义务教育教科书同步教学资源

# 课时练

人民教育出版社教学资源编辑室 组编

## 数学

## 七年级 下册

人民教育出版社
PEOPLE'S EDUCATION PRESS
·北京·

图书在版编目（CIP）数据

课时练．数学七年级．下册 / 人民教育出版社教学资源编辑室组编．— 北京：人民教育出版社，2018.12
ISBN 978-7-107-33225-8

Ⅰ．①课… Ⅱ．①人… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．① G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 266637 号

课时练　数学　七年级　下册

出版发行　人民教育出版社
（北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼　邮编：100081）
网　址　http://www.pep.com.cn
经　销　全国新华书店
印　刷
版　次　2018 年 12 月第 1 版
印　次　　年　月第　次印刷
开　本　890 毫米 ×1240 毫米　1/16
印　张　12
字　数　372 千字
定　价　16.12 元

# 编委会

亮点解读

# 依据最新理念 落实学科素养
# 搭建科学体系 培养关键能力

## 1. 引导学生经历真实的学习过程

★【学习目标】为学生提供达成目标的探究方法和经历真实学习过程的“抓手”

学习目标

1.经历用直尺和三角尺画平行线的活动过程，发现并掌握平行线的判定方法，会用同位角相等或内错角相等或同旁内角互补判定两直线平行.

2.能灵活运用判定方法判定两直线平行，会正确书写简单的推理过程，体会由未知向已知转化的思想.

★探究环节从学生角度出发，将问题逐层深入、细化，让学生经历知识的形成过程

学习过程

1.因为 $2^2=4$，所以 $\sqrt{4}=$______；

因为 $5^2=25$，所以 $\sqrt{25}=$______；

因为 $7^2=49$，所以 $\sqrt{49}=$______.

2.通过以上计算，你发现了什么？

3.通过以上计算，你能比较 $\sqrt{4}$，$\sqrt{25}$，$\sqrt{49}$ 的大小吗？由此能得出什么结论？

## 2. 培养学生在具体情境中解决实际问题的能力

★探究环节中注重情境设计，培养学生在情境中解决具体问题的能力

【例 1】某商品的进价是 120 元，标价为 180 元，但销量较小.为了促销，商场决定打折销售，为了保证利润率不低于 20%，那么最多可以打几折出售此商品？

思考 1：商品的利润等于__________或__________.

思考 2：若设可以打 $x$ 折销售，该商品获得的利润等于__________，即该商品获得的利润为__________.

★训练环节的习题中通过情境化设计考查学生解决实际问题的能力

11.国际足球比赛的足球场的长在 100 m 到 110 m 之间，宽在 64 m 到 75 m 之间.某地建设了一个长方形的足球场，其长是宽的 1.5 倍，面积是 7 560 m$^2$，请你判断这个足球场能否用于国际比赛，并说明理由.

## 3. 注重学生数学素养的持续性发展

★融入数学文化，提升科学精神、应用意识和人文素养

5.《九章算术》是中国传统数学重要的著作.《九章算术》中记载：“今有牛五羊二，直金十两；牛二羊五，直金八两.问牛、羊各直金几何？”译文：“假设有 5 头牛、2 只羊，值金 10 两；2 头牛、5 只羊，值金 8 两.问：每头牛、每只羊各值金多少两？”请用列方程（组）解应用题的方法求出问题的解.

★在学习环节中突出学生数学建模、数学抽象等学科素养的培养

11.先阅读材料再解答提出的问题.

设 $a$，$b$ 是有理数，且满足 $a+\sqrt{2}b=3-2\sqrt{2}$，求 $b^a$ 的值.

解：由题意，得 $(a-3)+(b+2)\sqrt{2}=0$.

因为 $a$，$b$ 都是有理数，所以 $a-3$，$b+2$ 也是有理数.

因为 $\sqrt{2}$ 是无理数，所以 $b+2=0$，所以 $a-3=0$，

所以 $b=-2$，$a=3$，所以 $b^a=(-2)^3=-8$.

问题：设 $x$，$y$ 都是有理数，且满足 $x^2-2y+\sqrt{5}y=10+3\sqrt{5}$，求 $x+y$ 的值.

# 目 录

# 第五章　相交线与平行线

## 5.1　相交线

### 5.1.1　相交线

**学习目标**

1.能准确理解邻补角和对顶角的定义及特征，能在图形中熟练地识别出对顶角和邻补角.
2.经历对顶角性质的推导及说理过程，能运用该性质进行简单的推理和计算.
3.经历质疑、猜想和归纳等数学活动，培养观察、转化、说理能力以及数学语言规范表达能力.

**自主预习·探新知**

**学习任务一　邻补角的定义和性质**

**学习过程**

如图 5.1.1-1，直线 $AB$ 和 $CD$ 相交于点 $O$.观察图形，回答下列问题：

(1)∠1 和∠2 的顶点和两边有什么关系？

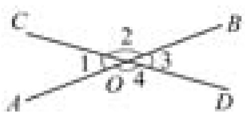


图 5.1.1-1

(2)∠1 和∠2 的度数有什么关系？

(3)图中还有哪些角之间具有这样的关系？

**探究归纳**

1.邻补角的定义：如果两个角有一条________，它们的另一边互为____________，具有这种关系的两个角，互为邻补角.
2.邻补角的性质：邻补角________.

**学习任务二　对顶角的定义和性质**

**学习过程**

观察图 5.1.1-1，回答下列问题：

(1)∠1 和∠3 的顶点和两边有什么关系？

(2)∠1 和∠3 在数量上有什么关系？如何说明？

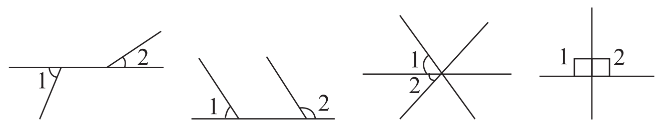
(3)图中还有哪些角之间具有这样的关系？

**探究归纳**

1.对顶角的定义：两个角有公共的________，并且一个角的两边分别是另一个角的两边的________，具有这种位置关系的两个角，互为对顶角.
2.对顶角的性质：对顶角________.

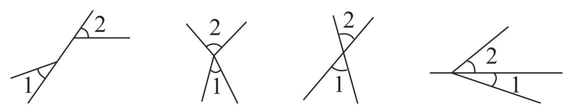
**即时小练**

1.下面四个图形中，∠1 与∠2 是邻补角的是　(　　)



A　B　C　D

2.下列图形中，∠1 与∠2 是对顶角的是　(　　)



A　B　C　D

3.如图 5.1.1-2，点 $O$ 在直线 $AB$ 上，若∠1＝50°，则∠2 的度数是　(　　)

A.50°　B.60°　C.130°　D.150°

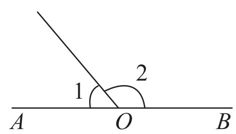


图 5.1.1-2

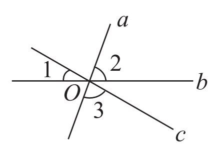


图 5.1.1-3

4.如图 5.1.1-3，已知直线 $a$，$b$，$c$ 相交于点 $O$，若∠1＝30°，∠2＝70°，则∠3＝________.

**合作探究·释疑难**

**要点突破 1　复杂图形中邻补角、对顶角的识别**

【例 1】如图 5.1.1-4，已知直线 $AB$，$CD$ 相交于点 $O$，$\angle COE=90°$，则图中哪些角是对顶角？哪些角是邻补角？

思考 1：满足什么条件的两个角是对顶角？

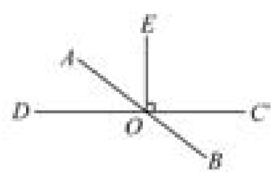


图 5.1.1-4

思考 2:满足什么条件的两个角是邻补角?

**解:**

**规律方法**

(1)在找一个角的对顶角时,可分别反向延长这个角的两边,以这两条反向延长线为边的角即是原角的对顶角.

(2)在找一个角的邻补角时,可先固定一边,反向延长另一边,则由固定边和反向延长线组成的角即为原角的邻补角.

**【变式训练】**

**1.** 观察图形,寻找对顶角(不含平角).

(1)两条直线相交于一点,如图 5.1.1-5①,共有________对对顶角;

(2)三条直线相交于一点,如图 5.1.1-5②,共有________对对顶角;

(3)四条直线相交于一点,如图 5.1.1-5③,共有________对对顶角;

(4)根据填空结果探究:当 $n$ 条直线相交于一点时,所构成的对顶角的对数与直线条数之间的关系;

(5)根据探究结果,试求 2 019 条直线相交于一点时,所构成对顶角的对数.

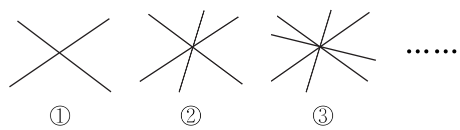



图 5.1.1-5

## 要点突破 2 邻补角、对顶角的性质的应用

**【例 2】** 如图 5.1.1-6 所示,直线 $AB$,$CD$ 交于点 $O$,$\angle DOE=\angle BOD$,$OF$ 平分 $\angle AOE$,$\angle AOC=30^\circ$,试求 $\angle EOF$,$\angle DOF$ 的度数.

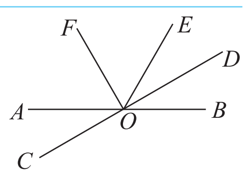



图 5.1.1-6

思考 1:由 $\angle AOC=30^\circ$可求得哪几个角的度数?

思考 2:由 $OF$ 平分$\angle AOE$ 得到:________.

**解:**

**【一题多变】**

将已知条件$\angle AOC=30^\circ$去掉,其余不变,则$\angle DOF$ 的度数是多少?由此可得出什么结论?

**规律方法**

(1)解决这类问题,要善于寻找对顶角和邻补角,利用它们把所求的角与已知角联系起来.对于其他涉及角平分线或角之间存在倍数关系的题目,一般考虑用方程思想来解决问题.

(2)对顶角相等与邻补角互补在问题中往往作为隐含条件,解决问题时要注意挖掘.

**【变式训练】**

**2.** 如图 5.1.1-7,直线 $AB$,$CD$ 相交于点 $O$,$OB$ 平分$\angle DOE$,若$\angle DOE=60^\circ$,求$\angle AOD$ 和$\angle AOC$ 的度数.

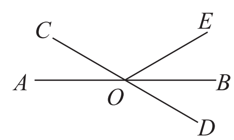



图 5.1.1-7

## 达标检测

**1.** 如图 5.1.1-8,下列各组角中,是对顶角的一组是 ( )

A.$\angle 1$ 和$\angle 2$　　B.$\angle 3$ 和$\angle 5$

C.$\angle 3$ 和$\angle 4$　　D.$\angle 1$ 和$\angle 5$

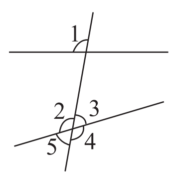



图 5.1.1-8

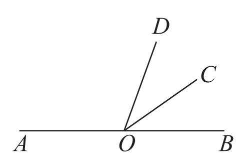



图 5.1.1-9

**2.** 如图 5.1.1-9,点 $O$ 在直线 $AB$ 上,射线 $OC$ 平分$\angle DOB$.若$\angle COB=35^\circ$,则$\angle AOD$ 等于 ( )

A.$35^\circ$　　B.$70^\circ$　　C.$110^\circ$　　D.$145^\circ$

**3.** 如图 5.1.1-10,已知$\angle\alpha+\angle\beta=80^\circ$,则$\angle\alpha=$________,$\angle\gamma=$________.

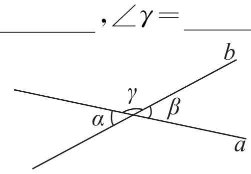



图 5.1.1-10

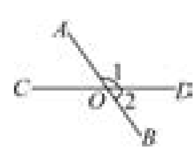



图 5.1.1-11

4.如图 5.1.1-11,直线 $AB$,$CD$ 相交于点 $O$,若$\angle1-\angle2=70°$,则$\angle BOC=$________,$\angle2=$________.

