整体感知

本册纵览

本册书的五章内容涉及《义务教育数学课程标准(2011年版)》中"数与代数""图形与几何""统计与概率""综合与实践"四个领域的内容.第十六章和第十九章属于"数与代数"领域,第十七章和第十八章属于"图形与几何"领域,最后一章属于"统计与概率"领域,这样安排有助于加强知识间的纵向联系.在各章具体内容的编写中,又特别注意加强各领域之间的横向联系.

二次根式是不同于整式、分式的另一类代数式,是代数式中重要的基本概念;相应地,二次根式的有关概念和性质,二次根式的乘除、加减运算和运算法则是学生需要掌握的内容.

勾股定理是人类文明史上的一项重大发现. 勾股定理非常简洁地表明了直角三角形中三边之间的关系. 勾股定理在数与形之间架设了一座桥梁,它可以帮助人们用代数方法研究几何问题,也可以用图形来展现某些代数问题中深奥的内涵.

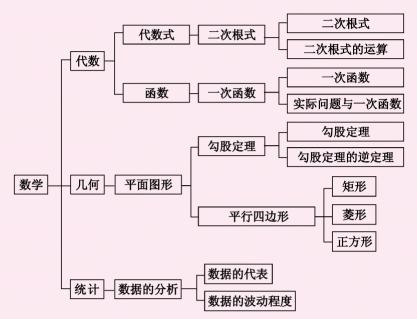
平行四边形是一种重要的常见图形. 学习与之有关的知识,不但开阔了我们的视野,更重要的是借助于平行四边形,进一步锻炼了我们的推理论证能力. 这里更加注重在理性分析的基础上进行演绎推理,更加重视严格的几何证明.

在一次函数的学习中,首先让大家探索具体问题中的数量关系和变化规律,了解常量、变量的意义,了解函数的概念和三种表示方法.在此基础上,再来学习一次函数的概念和性质.在本章"一次函数与方程、不等式"一节中,分别探讨了一次函数与一元一次方程、一次函数与一元一次不等式、一次函数与二元一次方程(组)之间的关系.

在七年级下册我们学习了"数据的收集、整理与描述","数据的分析"一章主要学习分析数据的集中趋势和离散程度的常用方法.在"数据的收集、整理与描述"中,我们学习了收集、整理和描述数据的常用方法,将收集到的数据进行分组、列表、绘图后,数据分布的一些面貌和特征就可以通过统计图表等反映出来.为了进一步了解数据分布的特征和规律,还需要计算出一些代表数据一般水平(典型水平)或分布状况的特征量.



知识要点



第十七章"勾股定理"主要研究勾股定理和勾股定理的逆定理,包括它们的发现、证明和应用.在此基础上,介绍逆命题、逆定理的概念.

第十八章"平行四边形",同三角形一样,平行四边形也是基本的平面图形.本章将在平行线、三角形的基础上进一步研究一些特殊的四边形,探索平行四边形、矩形、菱形、正方形的有关性质和常用的判定方法,并对有关结论进行推理证明,进一步发展学生的推理论证能力.

第十九章"一次函数"的主要内容包括正比例函数、一次函数的概念、图象和性质以及利用一次函数分析和解决实际问题等.

第二十章"数据的分析"主要研究平均数(主要是加权平均数)、中位数、众数以及方差等统计量的统计意义.

学习要求

了解二次根式的概念,理解二次根式的性质,掌握二次根式的加、减、乘、除运算及其运算法则,二次根式的化简,会用它们进行有关实数的简单四则运算.

体验勾股定理的探索过程,会运用勾股定理解决简单的实际问题;会运用勾股定理的逆定理判定直角 三角形;通过具体的例子了解逆命题、逆定理的概念,知道"原命题成立其逆命题不一定成立".

掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念,了解它们之间的关系;探索并掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的有关性质和常用的判定方法,并能运用这些知识进行有关的证明和计算.通过经历特殊四边形性质的探索过程,丰富从事数学活动的经验和体验,进一步培养合情推理能力.结合特殊四边形的性质和判定方法以及相关问题的证明,进一步培养和发展逻辑思维能力和推理论证能力.通过分析平行四边形与各种特殊平行四边形概念之间的联系与区别,认识到特殊与一般的关系,从而体会事物之间总是互相联系又互相区别的,进而培养辩证唯物主义观点.

通过简单的实例,了解常量、变量的意义,能结合实例了解函数的概念和三种表示方法;能结合具体情境体会一次函数的意义,会画一次函数的图象,理解一次函数的性质和变化规律,会运用一次函数解决实际问题;理解一次函数的研究思路,体会数形结合的数学思想和研究方法.进一步理解常量与变量之间的辩证关系和反映在函数概念中的运动变化的观点,进一步认识数形结合的思想方法.

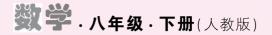
理解平均数、中位数和众数等统计量的统计意义。会计算加权平均数,理解"权"的意义,能选择适当的统计量表示数据的集中趋势。会计算方差,理解它的统计意义,会用它表示数据的波动情况。能用计算器的统计功能进行统计计算,进一步体会计算器的优越性。会用样本平均数、方差估计总体的平均数、方差,进一步感受抽样的必要性,体会用样本估计总体的思想。从事收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计活动,经历数据处理的基本过程,体验统计与生活的联系,感受统计在生活和生产中的作用,养成用数据说话的习惯和实事求是的科学态度。

结合教学内容,教材还提供了一些阅读材料,如:"海伦一秦九韶公式""勾股定理的证明""费马大定理" "科学家如何测算岩石的年龄""数据波动程度的几种度量"等,要认真阅读,以拓展视野,激发学习数学的 兴趣.

有的章节后面还安排了课题学习,如:"体质健康测试中的数据分析",它提供了将课堂中学到的知识用 到生活实践中的机会,要大胆实践,亲身感受数学源于生活,又在生活中大有可为.

学法指导

- 1. 数学是结构严密,注重推理的. 学习"平行四边形"时,要回顾以前学过的定义、公理、定理,深刻理解它们的内涵,回顾执果索因、由因导果以及"两头凑"的分析问题的方法,回顾直观感知到操作说理,合情推理到逻辑推理的发展历程,回顾总结证明的书写格式,进一步提升推理论证能力.
- 2. 勾股定理是十分重要而且有趣的定理. 勾股定理的发现与发展,道路曲折,故事迷人,证法多样,应用 广泛,要从中汲取养分,激发兴趣,触发灵感,增强学习数学的信心. 勾股定理为用代数方法解决几何问题,



用几何图形阐释代数问题的内涵提供了一种选择.要参与探索,敢于实践,在运用定理解决问题的过程中,使自己的知识得到检验,使自己的智慧得到发展,使自己的能力得到提高.

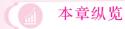
3. 要注意数形结合. 在学习"一次函数"和"平行四边形"知识时,要读题画图,数形结合地分析理解问题. 实际上,数形结合就是进行数学的文字语言、符号语言和图形语言之间的转化,发挥各种语言的优势,最终解决问题.

另外,也要注重运用转化、方程等数学思想,提升自己思维的高度.如学习"二次根式"一章,以算术平方根的意义为基础得到与二次根式有关的结论.运用勾股定理求边长,有时要借助方程求解.

4. 类比联想是一种很重要的学习方法. 数学知识之间是有紧密联系的,既有很大区别,又有许多相似之处. 用类比联想的方法分析知识之间的联系,能够使新、旧知识之间进行链接,形成新的知识网络,便于记忆,方便运用. 比如:平行四边形以及几种特殊的平行四边形(矩形、菱形与正方形)的性质林林总总、纷繁复杂,但是它们之间有许多相似之处. 如果用类比的方法,从边、角、对角线及对称性的角度进行归纳整理,就能条分缕析、简明易记.

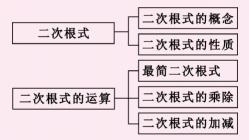
第十九章 二次根式

学习导航



二次根式是《义务教育数学课程标准(2011年版)》中"数与代数"领域的重要内容. 它与已学内容"实数" "整式"紧密联系,同时也是以后学习"勾股定理""一元二次方程"和"二次函数"等内容的重要基础. 本章通过对二次根式的概念、性质和运算法则等内容的学习,培养和提高学生的运算能力,促进学生的思维能力,发展学生认识事物一般规律的能力.

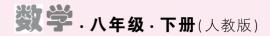
知识要点



本章的重点是二次根式的化简和运算,难点是正确理解二次根式的性质和运算法则的合理性.学习本章的关键是理解二次根式的概念和性质,它们是二次根式的化简与运算的依据.二次根式的性质和运算法则较多,在学习时要充分发挥学生自主学习的作用,通过经历、观察、思考、讨论等探究活动得出结论,感受数学再发现的过程,突出它们的数学本质.

学习要求

- 1. 了解二次根式的概念,知道二次根式中被开方数必须是非负数的理由.
- 2. 了解最简二次根式的概念.
- 3. 理解二次根式的性质: $\sqrt{a} \ge 0 (a \ge 0)$; $(\sqrt{a})^2 = a (a \ge 0)$; $(\sqrt{a^2} = a (a \ge 0))$.
- 4. 了解二次根式的加、减、乘、除的运算法则,会用它们进行简单的四则运算.
- 5. 了解代数式的概念,进一步体会代数式在表示数量关系方面的作用.





学法指导

在学习本章时要注意加强知识间的纵向联系,要对"有理数的运算律和运算法则在实数范围内仍然成立"有所体验,逐步体会运算法则和运算律在数的扩充过程中的一致性,并运用类比的方法展开学习.由于数式通性,所以在学习本章时,要及时对整式的加减及乘除进行必要的复习.同时要加强有关二次根式的练习,为后续学习打好基础.

16.1 二次根式



问题异学

如图所示是上海东方明珠 广播电视塔的一部分, 若圆形球 体在平面图上的面积为S,则半



请观察你所填写的式子,你

发现它的特点了吗? 让我们共同走进今天的课堂, 领略数学的魅力吧!



自主学习

② 教材导读

- 1. 俗话说:"温故而知新",学习新课之前,让我 们一起回顾复习,并回答下列问题:
- (1)什么叫做一个数的平方根?如何表示?什 么叫做一个数的算术平方根?如何表示?
 - (2) 16 的平方根是____,算术平方根是

 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是

- 2. 阅读教材 $p2 \sim p4$ 的有关内容,回答下 列问题:
- (1)教材 p2 第一个"思考"中所填写的结果有什 么特点?我们把填写的这些式子叫做什么呢?
- (2) 比较 \sqrt{a} 与 0 的大小, 你能说明其中的 道理吗?
- (3) 当 $a \ge 0$ 时, $(\sqrt{a})^2$ 和 $\sqrt{a^2}$ 的 值 分 别 表 示什么?

- 3. 阅读教材 p4 例 3 下面的内容,思考:什么样的 式子是代数式?等式和不等式是代数式吗?为什么?
- 4. 根据二次根式的定义,判断下列代数式中哪 些是二次根式?

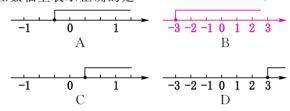
$$(1)\sqrt{\frac{2}{5}}; (2)\sqrt{-3.5}; (3)\sqrt{a^2+2};$$

(4)
$$\sqrt[3]{10}$$
; (5) $\sqrt{(-5)^2}$; (6) $\sqrt{b-a}$ (a>b);

$$(7)\sqrt{a^2+2a+1}$$
.

● 自主测评

1. 如果 $\sqrt{3a+1}$ 是二次根式,那么 a 的取值范围 在数轴上表示正确的是



- 2. 当 x = -2 时,二次根式 $\sqrt{-3x+10}$ 的值为
- 3. 若 x,y 为实数,且满足 $|x-3|+\sqrt{y+3}=0$,则 , 的值是_
- 4. 当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围 内有意义?
 - $(1)\sqrt{x+3}$;
- $(2)\sqrt{2x-5}$;

$$(3)\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}};$$

$$(3)\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}};$$
 $(4)\sqrt{\frac{5}{1+x^2}}.$

- 5. 计算:
- $(1)\sqrt{100}$; $(2)(\sqrt{9})^2$;
- $(3)\sqrt{81}$; $(4)\sqrt{(-5)^2}$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

@ 难点探究

- 1. 在二次根式 \sqrt{a} 中,字母 a 需要满足什么条件?
- 2. 当 a 是怎样的实数时, $\sqrt{a^2}$ 在实数范围内有 意义? $\sqrt{a^3}$ 呢?
- 3. $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 是一样的吗? 说说这两个式子 的区别与联系.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围

内有意义?

$$(1)\sqrt{\frac{1}{x-1}};$$
 $(2)\sqrt{x^2+1}.$

- 2. 填空:
- $(1)\sqrt{9} =$;

$$(2)\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 = \underline{\qquad};$$

$$(3)\sqrt{(-3)^2} =$$



归纳梳理

- 叫做二次根式,
- 2. 二次根式的性质: $(\sqrt{a})^2 = (a \ge 0)$.

当
$$a \geqslant 0$$
 时, $\sqrt{a^2} =$ ______;

当
$$a < 0$$
 时, $\sqrt{a^2} = |a| =$ _____.



深化拓展

● 基础巩固

- 1. 面积为 S 的正方形的周长是 (用代 数式表示).
- 2. $\overline{A}\sqrt{20m}$ 是一个正整数,则正整数 m 的最小 值是 .
- 3. 小红说: "因为 $\sqrt{4} = 2$, 所以 $\sqrt{4}$ 不是二次根 式."你认为小红的说法对吗? (填"对"或 "不对").
- 4. 若实数 a,b 满足 $a^2-6a+2\sqrt{2b-4}=-9$,则 $\sqrt{a^b}$ 的值为 ____.

⑥ 能力提升

- 5. 在实数范围内进行分解因式:
- $(1)x^2-3;$ $(2)x^4-4.$

6. 学习了二次根式后,小王认为: 当 x=m 时, $3-\sqrt{1-x}$ 有最大值,且最大值为n,你知道m,n的 值分别为多少吗?

- 7. 当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围 内有意义?

 - $(1)\sqrt{x+1}$; $(2)\sqrt{3x-2}$;
 - $(3)\sqrt{\frac{3}{2x+1}};$ $(4)\frac{\sqrt{3-2x}}{x}.$
- - 8. 计算:
 - $(1)(\sqrt{27})^2;$ $(2)-(\sqrt{3})^2;$
 - $(3)\left(\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)^2;$ $(4)\sqrt{10^{-4}}.$
 - 9. 先阅读,然后回答问题.
 - x 为何值时, $\sqrt{x(x-1)}$ 有意义?

解:要使 $\sqrt{x(x-1)}$ 有意义,需 $x(x-1) \ge 0$.

由乘法法则,得 $\begin{cases} x \geqslant 0, \\ x-1 \geqslant 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \leqslant 0, \\ x-1 \leqslant 0. \end{cases}$

解得 $x \ge 1$ 或 $x \le 0$,

即当 $x \ge 1$ 或 $x \le 0$ 时, $\sqrt{x(x-1)}$ 有意义.

体会解题思路后解答:x 为何值时, $\sqrt{\frac{x-2}{2x+1}}$ 有 意义?

- ⑥ 拓展创新
 - 10. 实践与探索:

(2)观察第(1)题的结果并填空:

当
$$a \ge 0$$
 时, $\sqrt{a^2} =$ ______;

当
$$a < 0$$
 时, $\sqrt{a^2} =$ ______;

(3) 利用你总结的规律,计算: $\sqrt{(x-2)^2}$ + $\sqrt{(x-3)^2}$,其中 2<x<3.

16.2 二次根式的乘除

第一学时



问题异学

交通警察通常根据 刹车后车轮滑过的距离 估计车辆行驶的速度, 所用的经验公式是 v= $16\sqrt{df}$,其中 v 表示车 速(单位:km/h),d 表示



刹车后车轮滑过的距离(单位:m), f表示摩擦因 数. 在某次交通事故调查中,测得 d=20 m, f=1. 2, 肇事汽车的车速大约是多少? $(\sqrt{6} \approx 2.4495, \sqrt{2})$ ≈1.414 2,结果精确到 0.01 km/h)



自主学习

数 教材导读

- 1. 阅读教材 p6 的有关内容,回答下列问题:
- (1)二次根式的乘法法则是什么? 在二次根式 的乘法法则中,字母 a,b 代表什么?
- (2)把二次根式的乘法法则反过来,它表示什 么呢?它的作用是什么?
- 2. 阅读教材 p7 的例 2 和例 3 的有关内容,回答 下列问题:
- (1)在例 2中,如何运用积的算术平方根的性质 进行二次根式的化简?
- (2)在例 3 中,如何根据二次根式的乘法法则进 行二次根式的乘法运算?

● 自主测评

1. 计算:

$$(1)\sqrt{5}\times\sqrt{7}$$
;

$$(2)\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{9}$$
;

$$(3)\sqrt{9}\times\sqrt{27}$$

$$(3)\sqrt{9} \times \sqrt{27};$$
 $(4)\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6};$

$$(5)\sqrt{9x^2y} \cdot \sqrt{y}$$

$$(5)\sqrt{9x^2y} \cdot \sqrt{y};$$
 $(6)\sqrt{5} \times \sqrt{(-3)^2}.$

2. 等式 $\sqrt{x+1}$ • $\sqrt{x-1} = \sqrt{(x+1)(x-1)}$ 成 立的条件是

A.
$$x \ge 1$$

B.
$$x \ge -1$$

- 3. 若直角三角形两条直角边的长分别为 $\sqrt{15}$ cm 和 $\sqrt{12}$ cm,则其面积是 cm².
- 4. 一个底面为 30 cm×30 cm 的长方体玻璃容 器中装满水,现将一部分水倒入一个底面为正方 形、高为 10 cm 的铁桶中, 当铁桶中装满水时, 容器 中的水面下降了 20 cm, 求铁桶的底面边长.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

@ 难点探究

在二次根式的乘法运算中,对结果有什么要求?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 已知 $m = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \times (-2\sqrt{21})$,则有 ()

- C. -5 < m < -4 D. -6 < m < -5
- 2. 化简, 使被开方数不含完全平方的因式(或 因数):
 - $(1)\sqrt{12}$; $(2)\sqrt{4a^3}$; $(3)\sqrt{a^4b}$.
- 3. 判断下列各式是否正确,不正确的请予
- $(1)\sqrt{(-4)\times(-9)} = \sqrt{-4}\times\sqrt{-9} = (-2)\times(-1)$ 3) = 6:

(2)
$$\sqrt{4\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = 4 \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{25} = 4\sqrt{\frac{12}{25}\times25} = 4\sqrt{12} = 8\sqrt{3}$$
.



归纳梳理

- 1. 二次根式的乘法法则:
- 2. 积的算术平方根:
- 3. 二次根式乘法的实质就是把二次根式的被 开方数相乘的积作为积的被开方数,再按照积的算 术平方根的性质以及 $\sqrt{a^2} = a(a \ge 0)$,将被开方数 中的每个因式(或因数)"开方"出来,使被开方数的 所有因式(或因数)的指数都小于 2.



