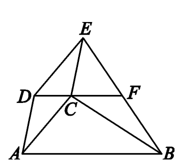
C. $\frac{5}{2}$ cm　　D. 5 cm

8. 如图所示，在梯形$ABCD$中，$AD /\!/ BC$，对角线AC与BD垂直且相交于点O，MN是梯形$ABCD$的中位线，$\angle DBC=30°$，求证：$AC=MN$.

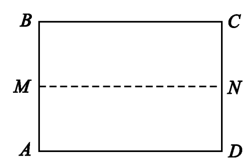


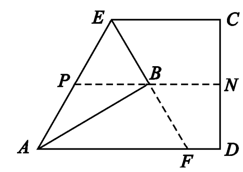
C. 拓展创新

9. 如图所示，以梯形$ABCD$的对角线AC及腰AD为邻边作▱$ACED$，DC的延长线交BE于点F，求证：$EF=BF$.

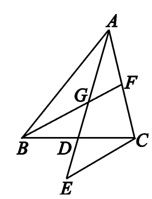


10. 用一张矩形纸，你能折出一个等边三角形吗？如图，先把矩形纸$ABCD$对折，设折痕为MN；再把点B叠在折痕线上，得到Rt△ABE，沿着EB线折叠，就能得到等边△EAF. 想一想，这是为什么？

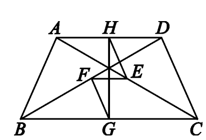




11. 如图所示，在△ABC中，AD，BF为中线，AD，BF交于点G，过C作$CE /\!/ FB$交AD的延长线于E，求证：$AG=2DE$.



12. 如图所示，在梯形$ABCD$中，$AD /\!/ BC$，且$AB=CD$，E，F分别为对角线AC，BD的中点，分别过E，F作$EH /\!/ DC /\!/ FG$交两底于H，G，求证：EF与GH互相垂直平分.



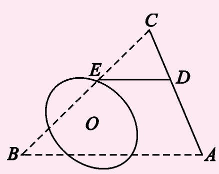
第二学时　平行线分线段成比例定理

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

同学们，如图，A，B 两点之间隔有湖泊 O，为了求出点 A 到点 B 的距离，我们先找一点 C，量得 $CA=60$ m，在 CA 上取点 D，量得 $CD=24$ m，再作 $DE\parallel AB$，并使 C，E，B 三点在同一条直线上，量得 $DE=32$ m，这时我们就可以求出点 A 到点 B 的距离．点 A 到点 B 的距离具体如何求呢？学完本学时后你就可以解决了．



材料链接

1．我们在过去的学习过程中接触过线段的比值，研究线段的比是几何学中很重要的内容之一．例如在线段的长度定义中，为度量线段的长度，首先要选定单位线段，再考虑需要度量的线段与单位线段的比值．除线段相等之外，大量的情形是不相等的，在不等时知道它们的比值可以更准确地反映不同线段间长度的关系．利用线段的比还可以刻画点在线段所在直线上的位置．古希腊人在研究几何学时，为减少人的感官误差带来的判断错误，在作图时不允许使用带刻度的直尺，只允许用无刻度直尺和圆规作为工具作图．任意画出一条线段，仅以铅笔、直尺（没有刻度）和圆规为工具，你能将其分成 1 2 3 的三段吗？或2 3 5的三段呢？你可以查阅几何《原本》或《平面几何》，了解相关内容．

2．平行直线的性质常常是通过对第三方的影响来反映的．现在我们考虑：如果是一组不等间隔平行线截两条直线，会有哪些性质呢？你可以借助直尺在印有平行线的信纸上任意画两条直线，看能发现哪些性质？首先面对的是不等间隔平行直线间相对位置关系如何刻画？这可以用它们间距离的相对比值反映，也可以用它们在一条线段上截得线段的比反映它们的相对位置关系；再看“平行性”对截另一直线的影响，看可以获得哪些性质．可以参考过去研究几何中关于图形位置关系中“平行”的性质的方法．

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

平行线分线段成比例定理的内容是什么？你能区分清楚它的条件和结论吗？

请大家仔细阅读教材 p5～p7 的有关内容，思考并回答下列问题：

1．平行线分线段成比例定理条件中的平行线有何特征？它们的相对位置确定吗？你如何理解“三条平行线在一条直线上截得的线段的比例”所起的作用？

2. 平行线分线段成比例定理中的“两条直线”间可以有怎样的位置关系?

问题二

平行线分线段成比例定理的推论的内容是什么?你能区分清楚它的条件和结论吗?

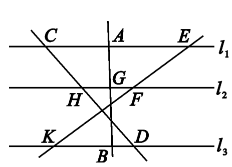
请大家仔细阅读教材p7、p8的有关内容,思考并回答下列问题:

1. 如果视推论为平行线分线段成比例定理的特例的话,这里“截其他两边(或两边的延长线)”的平行线中是几条平行线?

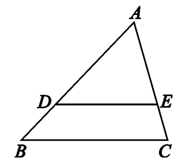
2. 平行线分线段成比例定理中“三条平行线”可以改为“一组平行线”吗?若可以,你能重新叙述“平行线分线段成比例定理”吗?

自主测评

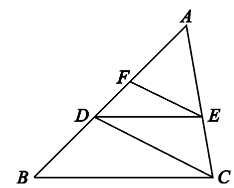
1. 如图所示,$l_1 // l_2 // l_3$. 若 $CH=a$, $AG=b$, $BG=c$, $EF=d$, 则 $DH=$______, $FK=$______, $DH+FK=$________.



2. 如图,在△ABC中,$DE // BC$. 若 $AE:EC=7:3$, 则 $DB:AB=$________.



3. 如图,在△ABC中,作平行于BC的直线交AB于D,交AC于E,连接CD,过E作$EF // CD$交AB于F,求证:$AD^2=AF\cdot AB$.



疑点归纳

同学们,学完本学时后,考考你对定理的理解.请问:在平行线分线段成比例定理中,“所得对应线段成比例”的含义仅指 $AB:BC=DE:EF$(教材图1－8)吗?(不是,还包括 $AB:AC=DE:DF$, $BC:AC=EF:DF$)

板块三 合作互助,共析问题

发展创新思维,形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

平行线分线段成比例定理对特殊情形“$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$”是如何证明的呢?证明过程中用到了哪些数学思想呢?

1. 平行线分线段成比例定理对特殊情形“$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$”,证明中是如何化归为平行线等分线段的情形进行证明的?你能利用这样的方法对“$\frac{AB}{BC}=\frac{3}{5}$”的情形进行证明吗?

2. 在对平行线分线段成比例定理的特殊情形“$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$”的证明中，对“$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，$\frac{BC}{AC}=\frac{EF}{DF}$”的证明用到了比例的性质，不利用比例的性质能证明这两个等式吗？

问题四

对于推论，你是否真正理解了它的本质？

1. 推论可以视为平行线分线段成比例定理的特例，你如何理解？

2. 你能否独立证明推论（比如用面积法证明推论），再以此为基础证明平行线分线段成比例定理？

板块四　展示交流，探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题五

你在完成教材 p9 中的“探究”时，是否会采用从特殊到一般的思考方法呢？如果采用这样的思考方法，你将如何特殊化呢？提出你的研究思路.

问题六

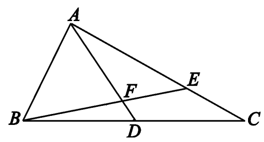
在学习了平行线分线段成比例定理及其推论后，你是否想过相反的问题？例如：“如果三条直线截两条直线所得的对应线段成比例，那么这三条直线互相平行”是否成立呢？可以先从推论开始，自己画图研究.