5.如图 5.1.1-12 所示,直线 $AB$,$CD$,$EF$ 相交于点 $O$,若$\angle1=20°$,$\angle BOC=80°$,求$\angle2$ 的度数.

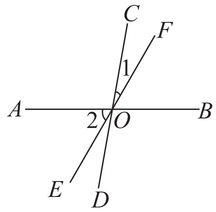
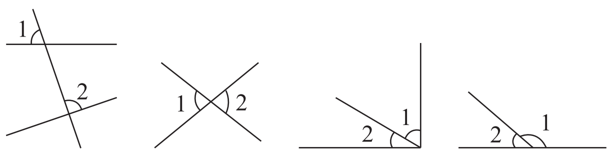


图 5.1.1-12

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

1.(广西贺州中考)下列各图中,$\angle1$ 与$\angle2$ 互为邻补角的是 ( )


A B C D

2.如图 5.1.1-13,$\angle\alpha$ 的度数等于 ( )

A.135° B.125° C.115° D.105°

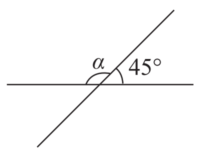


图 5.1.1-13

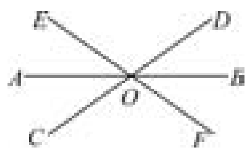


图 5.1.1-14

3.如图 5.1.1-14 所示,直线 $AB$,$CD$,$EF$ 相交于点 $O$,$OA$ 平分$\angle EOC$,若$\angle BOD=35°$,则$\angle EOC$ 的度数是 ( )

A.50° B.60° C.70° D.80°

4.平面上三条直线两两相交最多能构成对顶角的对数是 ( )

A.7 B.6 C.5 D.4

5.如图 5.1.1-15 所示,直线 $AB$,$CD$ 相交于点 $O$,已知$\angle AOC=70°$,$OE$ 把$\angle BOD$ 分成两部分,且$\angle BOE:\angle EOD=2:3$,则$\angle EOD=$________.

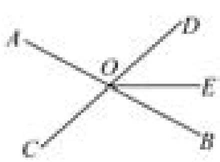


图 5.1.1-15

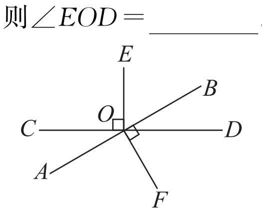


图 5.1.1-16

6.如图 5.1.1-16,直线 $AB$,$CD$ 相交于点 $O$,$\angle COE=\angle FOB=90°$,$\angle AOC=30°$,则$\angle EOF=$________.

7.如图 5.1.1-17,直线 $AB$ 与 $CD$ 相交于点 $O$,$\angle EOC:\angle EOD=3:2$,$OA$ 是$\angle EOC$ 的平分线.求$\angle BOD$ 的度数.

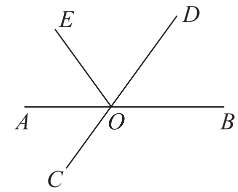


图 5.1.1-17

### 能力提升

8.下列说法正确的有 ( )

①对顶角相等;②互补的两个角是邻补角;③若两个角不相等,则这两个角一定不是对顶角;④若两个角不是对顶角,则这两个角一定不相等.

A.1 个 B.2 个 C.3 个 D.4 个

9.如图 5.1.1-18,若$\angle AOB$ 与$\angle BOC$ 是一对邻补角,$OD$ 平分$\angle AOB$,$OE$ 在$\angle BOC$ 内部,并且$\angle BOE=\frac{1}{2}\angle COE$,$\angle DOE=72°$,则$\angle COE$ 的度数是________.

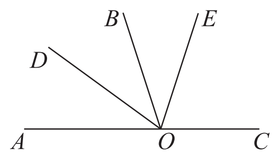


图 5.1.1-18

10.如图 5.1.1-19,直线 $AB$ 交 $CD$ 于点 $O$,由点 $O$ 引射线 $OG$,$OE$,$OF$,使 $OC$ 平分$\angle EOG$,$\angle AOG=\angle FOE$,若$\angle BOD=56°$,求$\angle FOC$ 的度数.

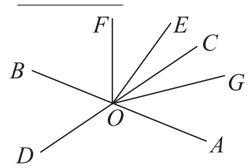


图 5.1.1-19

### 拓展创新

11.某地旅游资源十分丰富,为了实地测量一座古塔外墙底部的底角(示意图如图 5.1.1-20 所示的$\angle ABC$)的大小,张红同学设计了两种测量方案:

方案 1:作 $AB$ 的延长线 $BD$,量出$\angle CBD$ 的度数,便可求$\angle ABC$ 的度数.

方案 2:作 $AB$ 的延长线 $BD$,$CB$ 的延长线 $BE$,量出$\angle DBE$ 的度数,便知$\angle ABC$ 的度数.

请解释她这样做的道理.

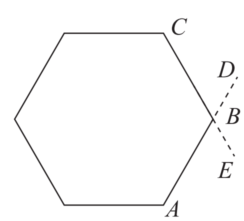


图 5.1.1-20

# 5.1.2 垂 线

## 学习目标

1.理解垂线、垂线段的概念,会用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线.
2.理解点到直线的距离的概念,能度量点到直线的距离,并掌握垂线的性质.
3.通过观察、思考、探究等活动归纳出垂线的概念和性质,并利用所学知识进行说理,体会从一般到特殊的方法,提高逻辑思维能力.通过利用垂线的性质解决简单的实际问题,提高应用意识.

## 自主预习·探新知

### 学习任务一 垂直的定义

**学习过程**

取两根木条 $a$,$b$,将它们钉在一起,固定木条 $a$,转动木条 $b$.

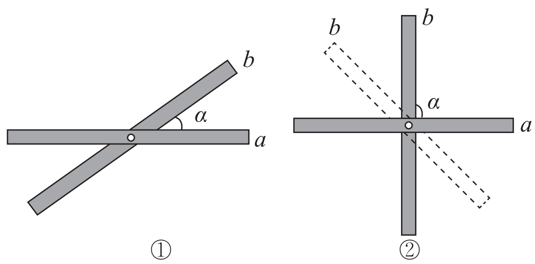


图 5.1.2-1

(1)如图 5.1.2-1①,当 $a$ 与 $b$ 所成的 $\angle\alpha=35°$时,其余各角分别是多少?

(2)如图 5.1.2-1②,当 $a$ 与 $b$ 所成的 $\angle\alpha=90°$时,其余各角分别是多少?此时木条 $a$ 与 $b$ 所在的直线有什么位置关系?

**探究归纳**

当两条直线相交所成的四个角中,有一个角是直角时,就说这两条直线________,其中的一条直线叫做另一条直线的________,它们的交点叫做________,垂直用符号"________"表示,如直线 $AB$ 与 $CD$ 互相垂直,记作________.

### 学习任务二 垂线的性质

**学习过程**

1.用三角尺或量角器画垂线.

(1)如图 5.1.2-2,点 $A$ 在直线 $l$ 上,过点 $A$ 画出直线 $l$ 的垂线.

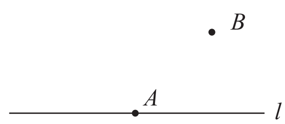


图 5.1.2-2

(2)如图 5.1.2-2,点 $B$ 为直线 $l$ 外一点,过点 $B$ 画直线 $l$ 的垂线.

(3)通过画图你有什么发现?

2.量一量,比一比.

如图 5.1.2-3,连接直线 $l$ 外一点 $P$ 与直线 $l$ 上各点 $O$,$A_1$,$A_2$,$A_3$,…,其中 $PO\perp l$,这时 $PO$ 称为点 $P$ 到直线 $l$ 的垂线段.比较线段 $PO$,$PA_1$,$PA_2$,$PA_3$,…的长短,你发现了什么?

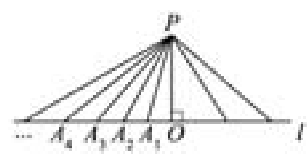


图 5.1.2-3

**探究归纳**

1.在同一平面内,过一点____________条直线与已知直线垂直.

2.连接直线外一点与直线上各点的所有线段中,________最短.简单说成:____________.

### 学习任务三 点到直线的距离

直线外一点到这条直线的____________,叫做点到直线的距离.

**即时小练**

1.下列说法中,不正确的是 ( )

A.经过一点能画一条直线和已知线段垂直

B.一条直线可以有无数条垂线

C.在同一平面内,过射线的端点与该射线垂直的直线有且只有一条

D.过直线外一点和直线上一点画一条直线一定与该直线垂直

2.如图 5.1.2-4，$\angle ACB=90°$.

(1)表示点到直线(或线段)距离的线段共有________条，它们分别是________；

(2)$AC$________$AB$(填“>”“<”或“=”)，依据是________________________；

(3)$AC+BC$________$AB$(填“>”“<”或“=”)，依据是________________________.

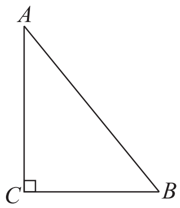



图 5.1.2-4

3.如图 5.1.2-5，直线 $AB$，$CD$ 相交于点 $O$，$Q$ 是 $CD$ 上一点.

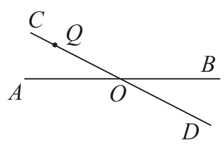



图 5.1.2-5

(1)过点 $Q$ 画 $AB$ 的垂线，$E$ 为垂足；

(2)过点 $O$ 画 $CD$ 的垂线.

小明和小颖的解答分别如图 5.1.2-6①和图 5.1.2-6②所示，请判断他们的解答是否正确.

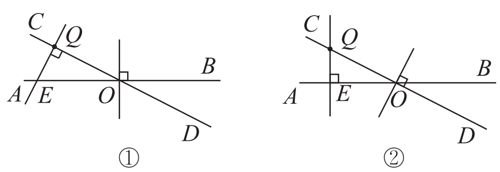



图 5.1.2-6

4.如图 5.1.2-7，直线 $AB$，$CD$ 相交于点 $O$，$OE\perp AB$，且$\angle COE=40°$，求$\angle BOD$ 的度数.

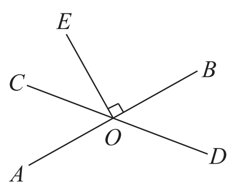



图 5.1.2-7

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 利用垂直的定义求角的度数

**【例 1】**如图 5.1.2-8，直线 $AB$，$CD$ 相交于点 $O$，$OE\perp CD$，$OF\perp AB$，$\angle DOF=65°$，求$\angle BOE$ 和$\angle AOC$ 的度数.

思考 1：由 $OE\perp CD$，$OF\perp AB$ 你能得出什么结论？

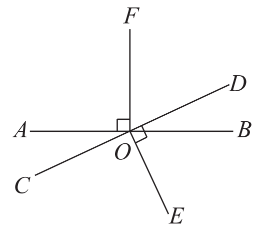



图 5.1.2-8

思考 2：借助$\angle DOF=65°$，你能求出哪个锐角的度数？

思考 3：$\angle AOC$ 和$\angle BOE$ 与思考 2 中求出的角有怎样的关系？

**解：**

**解后反思**

垂直的定义既是判定又是性质：一是根据角的数量关系判定角的边所在直线的位置关系；二是可以由垂直关系得到角的数量关系.

**【变式训练】**

1.如图 5.1.2-9，若 $OA\perp OB$，$OC\perp OD$，且$\angle AOC:\angle BOD=1:2$，则$\angle BOD=$________.

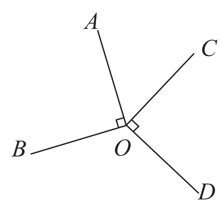



图 5.1.2-9

### 要点突破 2 垂线的性质在生活中的应用

**【例 2】**如图 5.1.2-10，点 $A$ 表示小明家，点 $B$ 表示小明姥姥家，若小明先去姥姥家拿渔具，再去河边钓鱼，怎样走路程最短？请画出行走路径，并说明理由.

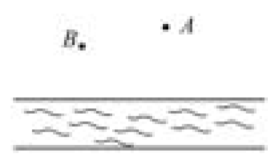



图 5.1.2-10

思考1:小明从家去姥姥家可转化为什么数学问题?应怎样走最近?理由是什么?