深化拓展

● 基础巩固

- 1. 计算 $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} (\sqrt{3})^\circ$ 的结果为 ()
 - A. $2-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}-1$
- D. $\sqrt{2} \sqrt{3}$
- 2. 若 $\sqrt{50}$ \sqrt{a} 的值是一个整数,则正整数 a 的 最小值是
 - A. 1
- B. 2
- C. 3
- 3. 将式子 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}$ 中根号外的式子移入 根号内的正确结果是
 - A. $\sqrt{1-a}$ B. $\sqrt{a-1}$
 - C. $-\sqrt{1-a}$
- D. $-\sqrt{a-1}$
- 4. 自由落体运动的位移公式为 $s = \frac{1}{2}gt^2$ (s 为 物体的位移;g 为重力加速度,它的值为 10 m/s^2). 若物体自由下落的位移为 720 m,则下落的时间

⑥ 能力提升

5. 我们知道,设 a 与 b 分别表示两个正方形的 边长,如果有 $a^2 < b^2$,由实际可知,面积大的正方形, 它的边长也大. 因此有 a < b. 利用这种"平方法",我 们也可以比较两个二次根式的大小. 如 $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{5}$,由

于 3 < 5,所以 $\sqrt{3} < \sqrt{5}$.请你用这种方法比较大小: $(2) - 3\sqrt{2} - 5 - 2\sqrt{3}$. $(1)2\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{7}$;

8. 小明的妈妈和小明做了一个小游戏,小明的 妈妈说:"如果用 x 表示 $\sqrt{10}$ 的整数部分,用 y 表示 它的小数部分. 我这个钱包里的钱是 $(\sqrt{10} + x)y$ 元,你猜钱包里的钱是多少?"

6. 计算:

$$(1)\sqrt{5} \times \sqrt{10}$$
;

$$(1)\sqrt{5} \times \sqrt{10}$$
; $(2)\sqrt{(-36)\times(-64)}$;

$$(3)\sqrt{12}\times(-\sqrt{42}); (4)\sqrt{ab^3} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}};$$

$$(5)\sqrt{6} \times \sqrt{15} \times \sqrt{45}$$
; $(6)\sqrt{4^2 \times 5^3 \times 10^{-2}}$.

7. 设长方形的长和宽分别为 a,b,根据下列条 件求长方形的面积 S:

$$(1)a = \sqrt{6}, b = \sqrt{12}$$
:

$$(2)a = 3\sqrt{45}, b = 2\sqrt{48}$$
.

⑥ 拓展创新

- 9. 观察下列等式:
- $\bigcirc \sqrt{5^2-4^2}=1\times 3;$
- $2\sqrt{17^2-8^2}=3\times5$;
- $3\sqrt{37^2-12^2}=5\times7$;

根据上述规律解决下列问题:

(1)完成第④个等式: $\sqrt{65^2-16^2}$ = ×

(2)写出你猜想的第**n**个等式(用含 n 的式子 表示),并证明其正确性.

第二学时



问题异学

上学时我们学习了二次根式的乘法和积的算 术平方根,那么二次根式的除法和商的算术平方根 是否有类似的运算方法呢?请完成下面的计算:

$$(1)\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = _{--}, \sqrt{\frac{9}{16}} = _{--};$$

观察思考:同学们发现了什么?



自主学习

② 教材导读

阅读教材 p8~p10的有关内容,回答下

- 1. 二次根式的除法法则是什么? 在二次根式 的除法法则中,字母 a,b 代表什么?
- 2. 把二次根式的除法法则反过来,它表示什么 意义呢?它的作用是什么?
 - 3. 什么是最简二次根式?请同学们举几个例子.

(自主测评

- 1. 在 $\sqrt{49}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\sqrt{\frac{b}{a}}$, $-\sqrt{0.6}$, $\sqrt{25x^5}$ 中, 最简二 次根式是
 - 化简:

 - $(1)\sqrt{27}$; $(2)\sqrt{25a^3}$;

$$(3)\sqrt{\frac{1}{3}};$$
 $(4)\sqrt{1\frac{4}{9}}.$

$$(4)\sqrt{1\frac{4}{9}}$$
.

- 3. 计算:
- $(1)\sqrt{21} \div \sqrt{7}$; $(2)\sqrt{2b} \div \sqrt{6b}$;

$$(3)\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{20}}$$

- $(3)\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{20}};$ $(4)\frac{\sqrt{65a}}{\sqrt{39a}}.$
- 4. 现有一张边长为 5 cm 的正方形彩纸,欲从中 剪下一个面积为其一半的正方形,问剪下的正方形 的边长是多少?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

@ 难点探究

1. 阅读教材 p9 例 6 第(1)题中的两种解法,总 结在进行二次根式的除法运算时,如何选用方法可 使运算更简便?

2. 在二次根式的乘除运算中要注意什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 等式 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$ 成立的条件是 ()
 - A. $0 \le x \le 1$
- B. $x \ge 0$
- D. $x \ge 0$,或 x < 1
- 2. 试判断下列各式中哪些是最简二次根式,哪 些不是? 为什么?

$$(1)\sqrt{3a^3b}$$
; $(2)\sqrt{\frac{3ab}{2}}$; $(3)\sqrt{x^2+y^2}$.

3. 计算:

$$(1)\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}};$$
 $(2)\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}}.$

$$(2)\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2a}}$$



归纳梳理

1. 二次根式的除法:两个二次根式相除,将它 们的被开方数相除的商作为商的被开方数,即 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ = $\sqrt{\frac{a}{b}}(a \ge 0, b > 0).$

- 2. 商的算术平方根: 商的算术平方根等于被除 式的算术平方根除以除式的算术平方根,即 $\sqrt{\frac{a}{h}}$ = $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \geqslant 0, b > 0).$
- 3. 二次根式的除法运算有两种思路,第一种思 路是: 当 a 是 b 的整数倍时,运用 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \ge 0$, b>0)计算较为简单;第二种思路是:采取将分母有 理化的方法进行化简和运算.
- 4. 通过对二次根式乘除运算的学习,我们认识 到数式的通性,二次根式的乘除运算与整式的乘除 运算类似.



深化拓展

● 基础巩固

1. 下列二次根式中,是最简二次根式的是

A. $\sqrt{8x}$

B.
$$\sqrt{x^2+3}$$

C.
$$\sqrt{\frac{x-y}{r}}$$

D.
$$\sqrt{3a^2b}$$

2. 在下列各式中,化简正确的是

A.
$$\sqrt{\frac{5}{3}} = 3\sqrt{15}$$

A.
$$\sqrt{\frac{5}{3}} = 3\sqrt{15}$$
 B. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$$C. \sqrt{a^4b} = a^2 \sqrt{b}$$

C.
$$\sqrt{a^4b} = a^2\sqrt{b}$$
 D. $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}(y>0)$

3. 计算:
$$2\sqrt{12} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \div 5\sqrt{2} =$$
______.

4. 一个长方体的长是 $\sqrt{12}$ cm, 宽是 $\sqrt{8}$ cm, 要 使这个长方体的体积为 24 cm3,则长方体的高应是

⑥ 能力提升

- 5. 将 $\sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{3}}$ 化成最简二次根式为_____.
- 6. 自习课上,张玉看见同桌刘敏在练习本上写 的题目是"求式子 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ 中实数 a 的取值范围",就 对刘敏说: 你把题目抄错了, 不是" $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ ", 而是 " $\sqrt{\frac{a}{a-3}}$ ". 刘敏说:哎呀,真抄错了,好在不影响结 果,反正a和a-3都在根号内. 试问: 刘敏说得对

吗? 就是说,按照 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ 解题和按照 $\sqrt{\frac{a}{a-3}}$ 解题的

7. 计算:

$$(1)\sqrt{18} \div \sqrt{30};$$
 $(2)\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{98}};$

$$(2)\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{98}};$$

$$(3)\frac{\sqrt{20}-1}{\sqrt{5}};$$
 $(4)\frac{\sqrt{2x^3}}{\sqrt{8x}};$

$$(4)\frac{\sqrt{2x^3}}{\sqrt{8x}};$$

$$(5)\sqrt{27} \div \sqrt{50} \times \sqrt{6}$$
;

$$(6)\sqrt{27} \div (\sqrt{50} \times \sqrt{6})$$
:

$$(7)\sqrt{1\,\frac{1}{3}} \div \sqrt{2\,\frac{1}{3}} \div \sqrt{1\,\frac{2}{5}}.$$

8. 已知
$$\sqrt{\frac{9-x}{x-6}} = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-6}}$$
,且 x 为偶数,求代数式 $(x+1)\sqrt{x-1}$ 的值.

9. 老师在讲"二次根式的乘除"时,在黑板上写 出下面的一道题作为练习:

已知 $\sqrt{7} = a$, $\sqrt{70} = b$, 用含 a, b 的代数式表示 √4.9 . 小豪、小麦两位同学走上讲台,写出了下面 两种解法:

小家:
$$\sqrt{4.9} = \sqrt{\frac{49}{10}} = \sqrt{\frac{49 \times 10}{10 \times 10}} = \sqrt{\frac{490}{100}} = \frac{\sqrt{7 \times 70}}{10} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{70}}{10} = \frac{ab}{10}.$$

小麦:
$$\sqrt{4.9} = \sqrt{49 \times 0.1} = 7\sqrt{0.1}$$
.

因为
$$\sqrt{0.1} = \sqrt{\frac{1}{10}} = \sqrt{\frac{7}{70}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{70}} = \frac{a}{b}$$
,所以

$$\sqrt{4.9} = 7\sqrt{0.1} = \frac{7a}{h}$$
.

老师看完后,提出下面的问题:

- (1)两位同学的解法都正确吗?
- (2)请你再给出一种不同于二人的解法.

⑥ 拓展创新

- 10. 已知 $^{b-a}\sqrt{3b}$ 和 $\sqrt{2b-a+2}$ 是相等的最简二次 根式.
 - (1)求a,b的值;
 - (2)求 $\sqrt{b^3+(a-1)^{2018}}$ 的值.

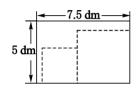
16.3 二次根式的加减

第一学时



问题导学

现有一块长 7.5 dm,宽 5 dm的长方形木板,能否采 用如图所示的方式,在这块木 板上截出两个面积分别是8 dm² 和18 dm²的正方形木板?



自主学习

∅ 教材导读

- 1. 什么是同类项?
- 2. 如何进行整式的加减运算?
- 3. 阅读教材 p12、p13 的有关内容,回答下 列问题:
- (1)符合什么条件的二次根式可以进行加 减运算?
- (2)比较二次根式的加减与整式的加减,你能 得出什么结论?

(自主测评

1. 下列各组二次根式中,能够合并的是(

A.
$$\sqrt{12} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

B.
$$\sqrt{18}$$
 与 $\sqrt{27}$

C.
$$\sqrt{3} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$
 D. $\sqrt{45} = \sqrt{54}$

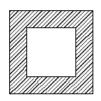
D.
$$\sqrt{45}$$
 与 $\sqrt{54}$

2. 计算:

$$(1)2\sqrt{3}-\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{4};$$

$$(2)5\sqrt{3}-3\sqrt{75}$$
;

3. 如图,实验中学计划在校园 内修建一个正方形的花坛,在花坛 中央还要修一个正方形的小喷水 池,设计者需要考虑有关的周长,如 果小喷水池的面积为 8 m², 花坛的



绿化面积为 10 m²(阴影部分),那么花坛的外周长 与小喷水池的周长一共是 .

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

@ 难点探究

二次根式加减运算的一般步骤是什么? 举例 说明.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 计算:
- $(1)\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{45}$;

$$(2)\sqrt{\frac{25x}{4}} + \sqrt{16x} - \sqrt{9x}$$
.

2. 如果二次根式 $\sqrt{3a-1}$ 与 $-3\sqrt{2}$ 能够合并,那么能否由此确定 a=1? 若能,请说明理由;若不能,请举一个反例说明.



归纳梳理

- 1. 二次根式的加减就是先将二次根式化成最简二次根式,再将被开方数相同的二次根式进行合并. 运算的关键是二次根式的准确化简,合并被开方数相同的二次根式类似于整式运算中的合并同类项.
- 2. 在有理数范围内成立的运算律,在实数范围内仍成立.



深化拓展

● 基础巩固

1. 下列各式的计算中,正确的是 () A. $2+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

B.
$$4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 1$$

C.
$$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$$

D.
$$\sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{5}$$

2. 若
$$4\sqrt{3} + \sqrt{y} = \sqrt{108}$$
,则 y 的值为 ()

⑥ 能力提升

- 3. 试写出一个与 $\sqrt{2}$ -1 的差不含二次根式的式子
- 4. 已知等腰三角形的两边长分别为 $2\sqrt{3}$ 和 $5\sqrt{2}$,则这个三角形的周长为 ()

A.
$$4\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

B.
$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

C.
$$2\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$$

D.
$$4\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$
 或 $2\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$

5. 计算:

$$(1)(\pi+1)^{0}-\sqrt{12}+|-\sqrt{3}|;$$

$$(2)2\sqrt{75} - 3\sqrt{27} + \sqrt{12}$$
:

$$(3)2\sqrt{8}-4\sqrt{\frac{1}{27}}+3\sqrt{48}$$
;

$$(4)\left(\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-(\sqrt{4.5}-\sqrt{0.75});$$

$$(5)4\sqrt{\frac{a}{2}}+6a\sqrt{\frac{2}{a}}-\sqrt{8a}-\sqrt{18a}$$
.

6. 国庆节到了,为了表达对祖国的热爱,小宇做了两张大小不同的正方形壁画准备展出,其中一张的面积为 800 cm²,另一张的面积为 450 cm²,他想再用金彩带把壁画的边镶上,使壁画看起来更漂亮,他现在有一条长 1.2 m 的金彩带,请你帮忙算一算,他的金彩带够用吗?如果不够用,还需要多长的金彩带?($\sqrt{2} \approx 1.414$,结果保留整数).

7. 解方程组:
$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5, \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6}. \end{cases}$$

加展创新

8.【知识链接】

(1)有理化因式:两个含有根式的非零代数式相乘,如果它们的积不含有根式,那么这两个代数式相互叫做有理化因式.

例如: $\sqrt{2}$ 的有理化因式是 $\sqrt{2}$; $1-\sqrt{x^2+2}$ 的有理化因式是 $1+\sqrt{x^2+2}$.

(2)分母有理化:分母有理化又称"有理化分母",也就是把分母中的根号化去.指的是如果代数式的分母中含有根号,那么通常将分子、分母同乘分母的有理化因式,达到化去分母中根号的目的.如:

$$\begin{split} &\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1, \\ &\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}. \end{split}$$

【知识理解】

- (1)填空: $2\sqrt{x}$ 的有理化因式是
- (2)直接写出下列各式分母有理化的结果:

①
$$\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = ___;$$
② $\frac{1}{3\sqrt{2} + \sqrt{17}} = ___;$

【启发运用】

(3) 计算:
$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$
.

第二学时



问题异学

我们已经知道二次根式的运算类似于整式的运算,那么整式中的乘法公式适用于二次根式吗? 我们学习了几个乘法公式?分别是什么?

乘法公式以及乘法运算律中的字母 a,b 可以代表我们学过的任意实数以及整式等,当然也包含了二次根式.今天我们在此基础上,将学习二次根式的混合运算.



自主学习

② 教材导读

阅读教材 p14 的有关内容,完成以下问题:

- 1. 例 3(1)中可以先将√8 化简以后再相乘吗? 哪种做法更简单?
 - 2. 例 3(2)运用了什么运算法则?
- 3. 例 4 中二次根式的运算使用了哪个乘法公式?

● 自主测评

1. 计算:

$$(1)\left(\sqrt{\frac{8}{27}}-5\sqrt{3}\right)\times\sqrt{6}=$$
_____;

$$(2)(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})=$$
 ;

$$(3)(3\sqrt{12}-4\sqrt{28}) \div 2\sqrt{2} =$$

- 2. 计算:
- $(1)(4+3\sqrt{5})^2$;

$$(2)(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3}).$$

3. 已知一个长方形的长为 $(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm,宽为 $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ cm,请分别求出它的周长和面积.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

@ 难点探究

1. 通过对教材 p14 例 3(2)的学习,请同学们思考:

 $2\sqrt{2} \div (4\sqrt{2} - 3\sqrt{6})$ 是否等于 $2\sqrt{2} \div 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \div 3\sqrt{6}$ 呢? 为什么? 它们的计算结果分别是多少?

2. 在进行二次根式的混合运算时应注意些什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 计算:

 $(1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1);$

$$(2)(\sqrt{a} + \sqrt{2b})(\sqrt{2b} - \sqrt{a}).$$

2. 已知
$$x=\sqrt{5}+2$$
, $y=\sqrt{5}-2$, 求 $x^2+2xy+y^2+\sqrt{18}(x-y)$ 的值.

$$(2)(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{\frac{2}{3}});$$

$$(3)2\sqrt{18}\times\frac{\sqrt{2}}{3}\div\frac{\sqrt{6}}{4};$$

归纳梳理

由于数式通性,所以二次根式的加、减、乘、除 四则运算运用了整式的运算法则及运算律. 做到运 算准确的关键是二次根式的化简,并要与整式运算 紧密结合.



深化拓展

◎ 基础巩固

1. 下列计算正确的是

A.
$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{5}$$
 B. $\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$

B.
$$\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

$$C.\sqrt{(-3)^2} = -3$$

D.
$$\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$$

2. 下列各数中,与 $2-\sqrt{3}$ 的积为有理数的是

A. $2 + \sqrt{3}$

B.
$$2 - \sqrt{3}$$

C. $-2 + \sqrt{3}$

D.
$$\sqrt{3}$$

3. 按如图所示的程序计算,若开始输入的 n 值 为 $\sqrt{2}$,则最后输出的结果是



⑥ 能力提升

4. 计算:

$$(1)\sqrt{40} \div \sqrt{5} - \sqrt{10} \times 2\sqrt{5}$$
:

$$(4)\left(\sqrt{12}-4\sqrt{\frac{1}{8}}\right)\left(2\sqrt{\frac{1}{3}}-4\sqrt{0.5}\right);$$

$$(5)(-2\sqrt{12})^2 \div \left(\sqrt{75} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48}\right);$$

$$(6)\sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{3}+1} \times (\sqrt{3}+1);$$

$$(7)(1+\sqrt{2})^2(1+\sqrt{3})^2(1-\sqrt{2})^2(1-\sqrt{3})^2$$
;

5. 如图,一个长方形被分割成四部分,其中图 形①②③都是正方形,且正方形①②的面积分别为 4 和 3,求图中阴影部分的面积.

	3	
1	(2	2)

 $(8)(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6})^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$.

⑥ 拓展创新

6. 利用乘法公式变形,解决下面的问题. 已知 $\sqrt{2\ 018+x} + \sqrt{2\ 017+x} = 2$, 求 $\sqrt{2\ 018+x} - \sqrt{2\ 017+x}$ 的值.

第十六章小结



自主学习

② 教材导读

请同学们阅读教材 p18 的有关内容,并回答下

- 1. 对于二次根式 \sqrt{a} 具有双重非负性, 你是如何 理解的?
 - 2. $(\sqrt{a})^2$ 和 $\sqrt{a^2}$ 的区别是什么?
- 3. 在本章中,我们学习了二次根式的运算,其 依据分别是什么?

(自主测评

- 1. 下列根式中,属于最简二次根式的是(
 - A. $\sqrt{18}$
- B. $\sqrt{24}$
- C. $\sqrt{30}$
- D. $\sqrt{36}$
- 2. 下列各式中,运算正确的是
 - A. $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{2}$
- B. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{5}$
- C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^3)^2 = a^5$
- 3. 使 $\sqrt{x-2}$ 有 意 义 的 x 的 取 值 范 围
- 4. 一个三角形的三边长分别为 $\sqrt{8}$ cm, $\sqrt{27}$ cm, $\sqrt{18}$ cm,则它的周长为 cm.
 - 5. 计算:
 - $(1)\sqrt{32}-(2+\sqrt{2})^2$:
 - $(2)(2\sqrt{3}-5\sqrt{2})(\sqrt{12}+\sqrt{50}).$

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习

● 典型例题

理解并体会应用二次根式 \sqrt{a} 的非负性解 决问题.