问题七

通过对教材 p7～p9 例 1、例 2 和例 3 的学习，你认为应用平行线分线段成比例定理及其推论可以解决哪些几何问题？你能发现例题中是分别通过什么样的方法创设条件才促成了平行线等分线段定理的使用的？

展题设计

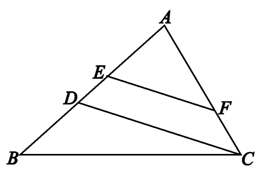
展题1 (1)如图所示，AD 是△ABC 的中线，E 是 CA 边的三等分点，BE 交 AD 于点 F，则 $AF∶FD$ 等于 (　　)



A. 2∶1　　B. 3∶1

C. 4∶1　　D. 5∶1

(2)如图所示，在△ABC 中，$EF∥CD$，$\angle AFE=\angle B$，$AE=6$，$ED=3$，$AF=8$. 求：①AC 的长；②$CD∶BC$.

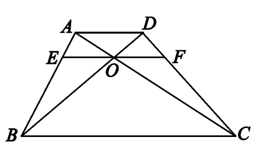


指导要求：我们学习了平行线分线段成比例定理，在一个具体情境里如何使用该定理解决问题呢？你是否能识别“平行线分线段成比例定理”的基本图形、识别平行线组截得的线段呢？学会创造使用平行线分线段成比例定理的条件，构造平行线进行等比转化是解决问题的关键.

展题2 如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD∥BC$，EF 经过梯形对角线的交点 O，且 $EF∥AD$.

(1)求证：$OE=OF$；

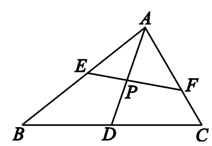
(2)求 $\dfrac{OE}{AD}+\dfrac{OE}{BC}$ 的值；



(3)求证：$\dfrac{1}{AD}+\dfrac{1}{BC}=\dfrac{2}{EF}$.

指导要求：本题要证明的结论比较多，在平行线分线段成比例定理下可得出多个结论，要注意观察各结论间的关系.

展题3 如图，在△ABC中，D，E，F 分别是 BC，AB，AC 上的点，AD，EF 交于点 P. 若 $BD=DC$，$AE=AF$，求证：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{PF}{PE}$.



指导要求：没有现成的平行线分线段成比例定理的适用条件，能否通过作辅助线，构造平行线分线段成比例定理的条件呢？

归纳总结

1. 本学时学习了平行线分线段成比例定理及其推论，同学们能总结出平行线分线段成比例定理及其推论的应用要点与注意事项吗？如果有困难，可以再仔细阅读教材例题的分析，在那里，你会找到答案的.

2. 学完教材 p8 例 2 后，你是否想过：如果已知两条线段，如何作出第三条线段，且第三条线段是前两条线段的比例中项？认真研读教材例 2 后即可以解决这一问题.

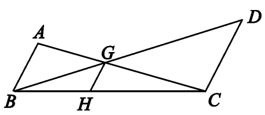
板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

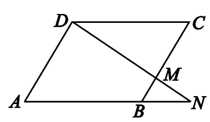
1. 如图所示，AC 与 BD 交于 G，$AB/\!/GH/\!/CD$，H 在 BC 上. 若 $AB=2$，$CD=3$，则 GH 的长是 (　　)



A. $\frac{5}{2}$　　B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{6}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

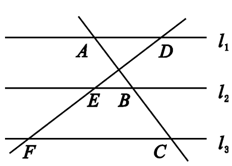
2. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，N 是 AB 延长线上一点，DN 与 BC 交于 M，则 $\frac{BC}{BM}-\frac{AB}{BN}$ 的值为 (　　)



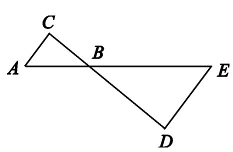
A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

3. 如图，已知 $l_1/\!/l_2/\!/l_3$，直线 AC，DF 与 l_1，l_2，l_3 分别交于 A，B，C 和 D，E，F. 若 $\frac{AB}{BC}=\frac{m}{n}$，则 $\frac{DE}{DF}=$________.



第 3 题图



第 4 题图

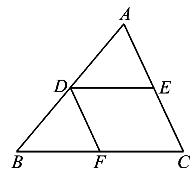
4. 如图，AE 与 CD 交于 B，已知 $\angle A=\angle E$，$\frac{AB}{EB}=\frac{1}{2}$，$BD=8$，则 $BC=$________.

B. 能力提升

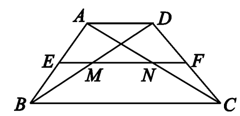
5. 如图，点 D，E，F 分别在 AB，AC，BC 上，且 $DE/\!/BC$，$DF/\!/AC$，则下列结论成立的是 (　　)

A. $\frac{AD}{BD}=\frac{DE}{BC}$　　B. $\frac{AE}{EC}=\frac{BF}{FC}$

C. $\frac{DF}{AC}=\frac{DE}{BC}$　　D. $\frac{EC}{AC}=\frac{BF}{BC}$



第 5 题图



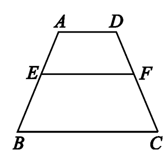
第 6 题图

6. 如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AD∶BC=a∶b$，中位线 $EF=m$，则图中 MN 的长为 (　　)

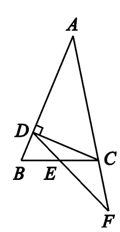
A. $\frac{m(a+b)}{a-b}$　　B. $\frac{m(a-b)}{a+b}$

C. $\frac{m(a-b)}{2(a+b)}$　　D. $\frac{m(b-a)}{a+b}$

7. 如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AD=2$，$BC=5$，点 E，F 分别在 AB，CD 上，且 $EF/\!/AD$. 若 $\frac{AE}{EB}=\frac{3}{4}$，则 EF 的长为________.



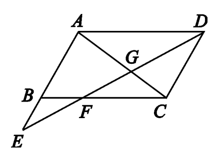
8. 如图，在 Rt△ABC 中，$CD\perp AB$，垂足为 D，E 为 BC 的中点，延长 AC，DE 交于点 F，求证：$\frac{AC}{BC}=\frac{AF}{DF}$.



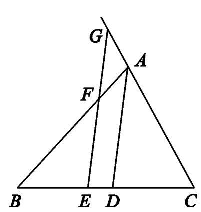
C. 拓展创新

9. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的内角平分线，点 D 在边 BC 上，求证：$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$.

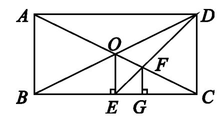
10. 如图，在▱$ABCD$ 中，延长 AB 到 E，使 $BE=\frac{1}{2}AB$，连接 ED 分别交 BC，AC 于 F，G，求 $EF:FG:GD$.



11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD 平分 $\angle BAC$，E 为底边 BC 上任意一点，过 E 作与 AD 平行的直线，交 CA 的延长线于 G，交 AB 于 F，求证：$\frac{BE}{BF}=\frac{CE}{CG}$.



12. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 O，$OE\perp BC$ 于点 E，连接 DE 交 AC 于点 F，作 $FG\perp BC$ 于点 G. 求 $BG:GC$.