思考2:小明从姥姥家去河边可转化为什么数学问题?应怎样走最近?理由是什么?

**解:**

**解后反思**

涉及点与点之间的最短距离问题,利用“两点之间,线段最短”解决.涉及点与直线之间的最短距离问题,利用“垂线段最短”解决.二者的要求不一样.

**【变式训练】**

**2.** 如图5.1.2-11所示,$AB$是一条河流,要铺设管道将河水引到$C$,$D$两个用水点,现有两种铺设管道的方案:

方案1:分别过点$C$,$D$作$AB$的垂线,垂足为$E$,$F$,沿$CE$,$DF$铺设管道;

方案2:连接$CD$交$AB$于点$P$,沿$PC$,$PD$铺设管道.

这两种铺设管道的方案哪一种更节省材料?为什么?

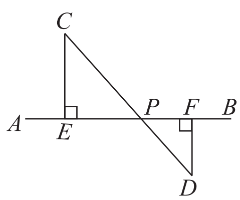



图5.1.2-11

**达标检测**

**1.** 如图5.1.2-12,$OA\perp OB$,若$\angle 1=40°$,则$\angle 2$的度数是 ( )

A.20° B.40°

C.50° D.60°

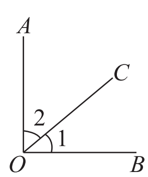



图5.1.2-12

**2.** 如图5.1.2-13,直线$AB$,$CD$相交于点$O$,若$\angle EOD=40°$,$\angle BOC=130°$,则射线$OE$与直线$AB$的位置关系是________.

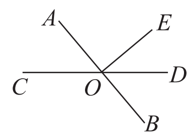



图5.1.2-13

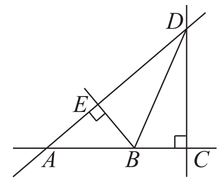



图5.1.2-14

**3.** 如图5.1.2-14所示,直线$AD$与直线$BD$相交于点________,$BE\perp$________,垂足为________,点$B$到直线$AD$的距离是线段________的长度,点$D$到直线$AB$的距离是线段________的长度.

**4.** (1)如图5.1.2-15,过点$P$分别画$OA$,$OB$的垂线;

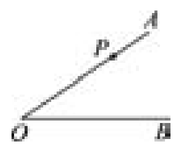



图5.1.2-15

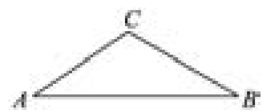



图5.1.2-16

(2)如图5.1.2-16,过点$A$画$BC$的垂线.

**5.** 如图5.1.2-17,直线$AB$,$CD$相交于点$O$,$OE\perp AB$,垂足为$O$,且$\angle DOE=4\angle COE$.求$\angle AOD$的度数.

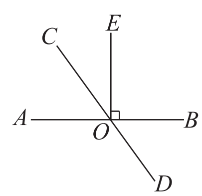



图5.1.2-17

## 分层演练·提素能

**基础巩固**

**1.** 如图5.1.2-18所示,直线$AB\perp CD$于点$O$,直线$EF$经过点$O$,若$\angle 1=26°$,则$\angle 2$的度数是 ( )

A.26° B.64°

C.54° D.74°

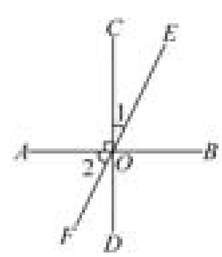



图5.1.2-18

**2.** 点$P$为直线$m$外一点,点$A$,$B$,$C$为直线$m$上三点,已知$PA=4$ cm,$PB=5$ cm,$PC=2$ cm,则点$P$到直线$m$的距离为 ( )

A.4 cm B.2 cm

C.小于2 cm D.不大于2 cm

**3.**如图 5.1.2-19，$\angle PQR=138^{\circ}$，$SQ\perp QR$，$QT\perp PQ$，则$\angle SQT=$（　　）

A.$42^{\circ}$　　B.$64^{\circ}$　　C.$48^{\circ}$　　D.$24^{\circ}$

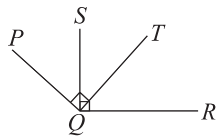



图 5.1.2-19

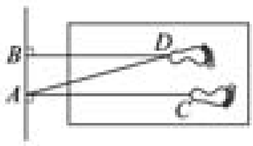



图 5.1.2-20

**4.**某同学在体育课上跳远后留下的脚印如图 5.1.2-20 所示，他的跳远成绩是线段________的长度.

**5.**如图 5.1.2-21 所示，直线 $MN$，$PQ$ 相交于点 $O$，$OE\perp PQ$ 于点 $O$，$OQ$ 平分$\angle MOF$，若$\angle MOE=45^{\circ}$，则$\angle NOE=$________，$\angle NOF=$________，$\angle PON=$________.

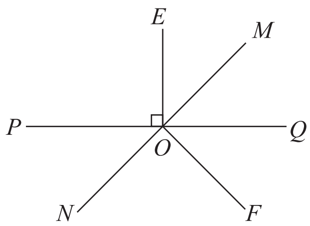



图 5.1.2-21

**6.**如图 5.1.2-22 所示，已知 $O$ 为直线 $AB$ 上一点，$\angle AOC=\dfrac{1}{3}\angle BOC$，$OC$ 是$\angle AOD$ 的平分线.

(1)求$\angle COD$ 的度数；

(2)判断 $OD$ 与 $AB$ 的位置关系，并说明理由.

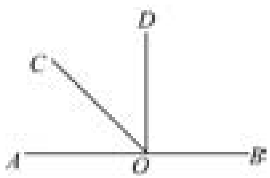



图 5.1.2-22

## 能力提升

**7.**(山东淄博中考)如图 5.1.2-23，$AB\perp AC$，$AD\perp BC$，垂足分别为 $A$，$D$，则图中能表示点到直线距离的线段共有（　　）

A.2 条　　B.3 条　　C.4 条　　D.5 条

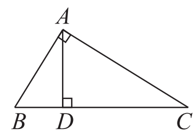



图 5.1.2-23

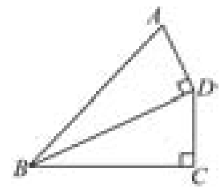



图 5.1.2-24

**8.**如图 5.1.2-24 所示，$AD\perp BD$，$BC\perp CD$，$AB=a$ cm，$BC=b$ cm，则 $BD$ 的长度范围是（　　）

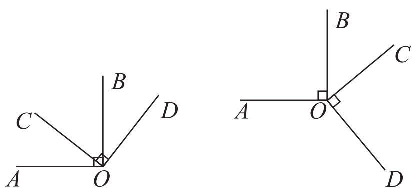
A.大于 $a$ cm

B.小于 $b$ cm

C.大于 $a$ cm 或小于 $b$ cm

D.大于 $b$ cm，且小于 $a$ cm

**9.**如图 5.1.2-25①，$OA\perp OB$，$OC\perp OD$.




①　　②

图 5.1.2-25

(1)试猜想$\angle AOD$ 和$\angle BOC$ 在数量上是否存在相等、互余或互补关系.你能说明你猜想的正确性吗？

(2)当$\angle COD$ 绕点 $O$ 旋转到如图 5.1.2-25②所示的位置时，你的猜想还成立吗？为什么？

## 拓展创新

**10.**已知直线 $AB$，$CD$ 相交于点 $O$，$OE$ 平分$\angle AOC$，射线 $OF\perp CD$ 于点 $O$，且$\angle BOF=32^{\circ}$，求$\angle COE$ 的度数.

# 5.1.3　同位角、内错角、同旁内角

**学习目标**

1.了解同位角、内错角、同旁内角的概念，能识别图形中的同位角、内错角、同旁内角.

2.经历复杂图形中识别同位角、内错角、同旁内角的过程，提高识图能力，体会分类的思想.

## 自主预习 · 探新知

**学习任务一　同位角**

**学习过程**

如图 5.1.3-1，直线 $a$，$b$(被截直线)被直线 $c$(截线)所截形成了八个小于平角的角.

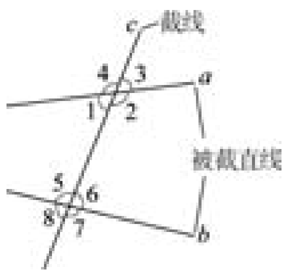



图 5.1.3-1

观察图 5.1.3-1，∠4 和∠5 分别位于直线 $a$，$b$ 的________，并且都在直线 $c$ 的________.还有哪些角具有这种位置关系？

**探究归纳**

同位角：在被截直线的________，截线的________，具有这种位置关系的一对角叫做同位角.

**学习任务二　内错角**

**学习过程**

观察图 5.1.3-1，∠1 和∠6 都在直线________和________之间，并且分别在直线________的两侧.还有哪些角具有这种位置关系？

**探究归纳**

内错角：在被截直线________，截线的________，具有这种位置关系的一对角叫做内错角.

**学习任务三　同旁内角**

**学习过程**

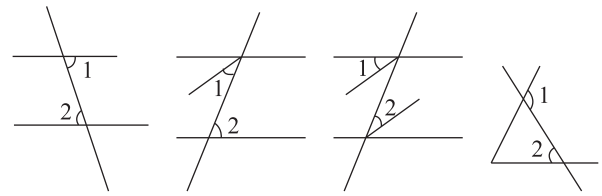
观察图 5.1.3-1 中的∠1 和∠5，类似同位角和内错角的分析，它们具有怎样的位置关系？图中还有哪些角具有这种位置关系？

**探究归纳**

同旁内角：在被截直线________，截线的________，具有这种位置关系的一对角叫做同旁内角.

**即时小练**

1.下列各图中，∠1 与∠2 不是内错角的是　　(　　)




A　　B　　C　　D

2.如图 5.1.3-2，下列说法正确的是　　(　　)

A.∠1 和∠6 是同位角

B.∠2 和∠5 是内错角

C.∠3 和∠8 是同旁内角

D.∠4 和∠7 是同旁内角

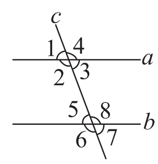



图 5.1.3-2

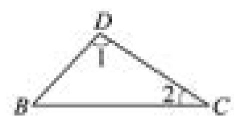



图 5.1.3-3

3.如图 5.1.3-3，∠1 与∠$B$ 是直线______和______被第三条直线________所截形成的________角，同时∠1 与∠2 是________角.

## 合作探究 · 释疑难

**要点突破 1　从复杂图形中分离出“三线八角”**

【例 1】如图 5.1.3-4，找出图中用数字表示的角中所有的同位角、内错角、同旁内角.