例1 (1)若 $\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}$ 是二次根式,则x的取值范 制是

(2)已知
$$y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$$
,则 $(x-y)^{2017}=$

分析:(1)由二次根式的非负性,可得

$$\frac{x-2}{x+2} \geqslant 0$$
,所以 $\begin{cases} x-2 \geqslant 0, \\ x+2 > 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x-2 \leqslant 0, \\ x+2 < 0. \end{cases}$

(2)因为 $\sqrt{x-2}$, $\sqrt{2-x}$ 是二次根式,所以x- $2 \ge 0, 2-x \ge 0$,所以 x=2.

把 x=2 代入 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+3$,得 y

 $\mathbf{m}_{:}(1)x \geqslant 2$,或 x < -2; (2) -1.

理解二次根式的性质并能准确应用.

二次根式的性质有:

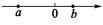
$$(1)(\sqrt{a})^2 = a(a \ge 0);$$

(2)
$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \ge 0), \\ -a(a < 0); \end{cases}$$

(3)
$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geqslant 0, b \geqslant 0);$$

$$(4)\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \ge 0, b \ge 0).$$

例 2 实数 a,b 在数轴上的位置如图所示,化 简: $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.



分析:本题是实数的相反数、绝对值、二次根式 的性质以及运用数轴比较大小的综合题目,是数形

结合的很好体现.要求学生明确一个实数的绝对值和算术平方根的结果是非负数,并能利用数轴判断a-b是正数,还是负数,正确去括号、合并,进行计算.

 \mathbf{m} :: $a < 0, b > 0, \ldots a - b < 0$.

掌握二次根式估算的方法.

例 3 估算 $\sqrt{28} - \sqrt{7}$ 的值在

()

A.7与8之间

B.6与7之间

C. 3 与 4 之间

D.2 与 3 之间

分析: 先对所要估算的代数式进行化简. 因为 $\sqrt{28} - \sqrt{7} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{7}$, 且 $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$, 即 $2 < \sqrt{7} < 3$, 所以 $\sqrt{28} - \sqrt{7}$ 的值在2 = 3 之间.

解:D

二次根式比较大小.

例 4 比较大小(填">""="或"<"):

(1)7 $\sqrt{50}$;

 $(2)5\sqrt{2}$ $2\sqrt{5}$.

分析:二次根式比较大小的实质是二次根式的意义和性质的应用.

解:(1)估算比较法:

- **∵** 49<50,
- ∴ $\sqrt{49} < \sqrt{50}$, \mathbb{P} 7 < $\sqrt{50}$.
- ∴ 填"<".
- (2)比较被开方数法:
- : $5\sqrt{2} = \sqrt{50}, 2\sqrt{5} = \sqrt{20}, \exists 50 > 20,$
- ∴ $\sqrt{50} > \sqrt{20}$,即 $5\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$.
- ∴ 埴">".

熟练准确地进行二次根式的运算.

分析:本题要审清题目要求,先将代数式化简, 然后代入数值计算.

M: $2(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})-a(a-6)+6=2(a^2-3)-(a^2-6a)+6=a^2+6a$.

当 $a=\sqrt{2}-1$ 时,原式 = $a^2+6a=(\sqrt{2}-1)^2+6(\sqrt{2}-1)=4\sqrt{2}-3$.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 已知 n 是一个正整数 , $\sqrt{135n}$ 是整数 ,则 n 的最小值是

2. 已知
$$a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$
, $b = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$, $c = (2 \ 014 - \pi)^{\circ}$, d

 $= |1 - \sqrt{2}|$

- (1)化简这四个数;
- (2)把这四个数,通过适当运算后使得结果为 2.请列式并写出运算过程.

3. 阅读材料:

小明在学习二次根式后,发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方,如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$.善于思考的小明进行了以下探索:

设 $a+b\sqrt{2} = (m+n\sqrt{2})^2$ (其中 a,b,m,n 均为 正整数),则有 $a+b\sqrt{2} = m^2 + 2n^2 + 2\sqrt{2}mn$,

: $a = m^2 + 2n^2, b = 2mn$.

这样小明就找到了一种把类似 $a+b\sqrt{2}$ 的式子 化为平方式的方法.

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题:

- (1)当a,b,m,n均为正整数时,若 $a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$,用含m,n的式子分别表示a,b,得a=b=;
- (2)利用所探索的结论,找一组正整数 a,b,m,n 填空:

$$---+$$
 $\times\sqrt{3} = (---+$ $\times\sqrt{3})^2;$

(3)若 $a+4\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$,且 a,m,n 均为正整数,求 a 的值.



归纳梳理

- 1. 对于二次根式的定义,要充分理解它的双重 非负性,
- 2. 对于二次根式运算,要注意二次根式性质的 应用,并且要把结果化到最简.
- 3. 对于二次根式与整式、分式相结合的运算, 要思考是先化简,还是直接代入,逐步提高解题 能力.



深化拓展

◎ 基础巩固

- 1. 设 a > 0, b > 0,则下列运算错误的是 ()
 - A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
- B. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- C. $(\sqrt{a})^2 = a$ D. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- 2. 化简 $\sqrt{3} \sqrt{3}(1 \sqrt{3})$ 的结果是 ()
 - A. 3 B. -3 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

- 3. 比较大小: 2√2 π(填">""<"或
- 4. 如图所示, 在数轴上点 $\frac{A}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{7}$ A 和点 B 之间的整数 是

⑥ 能力提升

- 5. 函数 $y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是
 - A. $x \leq 3$
- B. $x \neq 4$
- $C. x \geqslant 3$ 且 $x \neq 4$ D. $x \leqslant 3$ 或 $x \neq 4$
- 6. 若 $a=2\sqrt{2}+3$, $b=2\sqrt{2}-3$, 则下列等式成立的是
 - A. ab=1
- B. ab = -1
- D. a = -b
- 7. 实数 a,b 在数轴上的位置如图所示,则

$$\sqrt{a^2} - |a-b| = \underline{\qquad}.$$

8. 规定用符号 $\lceil m \rceil$ 表示一个实数 m 的整数部分, 例如: $\left[\frac{2}{3}\right] = 0$, [3.14] = 3. 按此规定, $\left[\sqrt{10} + 1\right]$ 的值 为_____.

- 9. 计算:
- $(1)\sqrt{5}\times\sqrt{10}$:
- $(2)\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{35}};$

$$(3)\frac{5\sqrt{24}}{2}-3\sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$(4)\sqrt{\frac{1}{3}}\times(2\sqrt{12}-\sqrt{75});$$

$$(5)\left(4\sqrt{6}-4\sqrt{\frac{1}{2}}+3\sqrt{8}\right)\div2\sqrt{2};$$

$$(6)\frac{\sqrt{12}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}};$$

 $(7)(2\sqrt{48}-3\sqrt{27})\div\sqrt{6}$:

 $(8)(3+\sqrt{2})^2(3-\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})^2(3+\sqrt{2}).$

⑥ 拓展创新

10. 若 $\sqrt{a^2} + a = 0$, 则 a 的 取 值 范 围 是

11. 若 a,b,c 分别为三角形的三边长,且 a,b 满足 $\sqrt{a^2-9}+(b-2)^2=0$,则第三边长 c 的取值范围是

12. 若 $\sqrt{3}$ 的整数部分为 x,小数部分为 y,则 $\sqrt{3}x-y=$

13. 与 $\sqrt{2}$ -1 之积不含二次根式的式子可以是(写出一个即可).

14. 已知①
$$f(1) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$
;② $f(2) = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$;

(3)
$$f(3) = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$
; (4) $f(4) = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 2}{2}$;

……回答下列问题:

(1)利用你观察到的规律求 f(n);

(2) 计算: $(2\sqrt{2017} + 2)[f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2016)]$.

15. 请阅读以下材料,并完成相应的任务.

斐波那契(约 1170—1250)是意大利数学家.他研究了一列数,这列数非常奇妙,被称为斐波那契数列(按照一定顺序排列着的一列数称为数列),后



来人们在研究它的过程中,发现了许多意想不到的结果.在实际生活中,很多花朵(如梅花、飞燕草、万寿菊等)的花瓣数恰是斐波那契数列中的数.斐波那契数列还有很多有趣的性质,在实际生活中也有广泛的应用.

斐波那契数列中的第n个数可以用公式 $\frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$ 表示(其中 $n \ge 1$). 这是 用无理数表示有理数的一个范例.

任务:请根据以上材料,通过计算求出斐波那 契数列中的第1个数和第2个数.

16. 药材种植户张大伯现有一块面积为 40 m² 的正方形土地,准备种植 A,B 两种药材,他设计了如下两种方案:

方案一:沿着一边的方向划出一块面积为30 m² 的长方形土地用于种植 A 种药材:

方案二:沿着一边的方向划出一块面积为 30 m^2 的长方形土地用于种植 A 种药材,且其长、宽之比为 3 2.

张大伯设计的两种方案是否可行?若可行,请帮助他划分土地;若不可行,请说明理由.

第十亢章 数学能力提升与评价

本章体现的数学能力主要有符号意识和运算 能力.

一、符号意识

数学表达是以数学符号为媒介的一种语言表达,运用符号进行数学思考是数学最重要的思维方式.以二次根式为载体可以进一步学习对数字、符号进行运算的方法,二次根式的概念、性质和运算公式是用符号表达的,可以简明地表示数量关系、运算规律,更具有一般性.

[能力提升]

例 1 已知 m, n 为实数,满足 $m = \frac{\sqrt{n^2-9} + \sqrt{9-n^2} + 4}{n-3}$,求 3m-4n 的值.

分析:根据二次根式的性质和分式的意义,列不等式组可求得n的值,然后再求得m的值.

解:依题意,得
$$\begin{cases} n^2 - 9 \ge 0, \\ 9 - n^2 \ge 0, \text{解得 } n = -3. \\ n - 3 \ne 0, \end{cases}$$

$$\therefore$$
 $m = -\frac{2}{3}$.

$$3m-4n=3\times\left(-\frac{2}{3}\right)-4\times(-3)=10.$$

例 2 已知 x 为实数,化简: $\sqrt{x^2-2x+1}$ + $\sqrt{x^2}$.

分析:根据二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \ge 0), \\ -a(a < 0), \end{cases}$ 对二次根式进行化简.

M:
$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2} = \sqrt{(x - 1)^2} + \sqrt{x^2} = |x - 1| + |x|$$
.

当 $x \le 0$ 时,x-1 < 0,原式=1-x+(-x)=1-2x:

当 $0 < x \le 1$ 时, $x-1 \le 0$,原式=1-x+x=1; 当 x > 1 时,x-1 > 0,原式=x-1+x=2x-1.

[自我评价]

1. 当二次根式 $\sqrt{2x^2}$ 的值等于 4 时,求 x 的值.

2. 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 化简 $\sqrt{a^2-4a+4}-(|a-b|-\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2})$, 写出一个满足条件的 a 的值, 并求出此时代数式的值.



3. 阅读下面一道题的解答过程,判断其是否正确,若不正确,请写出正确的解答过程.

化简:
$$\sqrt{-a^3} - a^2 \sqrt{-\frac{1}{a}} + \sqrt{a^2}$$
.
解:原式= $a\sqrt{-a} - a^2 \cdot \frac{1}{a}\sqrt{-a} + a$
= $a\sqrt{-a} - a\sqrt{-a} + a$
= a .

二、运算能力

本章的学习要重视"数式通性",即在平方根和立方根运算的基础上,通过类比来学习二次根式运算.二次根式的乘除运算是加减运算的基础,在运算中要理解运算的算理,寻求合理简捷的运算途径解决问题,最终形成运算能力.

[能力提升]

例 3 先化简,再求值: $3(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})-2a(a-5)+10$,其中 $a=\sqrt{3}+1$.

分析: 先根据多项式乘法法则对代数式进行化简,然后根据二次根式乘法法则进行二次根式的乘法运算.

解:原式 = $3a^2 - 15 - 2a^2 + 10a + 10 = a^2 + 10a - 5$.

原式=
$$(\sqrt{3}+1)^2+10(\sqrt{3}+1)-5=4+2\sqrt{3}+10\sqrt{3}+10-5=12\sqrt{3}+9$$
.

例 4 已知实数 x, y, a 满足 $\sqrt{x+y-8}$ + $\sqrt{8-x-y} = \sqrt{3x-y-a} + \sqrt{x-2y+a+3}$, 试问长度分别为 x, y, a 的三条线段能否组成一个三角形? 如果能,请求出该三角形的周长; 如果不能,请说明理由.

解:根据二次根式的意义,得 $\left\{x+y-8\geq 0,8-x-y\geq 0.\right\}$

解得 x+y=8.①

- $\sqrt{3x-y-a} + \sqrt{x-2y+a+3} = 0.$
- \checkmark $\sqrt{3x-y-a} \geqslant 0, \sqrt{x-2y+a+3} \geqslant 0,$
- ∴ $\sqrt{3x-y-a}=0$, $\mathbb{R} 3x-y-a=0$, \mathbb{C}

 $\sqrt{x-2y+a+3} = 0$, \mathbb{R}^{1} x-2y+a+3=0. 3

由①②③可解得 x=3, y=5, a=4.

∴ 可以组成三角形,该三角形的周长为3+5+4=12.

[自我评价]

4. 计算:

 $(1)(\sqrt{2}-1)^2+2\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2});$

$$(2)\left(\sqrt{6} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{3}{4}\sqrt{24}\right) \times (-2\sqrt{6}).$$

5. 已知 $a=3+\sqrt{7}$, $b=3-\sqrt{7}$, 求下列各式的值: $(1)a^2b+ab^2$;

 $(2)a^2-b^2$;

 $(3)a^2 - ab + b^2$.

6. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + 25 = 10x - \sqrt{y+6}$, 则 $(x+y)^2$ 018的值是多少?

第十六章测评

(测评时间:60 分钟 满分:100 分)

- 一、选择题(本大题共10个小题,每小题2分, 共20分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选 项是符合题目要求的)
 - 1. 在实数 $0, -\sqrt{3}, \sqrt{2}, -2$ 中,最小的是()
- B. $-\sqrt{3}$
- C. 0
- D. $\sqrt{2}$
- 2. 使代数式 $\frac{x}{\sqrt{2x-1}}$ 有意义的 x 的取值范围是

- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $x \ge \frac{1}{2}$
- C. $x < \frac{1}{2}$ D. $x \ne \frac{1}{2}$
- 3. 下列二次根式中,是最简二次根式的是

- A. $\sqrt{\frac{x}{3}}$ B. $\sqrt{x^2 36}$
- C. $\sqrt{(x+1)^2}$ D. $\sqrt{2a^2b^4c}$
- 4. 若一个正数的算术平方根是 a,则比这个正 数大3的数的平方根是

 - A. $\sqrt{a^2 + 3}$ B. $-\sqrt{a^2 + 3}$
 - C. $\pm \sqrt{a^2 + 3}$ D. $\pm \sqrt{a + 3}$
 - 5. 下列运算正确的是

- A. $\sqrt{5} \sqrt{3} = \sqrt{2}$
- B. $\sqrt{4\frac{1}{9}} = 2\frac{1}{3}$
- $C. \sqrt{8} \sqrt{2} = \sqrt{2}$
- D. $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = 2-\sqrt{5}$
- 6. 下列变形正确的是

A. $-3\sqrt{2} = \sqrt{(-3)^2 \times 2} = \sqrt{18}$

- B. $-\sqrt{(-5)^2} = -(-5) = 5$
- C. $-5\sqrt{3} = -\sqrt{75}$
- $D_{x} \sqrt{(-3)^2} = 3$

7. 实数 a 在 数 轴 上 的 位 置 如 图 所 示, 则 化 简 $\sqrt{(a-4)^2} + \sqrt{(a-11)^2}$ 的结果为

5 *a* 10

- B. -7
- C, 2a 15
- D. 无法确定
- 8. 三角形的一边长是 $\sqrt{42}$ cm,这条边上的高是

 $\sqrt{30}$ cm,则这个三角形的面积是

- A. $6\sqrt{35}$ cm²
 - B. $3\sqrt{35}$ cm²
- C. $\sqrt{1\ 260}\ \text{cm}^2$ D. $\frac{1}{2}\sqrt{1\ 260}\ \text{cm}^2$
- 9. 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 则 $x^2 + xy + y^2$ 的值是

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 7
- 10. 如果 ab > 0, a + b < 0, 那么下面各式:
- $\bigcirc \sqrt{\frac{a}{h}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}; \bigcirc \sqrt{\frac{a}{h}} \cdot \sqrt{\frac{b}{a}} = 1; \bigcirc \sqrt{ab} \div \sqrt{\frac{a}{h}} = -$
- b. 其中正确的是
 - A. (1)(2)
- B. 23
- C. ①③
- D. ①②③
- 二、填空题(本大题共8个小题,每小题3分,共 24 分. 把答案填在题中的横线上)
- 11. 当 x= 时,二次根式 $\sqrt{x+2}$ 有最小 值,最小值为
 - 12. 当 $x=\sqrt{2}$ 时, $\frac{x^2-1}{x^2-x}-1=$ _____.
- 13. 若整数 x 满足 $|x| \leq 3$,则使 $\sqrt{7-x}$ 为整数 的x 的值是 (只需填一个).
 - 14. 若最简二次根式 $\sqrt{7a^2}$ 和 $\sqrt{35}$ 可以合并,则 a
 - 15. 比较大小: $3\sqrt{2}$ $2\sqrt{3}$.
 - 16. 对于任意的正数 m, n, 定义运算"※"为
- $m \times n = \begin{cases} \sqrt{m} \sqrt{n} (m > n), \\ \sqrt{m} + \sqrt{n} (m < n). \end{cases}$ 计算(3×2)×(8×12)的

结果为

17. 在一个边长为 $6\sqrt{15} + 5\sqrt{5}$ 的正方形内部挖

去一个边长为 $6\sqrt{15}$ — $5\sqrt{5}$ 的正方形,剩余部分的面 (2)($\sqrt{3}$ — 2)($\sqrt{3}$ + 2);

18. 将一组数 $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{6}$, 2 $\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, ..., 2 $\sqrt{10}$ 按 下列方式进行排列:

$$\sqrt{2}$$
,2, $\sqrt{6}$,2 $\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$;
2 $\sqrt{3}$, $\sqrt{14}$,4,3 $\sqrt{2}$,2 $\sqrt{5}$;

若 2 的位置记为(1,2), $2\sqrt{3}$ 的位置记为(2,1),则 $\sqrt{38}$ 的位置记为

三、解答题(本大题共6个小题,共56分.解答 时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分9分)

把下列二次根式化成最简二次根式:

$$(1)\sqrt{200}$$
; $(2)4\sqrt{\frac{3}{8}}$;

$$(3)\sqrt{16a^3+32a^2}(a>0).$$

20. (本小题满分6分)

已知
$$\begin{cases} x=2, \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$$
 是关于 x, y 的二元一次方程 $\sqrt{3}$ x

= y + a的解,求(a+1)(a-1) + 7的值.

21. (本小题满分 20 分)

计算:

$$(1)\frac{1}{3}\sqrt{32} + \frac{1}{2}\sqrt{8} - \frac{1}{5}\sqrt{50}$$
;

 $(3)(2\sqrt{2}+3)^2$:

 $(4)2\sqrt{20} \times \frac{1}{4} \div 4\sqrt{5}$.

22. (本小题满分6分)

电流发热的功率公式为 $P=I^2R$,其中 P 为电功 率(单位:W),I 为额定电流(单位:A),R 为电阻(单 位: Ω). 若一家用电器铭牌上的额定功率为 1 800 W, 电阻为 40 Ω, 求这个家用电器的额定电流(精确到 0.1 A, $\sqrt{5} \approx 2.236$).