再生新疑

同学们，教材中在对“平行线分线段成比例定理”的特殊情形“$\frac{AB}{BC}=\frac{2}{3}$”进行证明时，是转化为平行线间距离相等的情形后完成证明的. 对 $\frac{AB}{BC}=\frac{n}{m}$（$n$，$m$ 是互质的正整数）或 $\frac{AB}{BC}=$实数时，能否给出证明？你是否想过：如果考虑一般情形，能否证明该定理呢？比如采用向量法能否给出证明？除此以外，你在学习的过程中还有哪些疑问呢？

第三学时　相似三角形的判定

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

为了测量树高 DM，可以在平地上找出与树足 D 成一直线的两点 A 和 B，现垂直于地面立两根杆 AA'，BB'，使 A' 和 B' 与树梢 M 在同一直线上. 如果设 $AD=m$，$AB=n$，$AA'=a$，$BB'=b$，那么你是否可以求出树高呢？

材料链接

1. 生活中经常会遇到形状相同的图形，例如原来的照片和放大后的照片，用不同比例尺绘制的同一机械零件的图样等，它们具有大小不同、形状相同的特征，这使我们对“相似图形”有了认识. 你还能回忆起两个三角形相似的数学定义吗？它是如何刻画“形状相同、大小不同”的？

2. 对应角相等、对应边成比例的两个多边形叫做相似多边形. 两个相似多边形的任意一组对应边的比叫做相似比（也叫做相似系数）.

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

预备定理的内容是什么？你能区分清楚它的条件和结论吗？

请大家仔细阅读教材 p10、p11 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 预备定理中与原三角形相似的三角形具有什么特点？它实际上给出了一种寻找与已知三角形相似的三角形的方法，你注意到了吗？

2. 与预备定理中新构成的△ADE 全等的三角形和原△ABC 是相似三角形吗？为什么？

问题二

判定定理 1、2、3 的内容是什么？你能区分清楚它们的条件和结论吗？

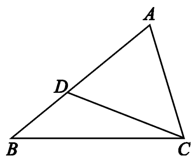
请大家仔细阅读教材 p11～p14 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 引理的条件中对应线段成比例一定是$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$吗？

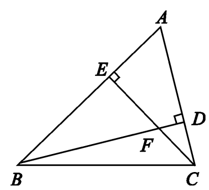
2. 当两个三角形分别有两边对应成比例时，能推出这两个三角形相似吗？如果不能，必须增加怎样的条件？

自主测评

1. 如图，已知在$\triangle ABC$中，D是AB上一点，连接CD，要使$\triangle ACD$　$\triangle ABC$，只需添加条件________（只需写出一个合适的条件）.



2. 如图，BD，CE是$\triangle ABC$的高，BD，CE相交于点F，写出图中所有与$\triangle ACE$相似的三角形.



疑点归纳

同学们，学完本学时的内容后，再考你几个问题：所有的直角三角形都相似吗？所有的等腰三角形都相似吗？所有的等腰直角三角形都相似吗？所有的有一个角是30°的等腰三角形都相似吗？这里只有所有的等腰直角三角形都相似.你答对了吗？

你还有哪些困惑，请记录在问题卡上，和老师、同学交流解决.

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

如何证明预备定理和判定定理1？证明过程中用到了哪些数学思想？

1. 在判定定理1的证明中，是如何作辅助图形创造使用预备定理条件的？在$\triangle ABC$的边AB上截取$AD=A'B'$的目的是什么？

2. 你认为判定定理1的证明中最关键的步骤是什么？从图形特征看，可以视预备定理为判定定理1的特殊情形吗？在认真研究的基础上给出自己的解释.

问题四

如何证明判定定理2、3？你理解其证明的要点吗？

1. 在判定定理2的证明中，是如何构造辅助图形创造使用引理条件的？与判定定理1的证明过程有什么区别呢？

2. 你是否想过利用判定定理1证明判定定理2呢？你是否想过利用预备定理证明判定定理2呢？自己尝试去探究.

3. 在判定定理 3 的证明中，是如何构造辅助图形创造使用预备定理条件的？与判定定理 1、2 的证明过程有什么区别呢？你是否想过利用判定定理 1 或判定定理 2 证明判定定理 3 呢？自己尝试去探究.

4. 由一般三角形获得的相似三角形的判定定理对直角三角形适用吗？判定两个直角三角形相似的条件可以得到怎样的简化呢？

板块四　展示交流，探究问题

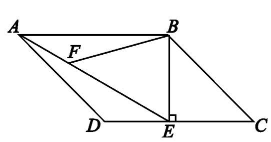
提高分析问题、解决问题的能力

问题五

通过对例题的学习，对何时使用预备定理，何时使用判定定理 1、2、3 来判定两个三角形相似能作出自己的解释吗？对如何作辅助线创设条件使用定理你有怎样的解释？

展题设计

展题 1　如图所示，在▱$ABCD$ 中，过点 B 作 $BE\perp CD$，垂足为 E，连接 AE，F 为 AE 上一点，且 $\angle BFE=\angle C$.



(1)求证：$\triangle ABF\backsim\triangle EAD$；

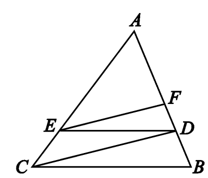
(2)若 $AB=4$，$\angle BAE=30^\circ$，求 AE 的长；

(3)在(1)、(2)的条件下，若 $AD=3$，求 BF 的长.

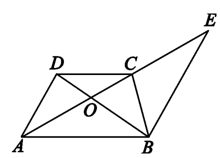
变式　四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 F 在 BA 的延长线上，连接 CF 交 AD 于点 E. 求证：$\triangle CDE\backsim\triangle FAE$.

指导要求：在证明三角形相似的多个判定定理中，要学会对照具体问题的条件选择合适的定理作为依据去证明.

展题 2　(1)如图所示，点 D 在 AB 上，且 $DE\parallel BC$ 交 AC 于点 E，点 F 在 AD 上，且 $AD^2=AF\cdot AB$. 求证：$\triangle AEF\backsim\triangle ACD$.



(2)如图所示，已知在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，AC，BD 相交于点 O，$BE\parallel AD$ 交 AC 的延长线于点 E，求证：$OA^2=OC\cdot OE$.



指导要求：在证明两个三角形相似时往往可以选择不同的证明方法. 比如本题中你可以选择用判定定理 2，也可以选择用预备定理进行证明. 尝试一题多解可以锻炼解题的灵活性，加深对定理条件的理解.

归纳总结

1. 本学时学习了相似三角形判定定理，你能总结一下在什么样的条件下可考虑使用哪条判定定理吗？如果有困难，可以再研究一下教材中的例题，分析判定定理的条件，看看各判定定理条件的特征.

2. 在研究了相似三角形的判定定理后，你能总结一下有关相似三角形的基本图形吗？尝试从你研究过的例题、习题图形中分析总结出相似三角形的基本图形.

3. 你能对本学时研究过的例题、习题进行分类吗？比如从题目的结论上看，从条件上看，或从图形上看问题的特征，尝试做出自己的习题分类.