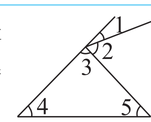



图 5.1.3-4

思考 1：判断同位角、内错角、同旁内角的关键是分清哪两种直线？

思考 2：图 5.1.3-4 可分离为哪几个基本图形(两条直线被第三条直线所截)？

解：

**规律方法**

要在一个复杂的图形中确定“三线八角”，先在复杂的图形中分离出“三线”．一般是从相邻的两个顶点处的角入手，其中两个角的公共边或在同一直线上的边所在的直线是截线，另一边所在的直线是被截直线，然后根据角的位置关系来进一步判断．

同位角的图形结构特征如字母“F”，内错角的图形结构特征如字母“Z”，同旁内角的图形结构特征如字母“U”．

【变式训练】

**1.** 如图 5.1.3-5 所示，∠1，∠2，∠3，∠4，∠5 中有哪几对同位角？哪几对内错角？哪几对同旁内角？

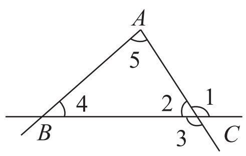


图 5.1.3-5

## 要点突破 2 由同位角、内错角和同旁内角反推“三线”

**【例 2】** 填空：(1)如图 5.1.3-6①所示，直线 $BD$ 上有一点 $C$，则∠1 和∠$ABC$ 是直线________，________被直线________所截得的________角．

(2)如图 5.1.3-6②，∠$EDC$ 和________是直线 $DE$，$BC$ 被直线________所截得的内错角．

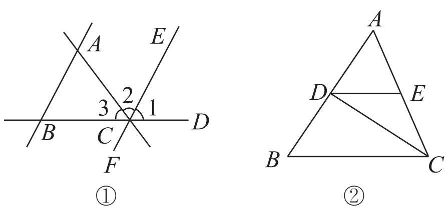


图 5.1.3-6

**规律方法**

利用三种角来确定三线的方法：只需找出一种角中的两个角的边即可，其中有两边在同一直线上，该直线就是截线，剩下的两边所在直线就是两条被截直线．

【变式训练】

**2.** 如图 5.1.3-7，说出下列各对角分别是哪两条直线被哪一条直线所截得的，并指出是什么角．

(1)∠1 与∠2；　(2)∠1 与∠4；

(3)∠2 与∠5；　(4)∠3 与∠5；

(5)∠4 与∠5．

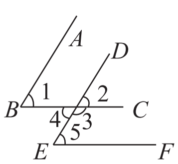


图 5.1.3-7

## 达标检测

**1.** (广西玉林中考)如图 5.1.3-8，直线 $a$，$b$ 被 $c$ 所截，则∠1 与∠2 是　　(　　)

A.同位角　B.内错角　C.同旁内角　D.邻补角

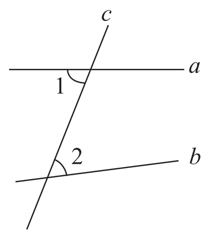


图 5.1.3-8

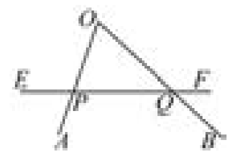


图 5.1.3-9

**2.** 如图 5.1.3-9 所示，同旁内角有　　(　　)

A.1 对　B.2 对　C.3 对　D.4 对

**3.** 如图 5.1.3-10，∠1 的同旁内角是____________，∠2 的内错角是____________．

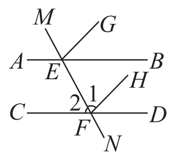


图 5.1.3-10

**4.** 如图 5.1.3-11 所示，请分别写出：

(1)2 对同位角；

(2)2 对内错角；

(3)5 对同旁内角．

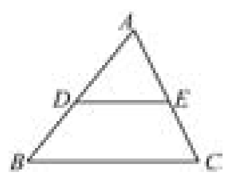


图 5.1.3-11

**5.** 如图 5.1.3-12 所示．

(1) $BC$ 与 $AE$ 被直线 $BD$ 所截得的∠$B$ 和∠1 是什么位置关系的角？

(2)∠2 和∠$C$，∠$DAC$ 和∠$C$ 各是由哪两条直线被哪一条直线所截形成的？它们各是什么位置关系的角？

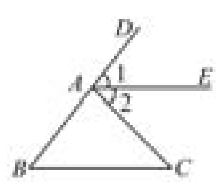
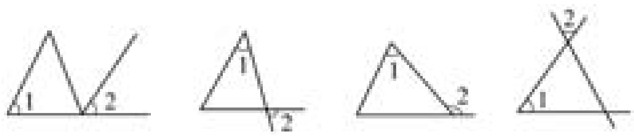


图 5.1.3-12

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

**1.** 下列图形中，∠1 与∠2 构成内错角的是　　(　　)




A　　　　B　　　　C　　　　D

**2.**（广东广州中考）如图 5.1.3-13，直线 $AD$，$BE$ 被直线 $BF$ 和 $AC$ 所截，则∠1 的同位角和∠5 的内错角分别是　　(　　)

A.∠4，∠2　　　　B.∠2，∠6

C.∠5，∠4　　　　D.∠2，∠4

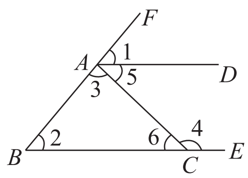



图 5.1.3-13

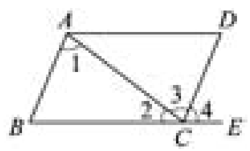



图 5.1.3-14

**3.** 如图 5.1.3-14，下列说法不正确的是　　(　　)

A.∠1 与∠2 是同旁内角

B.∠1 与∠$ACE$ 是内错角

C.∠$B$ 与∠1 是同位角

D.∠1 与∠3 是内错角

**4.** 如图 5.1.3-15 所示，若∠1=95°，∠2=60°，则∠3 的同位角等于________，∠3 的内错角等于________，∠3 的同旁内角等于________.

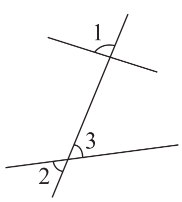



图 5.1.3-15

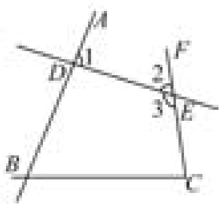



图 5.1.3-16

**5.** 如图 5.1.3-16 所示，________与∠$C$ 是直线 $BC$ 与 $DE$ 被直线 $FC$ 所截得的同位角，________与∠1 是直线 $AB$ 与 $FC$ 被直线 $DE$ 所截得的内错角，∠$C$ 与∠$DBC$ 是直线 $AB$ 与 $FC$ 被直线________所截得的同旁内角.

### 能力提升

**6.** 如图 5.1.3-17 所示，两只手的食指和拇指在同一平面内，它们构成的一对角可看成是　　(　　)

A.同位角　　　　B.内错角

C.对顶角　　　　D.同旁内角

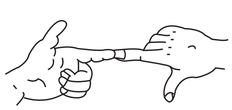


图 5.1.3-17

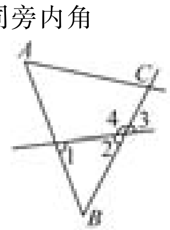



图 5.1.3-18

**7.** 如图 5.1.3-18 所示，给出下列判断：

①∠$A$ 与∠1 是同位角；

②∠$A$ 与∠$B$ 是同旁内角；

③∠4 与∠1 是内错角；

④∠1 与∠3 是同位角.

其中正确的是　　(　　)

A.①②③　　　　B.①②④

C.②③④　　　　D.①②③④

**8.** 如图 5.1.3-19，用数字表示的角中，哪些是同位角？哪些是内错角？哪些是同旁内角？

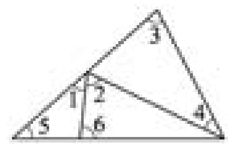



图 5.1.3-19

### 拓展创新

**9.** 在同一个“三线八角”的基本图形中，如果已知一对同位角相等，那么

(1)图中其余的各对同位角相等吗？为什么？

(2)图中的各对内错角相等吗？为什么？

(3)猜想图中各对同旁内角有怎样的数量关系.

# 5.2 平行线及其判定

## 5.2.1 平行线

**学习目标**

1.理解平行线的概念,会用符号表示平行线,进一步建立空间观念,发展几何直观.

2.通过用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线,推导并掌握平行公理及其推论,能运用它们进行说理.

### 自主预习·探新知

**学习任务一** 平行线

**学习过程**

如图 5.2.1-1,分别将木条 $a$,$b$ 与木条 $c$ 钉在一起,并把它们想象成在同一平面内两端可以无限延伸的三条直线,顺时针转动 $a$.

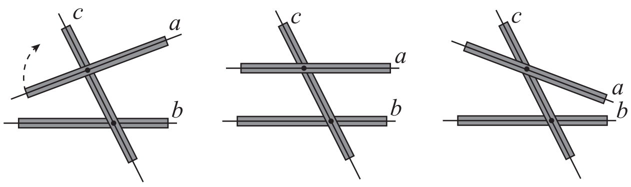



图 5.2.1-1

(1)直线 $a$ 与直线 $b$ 的交点位置将发生什么变化?

(2)在这个过程中,直线 $a$ 与 $b$ 有没有不相交的时候?

(3)由(1)(2)可知,在同一平面内,两条不重合的直线的位置关系有几种?

**探究归纳**

1.在同一平面内,________ 的两条直线叫做平行线.直线 $a$ 与 $b$ 平行,记作________.

2.在同一平面内,不重合的两条直线只有两种位置关系:________和________.

**学习任务二** 平行公理及其推论

**学习过程**

用直尺和三角尺画平行线:

如图 5.2.1-2,已知:直线 $a$,点 $A$,点 $B$,点 $C$.

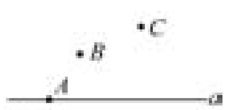



图 5.2.1-2

(1)经过点 $A$ ________ 画直线 $a$ 的平行线;(填"能"或"不能")

(2)经过点 $B$ 能画直线 $a$ 的平行线吗?如果能,能画几条?

(3)经过点 $C$ 能画直线 $a$ 的平行线吗?如果能,能画几条?

(4)经过什么样的点才能画已知直线的平行线?所画平行线是否唯一?

(5)经过点 $C$ 和直线 $a$ 平行的直线与经过点 $B$ 和直线 $a$ 平行的直线是什么位置关系?

**探究归纳**

1.平行公理:经过________一点,有且只有一条直线与这条直线________.

2.推论:如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也________,即若 $b /\!/ a$,$c /\!/ a$,则________.

**即时小练**

1.下列说法:

①若 $a$ 与 $c$ 相交,$b$ 与 $c$ 相交,则 $a$ 与 $b$ 相交;

②若 $a /\!/ b$,$b /\!/ c$,则 $a /\!/ c$;

③过一点有且只有一条直线与已知直线平行;

④在同一平面内,不重合的两条直线的位置关系有平行、相交、垂直三种.

其中错误的有 ( )

A.3 个　B.2 个　C.1 个　D.0 个

2.如图 5.2.1-3,若 $AB /\!/ CD$,$CD /\!/ EF$,则 $AB$ 与 $EF$ 的位置关系是 ( )

A.平行　B.延长后才平行

C.垂直　D.难以确定

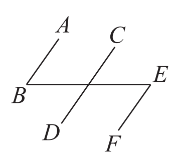



图 5.2.1-3

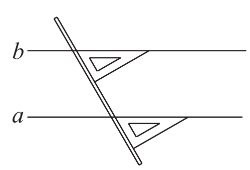



图 5.2.1-4

3.如图 5.2.1-4,我们用直尺和三角尺作直线 $a$,$b$,从图中可知,直线 $a$ 与直线 $b$ 的位置关系为________.

## 合作探究·释疑难

### 要点突破1 平行线及其画法

【例1】如图5.2.1-5所示，在∠$AOB$内有一点$P$.

(1)过点$P$画$l_1$∥$OA$；

(2)过点$P$画$l_2$∥$OB$；

(3)用量角器量一量$l_1$与$l_2$相交所成的角与∠$O$的大小有怎样的关系？

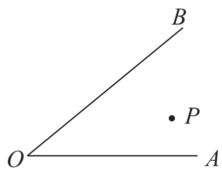


图5.2.1-5

思考1：用直尺和三角尺画平行线的步骤是什么？

思考2：直线$l_1$与$l_2$相交，形成几个角？

**解：**

**解后反思**

(1)借助直尺和三角尺画平行线时，必须保持“紧靠”，否则画出的直线不一定平行.

(2)画平行线时，一般要注意两处：①所画的直线过哪个点；②所画直线与哪条直线平行.