23. (本小题满分7分)

比较下列各组值的大小(在横线上填">""<"或"="):

$$4+3 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3},$$

$$3+\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{2}},$$

$$5+5 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5},$$

通过观察、归纳,写出能反映这种规律的一般结论,并说明你所写式子的正确性.

24. (本小题满分 8 分)

请阅读以下材料,并完成相应的任务.

古希腊的几何学家海伦在他的《度量论》一书中给出了利用三角形的三边求三角形面积的"海伦公式":若一个三角形的三边长分别为a,b,c,设 $p=\frac{a+b+c}{2}$,则三角形的面积 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

我国南宋著名数学家秦九韶,曾提出利用三角 形的三边求面积的"秦九韶公式"(三斜求积术):若 一个三角形的三边长分别为 a,b,c,则三角形的面

积
$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]}$$
.

任务:(1)若一个三角形的三边长分别是 5,6,7,则这个三角形的面积等于;

(2)若一个三角形的三边长分别是 $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, 求这个三角形的面积.

第十七章 勾股定理

学习导航

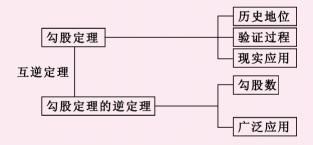


本章纵览

勾股定理有着悠久的历史,在数学发展中起着重要的作用,在现实世界中也有着广泛的应用.勾股定理的发现、验证及应用的过程蕴含了丰富的文化价值.

勾股定理从边的角度进一步刻画了直角三角形的特征,通过对勾股定理的学习,同学们将会在原有基础上对直角三角形有更加深刻的认识和理解.应用勾股定理是几何中计算线段长度的重要思路和方法.学好本章知识,对解决现实生活中的测高、测距等实际问题有很大的作用.

知识要点



学习要求

- 1.体验勾股定理的探索过程,会运用勾股定理解决简单问题.
- 2. 会运用勾股定理的逆定理判定直角三角形.
- 3. 通过具体的例子,了解逆命题、逆定理的概念,知道原命题成立其逆命题不一定成立.
- 学习中应注意的问题:
- (1)直角三角形是一种特殊的三角形,它有许多性质,如两个锐角互余,30°的角所对的直角边等于斜边的一半.本章学习的勾股定理是直角三角形中非常重要的性质,有极其广泛的应用.
 - (2)灵活应用勾股定理及其逆定理解决问题既是本章的重点,也是本章的难点.
 - (3)勾股定理的证明方法很多,教材中介绍的是一种面积证法,依据是图形经过割补拼接后,只要没有

重叠,没有空隙,面积就不会改变.用拼图的方法证明勾股定理也是本章学习的一个难点.

学法指导

勾股定理是后续学习解直角三角形的一个重要依据,它在实际生活中有着广泛的应用.学习中,同学们应逐步采用观察、归纳、动手操作的方法,总结出规律以及规律的适用范围,体会数形结合的思想,尝试运用勾股定理解决生活中的问题.

结合具体例子学习抽象概念. 例如:在本章中,结合勾股定理、勾股定理的逆定理学习逆命题、逆定理的内容.

在学习中,同学们要了解与勾股定理有关的背景知识,感受勾股定理的丰富文化内涵.

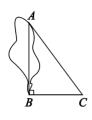
17.1 勾股定理

第一学时



问题导学

2010年4月14日早晨,青海省 玉树县发生7.1级地震.某消防队 在抢救受灾群众的过程中需要知道 如图所示的 A,B 两点间的距离.由 于这两点间的公路已被倒塌的房屋 掩盖,不便测量,因此消防队员先从 与



BA 方向成直角的 BC 方向上确定一点 C,使 BC= 30 m,又测得 CA = 50 m,根据这些条件,就能计算出 A,B 两点间的距离. 你知道消防队员是如何计算的吗?



自主学习

② 教材导读

- 1. 相传两千多年前的一天,古希腊著名数学家 毕达哥拉斯在朋友家做客,发现朋友家用砖铺成的 地面图案反映了直角三角形三边的某种数量关系. 请同学们观察一下地面的图案(教材 p22 图 17.1— 1),说出你从中发现的数量关系.
- 3. 观察教材 p23 图 17.1-3,请填写下表.(说明:每个小方格的面积均为 1)

表(1)

正方形 A 的面积	正方形 B 的面积	正方形 C 的面积
(单位面积)	(单位面积)	(单位面积)

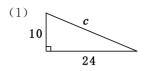
正方形 A,B,C 面积间的关系:

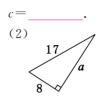
表(2)				
	正方形 B'的面积 (单位面积)	正方形 C'的面积 (单位面积)		
正方形 A',B',C'面积间的关系:				
由表(1)、表(2)猜想:如果直角三角形的两条直角边长分别为 a,b,斜边长为 c,那么 4. 如教材 p23 图 17.1-5,这个图案是 3 世纪我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的,人们称它为"赵爽弦图",被选为 2002 年在北京召开的国际数学家大会的会徽,是我国古代数学的骄傲. 赵爽利用此图证明了教材 p23 的命题 1,请同学们整理其思路并填空. (1)如教材 p24 图 17.1-6(1),把边长分别为的两个正方形连在一起,它的面积是;另一方面,这个图形可分割成				
和 (2)把教材 p24 图 17.1-6(1)中左、右两个三				
角形移到教材 $p24$ 图 $17.1-6(2)$ 中所示的位置,就 会形成一个 .				
(3)因为教材 p24 图 17.1-6(1)与图 17.1-6 (3)都由和组成,所以它 们的面积相等.因此,				
⊚ 自主测评				
(2)在直角 <u>3</u> ,则斜边长为 5.		() (角边长分别为 2, () () ()		
(4)在Rt <i>h</i> ABC中,若AB=3,BC=4,则AC=5.				

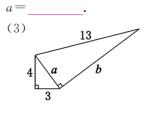
(5) 在 MABC 中, $\angle C = 90^{\circ}$, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的

对边分别为a,b,c,则 $b^2=c^2-a^2$.

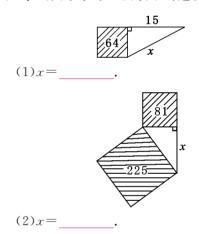
2. 看图求出未知边长.







3. 下列各图的阴影部分均为正方形,面积如图 所示,求出图中字母 *x* 所表示的边长.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

运用勾股定理时,我们应注意哪些问题?

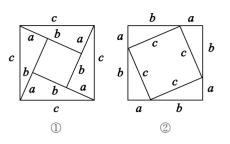


合作学习

@ 难点探究

勾股定理被誉为"千古第一定理",长期以来人们对它进行了大量的研究,找到了数百种不同的验证方法,这些方法不但验证了勾股定理,而且丰富了研究数学问题的方法和手段,促进了数学的发展.

请同学们利用图①和图②分别证明勾股定理.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

在教材以及前面勾股定理的证明过程中,体现了哪 些数学思想?



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 已知 **b ABC** 是直角三角形,三边长分别为 3,4,x,求x 的值.
- 2. 一直角三角形的斜边长比一直角边长大 2, 另一直角边长为 6,求斜边的长.



归纳梳理

1. 如果直角三角形的两条直角边长分别为 a, b,斜边长为 c,那么 . 勾股定理的表达

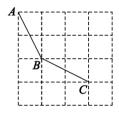
2. 勾股定理的证明方法有很多种,教材中是采用拼图的方法证明的. 图形割补拼接后,只要没有重叠,没有空隙,面积就不会改变.



深化拓展

● 基础巩固

1. 如图是由边长为 1 m 的正方形地砖铺设的地面示意图,小明沿图中所示的折线 $A \to B \to C$ 所走的路程为



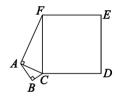
 $A.\sqrt{6}$ m

 $B\sqrt{10}$ m

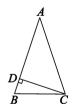
C. $2\sqrt{5}$ m

D. $2\sqrt{3} \text{ m}$

2. 如图, BC = 3, AB = 4, AF = 13, $\angle ABC = \angle CAF = 90^{\circ}$,则正方形 CDEF 的面积是

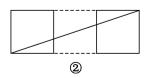


3. 如图,在**物** ABC 中,AB=AC=10, CD_AB 于点 D,BD=2,则 BC 的长为_____.



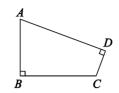
4. 如图①,正方形的边长为 1,可以计算出正方形的对角线长为 $\sqrt{2}$. 如图②,n 个这样的正方形并排拼接成一个长方形,其对角线的长用式子表示为





⑥ 能力提升

- 5. 直角三角形的斜边长是 41, 一直角边长是 40,则斜边上的高为 .
- 6. 如图,在四边形 ABCD 中,AB=15,CD=7, BC=20, $\angle B=\angle D=90^{\circ}$,求 AD 的长.



⑥ 拓展创新

- 7. 在**制**ABC 中,BC=a,AC=b,AB=c,设 c 为 最长边. 当 $a^2+b^2=c^2$ 时,**制**ABC是直角三角形;当 $a^2+b^2\neq c^2$ 时,利用代数式 a^2+b^2 和 c^2 的大小关系,探究**制**ABC 的形状(按角分类).
- (2) 猜想: 当 $a^2 + b^2$ _____ c^2 时, ********* 角三角形; 当 $a^2 + b^2$ _____ c^2 时, ******** ABC 为钝角三角形;
- (3)当 a=2,b=4 时,判断 **\&**ABC 的形状,并求 出对应的 c 的取值范围.

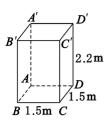
第二学时



问题异学

小敏家住在 20 层的高楼上,一天,她与妈妈去买竹竿.

如果电梯的长、宽、高分别是 1.5 m、1.5 m、2.2 m,那么,能放入电梯的竹竿最长大约是多少米(如图)? 你能帮小敏解决这个问题吗?





自主学习

② 教材导读

1. 观察教材 p25 图 17. 1-7,在长方形 *ABCD* 中, *AB*, *BC*, *AC* 的大小关系如何?

2. 一个门框的尺寸如教材 p25 图 17.1-7 所示. (1) 若有一块长 3 m,宽 0.8 m 的长方形薄木板,怎样从门框内通过?

(2)若有一块长 3 m,宽 1.5 m 的长方形薄木板,怎样从门框内通过?

- (3)若薄木板长 3 m, 宽 2.2 m 呢?
- ∵ 木板的宽 2.2 m 大于 1 m,
- ∴ 木板_____(填"横着""竖着"或"斜着") 不能从门框内通过.
 - ∵ 木板的宽 2.2 m 大于 2 m,
- ∴ 木板_____(填"横着""竖着"或"斜着") 不能从门框内通过.
 - : 只能试试斜着能否通过.

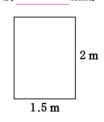
门框对角线 AC 的长度是斜着能通过的最大长度,因此,从中抽象出数学模型 Rt **》**ABC,并求出斜边 AC,再与木板的宽比较,就能知道木板能否通过.

在 Rt *ABC* 中,根据勾股定理,得

- $AC^2 = = = =$
- ∴ AC= ≈ (精确到 0.01).
- **∵** *AC* _____(填"大于""小于"或"等于") 木板的宽 2.2 m,
 - : 木板斜着 从门框内通过.
- 3. 请同学们完成教材 p26 的练习题 1,体会勾 股定理在解决简单的实际问题过程中的作用.

◎ 自主测评

- 2. 如图是一扇高为 2 m, 宽为 1.5 m 的门框, 李师傅有 3 块薄木板, 尺寸分别为: ①号木板长 3 m, 宽 2.7 m; ②号木板长 2.8 m, 宽 2.8 m; ③号木板长 4 m, 宽 2.4 m. 可以从这扇门通过的木板是()



A. ①号

B. ②号

C. ③号

D. 均不能通过

3. 为了比较 $\sqrt{5}$ + 1 与 $\sqrt{10}$ 的 大小,可以构造如图所示的图形 进行推算,其中 $\angle C = 90^{\circ}$,BC = 3, B D C点 D 在 BC 上,且 BD = AC = 1.通过计算可得 $\sqrt{5}$ + 1 $\sqrt{10}$ (填">""<"或"=").

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

用勾股定理解决实际问题的关键是什么?



合作学习

* 难点探究

1. 请同学们尝试解决"问题导学"中所提出的问题(结果精确到 0.001 m).

2. 小明拿着一根长竹竿进一个宽为 3 m 的城门,他先横着拿,进不去,又竖着拿,结果竹竿比城门高 1 m,当他把竹竿斜着拿时,竹竿的两端刚好顶着城门的对角,则竹竿长多少米?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

在运用勾股定理的数学模型解决现实生活中的实际问题时,我们需要注意哪些问题?

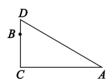


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 在一棵树的 10 m 高处(图中点 B 处)有两只猴子,其中一只猴子爬下树走到离树 20 m 的池塘 A 处,另一只猴子爬到树顶 D 后直接跃向池塘 A 处.如果两只猴子所经过的距离相等,试问这棵树的高度是多少.



2. 如图,铁路上 A,B 两站相距 25 km,C,D 两点代表两个村庄, $DA \perp AB$ 于点 A, $CB \perp AB$ 于点 B. 已知 DA = 15 km,CB = 10 km,现在要在铁路 AB 上建一个土特产收购站 E,使得 C,D 两村到 E 站的距离相等,则 E 站应建在离 A 站多少千米处?





归纳梳理

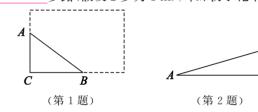
- 1. 利用勾股定理解决生活中的问题,关键是能够从实际问题中抽象出勾股定理这一数学模型.
- 2. 数形结合思想和方程思想在运用勾股定理 解决较复杂的几何问题中有着重要作用.



深化拓展

● 基础巩固

1. 如图所示为创新中学的一块长方形花圃,有极少数人为了避开拐角走捷径,在花圃内走出一条路 *AB*. 已知 *AC*=6 m, *BC*=8 m, 他们仅仅少走了步路(假设 2 步为 1 m), 却踩伤了花草.



2. 如图,在 Rt **物**ABC中, $\angle C$ =90°,AC=24 m, BC=7 m. 一只蚂蚁爬行速度为 1 cm/s,则这只蚂蚁从点 A 爬到点 B 最快要

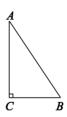
A. 2 600 s

B. 2 500 s

C. 2 400 s

D. 3 100 s

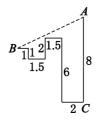
3.《九章算术》是我国古代最重要 4 的数学著作之一,在"勾股"章中记载了一道"折竹抵地"问题:"今有竹高一丈,末折抵地,去本三尺,问折者高几何?" 翻译成数学问题是:如图,在 **b** ABC **c** 中,/ACB=90°,AC+AB=10,BC=3,则 A



中, $\angle ACB = 90^{\circ}$,AC + AB = 10,BC = 3,则 AC 的长为

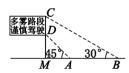
⑥ 能力提升

4. 如图,图形中的折线是迷宫路线,沿着其中的路线才能由起点 A 顺利到达终点 B,从而走出迷宫. 求迷宫中起点 A 与终点 B 的距离.(说明:在迷宫中行走的路线为东西方向或南北方向.)



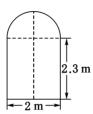
5. 将一根长 24 cm 的筷子置于底面直径为 5 cm,高为 12 cm 的圆柱形水杯中,设筷子露在杯子外面的长度是 h cm,求 h 的取值范围.

6. 如图是矗立在高速公路边水平地面上的交通警示牌,经测量得到如下数据:AM=4 m,AB=8 m, $\angle MAD=45^{\circ}$, $\angle MBC=30^{\circ}$,求警示牌的高 CD (结果精确到 0. 1 m,参考数据: $\sqrt{2}\approx1$. 41, $\sqrt{3}\approx1$.73).



⑥ 拓展创新

- 7.有一辆装满货物的小车,高2.5 m,宽1.6 m,要开进如图所示的上边是半圆,下边是长方形的桥洞,已知半圆的直径为2 m,长方形有一边长是2.3 m.
- (1)这辆小车能否通过此桥洞? 试说明你的理由;
- (2)为了适应需求,想把桥洞改为双行道,并且要使宽为1.2 m,高为2.8 m的小车能安全通过,那么此桥洞的宽至少应增加到多少米?



第三学时



问题异学

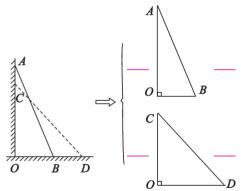
我们知道,梯子、竖直的墙与水平地面之间刚好构成一个直角三角形,这样梯子就与勾股定理有缘相会了,它们经常演绎着一些故事.同学们,你想了解这些故事的内容吗?那就赶快开始今天的学习吧!



自主学习

② 教材导读

- 1. 阅读教材 p25 例 2 的有关内容,解答下列问题:
- (1)要求出梯子外移的距离 BD,需求出哪两个量?
- (2)在梯子滑动的过程中,常量是什么?变量是什么?
- (3)对于例 2 提出的问题,首先利用转化的数学思想,将_____问题转化为_____问题,然后根据_____定理解决问题.如图,请将分解后的图形的已知边的长度填在相应的横线上.

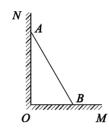


2. 请同学们完成教材 p26 练习题 2.

(自主测评

- 1. 一座建筑物发生了火灾,消防车到达现场后,发现最多只能靠近该建筑物底端5米,消防车的云梯最大伸长为13米,则云梯可以到达该建筑物的最大高度是
 - A. 12 米
- B. 13 米
- C.14 米
- D. 15 米

- 2. 梯子 AB 斜靠在墙上,梯子的底端 A 到墙脚的距离为 2 m,梯子的顶端 B 到地面的距离为 7 m. 现将梯子的底端 A 向外移动到 C,使梯子的底端 C 到墙脚的距离为 3 m,同时梯子的顶端从 B 下降到 D,那么 BD:①等于 1 m;②大于 1 m;③小于 1 m.其中正确结论的序号是
- 3. 如图,一个长为 2 m 的梯子 AB 斜靠在与地面 OM 垂直的墙壁 ON 上, $\angle ABO = 60^{\circ}$,求 AO 与 BO 的长.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

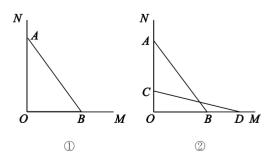
一个梯子斜靠在墙上,当具备什么条件时,梯子底端水平滑动的距离恰好与顶端滑动的距离相等?



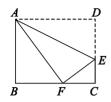
合作学习

@ 难点探究

1. 如图①,一个长 5 m 的梯子 AB 斜靠在与地面 OM 垂直的墙壁 ON 上,此时 $OB = \frac{3}{5}AB$. 若梯子顶端 A 沿 NO 下滑,同时底端 B 沿 OM 向右滑行,设点 A 下滑到点 C,点 B 向右滑动到点 D,并且 AC BD = 3 2 (如图②),求梯子顶端 A 沿 NO 下滑了多少米.



2. 如图,折叠长方形的一边 AD,使点 D 落在 BC 边上的点 F 处,且 AB=CD=8, AD=BC=10, 求 EC 的长.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

在折叠问题中,求未知线段的长时,应如何分析 解答?



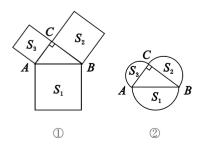
探究展示

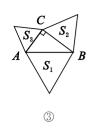
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

如图①,分别以 Rt **bar{a}** ABC 的三边为边向外作三个正方形,其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示,则不难证明 $S_1 = S_2 + S_3$.