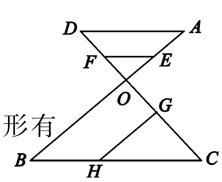
板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

A. 基础巩固

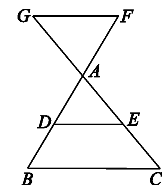
1. 如图所示，$AD\parallel EF\parallel BC$，$GH\parallel AB$，则图中与△$BOC$相似的三角形有（　　）



A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

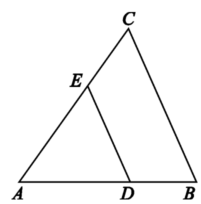
2. 如图所示，△ABC∽△ADE∽△AFG，DE是△ABC的中位线，△ABC与△AFG的相似比是$3∶2$，则△ADE与△AFG的相似比是（　　）



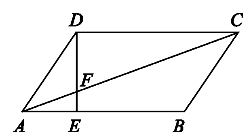
A. $3∶4$　　B. $4∶3$

C. $8∶9$　　D. $9∶8$

3. 如图，在△ABC中，D，E分别为AB，AC边上的点，且$DE\parallel BC$，则△ADE ________，这两个三角形的对应角相等，即$\angle A$＝________，$\angle ADE$＝________，$\angle AED$＝________. 若$AD=5$，$DB=3$，则△ADE与△ABC的相似比是________.



第3题图

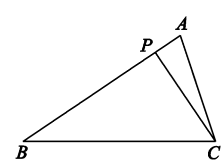


第4题图

4. 如图，在平行四边形$ABCD$中，点E在AB上，且$EB=2AE$，AC与DE交于点F，则$\dfrac{\triangle CDF\text{的周长}}{\triangle AEF\text{的周长}}=$________.

B. 能力提升

5. 如图，在△ABC中，P为AB上一点，在下列四个条件中：①$\angle ACP=\angle B$；②$\angle APC=\angle ACB$；③$AC^2=AP\cdot AB$；④$AB\cdot CP=AP\cdot CB$.

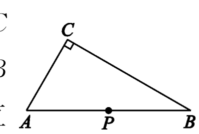


其中能判定△APC与△ACB相似的条件是（　　）

A. ①②④　　B. ①③④

C. ②③④　　D. ①②③

6. 如图，P是Rt△ABC斜边AB上任意一点（A，B两点除外），过P点作一直线，使截得的三角形与Rt△ABC相似，这样的

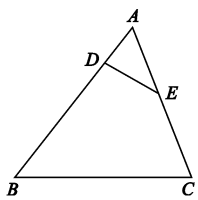


直线可以作　（　　）

A. 1 条　　B. 2 条

C. 3 条　　D. 4 条

7. 如图，在 △ABC 中，点 D，E 分别在 AB，AC 边上，下列条件能判定 △ADE 与 △ACB 相似的有　（　　）



①$\angle AED=\angle B$；

②$\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AE}{AB}$；

③$\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AE}{AB}$；

④$DE /\!/ BC$.

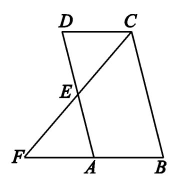
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 F 在 BA 的延长线上，连接 CF 交 AD 于点 E.

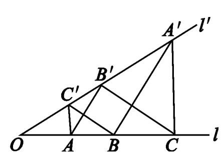
(1)求证：△CDE　△FAE；

(2)当 E 是 AD 的中点，且 $BC=2CD$ 时，求证：$\angle F=\angle BCF$.



C. 拓展创新

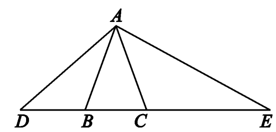
9. 如图，已知点 A，B，C 在 $\angle O$ 的一边 l 上，点 A'，B'，C' 在 $\angle O$ 的另一边 l' 上，并且直线 $AB' /\!/ BA'$，$BC' /\!/ CB'$. 求证：$AC' /\!/ CA'$.



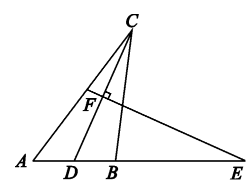
10. 如图，在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，D 为 CB 延长线上一点，E 为 BC 延长线上一点，满足 $AB^2=DB\cdot CE$.

(1)求证：△ADB　△EAC；

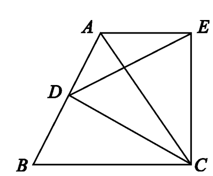
(2)若$\angle BAC=40°$，求$\angle DAE$ 的度数.



11. 如图，CD 平分$\angle ACB$，D 在 AB 上，F 为 CD 的中点，CD 的中垂线 EF 交 AB 的延长线于点 E. 求证：$ED^2=EB\cdot EA$.



12. 如图，在等边△ABC 中，D 是 AB 上的动点，以 CD 为一边向上作等边△EDC，连接 AE，求证：$AE /\!/ BC$；若将等边△ABC 改变成以 BC 为底边的等腰三角形，所作△EDC 改为相似于△ABC. 试问：是否仍有 $AE /\!/ BC$？证明你的结论.



第四学时　相似三角形的性质

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

问题呈现

任意作一个三边长之比为3∶5∶7的三角形，只采用无刻度直尺和圆规作为辅助工具，你能作出周长为l的与已作三角形相似的三角形吗？

材料链接

1. 在几何学中研究特定图形、特定图形关系的判定和性质是最重要的内容之一．在过去研究“性质”时，都是在已知图形特征或已知图形关系时看能得到哪些结论，这些结论都可以视为“性质”．在探寻性质时不局限在已给图形或图形关系上，也常将视线放宽，去研究已给图形或已给图形关系对第三方的影响，来间接反映图形或图形关系的性质．你可以查阅过去学过的平面几何、立体几何知识，看如何研究“性质”．

2. 与已给三角形有关的第三方就图形来看，可以考虑高、中线、角平分线、外接圆、内切圆等；与已给三角形有关的第三方就度量值来看，除边的关系外，可以考虑周长、面积等．

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

相似三角形的性质定理的内容是什么？你能区分清楚它的条件和结论吗？

请大家仔细阅读教材p16～p18的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 相似三角形的定义给出相似三角形的性质了吗？你能用性质定理的陈述方式表述吗？

2. 相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比，有人将此概括为“相似三角形对应线段的比等于它们的相似比”．你认为可以吗？后者包含的情形与前者完全等同吗？

问题二

研究教材 p18、p19“问题 1”“问题 2”得到的相似三角形的性质定理的内容是什么？你能区分清楚它们的条件和结论吗？

请大家仔细阅读教材 p18、p19 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 在两个三角形相似的条件下，由对应线段分割成的对应三角形都是相似三角形吗？

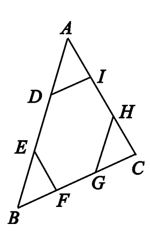
2. 在两个三角形相似的条件下，由已给两三角形各自能唯一确定的对应图形中（如外接圆、内切圆、旁切圆等）一定有对应线段的比等于相似比吗？

自主测评

1. 在$\triangle ABC$中，$DE /\!/ BC$ 分别交 AB，AC 于点 D，E，且 $S_{\triangle ADE}=S_{梯形BCED}$，则 $AD∶DB$ =________.

2. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$，相似比为 3∶2，$BC$ 边上的中线长为 8 cm，则对应边 B_1C_1 上的中线长为________.

3. 如图，D，E，F，G，H，I 是$\triangle ABC$ 三边的三等分点，$\triangle ABC$ 的周长是 l，则六边形 $DEFGHI$ 的周长是________.



疑点归纳

同学们学完本学时的内容后会注意到，相似三角形判定定理 1、2、3 的条件、结论互换后仍然成立，那么对于相似三角形的性质定理，当条件、结论互换后还成立吗？

你还有哪些困惑，请记录在问题卡上，和老师、同学交流解决.