**【变式训练】**

**1.** 如图5.2.1-6所示，点$D$是三角形$ABC$的边$AB$的中点.

(1)分别过点$D$画出与$BC$平行的直线$DE$，点$E$为$DE$与$AC$的交点；

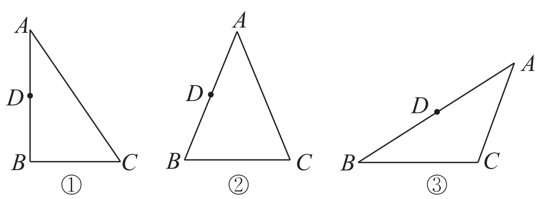


图5.2.1-6

(2)分别量出线段$DE$，$BC$的长度，并填写下表：

| 图形 | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|
| $DE$的长度/cm | | | |
| $BC$的长度/cm | | | |

(3)由(2)猜想，若$BC$=6 cm，则$DE$=________ cm；若$DE=m$，则$BC$=________.

### 要点突破2 平行公理及其推论的应用

【例2】如图5.2.1-7，直线$a$∥$b$，$b$∥$c$，$d$与$a$相交于点$M$.

(1)试判断直线$a$，$c$的位置关系，并说明理由；

(2)试判断$c$与$d$的位置关系，并说明理由.

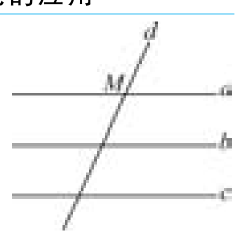


图5.2.1-7

思考1：$a$∥$b$，$b$∥$c$，根据平行公理的推论，得________.

思考2：直线$a$与$d$可以看作经过直线$c$外一点$M$的两条直线，根据平行公理，知$c$与$d$不________.

**解：**

**解后反思**

(1)平行公理是过直线外一点作这条直线的平行线的依据；

(2)平行公理的推论可说明两直线平行，并由此可知平行关系具有传递性.

**【变式训练】**

**2.** 已知直线$AB$及一点$P$，若过点$P$作一条直线与$AB$平行，则这样的直线 (　　)

A.有且只有一条　　B.有两条

C.不存在或只有一条　　D.不存在

## 达标检测

**1.** 在同一平面内有三条直线，若其中有两条且只有两条直线平行，则它们交点的个数为 (　　)

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

**2.** 下列说法正确的有 (　　)

①在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系有两种；

②若线段$AB$与$CD$没有交点，则$AB$∥$CD$；

③在同一平面内有三条直线$a$，$b$，$c$，若直线$a$∥$b$，直线$b$∥$c$，则直线$a$与$c$不相交.

A.1个　　B.2个　　C.3个　　D.0个

**3.** 已知直线$l$同侧有$A$，$B$，$C$三点，若过点$A$，$B$的直线$l_1$和过点$B$，$C$的直线$l_2$都与$l$平行，则$A$，$B$，$C$三点________，理论根据是________________.

**4.** 同一平面内的四条直线共有3个交点，则这四条直线中最多有________条平行线.

**5.** 根据下列要求画图.

(1)如图5.2.1-8①所示，过点$A$画$MN$∥$BC$；

(2)如图5.2.1-8②所示，过点$C$画$CE$∥$DA$，与$AB$交于点$E$，过点$C$画$CF$∥$DB$，与$AB$的延长线交于点$F$.

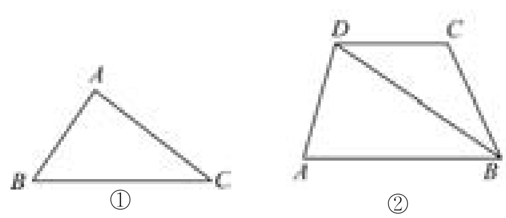


图5.2.1-8

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

**1.** 在同一平面内，一条直线与另外两条平行线的关系是 (　　)

A. 一定与两条平行线平行

B. 可能与两条平行线中的一条平行，一条相交

C. 一定与两条平行线相交

D. 与两条平行线都平行或都相交

**2.** 在同一平面内，两条射线平行是指 (　　)

A. 两条射线都是水平的

B. 两条射线都在同一直线上，且方向相同

C. 两条射线方向相反

D. 两条射线所在的直线平行

**3.** 下列说法正确的是 (　　)

A. 经过一点有一条直线与已知直线平行

B. 经过一点有无数条直线与已知直线平行

C. 经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

D. 经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行

**4.** 同一平面内的三条直线，其交点的个数可能为________.

**5.** 若直线 $a$ 与 $b$ 都经过点 $A$，且 $a \parallel c$，$b \parallel c$，则 $a$ 与 $b$ 重合，理由是________________________.

**6.** 如图 5.2.1-9 所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，点 $P$ 是边 $AB$ 的中点，过点 $P$ 作 $AD$ 的平行线，交 $DC$ 于点 $Q$.

(1) $PQ$ 与 $BC$ 平行吗？为什么？

(2) 测量 $DQ$ 与 $CQ$ 的长，$DQ$ 与 $CQ$ 是否相等？

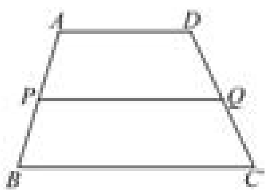



图 5.2.1-9

**7.** 如图 5.2.1-10 所示，直线 $AB$，$CD$ 是一条河的两岸，并且 $AB \parallel CD$，点 $E$ 为直线 $AB$，$CD$ 外一点，现想过点 $E$ 作河岸 $CD$ 的平行线，只需过点 $E$ 作河岸 $AB$ 的平行线即可，作图并说明理由.

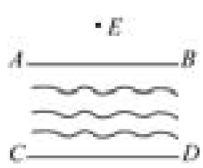



图 5.2.1-10

### 能力提升

**8.** 一个风车的示意图如图 5.2.1-11 所示，问：当 $AB$ 旋转到与地面 $EF$ 平行的位置时，$CD$ 与地面 $EF$ 平行吗？想一想，为什么？

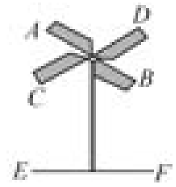



图 5.2.1-11

**9.** 建筑工人在检验墙壁是否竖直时，可先在一块长方形的木板上画一条直线 $a$，使其平行于木板的长边，再在直线 $a$ 与短边的交点 $O$ 处钉一颗钉子，挂上一条铅垂线 $OP$，如图 5.2.1-12，最后把木板的长边紧贴墙壁，这时如果 $OP$ 能与直线 $a$ 重合，那么墙壁是竖直的，为什么？

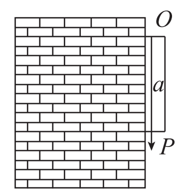



图 5.2.1-12

### 拓展创新

**10.** 阅读下列材料，回答问题.

问题：如图 5.2.1-13，三条直线 $AB$，$CD$，$EF$，如果 $AB \parallel EF$，$CD \parallel EF$，想一想，直线 $AB$ 与 $CD$ 可能相交吗？为什么？

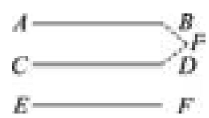



图 5.2.1-13

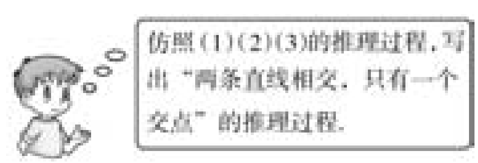
推理：

(1) 假设直线 $AB$ 与 $CD$ 相交，设交点为 $P$，如图 5.2.1-13；

(2) 因为 $AB \parallel EF$，$CD \parallel EF$，于是经过点 $P$ 就有两条直线 $AB$，$CD$ 都与 $EF$ 平行，根据平行公理可知，这是不可能的；

(3) 这就是说，$AB$ 与 $CD$ 不可能相交，只能平行.

上述(1)(2)(3)是一种推理过程，这种推理方法叫做反证法.



# 5.2.2 平行线的判定

**学习目标**

1.经历用直尺和三角尺画平行线的活动过程，发现并掌握平行线的判定方法，会用同位角相等或内错角相等或同旁内角互补判定两直线平行.

2.能灵活运用判定方法判定两直线平行，会正确书写简单的推理过程，体会由未知向已知转化的思想.

## 自主预习 · 探新知

**学习任务一 平行线的判定方法 1**

**学习过程**

图 5.2.2-1 展示的是用直尺和三角尺作平行线的方法.

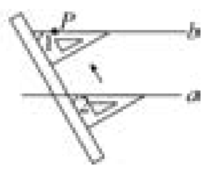



图 5.2.2-1

(1)画图过程中，三角尺的角的大小不变，也就是________角相等.

(2)直线 $a$，$b$ 有什么位置关系？

(3)在上面的操作过程中，你能发现哪种判定两直线平行的方法？试结合图 5.2.2-2，将得到的判定方法写成符号语言的形式.

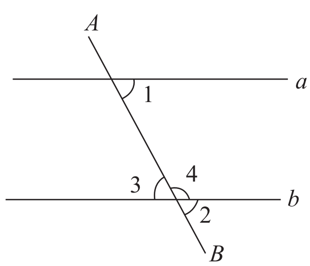



图 5.2.2-2

**探究归纳**

两条直线被第三条直线所截，如果同位角________，那么这两条直线________. 简单说成：同位角________，两直线________.

**学习任务二 平行线的判定方法 2**

**学习过程**

1.如图 5.2.2-2 所示，由 $\angle 1=\angle 3$，能推出 $a \parallel b$ 吗？请说明理由.

2.由上题你能得出什么结论？试用符号语言表示出来.

**探究归纳**

两条直线被第三条直线所截，如果内错角________，那么这两条直线________. 简单说成：内错角________，两直线________.

**学习任务三 平行线的判定方法 3**

**学习过程**

1.如图 5.2.2-2，如果 $\angle 1+\angle 4=180^\circ$，能得出 $a \parallel b$ 吗？请说明理由.

2.由上题你能得出什么结论？试用符号语言表示出来？

**探究归纳**

两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角________，那么这两条直线________. 简单说成：同旁内角________，两直线________.

**学习任务四 利用垂直判定平行线**

**学习过程**

如图 5.2.2-3，已知 $b \perp a$，$c \perp a$，则直线 $b$，$c$ 的位置关系是什么？为什么？

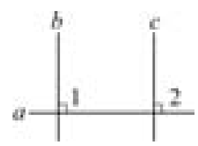



图 5.2.2-3

**探究归纳**

在________内，如果两条直线都垂直于同一条直线，那么这两条直线________.

## 即时小练

**1.** 已知同一平面内的三条直线 $a,b,c$，下列判断正确的是　　(　　)

A. $a /\!/ b$，$b /\!/ c$，则 $a \perp c$

B. $a \perp b$，$c \perp b$，则 $a \perp c$

C. $a \perp b$，$b \perp c$，则 $a /\!/ c$

D. $a /\!/ b$，$c \perp b$，则 $a /\!/ c$

**2.** 如图 5.2.2-4，请写出能判定 $CE /\!/ AB$ 的一个条件：________.

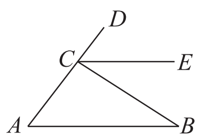


图 5.2.2-4

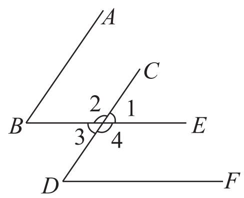


图 5.2.2-5

**3.** 如图 5.2.2-5.

(1)如果 $\angle 1=\angle B$，那么________ $/\!/$ ________，依据是________________________________；

(2)如果 $\angle 3=\angle D$，那么________ $/\!/$ ________，依据是________________________________；

(3)如果要使 $BE /\!/ DF$，那么必须 $\angle 1=$________，依据是________________________________.

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1　平行线判定方法的灵活运用

**【例 1】** 如图 5.2.2-6，$AB$ 与 $CD$ 相交于点 $E$，且 $\angle 1+\angle D=180°$，试说明 $AB /\!/ DF$.

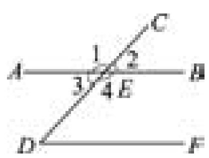


图 5.2.2-6

思考：(1)若要利用同位角相等说明 $AB /\!/ DF$，则需说明________ $=$ ________.

(2)若要利用内错角相等说明 $AB /\!/ DF$，则需说明________ $=$ ________.