- (1)如图②,分别以 Rt **MABC** 的三边为直径向外作三个半圆,其面积分别用 S_1, S_2, S_3 表示,那么 S_1, S_2, S_3 之间有什么关系?(不必证明)
- (2)如图③,分别以 Rt **w**ABC 的三边为边向外作三个正三角形,其面积分别用 S_1 , S_2 , S_3 表示,请你确定 S_1 , S_2 , S_3 之间的关系并加以证明;







归纳梳理

- 1. 画出满足题意的图形,建立数学模型,利用勾股定理解决实际问题.
- 2. 折叠问题和轴对称的知识紧密相连,所以要注意图形中的对称轴.



深化拓展

◎ 基础巩固

- 1. 若直角三角形的两直角边长各扩大为原来的 2 倍,则斜边长
 - A. 不变
 - B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
 - C. 扩大为原来的 2 倍
 - D. 扩大为原来的 4 倍

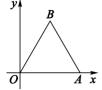
2. 如图,等边三角形 OAB 的边长为 2,则点 B 的坐标为

A.(1,1)

B. $(\sqrt{3}, 1)$

C. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

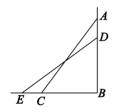
D. $(1.\sqrt{3})$



3. 甲、乙两位探险者到沙漠进行探险,没有了水,需要寻找水源. 为了避免走散,他们用两部对话机进行联系,已知对话机的有效距离为 15 千米. 早晨 8:00 甲先出发,他以 6 千米/时的速度向东行走,1 小时后乙出发,他以 5 千米/时的速度向北行走,上午 10:00,甲、乙两人相距______千米,此时甲、乙两人_____(填"能"或"不能")保持联系.

@ 能力提升

4. 如图,长 10 m 的梯子 AC 斜靠在墙上,梯子的顶端 A 距离地面的垂直高度 AB 为 8 m. 如果梯子的顶端 A 下滑 2 m 到达 D 处,那么梯子的底端 C 是否水平滑动 2 m 到达 E 处?为什么?

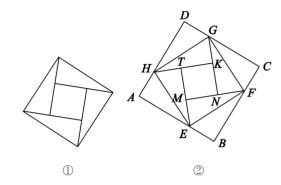


5. 如图,小巷左右两侧是竖直的墙,一梯子斜靠在左墙时,梯子底端到左墙角的距离(BC长)为0.7 m,顶端距离地面(AC长)为2.4 m. 如果保持梯子底端位置不动,将梯子斜靠在右墙时,顶端距离地面(A'D长)为2 m,求小巷的宽度.



6 拓展创新

6. 我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理,创制了一幅"弦图",后人称其为"赵爽弦图"(如图①). 图②由弦图变化得到,它用八个全等的直角三角形拼接而成,设图中正方形 ABCD,正方形 EFGH,正方形 MNKT 的面积分别为 S_1 , S_2 , S_3 . 若 $S_1+S_2+S_3=10$,求 S_2 的值.

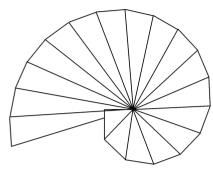


第四学时



问题导学

请同学们欣赏图片:



你知道这个美丽的图案是怎样画出来的吗? 它依据的是什么数学知识呢?



自主学习

② 教材导读

- 1. 请同学们对教材 p26"思考"中提出的问题先尝试解决,再与教材中的解答过程进行比较. 想一想,你还能用其他的方法解决这个问题吗?
- 2. 利用勾股定理,把长为 $\sqrt{13}$ 的线段看作一个直角三角形的斜边,那么两条直角边的长分别是哪两个正整数?
- 3. 仿照教材 p27 图 17. 1-10, 在数轴上作出与原点的距离为 $\sqrt{13}$ 的点.
- 4. 求出下列各式中字母 a,b(a<b)所表示的正整数.

(1) 若
$$a^2 + b^2 = (\sqrt{26})^2$$
,则 $a =$ ______,
 $b =$ ______.

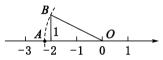
(2) 若 $a^2 + b^2 = (\sqrt{34})^2$,则 $a =$ ______,
 $b =$ _____.

(3) 若 $a^2 + b^2 = (\sqrt{37})^2$,则 $a =$ ______,
 $b =$ _____.

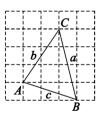
- 5. 观察教材 p27 图 17. 1-11,说明图案的形成过程.
- 6. 观察教材 p27 图 17. 1-12,请说出实数与数轴上点的关系.
 - 7. 请同学们完成教材 p27 的练习题.

() 自主测评

1. 如图,已知 OA = OB,那么数轴上点 A 所表示的数是



2. 如图,在方格纸(每个小方格都是边长为1个单位长度的正方形)中,我们称每个小正方形的顶点为格点,以格点为顶点的图形称为格点图形,图中的 **b** ABC 为格点三角形,它的三边长 a,b,c 的大小关系是



A. $b \le c \le a$

B. a < c < b

C. c < b < a

D. $b \le a \le c$

3. 作图题: 在数轴上作出表示 $\sqrt{10}$ 的点(保留作图痕迹, 不写作法).

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如何在数轴上作出与原点的距离为√5的点?

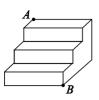


合作学习

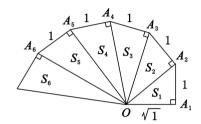
@ 难点探究

1. 如图是一个三级台阶,它的每一级的长、宽、

高分别是 $55 \text{ cm} \setminus 10 \text{ cm} \setminus 6 \text{ cm} \setminus \text{点}$ $A \setminus \text{点}$ B 是这个台阶两个相对的端点. A 点有只蚂蚁,想到 B 点去吃食物,请同学们想一想,这只蚂蚁从 A 点出发沿台阶爬到 B 点的最短路线有多长?



2. 细心观察图形(如图),认真分析下列各式, 然后回答问题:



$$(\sqrt{1})^2+1=2$$
, $S_1=\frac{\sqrt{1}}{2}$;

$$(\sqrt{2})^2+1=3, S_2=\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$(\sqrt{3})^2+1=4$$
, $S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

.....

- (1)请用含n(n)为正整数)的等式表示上述变化规律:
 - (2)推算出 OA₁₀的长;
 - (3)求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \cdots + S_{10}^2$ 的值.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

利用勾股定理在数轴上画出表示无理数 \sqrt{n} (n 为自然数)的点的关键是什么?

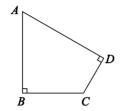


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 如图, $\angle B = \angle D = 90^{\circ}$, $\angle A = 60^{\circ}$, AB = 4, CD = 2, 求四边形 ABCD 的面积.



T

归纳梳理

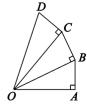
利用勾股定理把一个无理数表示成直角边长 是两个正整数的直角三角形的斜边长,是在数轴上 表示形如 \sqrt{n} (n 为自然数)的无理数的关键.



深化拓展

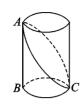
● 基础巩固

1. 如图, $\angle OAB = \angle OBC = \angle OCD = 90^{\circ}$, AB = BC = CD = 1, OA = 2, 则 $OD^2 = 1$.



(第 1 题) (第 2 题)

- 2. 如图,O 为数轴原点,A,B 两点分别对应一3,3,作腰长为 4 的等腰三角形 ABC,连接 OC,以点O 为圆心,OC 长为半径画弧交数轴于点M,则点M 对应的实数为
- 3. 如图,已知圆柱底面的周长为4 dm,圆柱高为2 dm,在圆柱的侧面上,过点 A 和点 C 嵌有一圈金属丝,则这圈金属丝的周长最小为



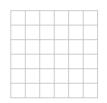
A. $4\sqrt{2}$ dm

B. $2\sqrt{2}$ dm

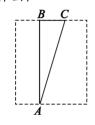
C. $2\sqrt{5}$ dm

D. $4\sqrt{5} \, dm$

4. 如图,正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1,每个小格的顶点叫做格点. 以格点为顶点作三角形,使三角形的三边长分别为 $3,2\sqrt{2},\sqrt{5}$.

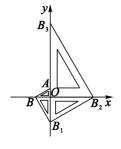


5. 如图,某游泳池长 48 m,小方和小杨进行游泳比赛,从同一处(点 A)出发,小方的平均速度为 3 m/s,小杨的平均速度为 3.1 m/s. 但小杨一心想快,不看方向沿斜线(AC 方向)游,而小方直游(沿 AB 方向),两人到达终点的位置相距 14 m. 按各人的平均速度计算,谁先到达终点?为什么?



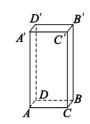
⑥ 能力提升

6. 把多块大小不同的含 30° 角的直角三角尺如图所示摆放在平面直角坐标系中,第一块三角尺 AOB 的一条直角边与 y 轴重合,且点 A 的坐标为(0,1), $\angle ABO=30^{\circ}$;第二块三角尺的

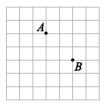


斜边 BB_1 与第一块三角尺的斜边 AB 垂直且交 y 轴 于点 B_1 ;第三块三角尺的斜边 B_1B_2 与第二块三角尺的斜边 BB_1 垂直且交 x 轴于点 B_2 ;第四块三角尺的斜边 B_2B_3 与第三块三角尺的斜边 B_1B_2 垂直且交 y 轴于点 B_3 ·······按此规律继续下去,则点 B_2 019 的坐标为

7. 如图,已知长方体的长为 2 cm,宽为 1 cm,高为4 cm.一只蚂蚁如果沿长方体的表面从 A 点爬到 B'点,那么沿哪条路线爬行最短,最短路程是多少?

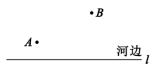


8. 八年级(1) 班安排了一次"寻宝"游戏,同学们先找到了如图所示的两个标志点 A(2,1), B(4,-1),这两个标志点到"宝藏"点的距离都是 $\sqrt{10}$,请你想想办法,帮助同学们,在如图所示的方格纸上画出这个平面直角坐标系,并找出"宝藏"所在位置的坐标.



⑥ 拓展创新

- 9. 如图,要在河边修建一个水泵站,分别向张村 A 和李庄 B 送水,已知张村 A、李庄 B 到河边的距离分别为 2 km 和 7 km,且张、李两村庄相距 13 km.
- (1)水泵站应建在什么地方,可使所用的水管 最短?请在图中标出水泵站的位置;
- (2)如果铺设水管的工程费用为每千米1500元,请求出最省的铺设水管的费用.



17.2 勾股定理的逆定理

立吗?

第一学时



问题异学

在一次体育课上,小明用 13 个等距离的结把一根跳绳分成了等长的 12 段,小明同时握住第 1 个结和第 13 个结,他让他的伙伴小红、小青分别握住第 4 个结和第 8 个结,拉紧绳子.这时,小明说:你们知道吗,我们三个人用这根绳子围成了一个直角三角形,而且直角就在小红手握的位置.小红和小青一头雾水,同学们知道其中的道理吗?



自主学习

② 教材导读

- 1. 观察教材 p31 图 17.2-1,当总结数 13 不变的前提下,如果改变三条边的结间距(每条边的边长均为整数个结间距的长度),是否还能围成直角三角形?
- 2. 是不是只有三边长分别为 3,4,5 的三角形才能构成直角三角形? 当三角形的三边长分别为 2.5 cm,6 cm,6.5 cm 时,请同学们动手画出此三角形,并观察三角形的形状.换成三边长分别为 4 cm,7.5 cm,8.5 cm,再试试看.
- 3. 当三角形的三边长具有怎样的关系时,才能得到三角形为直角三角形的结论,请写出你的猜想.
- 4. 阅读教材 p23"命题 1"和 p31"命题 2",回答下列问题:
 - (1)命题 1、命题 2 的题设、结论分别是什么?

- (2)命题1和命题2有怎样的关系?
- (3)你能举出一些互为逆命题的例子吗?
- 5. 阅读教材 p32 关于命题 2 的证明过程,整理 其解题思路并填空.

在教材 p32 图 17. 2-2 中,已知*h* ABC 的三边 长分别为 a ,b ,c ,且满足 $a^2+b^2=c^2$,求证:*h* ABC 是直角三角形.

(1)画 Rt
,
(2)由勾股定理,得
$A'B'^2 = $, $\$
而 $A'B' = $,
(3)在 $oldsymbol{ABC}$ 和 $oldsymbol{A'B'C'}$ 中,
(
{
∴ 勧 ABC 洩 勧 A'B'C'().
由此得出
即 a ABC 是直角三角形.
6.(1)如果原命题成立,那么它的逆命题也成

- (2)什么样的定理称为互逆定理?请同学们举出一些互为逆定理的例子.
- 7. 请同学们阅读教材 p32 例 1 的有关内容,由此可以得出:根据勾股定理的逆定理判断一个三角形是不是直角三角形,只要看______平方和是否等于______的平方.
 - 8. 能够成为直角三角形三条边长的三个____ 称为勾股数. 例如:
 - 9. 请同学们完成教材 p33 练习题 1、2.

● 自主测评

- - - A. 两直线平行,同旁内角互补
 - B. 若两个数的绝对值相等,则这两个数相等
 - C. 对顶角相等
 - D. 如果 $a = \pm b$,那么 |a| = |b|
- 3. 有五组数: ①25,7,24; ②16,20,12; ③9,40,41; ④4,6,8; ⑤3²,4²,5². 以各组数为三角形的三边长,可组成直角三角形的个数为

4. 在解答"判断由长为 $\frac{3}{5}$, 1, $\frac{4}{5}$ 的三条线段组成的三角形是不是直角三角形"一题中, 小明是这样做的:

解:设
$$a = \frac{3}{5}, b = 1, c = \frac{4}{5}$$
.

因为
$$a^2+b^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2+1^2=\frac{34}{25}$$
,

$$c^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

所以 $a^2 + b^2 \neq c^2$.

所以这三条线段组成的三角形不是直角三角形. 你认为小明的解答正确吗?请说明理由.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

一个命题一定有逆命题吗?一个定理一定有逆定 理吗?



合作学习

@ 难点探究

1. 已知 a, b, c 为 **‰** ABC 的三边长,且满足 $a^2+b^2+c^2+578=30a+34b+16c$. 请判断 **‰** ABC 的形状.

2. 能够成为直角三角形三条边长的三个正整数,称为勾股数. 观察下列表格中给出的三个数a,b,c,a<b<c.

3,4,5	$3^2 + 4^2 = 5^2$
5,12,13	$5^2 + 12^2 = 13^2$
7,24,25	$7^2 + 24^2 = 25^2$
9,40,41	$9^2 + 40^2 = 41^2$
17,b,c	$17^2 + b^2 = c^2$
•••	•••

- (1)写出它们的共同点;
- (2)当a=17时,求b,c的值.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

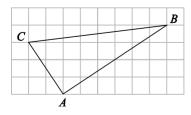
运用勾股定理的逆定理判定一个三角形是直角三 角形的步骤是什么?



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流





归纳梳理

- - 2. 题设和结论正好相反的两个命题互为 .原命题成立,它的逆命题 成立.
 - 3. 三个数满足勾股数的两个条件:
- (1)三个数必须满足较小的两个数的_____ 等于最大的一个数的
 - (2)三个数必须是
- 4. 由一组勾股数的相同正整数倍得到的三个数仍是一组勾股数.



深化拓展

● 基础巩固

1. 下列条件不能判定**备**ABC 是直角三角形的是

12 2

A. $a^2 = b^2 - c^2$

B. $a b \epsilon = 3 4 5$

 $C. \angle C = \angle B + \angle A$

D. $\angle A \not\succeq B \not\succeq C = 3 4 5$

2. 在下列四组数中,不是勾股数的一组是

A. a = 15, b = 8, c = 17

B. a = 9, b = 12, c = 15

C. a = 7, b = 24, c = 25

D. a = 3, b = 5, c = 7

3. 我国南宋著名数学家秦九韶的著作《数书九章》里记载有这样一道题:"问有沙田一块,有三斜,其中小斜五里,中斜十二里,大斜十三里,欲知为田几何?"这道题讲的是:有一块三角形沙田,三条边长分别为5里、12里、13里,问这块沙田面积有多大?题中"里"是我国市制长度单位,1里=500米,则该沙田的面积为

A. 7. 5 平方千米

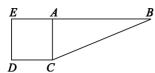
B. 15 平方千米

C. 75 平方千米

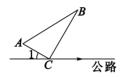
D. 750 平方千米

⑥ 能力提升

4. 如图,正方形 ACDE 的面积为 25 cm^2 ,现测得 AB=12 cm,BC=13 cm,试判断 E,A,B 三点是否在同一条直线上,并说明理由.

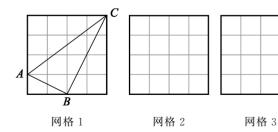


5. 如图,在公路的同侧有 A, B 两个送奶站, C 为公路上一个供奶站, CA 和 CB 为供奶站路线,现已测得 AC=8 km, BC=15 km, AB=17 km, $\angle 1=30^\circ$, 若有一人从 C 处出发,沿公路边向右行走,速度为 2.5 km/h,多长时间后此人距离送奶站 B 最近?



加展创新

6. 在正方形网格中,每个小正方形的顶点称为格点. 小华按下列要求作图:①在正方形网格的三条不同实线上各取一个格点,使其中任意两点不在同一条实线上;②连接三个格点,使之构成直角三角形. 小华在下面的网格 1 中作出了 Rt **b** ABC. 请你按照同样的要求,在正方形网格 2、3 中各画出一个直角三角形,并使三个网格中的直角三角形互不全等.

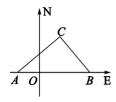


第二学时



问题导学

如图,一艘不明国籍的轮船进入我国海域,我海军甲、乙两艘巡逻艇立即分别从相距13 n mile的 A,B两个基地前去拦截,6分钟后同时到达C地将



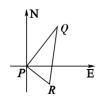
其拦截.已知甲巡逻艇每小时航行 120 n mile,乙巡 逻艇每小时航行 50 n mile,航向为北偏西 40°.你知 道甲巡逻艇的航向吗?



白主学习

② 教材导读

- 1. 请同学们阅读教材 p33 例 2 的有关内容,解答下列问题:
- (1) 你认为要知道"海天"号沿哪个方向航行, 必须解决什么问题?
- (2)由于题中给定的条件大都是线段的长度, 而要求的是角,由此我们会联想到什么?
- (3)请同学们阅读教材例 2 的解题过程,从中体会运用勾股定理的逆定理解题的方法和步骤,从而提高自己解题的规范性.
- (4)有同学认为,教材中的例2如果不提供示意图,也可以画出如下的示意图解决问题,你同意这种想法吗?为什么?



2. 请同学们完成教材 p33 练习题 3,体会勾股 定理的逆定理在生活中的应用价值.

○ 自主测评

1. 一位工人师傅测量一个等腰三角形工件的腰、底及底边上的高,并按顺序记录下数据,量完后,不小心与其他记录的数据记混了,请你帮助这位师傅从下列数据中找出等腰三角形工件的数据

()

A. 13,10,10

B. 13,10,12

C. 13,12,12

D. 13,10,11

2. 小明在学校运动会上负责联络,他先从检录 处走了 75 米到达起点,又从起点向东走了 100 米到 达终点,最后从终点走了 125 米回到检录处,则他开 始走的方向是(假设小明走的每段都是直线)

)

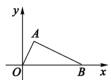
A. 南北

B. 东西

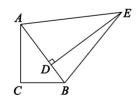
C. 东北

D. 西北

3. 如图,在平面直角坐标系中,点 A(1,2), B(5,0),O(0,0),试判断 **bh** ABO 的形状,并说明 理由.



4. 如图,在bABC中,AC=8 cm,BC=6 cm,在 bABE中,DE 为 AB 边上的高,DE=12 cm, $S_{bABE}=60$ cm². 求 AB 的长和/C 的度数.



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

利用勾股定理的逆定理判定一个三角形是否为直 角三角形的关键是什么?