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

相似三角形的性质定理是如何证明的？证明过程中用到了哪些数学思想呢？

1. 研究相似三角形的性质就是研究在三角形相似的条件下，可以得到哪些结论. 那么首先可以得到的结论是什么呢？应该是三个内角对应相等，三边对应成比例，这是最基础、最重要的性质.“判定相似，得到对应线段的比相等”是本讲中重要的推理模式，其在相似三角形性质定理的证明中的使用，你注意到了吗？

2. 在证明相似三角形的面积比等于相似比的平方时，不利用“高的比等于相似比”可以吗？而教材中利用了“高的比等于相似比”，这样安排定理的证明顺序体现了怎样的数学思想呢？

问题四

研究教材p18、p19“问题1”“问题2”得到的相似三角形的性质定理是如何证明的？你理解其证明的要点了吗？

1. 在证明两个相似三角形外接圆的直径比、周长比与相似比相等时，是如何创设条件，构造新的相似三角形，以相似三角形定义为性质传递等比的？

2. 对证明两个相似三角形外接圆的直径比、周长比与相似比相等，你还能给出别的证明方法吗？比如利用正弦定理证明可以吗？

板块四 展示交流，探究问题

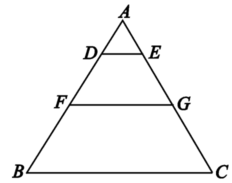
提高分析问题、解决问题的能力

问题五

通过对例题的学习，归纳总结如何使用相似三角形的性质定理？对如何作辅助线创设条件使用定理你有怎样的理解、体会？

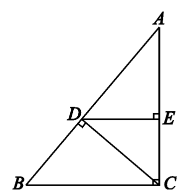
展题设计

展题1 如图所示，已知在$\triangle ABC$中，$DE \parallel FG \parallel BC$，$AD:DF:FB=2:3:4$，求$S_{\triangle ADE}:S_{四边形DEGF}:S_{四边形BCGF}$.



指导要求：在已知线段比时，引入参数表示比例式中各线段的长度，有利于解题过程的表达，这是常用的技巧.

展题2 如图所示，在$\text{Rt}\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$于点D，$DE\perp AC$于点E. 求证：$\dfrac{BC^2}{AC^2}=\dfrac{CE}{AE}$.



指导要求：通过发现相似三角形或创设条件构造相似三角形获得线段的等比关系式是证明线段比例关系常用的方法.

展题 3　已知△ABC的三边长分别是3 cm，4 cm，5 cm，和它相似的△$A'B'C'$的最长边为12 cm，求△$A'B'C'$内切圆和外接圆的面积.

指导要求：在涉及相似三角形有关元素的计算时，利用相似三角形的性质定理往往可使解题过程简化.

归纳总结

1. 利用相似三角形的性质，我们可以解决某些实际问题，如测量物体的高度、余料的利用、材料的最优利用等问题. 试与同学们一起参与社会实践，提出可以利用相似三角形的性质解决的问题.

2. 利用相似三角形的性质解题时，关键在于求出相似比，具体的论证过程往往是相似三角形的判定定理和性质定理的综合运用，试对自己研究过的例题、习题回顾总结，提炼解题方法.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

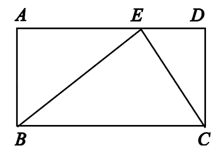
A. 基础巩固

1. 已知△ABC的三边长分别为$\sqrt{2}$，$\sqrt{6}$，2，△$A'B'C'$的两边长分别为1和$\sqrt{3}$. 如果△ABC∽△$A'B'C'$，那么△$A'B'C'$第三边的长应为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. 如图，在矩形$ABCD$中，E是AD上任意一点，则一定有（　　）



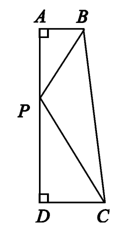
A. △ABE的周长＋△CDE的周长＝△BCE的周长

B. △ABE的面积＋△CDE的面积＝△BCE的面积

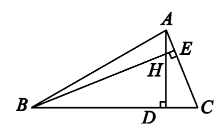
C. △ABE∽△DEC

D. △ABE∽△EBC

3. 如图，在直角梯形$ABCD$中，$AD=8$，$AB=2$，$DC=3$，$\angle A=\angle D=90°$. 若△PAB和△PCD相似，则$AP=$________.

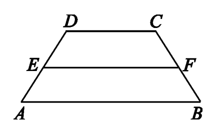


4. 如图所示，在△ABC中，$\angle ABC=30°$，高AD，BE相交于点H，则$\frac{BH}{AC}$的值等于________.

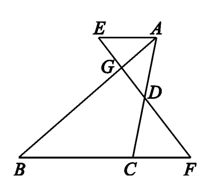


B. 能力提升

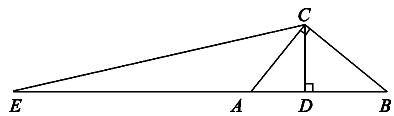
5. 如图，在梯形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，$AB=4$，$CD=2$，E，F分别为AD，BC上的点，且$EF=3$，$EF\parallel AB$，则梯形$ABFE$与梯形$EFCD$的面积之比为________.



6. 如图，在△ABC中，D为AC边上的中点，$AE\parallel BC$，ED交AB于点G，交BC的延长线于点F. 若$BG:GA=3:1$，$BC=10$，则AE的长为____.

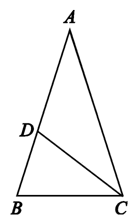


7. 如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，CD是高，在△ABC外作$\angle ACE$，使$\angle ACE=\angle ACD$，且E在BA的延长线上，求证：
$CE^2∶BE^2=AD∶BD$.



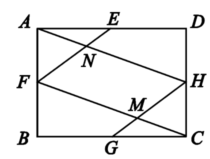
C. 拓展创新

8. 如图，在△ABC中，$AB=AC$，D为腰AB上一点，$AD=DC$，且$AD^2=AB\cdot BD$，求证：$\angle A=36°$.

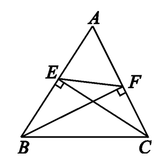


9. 已知正方形$ABCD$的边长为1，P是CD边上的中点，点Q在线段BC上，设$BQ=k$，是否存在这样的实数k，使得以Q，C，P为顶点的三角形与△ADP相似？若存在，求出k的值；若不存在，请说明理由.

10. 如图，E，F，G，H是矩形$ABCD$四边的中点，EF，AH交于点N，GH，FC交于点M，$AD=8$ cm，$AB=6$ cm，求四边形$NFMH$的面积.



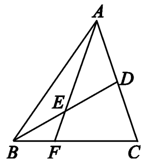
11. 如图，在△ABC中，$CE\perp AB$于点E，$BF\perp AC$于点F. 若$S_{△ABC}=36$ cm²，$S_{△AEF}=4$ cm²，求$\sin A$的值.



12. 如图,在△ABC 中,D 是 AC 的中点,E 是 BD 的中点,AE 的延长线交 BC 于点 F.

(1)求$\frac{BF}{FC}$的值;

(2)若△BEF 的面积为 S_1,四边形 $CDEF$ 的面积为 S_2,求 $S_1:S_2$.



再生新疑

1. 同学们阅读教材后可以知道,相似三角形对应高、角平分线、中线的比等于相似比,即相似三角形对应线段的比等于相似比.大家是否想过,借助与三角形有关的元素是否也可以判定两三角形相似呢?尝试提出判定方法并证明.

2. 大家知道,两全等三角形经过移动或转动可以重合.那么两相似三角形有何特征呢?试着进行探究.