(3)若要利用同旁内角互补说明 $AB /\!/ DF$，则需说明________ $+$ ________ $=180°$.

**解：**

**规律方法**

判断两直线平行的方法有六种：(1)平行线的定义；(2)平行线的传递性；(3)同位角相等，两直线平行；(4)内错角相等，两直线平行；(5)同旁内角互补，两直线平行；(6)在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行.

在判断两直线是否平行时，要具体问题具体分析，灵活选用简便方法.

**【变式训练】**

**1.** 如图 5.2.2-7，已知直线 $AB$，$CD$ 被直线 $EF$ 所截，且 $\angle 1=60°$，$\angle 2=120°$，能否判定 $AB /\!/ CD$？为什么？

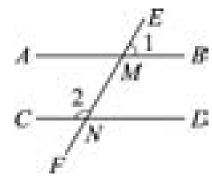


图 5.2.2-7

### 要点突破 2　平行线判定的应用

**【例 2】** 如图 5.2.2-8，在海上有两个观测所 $A$ 和 $B$，且观测所 $B$ 在 $A$ 的正东方向.若在观测所 $A$ 测得船 $M$ 的航行方向是北偏东 $55°$，在观测所 $B$ 测得船 $N$ 的航行方向也是北偏东 $55°$，问：船 $M$ 的航向 $AM$ 与船 $N$ 的航向 $BN$ 是否平行？请说明理由.

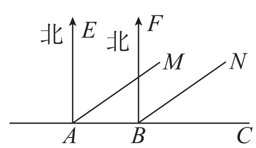


图 5.2.2-8

思考 1：北偏东 $55°$ 指的是哪几个角？

思考 2：$AM$ 与 $BN$ 是否平行，要看哪两个角是否相等？

**解：**

**解后反思**

航行方向北偏东 $55°$ 的两个角不是同位角，判定两直线平行时，必须先转化为同位角相等或内错角相等或同旁内角互补，再判定.

【变式训练】

2.一辆汽车在公路上行驶，两次拐弯后，仍在原来的方向上行驶，那么两次拐弯的角度可能是 （　　）

A.先右转 50°，后右转 40°

B.先右转 50°，后左转 40°

C.先右转 50°，后左转 130°

D.先右转 50°，后左转 50°

3.如图 5.2.2-9，路旁有两根电线杆，假设电线杆都垂直于地面，那么这两根电线杆相互平行吗？试说明理由.

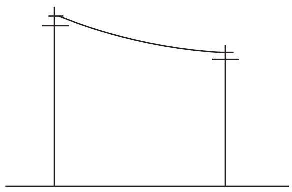


图 5.2.2-9

## 达标检测

1.如图 5.2.2-10 所示，下列判断正确的是 （　　）

A.若∠1=∠2，则 $AB/\!/CD$

B.若∠1+∠2=180°，则 $AB/\!/CD$

C.若∠3=∠4，则 $AB/\!/CD$

D.若∠1+∠4=180°，则 $AB/\!/CD$

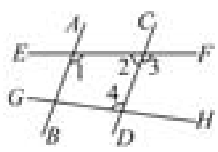




图 5.2.2-10

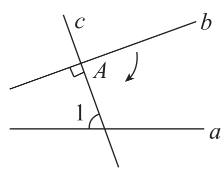




图 5.2.2-11

2.如图 5.2.2-11，直线 $a$ 与直线 $b$ 被直线 $c$ 所截，$b\perp c$，垂足为 $A$，∠1=70°.若使直线 $b$ 与直线 $a$ 平行，则可将直线 $b$ 绕着点 $A$ 顺时针旋转 （　　）

A.70°　　B.50°　　C.30°　　D.20°

3.如图 5.2.2-12，下列说法中错误的是 （　　）

A.由∠1=∠B，得 $AB/\!/CE$

B.由∠B=∠2，得 $AB/\!/CE$

C.由∠2+∠3+∠B=180°，得 $AB/\!/CE$

D.由∠2=∠A，得 $AB/\!/CE$

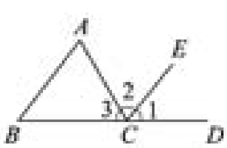




图 5.2.2-12

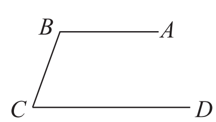




图 5.2.2-13

4.如图 5.2.2-13，若测得一条街道的两个拐角∠B=110°，∠C=70°，则说明街道 $AB/\!/CD$，其依据为________________.

5.如图 5.2.2-14，在三角形 $ABC$ 中，∠ABC=90°，∠A=50°，要使 $BD/\!/AC$，则∠CBD 应为多少度？

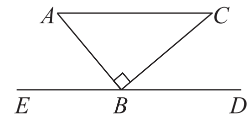




图 5.2.2-14

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

1.如图 5.2.2-15 所示，下列条件中，能判定 $l_1/\!/l_2$ 的是 （　　）

A.∠2=∠3　　B.∠1=∠3

C.∠4+∠5=180°　　D.∠2=∠4

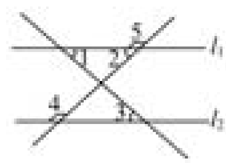




图 5.2.2-15

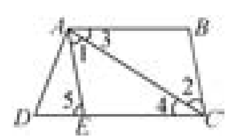




图 5.2.2-16

2.如图 5.2.2-16 所示，下列判断不正确的是 （　　）

A.若∠1=∠2，则 $AE/\!/BC$

B.若∠3=∠4，则 $AB/\!/CD$

C.若∠1=∠2，则 $AB/\!/EC$

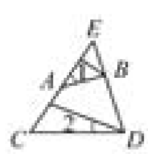
D.若∠5=∠BCD，则 $AE/\!/BC$

3.两条直线被第三条直线所截，若有一对内错角相等，则这对内错角的角平分线 （　　）

A.互相垂直　　B.相交但不垂直

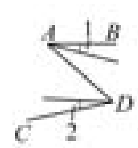
C.互相平行　　D.位置关系无法确定

4.下列四个图形中，若∠1=∠2，则能够判定 $AB/\!/CD$ 的是 （　　）



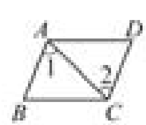


A



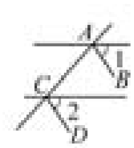


B





C





D

5.如图 5.2.2-17 所示,请你填写一个适当的条件:________,使 $AD//BC$.

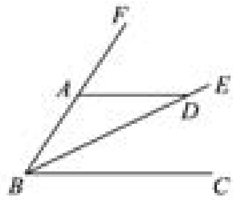



图 5.2.2-17

6.如图 5.2.2-18,一块不规则木料,只有 $AB$ 一边成直线.木工师傅想要在此木料上截出一块有一组对边平行的木板,用角尺在 $MN$ 处画了一条直线,然后又用角尺在 $EF$ 处画了一条直线,画完后用锯沿 $MN$,$EF$ 锯开就截出了一块有一组对边平行的木料.这样做有道理吗?

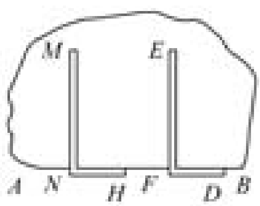



图 5.2.2-18

7.如图 5.2.2-19,$a$,$b$,$c$,$d$ 是四条直线,$d$ 与 $a$,$b$,$c$ 均相交,且∠1=∠2,∠3 与∠2 互补,试说明 $a//b$.

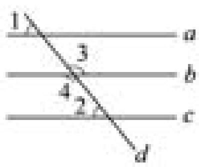



图 5.2.2-19

## 能力提升

8.如图 5.2.2-20,已知∠1=∠3,$AC$ 平分∠$DAB$,你能判断哪两条直线平行吗?请说明理由.

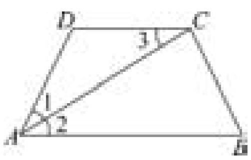



图 5.2.2-20

9.小明到工厂去参加社会实践活动时,发现工人师傅生产了一种如图 5.2.2-21 所示的零件,要求 $AB//CD$,∠$A$=35°,∠$E$=90°.小明发现工人师傅只是量出∠$A$=35°,∠$E$=90°后,又量了∠$D$=55°,于是他就说 $AB$ 与 $CD$ 肯定是平行的.你知道是什么原因吗?

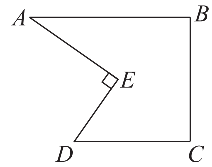



图 5.2.2-21

## 拓展创新

10.如图 5.2.2-22 所示,已知∠$B$=25°,∠$C$=45°,∠$D$=30°,∠$E$=10°,试说明 $AB//EF$.

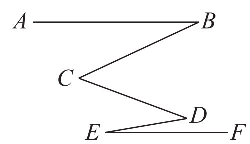



图 5.2.2-22

# 5.3 平行线的性质

## 5.3.1 平行线的性质

**学习目标**

1.经历探索和操作，了解平行线的特征，进一步提高推理能力.

2.经历度量、比较等活动，探索、理解并掌握平行线的性质.

3.会用平行线的性质进行简单的计算和推理.

### 自主预习·探新知

**学习任务一　平行线的性质1**

**学习过程**

先画平行线 $a∥b$，再画一条直线 $c$ 与这两条直线相交，如图5.3.1-1所示.

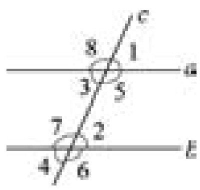


图 5.3.1-1

(1)∠1和∠2是同位角，用量角器度量出∠1和∠2的度数，则这两个角有怎样的数量关系？

(2)图中其他的同位角是否也有这样的数量关系？由此你得出什么结论？

**探究归纳**

两条平行线被第三条直线所截，同位角________.

简单说成：两直线平行，同位角________.

符号语言表示：因为 $a∥b$，所以∠1________∠2(如图5.3.1-1).

**学习任务二　平行线的性质2**

**学习过程**

如图5.3.1-1，已知 $a∥b$，则∠2________∠3.

推理如下：

因为 $a∥b$，

所以∠1________∠2(两直线平行，同位角________)，

又因为∠1________∠3(__________)，

所以∠2________∠3(__________).

**探究归纳**

两条平行线被第三条直线所截，内错角________.

简单说成：两直线平行，内错角________.

符号语言表示：因为 $a∥b$，所以∠2________∠3(如图5.3.1-1).

**学习任务三　平行线的性质3**

**学习过程**

1.如图5.3.1-1，已知 $a∥b$，那么∠2与∠5有什么关系？为什么？

2.由上题你能得出什么结论？

**探究归纳**

两条平行线被第三条直线所截，同旁内角________.

简单说成：两直线平行，同旁内角________.

符号语言表示：因为 $a∥b$，所以∠2+∠5=________(如图5.3.1-1).

**即时小练**

1.(辽宁沈阳中考)如图5.3.1-2，$AB∥CD$，∠1=50°，则∠2的度数是　　(　　)

A.50°　　B.100°　　C.130°　　D.140°

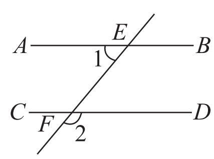


图 5.3.1-2

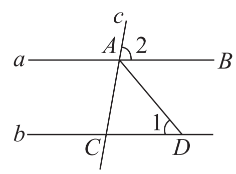


图 5.3.1-3

2.(四川泸州中考)如图5.3.1-3，直线 $a∥b$，直线 $c$ 分别交 $a$，$b$ 于点 $A$，$C$，∠BAC的平分线交直线 $b$ 于点 $D$，若∠1=50°，则∠2的度数是　　(　　)

A.50°　　B.70°　　C.80°　　D.110°

3.(浙江宁波中考)已知直线 $m∥n$，将一块含30°角的直线三角尺 $ABC$ 按如图5.3.1-4所示的方式放置(∠ABC=30°)，其中 $A$，$B$ 两点分别落在直线 $m$，$n$ 上，若∠1=20°，则∠2的度数为　　(　　)

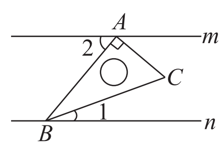


图 5.3.1-4

A.20°　　B.30°　　C.45°　　D.50°

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 平行线性质和判定的综合应用

【例 1】如图 5.3.1-5 所示，已知 $AD \parallel BC$，$\angle A=\angle C$，试说明 $AB \parallel CD$.