合作学习

◎ 难点探究

- 1. 请同学们解决"问题导学"中提出的问题.
- 2. 如图,三个村庄 A,B,C之间的距离分别是 AB = 5 km,BC=12 km,AC=13 km,要从 B 处修一条公路 BD 直达 AC,已知公路的造价为 2 600 万元/km. 这条公路的最低造价是多少万元?



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

数形结合的数学思想在勾股定理和它的逆定理中 是如何体现的?



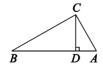
探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

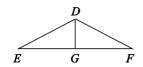
◎ 展示交流

1. 如图,在ABC中,CD 是AB 边上的高,且 $CD^2 = AD \cdot BD$,

求证: **\mathbf{\mathbf{a}}** ABC是直角三角形.



2. 如图,在bDEF中,DE=17,EF=30,EF 边上的中线 DG=8. 试说明bDEF 是等腰三角形.





归纳梳理

- 1. 勾股定理的逆定理把数转化为形,通过计算判定一个三角形是否为直角三角形.
- 2. 利用勾股定理的逆定理可以求角的度数,证明线段的垂直关系,以及确定三角形的形状.



深化拓展

◎ 基础巩固

1. 已知 **約**ABC的三边长分别为 a,b,c,且满足 $(a-9)^2+|b-12|+c^2-30c+225=0$,则 **約**ABC 是

(

- A. 斜边长为c 的直角三角形
- B. 斜边长为 b 的直角三角形
- C. 斜边长为 a 的直角三角形
- D. 等腰三角形

A. 1

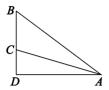
В. 3

C. 4

D. 6

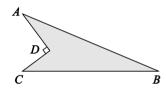
3. 将一根长 30 m 的细绳折成 3 段,围成一个三角形,其中一条边的长度比最短边长 7 m,比最长边短 1 m,请你判断这个三角形的形状.

4. 如图,要从一块三角形边角料 ADB 中截出一个形如 **b** ACD 的工件,其中 AD=24 dm,AB=30 dm,AC=25 dm,CD=7 dm,求剩余部分 **b** ABC 的面积.



⑥ 能力提升

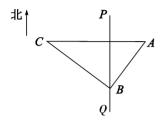
5. 如图, BC = 36, AD = 12, CD = 9, AB = 39, $\angle ADC = 90^{\circ}$. 求图中阴影部分的面积.



6. 如图,在*******ABC* 中, *AB* : *BC* : *CA* = 3 : 4 : 5,且 周长为 36 cm,点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1 cm/s的速度移动,点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2 cm/s 的速度移动,如果同时出发,问:经过 3 s 后, *******BPQ*的面积为多少?

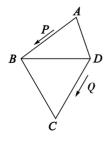


7. 如图,南北方向 PQ 以东为我国领海,以西为公海,晚上 10 时 28 分,我边防反偷渡巡逻 101 号艇在 A 处发现其正西方向的 C 处有一艘可疑船只正向我国领海靠近,便立即通知正在 PQ 上 B 处巡逻的 103 号艇注意其动向. 经检测,AC=10 n mile, AB=6 n mile, BC=8 n mile. 若该船只的速度为12.8 n mile/h,则可疑船只最早何时进入我国领海?



⑥ 拓展创新

8. 如图,四边形 ABCD 的三边 AB, BC, CD 和 BD 都为 5 cm,动点 P 以 2 cm/s 的速度从点 A 沿路线 $A \rightarrow B \rightarrow D$ 运动到点 D,动点 Q 以 2. 8 cm/s 的速度从点 D 沿路线 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 运动到点 A, 5 s 后, P, Q 相距 3 cm. 试确定运动 5 s 时, MAPQ 的形状.



第十七章小结



自主学习

② 教材导读

请同学们阅读教材 p37 的有关内容,并复习本章知识,解答下列问题:

- 1. 勾股定理:如果直角三角形两直角边长分别为 a,b,斜边长为 c,那么______,即直角三角形两直角边长的_____等于斜边长的平方. 我国古代把直角三角形中较短的直角边称为"勾",较长的直角边称为"股",斜边称为"弦",因此勾股定理也被称为"勾股弦定理".
- 2. 勾股定理的逆定理:如果三角形的三边长a,b,c满足_____,那么这个三角形是直角三角形.
- 3. 勾股定理及其逆定理的发现与证明涉及哪些主要方法?
 - 4. 勾股定理及其逆定理的区别与联系.

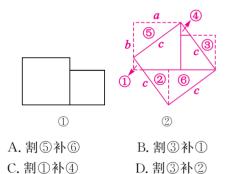
定理	区别	联系
勾股定理	(1) 勾股定理是以""为题设,进而得到这个直角三角形的关系,即""。 (2) 勾股定理是根据直角三角形探求边的关系,体现了的转化.	勾和理理 反定角的股勾的的 ,理三年度 相股直形
勾股定理的逆定理	(1) 勾股定理的逆定理是以""为题设,进而得到这个三角形为。 (2) 勾股定理的逆定理是由三角形的三边关系探求三角形的形状,体现了的转化.	逆直形 股其都 形 展 表 表 表 表 表 表 表 表 表

5		Į
互逆命题.		
6	叫 估	ţ
互逆定理.		
7. 满足条件	$a^2 + b^2 = c^2$ 的三个正整数叫做勾胳	丈

数. 常见的勾股数有____;__;___;__

◎ 自主测评

- 1. 一个长方体抽屉的长为 24 cm, 宽为 7 cm, 如果在抽屉里贴着底面放一根铁条, 那么铁条最长可以是
- 2. 命题"等腰三角形的两个底角相等"的逆命题是______. 该逆命题是 命题(填"真"或"假").
- 3. 如图①是边长分别为 a,b 的两个正方形,经 如图②所示的割补可以得到边长为 c 的正方形,且 面积等于割补前的两个正方形面积之和. 利用这个方法可以推得或验证勾股定理. 现请你通过对图②的 观察,指出下面对割补过程的理解错误的是 ()



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

勾股定理的逆定理和勾股定理有何联系与区别?



合作学习

@ 难点探究

如图所示,一圆柱体的底面周长为 24 cm,高 AB 为 4 cm,BC 是直径.一只蚂蚁从点 A 出发沿着

圆柱体的表面爬行到点C的最短路程大约是多少(结果保留整数)?



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

已知3,4,n是一组勾股数,如何求 n 呢?

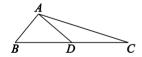


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

如图,在bABC中,AB=5,AC=13,BC边上的中线AD=6,求BC的长.





归纳梳理

- 1. 勾股定理是直角三角形的性质定理,而勾股定理的逆定理是直角三角形的判定定理. 勾股定理是由"___"定"___",即由图形得到直角三角形三边长所满足的数量关系,勾股定理的逆定理则是由"___"定"___",即由三角形三边长所满足的数量关系,判定这个三角形是否是直角三角形.
- 2. 勾股定理的应用步骤:根据直角三角形确定 直角边和斜边,由勾股定理_____,进行变形计 算. 勾股定理的逆定理的应用步骤:首先确定最长

边,然后验证_______是 否相等. 若相等,则是_____;若不相等,则不 是

3. 在勾股定理及其逆定理的综合运用中,体会数形结合和转化思想的应用.



深化拓展

◎ 基础巩固

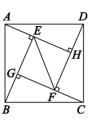
1. 如图是我国古代著名的"赵 爽弦图"示意图,此图由四个全等 的直角三角形拼接而成,其中 AE =5,BE=12,则 EF 的长是()



B. 8

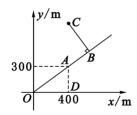
C. $7\sqrt{2}$

D. $7\sqrt{3}$



⑥ 能力提升

2. 如图是根据某公园的平面示意图建立的平面直角坐标系,公园的人口位于坐标原点 O,古塔位于点 A(400,300),从古塔出发沿射线 OA 方向前行 300 m 是盆景园 B,从盆景园 B 向左转 90°后直行 400 m 到达梅花阁 C,求点 C 的坐标.



⑥ 拓展创新

3. 王老师在一次"探究性学习"课中,设计了下表:

n	2	3	4	5	•••
а	$2^2 - 1$	$3^2 - 1$	$4^2 - 1$	$5^2 - 1$	
b	4	6	8	10	•••
с	$2^2 + 1$	$3^2 + 1$	$4^2 + 1$	$5^2 + 1$	•••

(1)请你观察 a,b,c 与 n 之间的关系,并用含 n (n>1,且 n 是正整数)的式子表示 a,b,c,则 $a=____,b=____;$

(2)猜想以 a,b,c 为边长的三角形是否为直角三角形? 并验证你的猜想.

第十七章 数学能力提升与评价

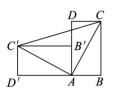
本章体现的数学能力主要有几何直观、推理能力、应用意识和模型思想.

一、几何直观

几何直观是以图形和直观符号为活动条件,以 直观化的信息加工过程为形态的一种认知方式,能 给数学探究提供有益、有趣的启示,在数学活动中 常常起着关键的作用.本章勾股定理的多种证法, 都体现了利用几何直观来证明问题的思想,在勾股 定理的应用过程中,几何直观也发挥了明显的优势.

[能力提升]

例 1 一个直立的火柴盒在 桌面上倒下,启迪人们发现了一种 新的证明勾股定理的方法.如图, 火柴盒的一个侧面 *ABCD* 倒下到 *D'*



AB'C'D'的位置,连接 CC',AC,AC',设 AB=a,BC=b,AC=c,请利用四边形 BCC'D'的面积证明勾股 定理.

解析:由已知得四边形 BCC'D'为直角梯形,则 其面积为 $\frac{1}{2}(C'D'+BC)$ • $BD'=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)$; 又其面积为 $\pmb{b}AC'D'$, $\pmb{b}AC'C$ 和 $\pmb{b}ABC$ 的面积之 和,即 $\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2+\frac{1}{2}ab$,

故
$$\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab$$
.

所以
$$\frac{1}{2}a^2 + ab + \frac{1}{2}b^2 = ab + \frac{1}{2}c^2$$
.

所以 $a^2+b^2=c^2$.

「自我评价]

- 1. 八年级(2)班的小明和小亮同学学习了"勾股定理"之后,为了测得如图所示的风筝的高度 *CE*,他们进行了如下操作:
 - (1)测得 BD 的长为 15 米;(注:BD\(_CE)\)
- (2)根据手中剩余线的长度计算出风筝线 BC 的长为 25 米;
 - (3)牵线放风筝的小明身高 1.6 米.

求风筝的高度 CE.



二、推理能力

如果没有合情推理,就没有勾股定理.离开了演绎推理,勾股定理就不能称为定理.在勾股定理的学习以及应用过程中,体会合情推理和演绎推理相映生辉的作用.

[能力提升]

例 2 康熙皇帝是我国历史上一位对数学很感兴趣的帝王. 在西安曾发现他的数学专著,其中有一文《积求勾股法》. 文中对"三边长为 3,4,5 的整数倍的直角三角形,已知面积求边长"这一问题提出了解法:"若所设者为积数(面积),以积率六除之,平方开之得数,再以勾股弦各率乘之,即得勾股弦之数."用现在的数学语言表述是:"若直角三角形的三边长分别是 3,4,5 的整数倍,设其面积为 S,则第一步: $\frac{S}{6}$ = m;第二步: \sqrt{m} = k;第三步: 分别用 3,4,5 乘 k,得三边的长."

- (1)当一个直角三角形的面积 S=150 时,请用康熙的"积求勾股法"求出这个直角三角形的三边长;
- (2)你能证明"积求勾股法"的正确性吗?请写出证明过程.

分析:(1) 依次按每一步的要求,即可求得结果;(2)从直角三角形面积公式入手,推导出 k 与 S 的关系式.

解:(1) 当 S = 150 时, $m = \frac{S}{6} = \frac{150}{6} = 25$, $k = \sqrt{25} = 5$.

- $3k = 3 \times 5 = 15,$ $4k = 4 \times 5 = 20,$ $5k = 5 \times 5 = 25.$
- ∴ 这个直角三角形的三边长分别为 15, 20,25.

(2)能.

设直角三角形的三边长分别为 3k,4k,5k.

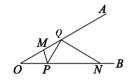
$$: S = \frac{1}{2} \times 3k \times 4k = 6k^2,$$

$$\therefore k = \sqrt{\frac{S}{6}}.$$

$$\therefore$$
 三边长分别为 $3\sqrt{\frac{S}{6}}$, $4\sqrt{\frac{S}{6}}$, $5\sqrt{\frac{S}{6}}$.

[自我评价]

2. 如图, $\angle AOB = 30^{\circ}$, 点 M, N 分别在边 OA, OB 上,且 OM = 1, ON = 3, 点 P, Q 分别在边 OB, OA 上,则 MP + PQ + QN 的最小值是多少?

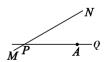


三、应用意识

勾股定理源于生活,贴近现实,它不但揭示了 直角三角形三边之间的数量关系,把数与形结合起来,而且可以解决许多与实际生活紧密联系的问题.

[能力提升]

例 3 如图,公路 MN 和公路 PQ 在点 P 处交会,且 $\angle QPN=30^\circ$,公路 PQ 边上的点 A 处有一所学校,AP=160 m. 假设拖拉机行驶时,周围 100 m 内会受到噪声影响,那么拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶时,学校是否会受到噪声影响? 并说明理由. 若受影响,已知拖拉机的速度为 18 km/h,那么学校受影响的时间为多长?



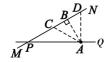
分析: 只要求出点 A 到 MN 的距离, 然后与 100 m 进行比较, 就可以确定学校是否会受到噪声影响.

解:学校会受到噪声影响. 理由如下:

如图,过点 A 作 $AB \perp MN$ 于点 B.

在 Rt **勧** ABP 中,∠ABP

 $=90^{\circ}$,



 $\angle APB = 30^{\circ}, AP = 160,$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}AP = 80$$
,

即点 A 到 MN 的距离为 80 m,小于 100 m.

: 这所学校会受到噪声的影响

如图,假设拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶到点 C 处时,学校开始受到噪声影响,那么 AC=100.

在Rt *h***ABC中,由勾股定理,得**

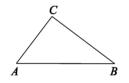
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60.$$

同理,假设拖拉机行驶到点 D 处时学校开始脱离噪声影响,那么 AD=100,BD=60.

- \therefore CD=120.
- : 18 km/h=5 m/s,
- ∴ 学校受噪声影响的时间为 120÷5=24(s).

「自我评价】

3. 如图,在公路 AB 旁有座山,因道路施工,需在点 C 处进行爆破.已知点 C 与公路上的停靠站 A 的距离为 300 m,与公路上另一停靠站 B 的距离为 400 m,且停靠站 A 与停靠站 B 的距离为 500 m.为了安全起见,爆破点 C 周围 250 m 范围内不得进入,则在进行爆破时,公路 AB 段是否因有危险而需要暂时封锁?



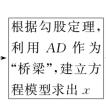
四、模型思想

勾股定理本身是数形结合的一个典范,把直角 三角形有一个直角的"形"的特点,转化为三边"数" 的关系.在含有直角三角形的图形中,求线段的长 往往要使用勾股定理,如果无法直接用勾股定理来 计算,则需要建立方程模型来解决.

「能力提升]

某学习小组经过合作交流,给出了下面的解题 思路,请你按照他们的解题思路完成解答过程.

过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 点 D,设 BD = x,用含 x 的代数式表示 CD



利用勾股 定理求出 AD 的长, 再计算三 角形的面积



解:如图,过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D.

设 BD=x,则 CD=14-x.

在Rt ****ABD中,由勾股定理,得

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 15^2 - x^2$$
.

$$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 13^2 - (14 - x)^2$$
.

$$15^2 - x^2 = 13^2 - (14 - x)^2$$

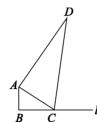
解得 x=9,即 BD=9.

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12.$$

:
$$S_{\text{W}ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84.$$

[自我评价]

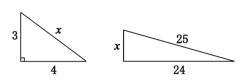
4. 如图,已知 $\angle ABC = 90^{\circ}$, AB = 6 cm, AD = 24 cm, BC + CD = 34 cm, C 是直线 l 上一动点,请你探索当点 C 离点 B 多远时, **M** ACD 是一个以 CD 为斜边的直角三角形?

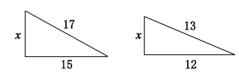


第十七章测评

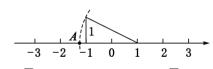
(测评时间:60分钟 满分:100分)

- 一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 2 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个选 项是符合题目要求的)
 - 1. 如图,边长为x 的边等于5 的有 ()





- A. 1 个 C. 3 个
- B. 2 个
- D. 4 个
- 2. 小明用火柴棒摆直角三角形,已知他摆两条 直角边分别用了6根和8根火柴棒,他摆完这个直 角三角形共用火柴棒 ()
 - A. 20 根
- B. 14 根
- C. 24 根
- D. 30 根
- 3. 如图,数轴上点 A 所表示的数为 a,则 a 的值是

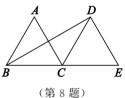


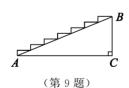
- A. $\sqrt{5} + 1$
- B. $-\sqrt{5}+1$
- $C.\sqrt{5}-1$
- D. $\sqrt{5}$
- 4. 一个三角形的周长为 12,如果 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边分别为 a,b,c,且有如下关系:c=b-1,b=a-1,则 $\angle A$ 的度数为
 - A. 30°
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°
- 5. 已知 A(-4,0), B(0,3), 则 A, B 两点间的距离是点 M. 若 CM=5, 则 CE^2 +
 - A. 3 B. 4
 - C. 5 D. 6
- 6. 已知 a, b, c 为 **b** ABC 的三边长,且满足(a^2 $-b^2$)($a^2+b^2-c^2$)=0,则它的形状为 ()
 - A. 直角三角形

- B. 等腰三角形
- C. 等腰直角三角形
- D. 等腰三角形或直角三角形
- 7. 对于下列说法:
- ①在直角三角形中,三边的长度一定是勾股数;②如果三角形三边的长度是勾股数,那么这个三角形一定是直角三角形;③若三角形不是直角三角形,则其三边的长度一定不是勾股数;④如果三角形三边的长度不是勾股数,那么这个三角形一定不是直角三角形.

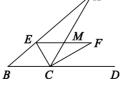
其中,你认为正确的说法有

- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个
- - A. $\sqrt{3}$
 - C. $3\sqrt{3}$
- B. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$





- 9. 如图是一楼梯的示意图,楼梯的宽为 4 m, BC=5 m,AB=13 m. 若在楼梯上铺地毯,则地毯的面积至少为
 - A. 72 m²
- B. 68 m^2
- $C.52 \text{ m}^2$
- D. 48 m^2



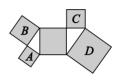
- CF² 的值为
 - A. 25
- B. 100
- C. 125
- D. 不能确定
- 二、填空题(本大题共8个小题,每小题3分,共 24分. 把答案填在题中的横线上)

(

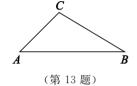
11. 下列命题中,其逆命题成立的是

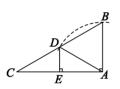
(只填写序号)

- ①同旁内角互补,两直线平行;
- ②如果两个角是直角,那么它们相等;
- ③如果两个实数相等,那么它们的平方相等;
- ④如果三角形的三边长 a,b,c(最长边为 c)满足 $a^2+b^2=c^2$,那么这个三角形是直角三角形.
- 12. 如图,所有阴影部分的四边形都是正方形, 所有三角形都是直角三角形,已知正方形 A,B,C的面积依次为 2,4,3,则正方形 D 的面积为

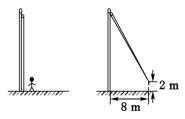


(第12颗)





16. 如图,小亮将升旗的绳子拉到旗杆底端,绳子末端刚好接触到地面,然后将绳子末端拉到距离旗杆 8 m 处,发现此时绳子末端距离地面 2 m,则旗杆的高度(滑轮上方的部分忽略不计)为 m.