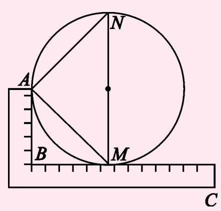
第五学时　直角三角形的射影定理

板块一　创设问题，引领目标

导入问题，直指学时重点

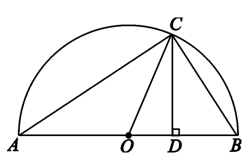
问题呈现

同学们，图中 ABC 是一把测径器，$\angle ABC$ 是直角，AB 的长等于 a，BC 上有以 B 为零刻度的均匀刻度，A 在圆上，BC 与圆相切于点 M. 如果 $BM=l$，你能证明直径 $MN=\dfrac{a^2+l^2}{a}$ 吗？



材料链接

1. 在研究算术平均数与几何平均数间的关系时，曾经给出过其几何解释. 在所给图形（如图所示，AB 为半圆 O 的直径，$CD\perp AB$）中有哪些相似三角形，有哪些线段的比例关系. 借助此图，对任意作出的两条线段 a，b，你能否作出一条线段等于它们的比例中项？



2. 在研究向量时，我们研究过两个向量数量积的几何意义. 比如向量 $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 的数量积的几何意义是向量 $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影与 $\overrightarrow{AB}$ 的长度的乘积.

板块二　自学思疑，初探问题

尊重认知规律，亲历感悟知识生成

教材导读

问题一

如何理解图形的射影？

请大家仔细阅读教材 p20 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 以光线投影为背景的“点的射影”的数学含义是什么？

2. “线段的射影”的含义是什么？任意作一个直角三角形，此图形中有线段的射影吗？你能作出任意两边在第三边上的射影吗？

问题二

射影定理的内容是什么？你能区分清楚它的条件和结论吗？

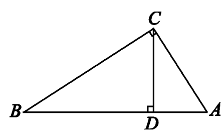
请大家仔细阅读教材 p20、p21 的有关内容，思考并回答下列问题：

1. 你如何理解射影定理中“射影”的意义？为什么叫做射影定理？

2. 射影定理中，第一条是关于直角三角形两直角边在斜边上射影的结论，第二条是关于一条直角边在斜边上射影的结论. 还有别的线段可以理解为射影吗？比如有没有斜边的射影呢？

自主测评

1. 射影定理常用于直角三角形中的证明和求值. 如图所示，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，CD 是 AB 边上的高，已知 $AD=4$，$BD=9$，则由射影定理，得 $CD^2=$________，$AC^2=$________.



2. 射影定理"直角三角形斜边上的高是两直角边在斜边上射影的比例中项"的逆定理是________________________.

疑点归纳

在教材图 1—34 中，边 AC，BC 在边 AB 上的射影之和恰好为 AB，那么对任意△ABC，这一结论还成立吗？一般地，设三角形三边长分别为 a，b，c，所对的三个角分别为 A，B，C，则有 $a=b\cos C+c\cos B$，$b=$________，$c=$________. 这一性质也称为射影定理，你能给出证明吗？记录在问题卡上并与同学讨论.

板块三　合作互助，共析问题

发展创新思维，形成主动探究与合作的意识和能力

问题三

如何证明射影定理？证明过程中用到了哪些数学思想？

1. 教材中是如何证明 Rt△ACD∽Rt△CBD 的？

2. 两个直角三角形相似的条件少，只需一个锐角对应相等即可. 为发现更多的相似直角三角形，重点利用的条件是什么？

问题四

如果着眼于边，那么又将如何证明射影定理呢？

1. 对于 Rt△ACD 和 Rt△CBD，是否可以证明它们的直角边对应成比例呢？

2. 如果想利用对应直角边成比例来发现、证明两个直角三角形相似，重点利用的条件是什么？

板块四 展示交流,探究问题

提高分析问题、解决问题的能力

问题五

通过对教材 p21、p22 例题的学习,对如何使用射影定理能作出自己的总结吗?对射影定理应用中的基本图形有概括吗?

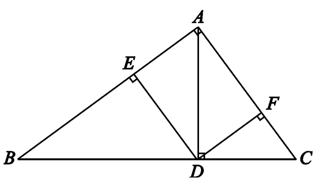
展题设计

展题 1 如图所示,在 Rt△ABC 中,$\angle BAC=90°$,$AD\perp BC$ 于点 D,$DF\perp AC$ 于点 F,$DE\perp AB$ 于点 E.求证:

(1)$AB\cdot AC=AD\cdot BC$;

(2)$AD^3=BC\cdot BE\cdot CF$;

(3)$\dfrac{AB^3}{AC^3}=\dfrac{BE}{CF}$.



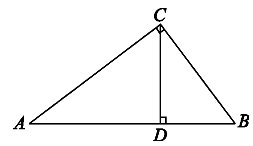
指导要求:在涉及直角三角形中比例关系证明问题时,注意发现射影定理的基本图形.可以先由射影定理列出相关等式,再对照题设、结论分析,往往会发现证明思路.

展题 2 (1)用射影定理证明勾股定理.

已知:在 Rt△ABC 中,$\angle BCA=90°$.

求证:$AC^2+BC^2=AB^2$.

(2)如图,设 CD 是 Rt△ABC 的斜边 AB 上的高.



求证:①$\dfrac{AC^2}{CB^2}=\dfrac{AD}{DB}$;

②$CA\cdot CD=CB\cdot AD$.

指导要求:面对直角三角形条件下与射影有关的线段等式时,若没有利用射影定理的基本图形,有时可以考虑作辅助线创设条件应用射影定理.

归纳总结

1.本学时在学习相似三角形的基础上学习了直角三角形的射影定理.同学们能总结出射影定理的使用技巧和注意事项吗?如果你觉得有困难,可以再仔细阅读教材例题的分析,或研究做过的习题,最后解决问题.

2.对解题中的某些复杂的几何关系,如果不好识别,找不到解题思路时,可以借助《几何画板》研究,会带来启发的.

板块五　应用演练，再生新疑

分级设题，精选精练

分层演练

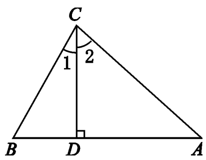
A. 基础巩固

1. 在 Rt△ABC中，CD，CE 分别是斜边 AB 上的高和中线，其中共有 x 个三角形与△ABC相似，则 x 等于 (　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

2. 如图，在△ABC中，$CD\perp AB$ 于 D. 已知下列条件：①$\angle 1=\angle A$；②$\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{DB}{CD}$；③$\angle B+\angle 2=90°$；④$BC∶AC∶AB=3∶4∶5$. 其中一定能确定△$ABC$为直角三角形的有 (　　)

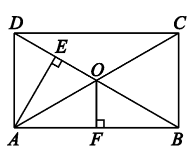


A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$a-b=1$，$\tan A=\dfrac{3}{2}$，其中 a，b 分别是$\angle A$ 和$\angle B$ 的对边，则斜边 AB 上的高 $h=$________.

4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AE\perp BD$，$OF\perp AB$，$DE∶EB=1∶3$，$OF=a$，则对角线 BD 的长为________.