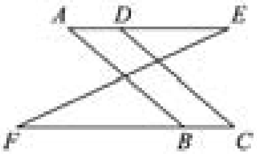


图 5.3.1-5

思考 1：由 $AD \parallel BC$ 可得出哪些结论？

思考 2：要证明 $AB \parallel CD$，由哪些条件可证？

解：

（一题多解）试用不同的方法求解.

**解后反思**

平行线的性质和判定中的条件和结论是互逆的，在应用时要搞清它们的区别.在由已知角的关系得平行时用判定，在由已知平行的关系得角的关系时用性质.在利用平行线的性质或判定时，一定要看清楚直线与角的位置关系，看同位角、内错角、同旁内角是由哪两条直线被哪条直线所截而成的.

【变式训练】

1. 如图 5.3.1-6 所示，$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 3=100°$，则 $\angle 4=$（　　）

A. 70°

B. 80°

C. 90°

D. 100°

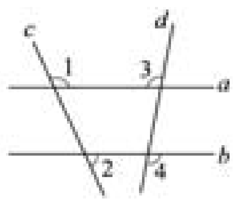


图 5.3.1-6

### 要点突破 2 添加平行线，搭建解题桥

【例 2】如图 5.3.1-7，$AB \parallel CD$，$P$ 为 $AB$，$CD$ 之间的一点，已知 $\angle 1=32°$，$\angle 2=25°$，求 $\angle BPC$ 的度数.

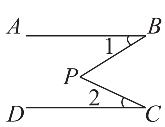


图 5.3.1-7

思考 1：$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角吗？是内错角吗？是同旁内角吗？

思考 2：由 $AB \parallel CD$ 怎样构造图形，建立 $\angle BPC$ 和 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系呢？

解：

（一题多解）试用不同的方法求解.

**规律方法**

解决这类问题，一般是先过"拐点"作平行线，将一个角分成两个角或与其他已知角建立联系，再运用平行线的性质，使问题得到解决.

【变式训练】

2.（四川南充中考）如图 5.3.1-8，直线 $a \parallel b$，将一个直角三角尺按如图所示的位置摆放，若 $\angle 1=58°$，则 $\angle 2$ 的度数为（　　）

A. 30°　　B. 32°

C. 42°　　D. 58°

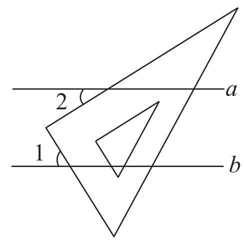


图 5.3.1-8

## 达标检测

1. 如图 5.3.1-9，已知 $\angle 1=\angle 2=\angle 3=55°$，则 $\angle 4$ 的度数是（　　）

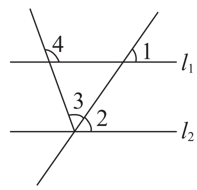


图 5.3.1-9

A. 110°　　B. 115°　　C. 120°　　D. 125°

2.（山东聊城中考）如图 5.3.1-10，直线 $AB \parallel EF$，点 $C$ 是直线 $AB$ 上一点，点 $D$ 是直线 $AB$ 外一点，若 $\angle BCD=95°$，$\angle CDE=25°$，则 $\angle DEF$ 的度数是（　　）

A. 110°　　B. 115°　　C. 120°　　D. 125°

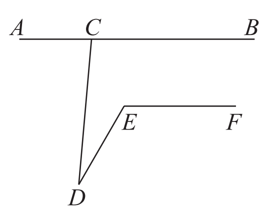


图 5.3.1-10

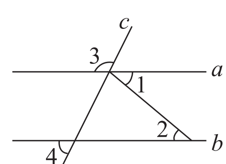


图 5.3.1-11

3. 如图 5.3.1-11，若 $\angle 1=40°$，$\angle 2=40°$，$\angle 3=116°30'$，则 $\angle 4=$________.

4. 如图 5.3.1-12，水渠的两岸互相平行，修渠时要求拐弯处 $\angle 1=110°$，那么 $\angle 2$ 应等于多少度？为什么？

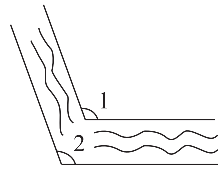


图 5.3.1-12

5.如图 5.3.1-13 所示,已知 $AB\parallel CD$,$EF\parallel GC$,你能否推出$\angle 1=\angle C$?试说明理由.

图 5.3.1-13

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

1.(山东济宁中考)如图 5.3.1-14,直线 $a\parallel b$,点 $B$ 在直线 $b$ 上,且 $AB\perp BC$,$\angle 1=50°$,那么$\angle 2$ 的度数是 ( )

A.20° B.30° C.40° D.50°

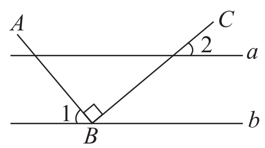


图 5.3.1-14

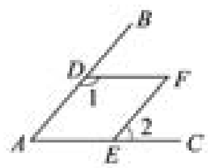


图 5.3.1-15

2.如图 5.3.1-15,$AC\parallel DF$,$AB\parallel EF$,点 $D$,$E$ 分别在 $AB$,$AC$ 上.若$\angle 2=50°$,则$\angle 1$ 的大小是 ( )

A.130° B.100° C.50° D.60°

3.如图 5.3.1-16,$AD$ 是$\angle EAC$ 的平分线,$AD\parallel BC$,$\angle B=30°$,则$\angle C=$ ( )

A.30° B.60°

C.80° D.120°

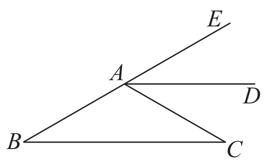


图 5.3.1-16

4.如图 5.3.1-17 所示,已知 $AB\parallel CD$,直线 $EF$ 分别交 $AB$,$CD$ 于点 $E$,$F$,$EG$ 平分$\angle BEF$,若$\angle 1=72°$,则$\angle 2$ 的度数为________.

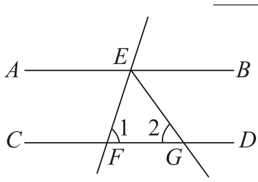


图 5.3.1-17

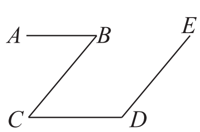


图 5.3.1-18

5.如图 5.3.1-18,$AB\parallel CD$,$BC\parallel DE$,若$\angle B=50°$,则$\angle D$ 的度数是________.

6.如图 5.3.1-19 所示,已知$\angle 1=70°$,$\angle 2=50°$,$\angle D=70°$,$AE\parallel BC$,求$\angle C$ 的度数.

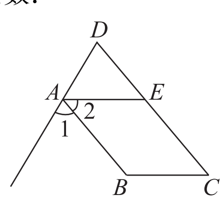


图 5.3.1-19

### 能力提升

7.如图 5.3.1-20 所示,将含有 30°角的三角尺的直角顶点放在相互平行的两条直线的其中一条上,若$\angle 1=35°$,则$\angle 2$ 的度数为 ( )

A.10° B.20° C.25° D.30°

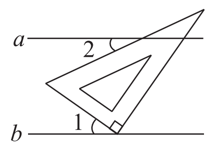


图 5.3.1-20

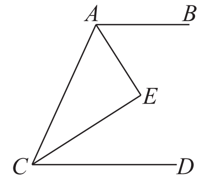


图 5.3.1-21

8.如图 5.3.1-21 所示,$AB\parallel CD$,$\angle BAC$ 的平分线和$\angle ACD$ 的平分线交于点 $E$,则$\angle E$ 的度数是________.

9.把一张长方形纸片 $ABCD$ 沿 $EF$ 折叠后,点 $D$,$C$ 分别在点 $D'$,$C'$的位置上,$ED'$与 $BC$ 交于点 $G$,如图 5.3.1-22 所示.若$\angle EFG=55°$,求$\angle 1$ 与$\angle 2$ 的度数.

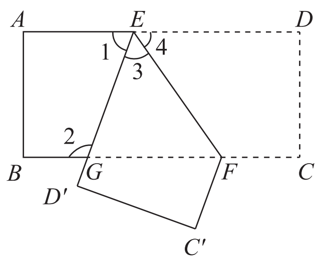


图 5.3.1-22

### 拓展创新

10.如图 5.3.1-23 所示,$MN$,$EF$ 是两面互相平行的镜面,根据镜面反射规律,若一束光线 $AB$ 照射到镜面 $MN$ 上,反射光线为 $BC$,则一定有$\angle 1=\angle 2$.试根据这一规律,解答下面问题:

(1)利用直尺和量角器作出光线 $BC$ 经镜面 $EF$ 反射后的反射光线 $CD$;

(2)试判断 $AB$ 与 $CD$ 的位置关系,并说明理由.

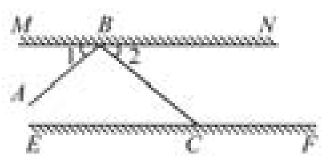


图 5.3.1-23

# 5.3.2 命题、定理、证明

## 学习目标

1.了解命题的概念及组成,能区分命题的题设和结论.
2.理解命题的分类,能判断命题的真假.
3.理解什么是定理和证明,能有理有据地推理论证命题,会用举反例的方法识别假命题.

## 自主预习·探新知

### 学习任务一 命题

#### 学习过程

看下面几个句子:
①两点之间线段最短;②两条直线被第三条直线所截,同位角相等;③相等的角是对顶角;④如果两条直线不平行,那么内错角不相等;⑤同位角相等.
它们的特点是:这些语句都对某一件事情作出了“________”或“________”的判断.

#### 探究归纳

1.命题定义:________一件事情的语句,叫做命题.
2.命题的组成
(1)命题由________和________两部分组成,其中________是已知事项,________是由已知事项推出的事项.
(2)数学中的命题常可以写成“如果……那么……”的形式,“如果”后接的部分是________,“那么”后接的部分是________.
3.命题的分类

命题 $\begin{cases} \underline{\qquad}\text{:如果题设成立,那么结论一定成立.} \\ \underline{\qquad}\text{:题设成立时,不能保证结论一定成立.} \end{cases}$

### 学习任务二 定理与证明

1.定理
要确定一个命题是真命题,必须通过推理证实,这样得到的________叫做定理.要确定一个命题是假命题,只需____________即可.
2.证明
(1)定义:在很多情况下,一个命题的正确性需要经过________才能作出判断,这个________过程叫做证明.
(2)推理的根据:证明过程中的每一步推理都要有根据,这些根据,可以是已知条件,也可以是学过的________、________、________等.

#### 即时小练

1.下列语句中,是命题的是 ( )
①若$\angle1=60°$,$\angle2=60°$,则$\angle1=\angle2$;
②同位角相等吗?
③画线段 $AB=CD$;
④如果 $a>b$,$b>c$,那么 $a>c$;
⑤直角都相等.
A.①④⑤ B.①②④
C.①②⑤ D.②③④⑤

2.对假命题“任何一个角的补角都不小于这个角”举反例,正确的反例是 ( )
A.$\angle\alpha=60°$,$\angle\alpha$ 的补角$\angle\beta=120°$,则$\angle\beta>\angle\alpha$
B.$\angle\alpha=90°$,$\angle\alpha$ 的补角$\angle\beta=90°$,$\angle\beta=\angle\alpha$
C.$\angle\alpha=100°$,$\angle\alpha$ 的补角$\angle\beta=80°$,$\angle\beta<\angle\alpha$
D.两个角互为邻补角

3.对于同一平面内的三条直线,给出下列 5 个论断:①$a\parallel b$;②$b\parallel c$;③$a\perp b$;④$a\parallel c$;⑤$a\perp c$,以其中两个论断为题设,一个论断为结论,组成一个你认为正确的命题,并说明理由.已知________(只填序号),结论:______(只填序号).
理由:________________________________.