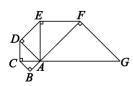


17. 如图所示是由 4 个全等的直角三角形与中间的小正方形构成的大正方形. 如果大正方形的面积是13,小正方形的面积是1,直角三角形



的较短直角边长为a,较长直角边长为b,那么 $(a+b)^2$ 的值为

18. 如图所示,已知 **\$\text{b}** ABC是腰长为1的等腰直 角三角形,以Rt **\$\text{b}** ABC的斜 边AC 为一直角边,画第二个

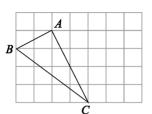


等腰直角三角形 *ACD*,再以Rt **M***ACD*的斜边 *AD* 为一直角边,画第三个等腰直角三角形 *ADE*……以此类推,则第 2 018 个等腰直角三角形的斜边长是

三、解答题(本大题共7个小题,共56分.解答 时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分6分)

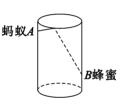
如图,在边长为1的小正方形组成的网格中, **b h** ABC 的三个顶点均在格点上.请按要求完成下列各题:



- (1)画线段 *AD*//*BC*, 且使 *AD*=*BC*,连接 *CD*;
 - (2) 线段 AC 的长为 _____, CD 的长为 ,AD 的长为 ;
- (3)**勧***ACD* 为______三角形,四边形 *ABCD* 的面积为

20. (本小题满分7分)

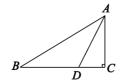
如图,圆柱形杯子高为 18 cm,底面周长为 24 cm,在 杯内壁离杯底 4 cm 的点 B 处 有一滴蜂蜜,此时一只蚂蚁正 好在杯外壁,离杯上沿 2 cm



与蜂蜜相对的点 A 处,则蚂蚁从杯子外壁 A 处到达内壁 B 处的最短距离为多少?

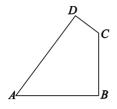
21. (本小题满分7分)

如图,在**制**ABC中, $\angle C=90^{\circ}$,AC=2,点 D 在 BC 边上, $\angle ADC=2\angle B$, $AD=\sqrt{5}$,求 BC 的长.



22. (本小题满分 8 分)

如图,在四边形 ABCD 中,AB=20,BC=15, CD=7,AD=24. 若 $\angle B=90^{\circ}$,猜想 $\angle BAD$ 与 $\angle BCD$ 的关系,并证明你的猜想.

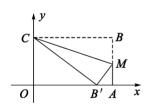


23. (本小题满分 8 分)

如图所示,四边形 OABC 是一张放在平面直角 坐标系中的长方形纸片,O 为原点,点 A 在 x 轴上,点 C 在 y 轴上,OA=10,OC=6.

(1)在 AB 上取一点 M,使 **b** BCM沿 CM 翻折后,点 B 落在 x 轴上,记作点 B',求点 B'的坐标;

(2)求点 M 的坐标.



24. (本小题满分10分)

[问题情境]

勾股定理是一个古老的数学定理,它有很多种证明方法.我国汉代数学家赵爽根据弦图,利用面积法进行证明.著名数学家华罗庚曾提出把"数形关系"(勾股定理)带到其他星球,作为地球人与其他星球"人"进行第一次"谈话"的语言.

「定理表述]

请你根据图①中的直角三角形叙述勾股定理(用文字及符号语言叙述).

[尝试证明]

以图①中的直角三角形为基础,可以构造出以 *a*,*b* 为底,*a*+*b* 为高的直角梯形(如图②),请你利用

图②,验证勾股定理.

[知识拓展]

利用图②中的直角梯形,我们可以证明 $\frac{a+b}{c}$ <

 $\sqrt{2}$.

其证明步骤如下:

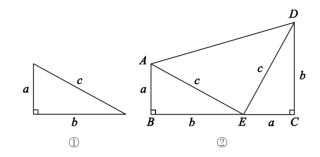
BC=a+b,AD=

又: 在直角梯形 ABCD 中有 BC

AD(填">""<"或"="),

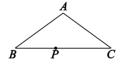
即 ,

 $\therefore \frac{a+b}{c} < \sqrt{2}$.



25. (本小题满分10分)

如图,等腰三角形 ABC 的底边长为 8 cm,腰长为 5 cm,一动点 P 在底边上从 B 向 C 以 0. 25 cm/s 的速度移动. 请你探究:当点 P 运动几秒时,点 P 与顶点 A 的连线 PA 与腰垂直.



第十八章 平行四边形

学习导航



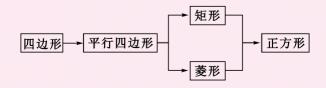
本章纵览

平行四边形是人们日常生活中应用较广的几何图形,尤其是矩形、菱形、正方形这些特殊的平行四边形的用途更多.平行四边形既是基本几何图形,也是"图形与几何"领域的主要研究对象之一.本章将在平行线、三角形的基础上进一步研究平行四边形的有关性质和判定方法,并对有关结论进行推理证明,进一步发展逻辑思维能力和推理论证能力.平行四边形的研究,是对平行线、三角形相关知识的运用与延续,与三角形的研究一脉相承;平行四边形的学习,可进一步巩固推理论证方法,提高推理论证能力,发展逻辑思维能力,为后续"圆"的学习奠定了坚实的基础.

对于平行四边形,按照图形概念的从属关系,分为三个层次:第一个层次是平行四边形,主要研究平行四边形的概念、性质和判定方法;第二个层次是平行四边形的特殊情况:矩形和菱形,它们都是有一个特殊条件的平行四边形,即它们分别是有一个角是直角、有一组邻边相等的特殊的平行四边形;第三个层次是矩形和菱形的特殊情况——正方形,它是同时具有两个特殊条件的平行四边形,既是有一个角是直角的特殊菱形,又是有一组邻边相等的特殊矩形.

本章重点是平行四边形的定义、性质和判定.它不仅是研究矩形、菱形、正方形这些特殊平行四边形的性质和判定的基础,同时平行四边形的有关性质定理也常常是证明两条线段相等、两角相等、两直线平行的重要依据,所以掌握平行四边形的概念、性质和判定,并能应用这些知识解决问题,是学好本章的关键.本章所学知识之间联系比较紧密,研究问题的思路和方法也类似,推理论证的难度也不大.相对来说,平行四边形与各种特殊平行四边形之间的联系与区别是本章的难点,同学们一定要多注意!

知识要点







学习要求

通过"平行四边形"的学习,希望同学们能掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念,了解它们之间的 关系;探索并掌握这些特殊平行四边形的有关性质和常用判定方法,并能运用这些知识进行有关的证明和 计算;同时一定要经历平行四边形性质的探索过程,丰富从事数学活动的经验和体验,结合相关问题的证 明,进一步培养和发展推理论证能力.

学法指导

观察、实验、归纳等合情推理和逻辑推理一样,都是发现数学规律的重要手段.因此,学习"平行四边形"时,要通过多种手段,如观察度量、实验操作、图形变换、逻辑推理等来探索图形的性质,同时还要对发现的性质进行证明,把直观操作和逻辑推理有机地结合,使推理论证成为观察、实验、探究、得出结论的自然延续.另外,同学们还要注意,在本章内容中较多地应用转化的思想处理问题,如研究四边形的问题,经常是通过添加辅助线,把四边形问题转化为三角形问题;在研究三角形的中位线时,又通过构造平行四边形,利用平行四边形的性质得出三角形的中位线定理.同学们要学会添加适当的辅助线,把未知转化为已知,用已经掌握的知识来解决新问题,以提高分析问题和解决问题的能力!

18.1 平行四边形

18.1.1 平行四边形的性质

第一学时



问题导学

同学们,在小学阶段,我们已经对平行四边形有了一定的认识,并且知道平行四边形是生活中最常见的几何图形之一. 你能说说什么样的四边形是平行四边形吗? 你能举出生活中平行四边形的例子吗? 你知道平行四边形有哪些性质吗? 本学时,我们将进一步深入地研究平行四边形的性质,帮助同学们深刻地认识平行四边形,同时,请同学们体会研究图形问题的方法和思路. 相信每一位同学都会成为研究图形问题的专家!

自主学习

② 教材导读

1. 阅读教材 p41 第一、二自然段,完成下列问题: (1)思考:伸缩门、竹篱笆、防护栏等实物为什么要做成平行四边形?

(2)	的四边形叫做平行四边形.
平行四边形的定义可以	用来平行四边形,又体
现了平行四边形的	.我们知道,三角形用符号
"勧"来表示,类似地,平行	行四边形用符号""来表
示,如平行四边形 ABCD)记作"".

2. 通过教材 p41 的"探究",可以猜想:平行四边 形除了"两组对边分别平行"外,平行四边形的对边 ;平行四边形的对角 ,邻角 .

3. 完成教材 p42	平行四边形性质的证明过程。
并思考下列问题:	

(1)证明平行四边形对边相等时,需要添加怎样的辅助线?这条辅助线的作用是什么?你是如何想到这条辅助线的?

(2)不添加辅助线,你能否直接运用平行四边形的定义,证明其对角相等?

(3)在	$\Box ABCD$ 中, $=$	若 $\angle A = 50^{\circ}$,则 $\angle B =$
,依	医据是	; 若∠A=70°,
则 <i></i>	,依据是_	<u> </u>

4. 教材 p42 例 1 中涉及哪些知识?解题思路是什么?

● 自主测评

1. 在 $\square ABCD$ 中, $AD=3$ cm, $AB=2$	cm,	则
□ABCD 的周长等于	()

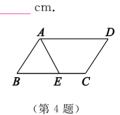
A. 10 cm B. 6 cm C. 5 cm D. 4 cm

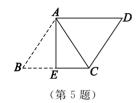
2. 如图,在 $\Box ABCD$ 中, $\angle A+\angle C=100^{\circ}$,则 $\angle B$ 等于

A. 50° B. 100° C. 80° D. 130°

A D A 1 D A 1 D C (第 2 题) (第 3 题)

- 3. 如图,在 □ABCD 中, ∠1 = 55°, 则 ∠C 等于 .
- 4. 如图,在 $\square ABCD$ 中,已知 AD=5 cm,AB=3 cm,AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E,则 EC=





5. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB=\sqrt{13}$,AD=4,将 $\square ABCD$ 沿AE翻折后,点 B恰好与点 C 重合,则 折痕 AE 的长为_____.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

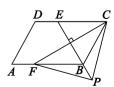
我们应从哪些方面探究平行四边形的性质?如何 对平行四边形的性质进行分类?



合作学习

@ 难点探究

如图,四边形 ABCD 是平行四边形,E 是边 CD 上的一点,且 BC = EC, $CF \perp BE$ 交 AB 于点 F,P 是 EB 延长线上的一点,下列结论: ① BE 平分 $\angle CBF$;② CF 平分 $\angle DCB$;③ BC = FB;④ PF = PC. 其中正确结论的个数为



A. 1

В. 2

C. 3

D. 4

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

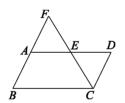


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E 在边 AD 上,以 BE 为折痕,将 **\$\overline{n}\ov**
- 2. 如图,在 $\square ABCD$ 中,E为AD的中点,CE的延长线交BA的延长线于点F.
 - (1)求证:CD=FA;
- (2) 若 $\angle AFE = \angle BCF$,则 $\Box ABCD$ 的边AB与BC之间有怎样的数量关系?并说明理由.





归纳梳理

- 1. 平行四边形是特殊的四边形,因此具备四边形的所有性质,如不稳定性、内角和为 360°等.
- 2. 平行四边形的对边互相平行且相等,对角相等,邻角互补.
- 3. 通过添加辅助线——对角线,可以将四边形问题转化为三角形问题进行解决.
- 4. 经历图形操作过程,提高多渠道、多方式获取并验证数学命题的意识.

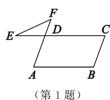


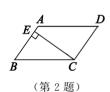
深化拓展

◎ 基础巩固

1. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $\angle B = 110^{\circ}$,延长 AD至点 F,延长 CD 至点 E,连接 EF,则 $\angle E + \angle F$ 等于

A. 110° C. 50° B. 30° D. 70°





2. 如图,在□ABCD中,CE⊥AB,E为垂足.若 /A=125°,则/BCE等于 ()

A. 55°

B. 35°

C. 25°

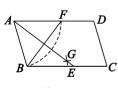
D. 30°

3. 如图,在 $\square ABCD$ 中,AB=4,BC=6,AC的垂直平分线交AD于点E,则MCDE的周长是

A. 7

B. 10D. 12

C. 11



(第3题)

(第4题)

4. 如图,在 $\square ABCD$ 中,用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线 AG 交 BC 于点 E,若 BF=6,AB=5,则 AE 的长为

A. 4

B. 6

C. 8 D. 10

⑥ 能力提升

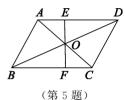
5. 如图, EF 过 $\square ABCD$ 对角线的交点 O, 交 AD 于点 E, 交 BC 于点 F, 若 $\square ABCD$ 的周长为 18, OE=1, 5, 则四边形 <math>EFCD 的周长为

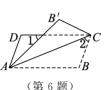
A. 14

B. 13

C. 12

D. 10





6. 如图,将□ABCD 沿对角线 AC 折叠,使点 B 落在点 B'处. 若∠1=∠2=44°,则∠B 等于 ()

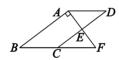
A. 66°

B. 104°

C. 114°

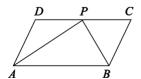
D. 124°

- 7. 如图, $E \neq \Box ABCD$ 的边 CD 的中点, 延长 $AE \stackrel{\cdot}{\circ} BC$ 的延长线于点 F.
 - (1)求证:*的ADE* **泡***bFCE***:**
- (2) 若 $\angle BAF = 90^{\circ}$, BC = 5, EF = 3, 求 CD 的长.



(拓展创新

- 8. 如图,四边形 ABCD 是平行四边形, $P \in CD$ 上一点,且 AP 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$.
 - (1)求/APB 的度数;



第二学时



问题导学

同学们,通过前面的学习,我们知道:点与点之间的距离是指两点所连线段的长度,点到直线的距离是指这点到直线的垂线段的长度.那么,你知道什么是两条平行线之间的距离吗?两条平行线之间的任何两条平行线段都有怎样的关系呢?



自主学习

② 教材导读

- 1. 阅读教材 p42、p43 有关"两条平行线之间的 距离"的内容,完成下列问题:
- (1)两点之间的距离是指_____, 点到直线的距离是指_____

______, 两条平行线之间的距离是指

- (2)由平行四边形的定义和性质可知,两条平行线之间的任何两条平行线段都_____,因此又说两条平行线间的垂线段_____,都等于这两条平行线之间的
 - 2. 完成教材 p43 的练习.

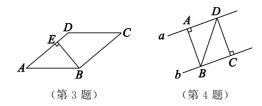
● 自主测评

1. 已知□*ABCD* 的周长为 32,*AB*=4,则 *BC* 等于

A. 4 B. 12 C. 24 D. 28

2. 如图,在平行四边形 ABCD 中,按以下步骤作图:①以点 A 为圆心,任意长为半径画弧,分别交 AB,AD 于点 M,N;②分别以点 M,N 为圆心,大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧,两弧相交于点 P;③作射线 AP,交边 CD 于点 Q. 若 DQ=2QC, BC=3,则平行 四边形 ABCD 的周长为

3. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AD$ 于点 E. 若 $\angle ABE = 50^{\circ}$,则 $\angle C =$



- 4. 如图,直线 a//b,BA 上直线 a 于点 A,DC 上直线 b 于点 C,则
 - (1)点 B 与点 D 的距离是指线段 的长:
 - (2)点 D 到直线 b 的距离是指线段 的长;
- (3)两平行线 a,b 之间的距离是线段

或 的长.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

教材 p43 练习第 2 题运用了平行线的哪些性质?



合作学习

◎ 难点探究

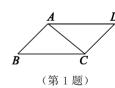
1. 如图,在 □ ABCD 中,连接 AC, ∠ABC = ∠CAD=45°, AB=2,则 BC 的长是 ()

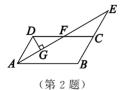
 $A.\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{2}$

D. 4





2. 如图,在 \square ABCD中,AB=4, \angle BAD的平分线与BC的延长线交于点 E,与 DC 交于点 F,且 F为边 DC的中点,DG \bot AE,垂足为 G.若 DG=1,则 AE的长为

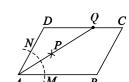
A. $2\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{3}$

C. 4

D. 8

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



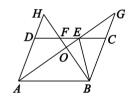


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

⊚ 展示交流

1. 如图,在 $\Box ABCD$ 中, $\angle DAB$ 的平分线交 CD 于点E,交 BC 的延长线于点G, $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于点F,交 AD 的延长线于点H,AG 与 BH 交于点O,连接 BE.下列结论错误的是(



A. BO = OH

B. DF = CE

C.DH = CG

D. AB = AE

2. 在 $\square ABCD$ 中, AD=8, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E, DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 E, 且 EF=2,则 AB 的长为

A. 3

B. 5

C.2或3

D. 3 或 5



归纳梳理

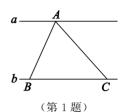
- 1. 两条平行线之间的任何两条平行线段都相等.
- 2. 学会利用"两条平行线之间的垂线段相等" 解决"等底等高的三角形面积相等"的问题.
- 3. 会用平行线之间的距离解决现实中简单的数学问题.

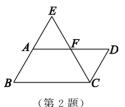


深化拓展

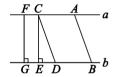
◎ 基础巩固

1. 如图,已知直线 a//b,BC=4. 若**紛**ABC 的面积为 6,则 a,b 之间的距离是





- 2. 如图,在 \square ABCD中,E 是 BA 延长线上一点,AB=AE,连接 CE 交 AD 于点 F. 若 CF 平分 \angle BCD,AB=3,则 BC 的长为
- 3. 如图,a//b,AB//CD, $CE \perp b$, $FG \perp b$,E,G为垂足,则下列说法中错误的是 ()



A.AB = CD

B. CE = FG

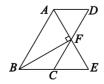
- C.A,B 两点之间的距离就是线段 AB 的长
- D. 直线 a,b 之间的距离就是线段 CD 的长

⑥ 能力提升

4. 已知直线 a//b//c,且 a = b 之间的距离为 6 cm,b = c 之间的距离为 10 cm,则 a = c 之间的距离为 .

⑥ 拓展创新

- 5. 如图,四边形 ABCD 为平行四边形, $\angle BAD$ 的平分线 AE 交 CD 于点 F,交 BC 的延长线于 点 F
 - (1)求证:BE=CD;
- (2)连接 BF,若 $BF \perp AE$, $\angle BEA = 60^{\circ}$, AB = 4,求平行四边形 ABCD 的面积.



第三学时



问题导学

同学们,第一学时我们从边和角两个方面研究 了平行四边形的性质.请大家想一想,平行四边形 还有其他性质吗?我们还可以从哪些角度研究平 行四边形的性质?

如图是一张平行四边形纸片,你能通过折叠将它分成完全相同的两部分吗?怎样折叠?你有几种折叠的方法?