B. 能力提升

5. 在△ABC中，$CD\perp AB$ 于点 D，下列条件中不能判定△ABC为直角三角形的是 (　　)

A. $AC=2$，$AB=2\sqrt{2}$，$CD=\sqrt{2}$

B. $AC=3$，$AD=2$，$BD=3$

C. $AC=3$，$BC=4$，$CD=\dfrac{12}{5}$

D. $AC=\sqrt{21}$，$BC=2$，$AD=\dfrac{21}{5}$

6. 在 Rt△ABC中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$，垂足为 D. 若 $BC=m$，$\angle B=\alpha$，则 AD 的长为 (　　)

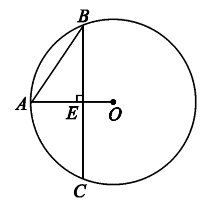
A. $m\sin\alpha$

B. $m\cos\alpha$

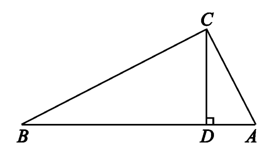
C. $m\sin\alpha\cos\alpha$

D. $m\sin\alpha\tan\alpha$

7. 如图，AB，BC 是$\odot O$ 的两条弦，$AO\perp BC$，垂足为 E，$AB=\sqrt{3}$，$BC=2\sqrt{2}$，则$\odot O$ 的半径等于________.

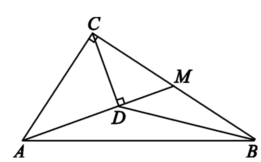


8. 如图，CD 是 Rt△ABC 的斜边 AB 上的高，求证：$CD\cdot AC=BC\cdot AD$.



C. 拓展创新

9. 如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，M 是 BC 的中点，$CD\perp AM$ 于点 D，连接 BD，求证：△AMB∽△BMD.

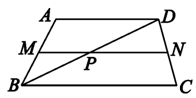


10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$AD=a$，$BC=b$，过 BD 上一点 P 作 $MN/\!/BC$ 分别交 AB，DC 于点 M，N. 若 $\frac{AM}{MB}=\frac{m}{n}$，

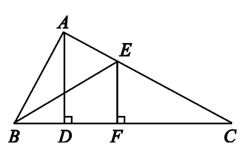
(1)计算 PM，PN 的长；

(2)当 $\frac{a}{b}=\frac{m}{n}$ 时，PM 与 PN 有怎样的关系？

(3)在什么条件下才能得到 $MN=\frac{1}{2}(a+b)$？



11. 如图，在△ABC 中，$AD\perp BC$ 于点 D，BE 平分∠ABC 交 AC 于点 E，$EF\perp BC$ 于点 F，且 $BD\cdot CF^2=CD\cdot EF^2$，求证：$\frac{EF}{DF}=\frac{BC}{AC}$.



再生新疑

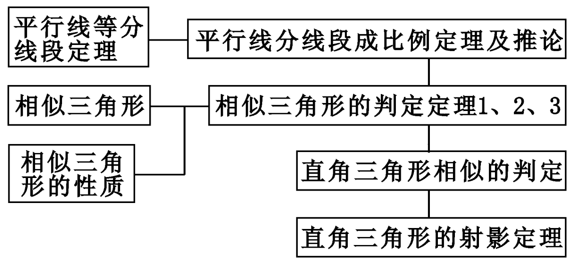
1. 在此之前，我们已经研究过一般三角形中的边角关系：正弦定理、余弦定理. 你是否想过利用正弦定理、余弦定理研究教材 p21 图 1－34 中线段之间的关系呢？试利用直角三角形中三角函数关系、勾股定理证明射影定理.

2. 你是否想过利用向量的方法研究教材 p21 图1－34中线段之间的关系，进而证明射影定理呢？试试吧！

3. 你是否想过利用坐标的方法研究教材 p21 图1－34中线段之间的关系呢？请你自己尝试研究.

第一讲学习报告

本讲知识结构网络：



指导要求：阅读教材 p23 的有关内容，并完成下列问题．在完成下列问题的基础上写出本讲的学习报告．

1．特殊性蕴含于一般性之中，一般性的规律往往可以通过特殊性表现出来．对特殊性的考察、特例的解决，常会获得解决问题的突破．本讲中哪些地方采用了由特殊到一般的研究方法？举例说明．

2．相似三角形判定定理的证明采用了化归的思想方法．在具体问题的研究中，还有哪些地方可采用化归的思想方法？试举例说明．

3．在利用相似三角形的性质或平行线分线段成比例定理求线段长时，若条件复杂，常采用方程的思想，设未知数，利用比例关系建立方程求解．你能举出相关的例题、习题吗？

4．数形结合是数学中重要的思想方法，平行关系、相似关系与比例关系正是数与形的关系，解析法、三角法、向量法都是实现数形结合的主要方法．你尝试过用这些方法解决本讲的问题吗？研读本讲的问题，尝试应用．

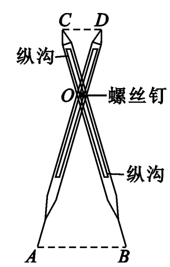
数学探究活动

体验数学研究的过程和创造的激情

数学文化

相似三角形的应用——比例规介绍

依据比例线段和相似三角形原理，可以制作常见的画图工具——比例规，以下介绍比例规的构造原理和应用方法. 比例规的主要作用是按一定的比例迅速地放大或缩小已知线段. 它由长度相等的两脚 AD 和 BC 构成（见图），两脚的两端都是尖的，两脚中间都有一条纵沟，沟内装有一个螺丝钉 O. 螺丝钉放松时，它可以在沟内滑动，螺丝钉转紧时，它可以固定在沟的任何地方. 螺丝钉的位置固定在点 O 后，两脚可以绕 O 转动. 在纵沟的旁边刻有数字，这个数字表示$\frac{OA}{OD}$或$\frac{OB}{OC}$的值.



如果要缩小线段 l 成为$\frac{1}{3}l$，应先把螺丝钉 O 固定在两条纵沟边都刻有“3”的位置，然后把两脚分开，使尖端 A，B 分别落在线段 l 的两个端点，这时$\angle AOB=\angle DOC$，即等腰$\triangle OAB$和等腰$\triangle ODC$的顶角相等，所以$\triangle OAB$ 　$\triangle ODC$，从而有$\frac{CD}{AB}=\frac{OD}{OA}=\frac{1}{3}$，$CD=\frac{1}{3}AB$. 即比例规的 C，D 两个尖端所决定的线段是按定比3 缩小 l 的线段. 这时，把比例规倒过来，在线段 l 上，从一端起连续截取等于 CD 的线段，这样就可以把线段 l 三等分. 如果要放大线段 l 为 $3l$，那么仍旧把螺丝钉固定在两条纵沟都刻有“3”的位置上，然后把两脚分开，使尖端 C，D 分别落在线段 l 的两个端点. 根据前面同样的原理，比例规的 A，B 两个端点所决定的线段是按规定比 3 放大 l 的线段.

利用比例规放大或缩小线段时，原线段和它的放大线段或缩小线段的长度还必须用有刻度的直尺来量，并且这些线段的长度必须在比例规两脚尖端所能指的范围内.

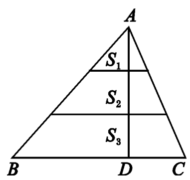
除此之外，你还能找出相似三角形的哪些应用？请同学们到图书馆（或上网）查找资料或通过社会实践作出自己的研究.

第一讲综合测试

（时间：90 分钟　满分：100 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．如图，将△ABC 的高 AD 三等分，过每一等分点作底边的平行线，这样把三角形分成三部分，则这三部分的面积之比 $S_1:S_2:S_3$ 等于（　　）



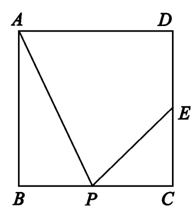
A．1∶2∶3

B．2∶3∶4

C．1∶3∶5

D．3∶5∶7

2．如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，E 是 CD 的中点，P 是 BC 边上一点．下列条件中，不能推出△ABP 与△ECP 相似的是（　　）



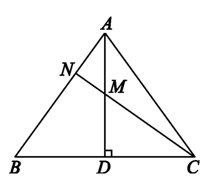
A．$\angle APB=\angle EPC$

B．$\angle APE=90^\circ$

C．P 是 BC 的中点

D．$BP:BC=2:3$

3．如图所示，在△ABC 中，$AB=AC$，AD 为 BC 边上的高，M 为 AD 的中点，CM 的延长线交 AB 于点 N，那么 $\frac{AN}{BN}$ 等于（　　）



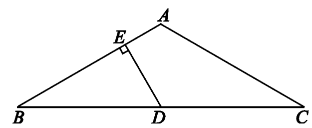
A．$\frac{1}{2}$

B．$\frac{2}{3}$

C．$\frac{2}{5}$

D．$\frac{1}{3}$

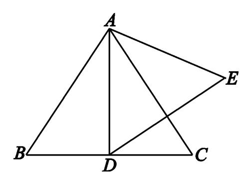
4．如图所示，在△ABC 中，若 $AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，D 是 BC 边的中点，$DE\perp AB$ 于点 E，则 $BE:AC$ 等于（　　）



A．3∶4　　B．4∶3

C．1∶2　　D．2∶3

5．如图所示，已知 $\angle BAD=\angle EDC=\angle EAC$，则下列表达式正确的是（　　）



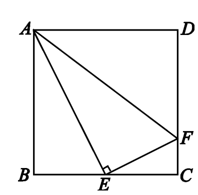
A．$\frac{AB}{AD}=\frac{DE}{AC}$

B．$\frac{AC}{AE}=\frac{AD}{AB}$

C．$\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$

D．$\frac{BC}{DE}=\frac{AE}{AC}$

6．如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，$AE\perp EF$，则下列结论正确的是（　　）



A．$\angle BAE=30^\circ$

B．$CE^2=AB\cdot CF$

C．$CF=\frac{1}{3}CD$

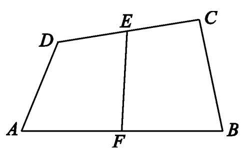
D. $\triangle ABE \backsim \triangle AEF$

7. 在梯形 $ABCD$ 中，$AD /\!/ BC$，高 $AH=6$，$\angle DBC=30^\circ$，$\angle ACB=45^\circ$，则梯形中位线的长是（　　）

A. 6　　B. $6+\sqrt{3}$

C. $3+3\sqrt{3}$　　D. $5+2\sqrt{3}$

8. 如图所示，在四边形 $ABCD$ 中，AD，BC 不平行，F，E 分别是 AB，CD 的中点，则 $2EF$ 与 $AD+BC$ 的关系是（　　）



A. $2EF=AD+BC$

B. $2EF>AD+BC$

C. $2EF<AD+BC$

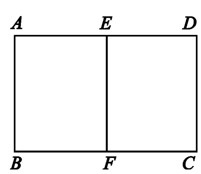
D. 无法判断

9. 在 $\triangle ABC$ 中，D，E 分别是 BC，AC 边的中点，AD，BE 相交于点 G. 若 $S_{\triangle GDE}=1$，则 $S_{\triangle ABC}$ 等于（　　）

A. 14　　B. 12

C. 10　　D. 16

10. 如图，将一个矩形纸片 $ABCD$ 沿 AD 和 BC 的中点连线 EF 对折，要使矩形 $AEFB$ 与原矩形相似，则原矩形的长与宽的比应为（　　）

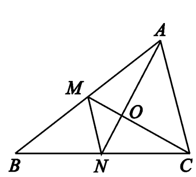


A. $1:\sqrt{2}$　　B. $1:\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}:1$　　D. $\sqrt{3}:1$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

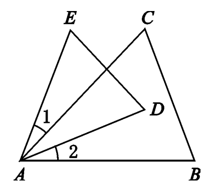
11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，M，N 分别是 AB，BC 的中点，AN，CM 交于点 O，那么 $\triangle MON$ 与 $\triangle AOC$ 面积的比是________.



12. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于 D，M 为 AD 的中点，CM 的延长线交 AB 于 N，那么 $AN:BN=$________.

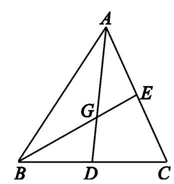
13. 两个三角形相似，它们的周长分别是 12 和 18，周长较小的三角形的最短边长为 3，则另一个三角形的最短边长为________.

14. 如图所示，已知 $\angle 1=\angle 2$，请补充条件：________（写一个即可），使得 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$.

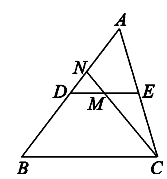


15. 平行于 $\triangle ABC$ 的边 AB 的直线交 CA 于点 E，交 CB 于点 F，若直线 EF 把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，则 $CE:CA=$________.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是 BC 边上的中线，BE 是 AC 边上的中线，且 AD，BE 交于点 G，那么 $\dfrac{S_{\triangle BDG}}{S_{\triangle ABC}}=$________.



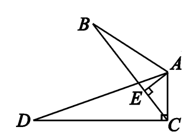
第 16 题图



第 17 题图

17. 如图，DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，M 是 DE 的中点，CM 的延长线交 AB 于点 N，则 $S_{\triangle DMN}:S_{四边形ANME}=$________.

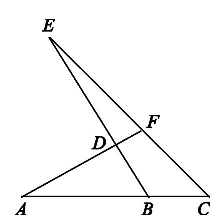
18. 如图，$\angle B=\angle D$，$AE\perp BC$，$\angle ACD=90^\circ$，且 $AB=6$，$AC=4$，$AD=12$，则 $AE=$_____.



三、解答题（本大题共 5 小题，共 46 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤）

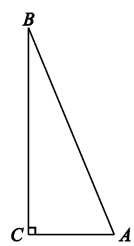
19.（本小题 8 分）

如图，已知 B 在 AC 上，D 在 BE 上，且 $AB:BC=2:1$，$ED:DB=2:1$，求 $AD:DF$.



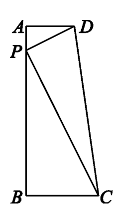
20.（本小题 8 分）

如图所示是$\angle C=90^{\circ}$，$AC=5$ dm，$BC=12$ dm 的一块三角形铁皮，现要把它裁成一块正方形，怎样设计才能使正方形的面积最大？



21.（本小题 10 分）

如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle A=90^{\circ}$，$AB=7$，$AD=2$，$BC=3$，问：在线段 AB 上是否存在点 P，使得以 P，A，D 为顶点的三角形和以 P，B，C 为顶点的三角形相似？若不存在，请说明理由；若存在，这样的 P 点共有几个？并求出 AP 的长.

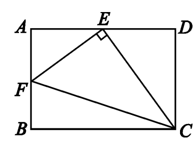


22.（本小题 10 分）

如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 为 AD 的中点，$EF\perp EC$ 交 AB 于 F，连接 FC（$AB>AE$）.

（1）$\triangle AEF$ 与 $\triangle ECF$ 是否相似？若相似，证明你的结论；若不相似，请说明理由.

（2）设$\dfrac{AB}{BC}=k$，是否存在这样的 k 值，使得$\triangle AEF$与$\triangle BFC$相似？若存在，证明你的结论，并求出 k 的值；若不存在，请说明理由.



23.（本小题 10 分）

如图所示，已知 AB 是$\odot O$ 的直径，$DA\perp AB$ 于 A，$DA\parallel BC$，且$\angle COD=90^{\circ}$. 求证：CD 是$\odot O$ 的切线.