自主学习

② 教材导读

- 1. 阅读教材 p43"探究",回答下列问题:
- (1) 教材图 18.1-7 中 *OA* 与 *OC*, *OB* 与 *OD* 分别有什么关系?同学们任意画一个平行四边形,上述线段 *OA* 与 *OC*, *OB* 与 *OD* 之间的关系发生改变了吗?你能得到怎样的猜想?
- (2)结合教材 p44 图 18.1-8,完成上述猜想的证明过程.
 - 2. 完成教材 p44 例 2,思考下列问题:
 - (1)求对角线 BD 的长;
- (2)分别求**制** BOC,**制** COD,**制** AOD和**制** AOB 的面积;
- (3)在平行四边形中,被两条对角线分成的四个三角形之间有怎样的关系?

3. 解决"问题导学"中通过折叠将平行四边形分成完全相同的两部分的问题.

● 自主测评

1. 平行四边形的对角线一定具有的性质是

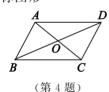
A. 相等

B. 互相平分

C. 互相垂直

- D. 互相垂直且相等
- 2. 如图,平行四边形 ABCD 的对角线 AC,BD 相交于点 O,则下列结论正确的是 ()
 - A. $S_{\square ABCD} = 4S_{\text{th} AOB}$
 - B.AC=BD
 - $C.AC \mid BD$
 - D. □ABCD 是轴对称图形





3. 已知平行四边形的对角线长分别为 x,y,—边长为 12,则 x,y 的值可能是下列各组数中的())

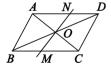
A. 8 与 14

B. 10 与 14

C. 18 与 20

D. 10 与 48

- 4. 如图,在 $\square ABCD$ 中,AC,BD相交于点O. 如果AC=14 cm,BD=18 cm,AB=10 cm,那么**幼** COD的周长为 cm.
- 5. 如图,在 $\square ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,MN 是过 O 点的直线,交 BC 于点 M,交 AD 于点 N. 若 BM=2,AN=3,则 AD=



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

平行四边形被对角线分成了哪些三角形?它们之间各有怎样的关系?

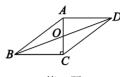
数学.八年级.下册(人教版)

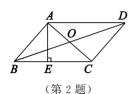


合作学习

● 难点探究

1. 如图,在 $\square ABCD$ 中,O是对角线AC,BD的 交点, $AC \perp BC$,且AB = 10 cm,AD = 8 cm,则OB =





2. 如图, $\Box ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于 点O, $AE \mid BC$,垂足为E, $AB = \sqrt{3}$,AC = 2,BD = 4, 则AE的长为

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

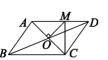


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

1. 如图, □ABCD 的对角线 AC,BD 相交于点 O, 且 $AD \neq$ CD,过点 O 作 $OM \perp AC$,交 AD



于点M. 如果M CDM 的周长是 40 cm,那么 □ABCD 的周长是

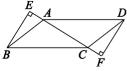
A. 40 cm

B. 60 cm

C. 70 cm

D. 80 cm

2. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $BE \perp AC$,垂足 E 在 CA 的延长线上, $DF \perp AC$,垂足 F 在 AC 的延长线 上. 求证:AE=CF.





归纳梳理

1. 平行四边形的性质分类图:



- 2. 解决四边形的问题常用的方法是通过构造 对角线,将四边形问题转化为三角形问题;证明线 段或角相等的一般思路是证明相关的三角形全等.
- 3. 经历通过观察、猜想、操作、分析等方式探究 数学结论的过程,注重运用"几何画板"探索并验证 图形的性质或规律,提高合情推理和演绎推理 的能力.



深化拓展

◎ 基础巩固

1. 如图, □ABCD 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O,AB LAC,若 AB =4,AC=6,则 BD 的长是 (



A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

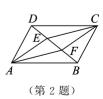
2. 如图, $\square ABCD$ 和 $\square AECF$ 的顶点 D, E, F, B 在同一条直线上,则下列等式一定成立的是

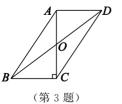
A.AE = CE

B. CE = CF

C.DE = BF

D. DE = EF = BF

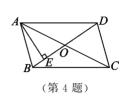


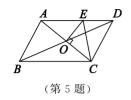


3. 如图,在 $\square ABCD$ 中,对角线交于点O,AB= $2\sqrt{13}$ cm,AD=4 cm, $AC\perp BC$,则 &DBC的周长比 **勧**ABC的周长长_____cm.

⑥ 能力提升

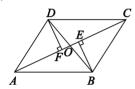
4. 如图,在 \square ABCD 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 O,AE \perp BD 于点 E, \angle EAO=30°,OE=3,则 AC=





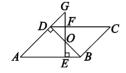
5. 如图, □ABCD 的周长为 16 cm, AC, BD 交 于点O,OE⊥AC交AD 于点E,则 **b**DCE 的周长为 cm.

6. 如图,在 \square ABCD中,O是对角线 AC,BD的 交点,BE \bot AC,DF \bot AC,垂足分别为 E,F. 那么 OE 与 OF 是否相等?为什么?



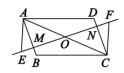
7. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $BD \perp AD$, $\angle A = 45$ °, E,F分别是AB,CD上的点,且BE = DF,连接EF交BD于点O.

- (1)求证:BO=DO;
- (2)若 $EF \perp AB$,延长 EF 交 AD 的延长线于点 G,当 FG=1 时,求 AE 的长.



酒 拓展创新

- 8. 如图,在 $\square ABCD$ 中,O为对角线 AC的中点,过点 O作一条直线分别与 AB,CD 交于点 M,N,点 E,F 在直线 MN 上,且 OE=OF.
- (1)图中共有几对全等三角形,请把它们都写出来;
 - (2)求证: $\angle MAE = \angle NCF$.



18.1.2 平行四边形的判定

第一学时



问题导学

同学们,前面三个学时,我们从不同的角度研 究了平行四边形的性质. 请大家想一想, 根据这些 性质反过来能判断一个四边形是平行四边形吗?

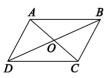
小明在研究上述问题时做了下面的实验:取四 根木条,其中两根木条长度相等,另外两根木条的 长度也相等,使等长的木条成为对边,用钉子将它 们首尾相接钉在一起,做成一个四边形. 小明发现 这是一个平行四边形,你同意他的看法吗?你知道 为什么吗?根据四边形的不稳定性,小明转动这个 四边形得到不同形状的四边形,你认为这些四边形 一直都是平行四边形吗?请大家动手做一做,并想 办法对你发现的结论进行验证或证明.



自主学习

数材导读

- 1. 阅读教材 p45"思考",想一想,平行四边形的 性质是从哪些方面分别进行探究的?
 - 2. 平行四边形的判定定理有:
- (1) 的四边形 是平行四边形,用符号语言可以 表述为:



如图,在四边形 ABCD中,

- : 四边形 ABCD 是平行四边形.
- (2) 的四边形是平行四边形,用符 号语言可以表述为:

如图,在四边形 ABCD 中,

- : 四边形 ABCD 是平行四边形.

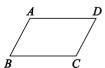
的四边形是平行四边形,用符 号语言可以表述为:

如图,在四边形 ABCD 中,

- : 四边形 ABCD 是平行四边形.
- 3. 完成对定理"两组对边分别相等的四边形是 平行四边形"的证明过程.
- 4. 完成对定理"两组对角分别相等的四边形是 平行四边形"的证明过程.
- 5. 教材 p46 例 3 中证明四边形 BFDE 是平行 四边形所依据的定理是什么? 你还有其他的证明 方法吗?

◎ 自主测评

1. 如图,AB//CD,AD//BC, $\angle B = 50^{\circ}$,则 $\angle D =$



- 2. 在四边形 ABCD 中,对角线 AC,BD 交于点 O,且OA = OC,OB = 4. 当OD =时,四边 形 ABCD 是平行四边形.
- 3. 在四边形 ABCD 中, $/A=50^{\circ}$, 能使这个四 边形是平行四边形的是

A.
$$/D = 130^{\circ}$$

B.
$$\angle B = 50^{\circ}, \angle C = 130^{\circ}$$

$$C. \angle C = 50^{\circ}$$

D.
$$\angle C = 50^{\circ}, \angle B = 130^{\circ}$$

4. 把两个全等的不等边三角形(三条边都不相等的三角形)拼成平行四边形,可拼成的不同平行四边形的个数为 ()

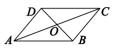
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 如图,四边形 ABCD 中,对角线 AC,BD 相 交于点 O,下列条件不能判定四边形 ABCD 是平行 四边形的是



A.AB//CD,AD//BC

B. AB = DC, AD = BC

C.AO = CO.BO = DO

D. AB//DC, AD=BC

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

判断一个四边形是平行四边形都有哪些方法?

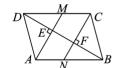


合作学习

@ 难点探究

如图,在 $\square ABCD$ 中,BD是它的一条对角线,过A,C两点分别作 $AE \perp BD$, $CF \perp BD$,垂足分别为E,F,延长AE,CF分别交CD,AB于点M,N.

- (1)求证:四边形 CMAN 是平行四边形:
- (2)已知 DE=4,FN=3,求 BN 的长.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

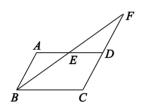


探究展示

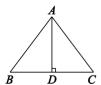
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

◎ 展示交流

- 1. 如图,在 $\square ABCD$ 中,E是AD的中点,BE的延长线与CD的延长线交于点F.
- (2)连接 BD, AF, 判断四边形 ABDF 的形状, 并说明理由.



2. 如图,在等腰三角形纸片 ABC 中,AB=AC = 10 cm,BC=12 cm,沿底边 BC 上的高 AD 剪成两个三角形,用这两个三角形拼成平行四边形,则这个平行四边形较长的对角线的长是



T

归纳梳理

- 1. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.
- 2. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.
- 3. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
- 4. 对角线互相平分的四边形是平行四边形.
- 5. 经历图形操作过程,提高多渠道、多方式获取并验证数学命题的意识.



深化拓展

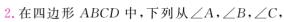
◎ 基础巩固

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



∠D 的度数之比能判定四边形 ABCD 是平行四边形的是

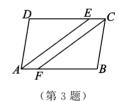
A. 1 2 3 4

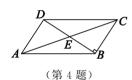
B. 2 3 2 3

C. 2 2 3 3

D. 1 2 2 3

3. 如图,在□ABCD中,AE,CF分别是∠DAB, ∠BCD的平分线,若AB=10 cm,DE=8 cm,则 EC=

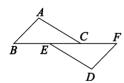




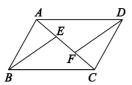
4. 如图,在四边形 ABCD 中,对角线 AC,BD 相交于点 E, $\angle CBD$ =90°,BC=4,BE=ED=3,AC=10,则四边形 ABCD 的面积为

⑥ 能力提升

- 5. 如图,点 B,E,C,F 在同一条直线上,AB= DF,AC=DE,BE=FC.
 - (1)求证:**紛**ABC **洩紛**DFE;
- (2)连接 AF,BD,求证:四边形 ABDF 是平行四边形.

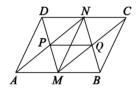


6. 如图, E, F 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 上的点, CE = AF. 请你猜想: BE 与 DF 有怎样的位置关系和数量关系? 并对你的猜想加以证明.



⑥ 拓展创新

7. 如图,在 \square ABCD中,M,N分别是AB,CD的中点,AN与DM相交于点P,BN与CM相交于点Q. 试说明:PQ与MN 互相平分.

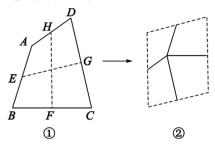


第二学时



问题异学

同学们,取一张四边形硬纸片 ABCD, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 边上的中点,沿线段 EG, FH 将硬纸片剪开,得到四个小四边形纸片(如图①所示),用这四个小纸片可拼出如图②所示的平行四边形. 你知道其中的道理吗? 动手做一做,动脑想一想,你会有很多发现!





自主学习

② 教材导读

- 1. 阅读教材 p46"思考"及下面的内容,解决下列问题:
- (1)一组对边平行且相等的四边形是平行四边形吗?如何证明?

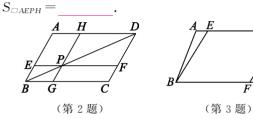
(2)总结平行四边形的判定方	法,
----------------	----

①	
	;
②	
	;
3	
	<u>;</u>
4	
	;
5	

- 2. 阅读教材 p47 例 4,证明四边形 EBFD 是平行四边形的依据是
 - 3. 完成教材 p47 的练习.

◎ 自主测评

- 1. 下列条件中不能判定四边形 *ABCD* 为平行四边形的是 ()
 - A.AB = CD,AD = BC
 - B. AB//CD, AB=CD
 - C.AB = CD,AD//BC
 - D.AB//CD,AD//BC
- 2. 如图,在 $\square ABCD$ 中,过对角线 BD上一点 P作 EF // BC,GH // AB,且 CG = 2BG, $S_{\text{**BPG}}$ = 1,则





收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

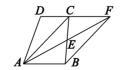
一组对边平行,另一组对边相等的四边形是平行四边形吗?



合作学习

◎ 难点探究

如图,在四边形 ABCD 中,AB/CD,E 是 BC 的中点,直线 AE 交 DC 的延长线于点 F. 试判断四 边形 ABFC 的形状,并说明理由.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

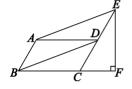


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

@ 展示交流

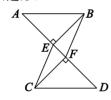
1. 如图,在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^{\circ}$,点 E, F分别在 CD和 BC的 延长线上,



 $AE/\!\!/BD$, $EF \perp BF$ 于点 F, CF = 1, 则 AB 的长 是

2. 如图,已知 AB // CD, $BE \perp AD$, 垂足为 E, $CF \perp AD$, 垂足为 F, 并且 AE = DF.

求证:四边形 BECF 是平行四边形.





归纳梳理

- 1. 平行四边形的判定方法:
- (1)从边的角度判定:①两组对边分别平行的四边形是平行四边形;②两组对边分别相等的四边形是平行四边形;③一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.
- (2)从角的角度判定:两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
- (3)从对角线的角度判定:对角线互相平分的四边形是平行四边形.
- 2. 解决四边形问题时,通过添加辅助线——对角线,可以将四边形问题转化为三角形问题进行解决,渗透转化的数学思想.



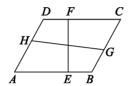
深化拓展

◎ 基础巩固

1. 已知直角坐标系内有四个点 O(0,0), A(3,0), B(1,1), C(x,1), 若以 O, A, B, C 为顶点的四边形是平行四边形,则 x=

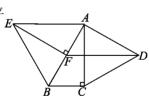
⑥ 能力提升

2. 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E,F,G,H 分别在 边 AB,DC,BC,DA 上,且 AE=CF,BG=DH,那 么 EF 与 GH 互相平分吗? 为什么?



⑥ 拓展创新

- - (1)AC=EF;
- (2)四边形 *ADFE* 是平 行四边形.

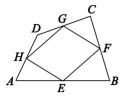


第三学时



问题导学

如图,在四边形ABCD中, E,F,G,H 分别是 AB,BC, CD,DA 边的中点,依次连接各中点所得的四边形EFGH叫做四边形 ABCD 的中点四边



形. 不难发现, 任意四边形 *ABCD* 的中点四边形 *EFGH* 都是平行四边形. 你知道其中的道理吗?想一想, 你还会有很多发现哦!



自主学习

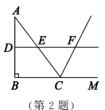
② 教材导读

- 2. 阅读教材 p48"探究"及证明的内容,解决下面的问题:
- (1)"探究"中,我们应该采用怎样合理的方法 说明**b** ABC的中位线 DE 与边 BC 的位置关系是 平行的?
- (2)在证明三角形中位线定理时,采用的辅助 线是:①"延长 DE 到点 F,使 EF=DE",这样的辅助线一般在遇到三角形中线的时候采用,叫做 ,其目的是
- _____;②在辅助线①的基础上,"连接 FC, DC, AF",其作用是
- (3)三角形的中位线_____三角形的第三边,并且
- (4)教材 p48 证明定理的思路是什么? 你是如何想到的?
 - 3. 完成教材 p49 的练习.

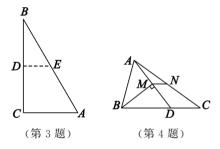
(自主测评

1. 如图, A, B 两点分别位于一个池塘的两端, 小明想用绳子测量 A, B 间的距离, 但绳子不够长, 一位同学帮他想了一个主意: 先在地上确定一点 C, 找到 AC, BC 的中点分别为点 D, E, 并且测出 DE 的长为 15 m. 由此可得 A, B 两点间的距离为

 $\begin{array}{ccc}
A & D & A \\
B & E & B
\end{array}$ (\hat{\text{3}} 1 \overline{\text{B}})



- 2. 如图,在 **a** ABC 中, $\angle B=90^{\circ}$,AB=8,BC=6. 若 DE 是 **a** ABC 的中位线,延长 DE 交 **b** ABC 的外角 $\angle ACM$ 的平分线于点F,则线段 DF 的长为
- 3. 如图,将一张直角三角形纸片 ABC 沿中位线 DE 剪开后,在平面上将 bBDE 绕着 CB 的中点 D 逆时针旋转 180° ,点 E 到了点 E'的位置,则四边 形 ACE'E 的形状是



4. 如图,在 **M** ABC 中,点 D 在 BC 上,BD = AB,BM \bot AD 于点 M,N 是 AC 的中点,连接 MN. 若 AB=5,BC=8,则 MN=

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

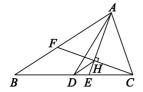
三角形有几条中位线? 所有中位线所围成的图形与原三角形有哪些关系?



合作学习

@ 难点探究

如图,在**粉** ABC 中,AB = 5,AC = 3,AD,AE



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

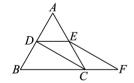


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

@ 展示交流

- 1. 如图,等边三角形 ABC 的边长是 2,D,E 分别为 AB,AC 的中点,延长 BC 至点 F,使 $CF=\frac{1}{2}$ BC,连接 CD 和 EF.
 - (1)求证:DE=CF;
 - (2)求 EF 的长.



2. 解决"问题导学"中提出的问题.



归纳梳理

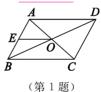
- 1. 三角形的中位线定理: 三角形的中位线平行于三角形的第三边, 且等于第三边的一半.
- 2. 遇到有关中点的问题时,一般情况会构造三 角形的中位线,利用三角形的中位线定理使问题得 到解决.

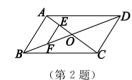


深化拓展

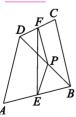
◎ 基础巩固

1. 如图,在平行四边形 ABCD 中,对角线 AC, BD 相交于点O,E 是 AB 的中点,OE=5 cm,则 AD 的长为 cm.



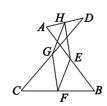


- 2. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,E,F 分别是线段 AO,BO 的中点. 若 AC+BD= 24 cm, **bOAB** 的周长是 18 cm, $\cup EF=$ cm.
- 3. 如图,在四边形 ABCD 中,P 是对角线 BD 的中点,E,F 分别是 AB,CD 的中点,AD=BC, $\angle PEF=18°,则<math>\angle PFE$ 的度数是

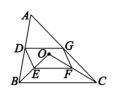


⑥ 能力提升

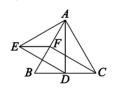
4. 如图,E,F,G,H 分别是 AB,BC,CD,DA 的中点. 四边形 EFGH 是平行四边形吗?为什么?



求证:四边形 DEFG 是平行四边形.



- 6. 如图,已知bABC 是等边三角形,点 D,F 分别在线段 BC,AB 上, $\angle EFB = 60^{\circ},DC = EF$.
 - (1)求证:四边形 EFCD 是平行四边形;
 - (2) 若 BF = EF,求证:AE = AD.



② 拓展创新

- (1)如图①,当点 D 与点 M 重合时,求证:四边形 ABDE 是平行四边形;
- (2)如图②,当点 D 不与点 M 重合时,(1)中的结论还成立吗?请说明理由.