4.请在下面的括号里填上推理的依据.
已知:如图 5.3.2-1,$\angle1=\angle2$.求证:$\angle C=\angle4$.
证明:因为 $\angle1=\angle2$(________),
$\angle2=\angle3$(________),
所以$\angle1=\angle3$(________),
所以 $BD\parallel CE$(________),
所以$\angle C=\angle4$(________).

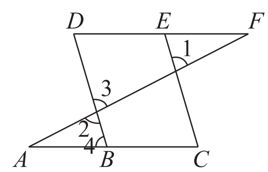


图 5.3.2-1

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 命题的构成

**【例 1】** 将下列命题改写成“如果……那么……”的形式,并指出命题的题设和结论.
(1)等角的补角相等;
(2)有两个角为 60°的三角形是等边三角形.
(3)两数相乘,同号得正.
**解:**

**规律方法**

命题在改写过程中，不能简单地把题设部分、结论部分分别写在"如果""那么"后面，要适当增减词语，保证句子通顺且不改变题意.

**【变式训练】**

1.将下列命题写成"如果……那么……"的形式，并指出命题的题设和结论.

(1)同角的余角相等；

(2)不相等的角不是对顶角；

(3)相等的角是同位角.

## 要点突破 2 推理证明的初步认识

**【例 2】** 如图 5.3.2-2，$\angle BAP+\angle APD=180°$，$\angle 1=\angle 2$.求证：$\angle E=\angle F$.

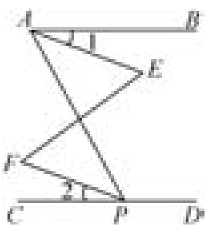


图 5.3.2-2

思考 1：由条件中的$\angle BAP+\angle APD=180°$，得哪两条直线平行？由这两条直线平行，得哪两个角相等？

思考 2：要证明$\angle E=\angle F$，需证明哪两条直线平行？要证明这两条直线平行，可证明哪两个角相等？如何证出？

**证明：**

**【一题多变 1】**

将例 2 中$\angle 1=\angle 2$和$\angle E=\angle F$互换，如何证明？

**【一题多变 2】**

将例 2 中$\angle BAP+\angle APD=180°$与$\angle E=\angle F$互换，如何证明？

**解后反思**

(1)在利用已知条件进行问题的论证时，每一步都要做到有理有据，不能想当然地认为结论就是正确的.推理的依据一般是学过的定义、定理、基本事实、已知条件或已证的结论.

(2)在证明时，可由要证明的结论出发，逐步寻找使结论成立的条件，再将证明过程写出来.

**【变式训练】**

2.如图 5.3.2-3，已知 $AC$，$BC$ 分别平分$\angle QAB$，$\angle ABN$，且$\angle 1$与$\angle 2$互余，求证：$PQ\parallel MN$.

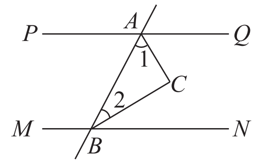


图 5.3.2-3

## 达标检测

1.下列语句中，是命题的有 (　　)

①钝角小于平角；　②相等的角是对顶角；

③内错角相等；　④若 $a+0=a-0$，则 $a+b=a-b$.

A.1 个　B.2 个　C.3 个　D.4 个

2.(江苏无锡中考)对于命题"若 $a^2>b^2$，则 $a>b$"，下面四组关于 $a$，$b$ 的值中，能说明这个命题是假命题的是 (　　)

A.$a=3$，$b=2$　B.$a=-3$，$b=2$

C.$a=3$，$b=-1$　C.$a=-1$，$b=3$

3.把命题"同角的补角相等"改写成"如果……那么……"的形式，正确的是 (　　)

A.如果同角，那么补角相等

B.如果两个角相等，那么这两个角是同一个角的补角

C.如果两个角相等，那么这两个角的补角相等

D.如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等

4.如图 5.3.2-4 所示，已知$\angle ADE=\angle B$，$\angle 1=\angle 2$，$GF\perp AB$，求证：$CD\perp AB$.

证明：因为$\angle ADE=\angle B$(________)，

所以________$\parallel$________(________________).

所以$\angle 1=\angle 3$(____________).

因为$\angle 1=\angle 2$(已知)，

所以$\angle 2=\angle 3$(______________).

所以________$\parallel$________(__________________).

因为 $GF\perp AB$(已知)，

所以 $CD\perp AB$(______________________________).

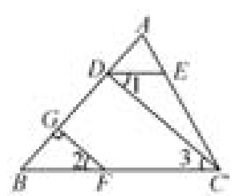


图 5.3.2-4

5.判断下列语句是不是命题，如果是命题，指出是真命题还是假命题.

(1)画直线 $AB=3$ cm.

(2)两直线相交有几个交点？

(3)在同一平面内，如果 $a\parallel b$，$b\parallel c$，那么 $a\parallel c$.

(4)如果$\angle\alpha$与$\angle\beta$互余,$\angle\beta$与$\angle\gamma$互余,那么$\angle\alpha$与$\angle\gamma$相等.

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

**1.**下列语句中命题的个数是 ( )

①两点之间,线段最短;②连接$P$,$Q$两点;③不相交的两条直线平行;④对顶角的平分线在同一条直线上;⑤两个有理数相加,和一定大于每一个加数吗?

A.2  B.3  C.4  D.5

**2.**下列各数中,可以用来证明命题"任何偶数都是8的整数倍"是假命题的反例是 ( )

A.32  B.16  C.8  D.4

**3.**如图5.3.2-5所示,下列推理不正确的是 ( )

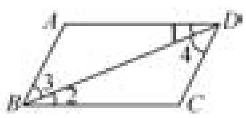



图5.3.2-5

A.如果$AB/\!/CD$,那么$\angle ABC+\angle C=180°$

B.如果$\angle 1=\angle 2$,那么$AD/\!/BC$

C.如果$AD/\!/BC$,那么$\angle 3=\angle 4$

D.如果$\angle A+\angle ADC=180°$,那么$AB/\!/CD$

**4.**"若$a>b$,则$a^2>b^2$"的结论部分是________,此命题是________命题(填"真"或"假").

**5.**在下列各题的横线上,填上适当的符号、式子或名词,使它成为真命题.

(1)点$M$在线段$AB$上,若$AM=BM$,则________;

(2)若$OC$平分$\angle AOB$,则$\angle AOC=$\_\_\_\_\_\_\_\_$=\frac{1}{2}$________;

(3)直线$AB$,$CD$被直线$EF$所截,$\angle 1$,$\angle 2$是内错角,若$\angle 1=\angle 2$,则________;

(4)若$\angle 1$与$\angle 2$________,则$\angle 1+\angle 2=180°$.

**6.**指出下列命题的真假,并改写成"如果……那么……"的形式.

(1)直角都相等;

(2)在同一平面内,平行于同一直线的两条直线互相平行;

(3)两边分别平行的两个角相等.

**7.**如图5.3.2-6,已知$AB/\!/CD$,$AD/\!/BC$,求证:$\angle B=\angle D$.

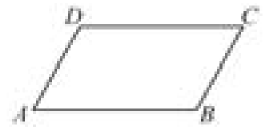



图5.3.2-6

### 能力提升

**8.**判断下列命题是真命题还是假命题,若是假命题,举一反例说明:

(1)一个角的补角必是钝角;

(2)过已知直线上一点及该直线外的一点的直线与已知直线是相交的;

(3)两个正数的差仍是正数;

(4)将一个角分成两个相等的角的射线是这个角的角平分线.

**9.**如图5.3.2-7,$BC$,$DE$相交于点$O$,给出下列三个论断:①$\angle B=\angle E$;②$AB/\!/DE$;③$BC/\!/EF$.

请你以其中两个为条件,另一个为结论,写出一个正确的命题,并给出证明过程.

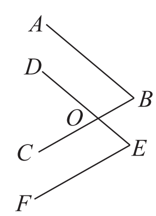



图5.3.2-7

### 拓展创新

**10.**如图5.3.2-8所示,已知$\angle 1+\angle 2=180°$,$\angle 3=\angle B$.试判断$\angle AED$与$\angle C$的大小关系,并说明理由.

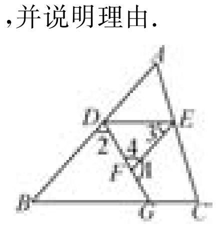



图5.3.2-8

# 5.4 平 移

**学习目标**

1.经历图形的平移变换过程，掌握平移的性质特征.
2.能按要求作出简单的平面图形平移后的图形.
3.运用平移知识解决生活中的实际问题.

## 自主预习·探新知

### 学习任务一 平移的概念

**学习过程**

仔细观察图 5.4-1 的图案，这些图案有什么共同特点？能否根据其中的一部分绘制出整个图案？

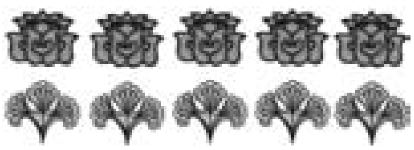


图 5.4-1

**探究归纳**

把一个图形整体沿着某一________方向移动一定的________，图形的这种移动，叫做平移.

### 学习任务二 平移的性质

**学习过程**

如图 5.4-2 所示，经过平移，三角形 $ABC$ 移动到三角形 $DEF$ 的位置，$A$ 与 $D$，$B$ 与 $E$，$C$ 与 $F$ 分别是一对对应点.

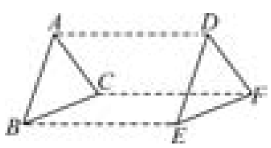


图 5.4-2

(1)图中线段 $AD$，$CF$，$BE$ 有什么关系？

(2)图中每对对应线段之间有什么关系？每对对应角之间有什么关系？

(3)平移前后的两个三角形的形状和大小有什么关系？

**探究归纳**

1.把一个图形整体沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形的________和________完全相同；平移改变的只是图形的________.

2.新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是对应点.连接各组对应点的线段________(或在同一条直线上)且________.

### 学习任务三 平移作图

1.平移作图的两要素：

平移的________和平移的________.

2.平移作图的步骤：

(1)找：根据题目要求，寻找图形的平移________与平移________；

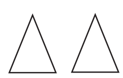
(2)定：确定原图形上的________点；

(3)移：按照平移的方向和距离移动各关键点，得到各关键点的________点；

(4)连：按照原图形的形状，顺次连接各________点，得到平移后的图形.

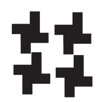
**即时小练**

1.下列图案中，不能由基本图形通过平移方法得到的图案是 ( )



A

B



C

D

2.如图 5.4-3 所示，共有 3 个阴影部分方格块，现在要把上面的方格块与下面的 2 个方格块合成一个长方形的整体，则应将上面的方格块 ( )

A.向右平移 1 格，向下平移 3 格
B.向右平移 1 格，向下平移 4 格
C.向右平移 2 格，向下平移 4 格
D.向右平移 2 格，向下平移 3 格

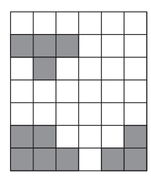


图 5.4-3

3.如图 5.4-4，三角形 $A'B'C'$ 是由三角形 $ABC$ 沿 $BC$ 方向平移 3 个单位长度得到的，则点 $A$ 与点 $A'$ 的距离等于________个单位长度.

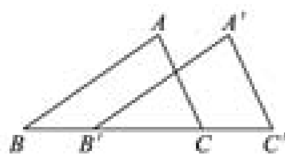


图 5.4-4

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 利用平移的性质计算

**【例 1】** 如图 5.4-5 所示，三角形 $EFG$ 是三角形 $ABC$ 沿箭头方向平移得到的.

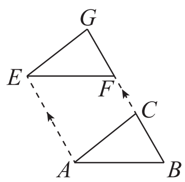


图 5.4-5

(1)若 $\angle BAC=30°$，求 $\angle FEG$ 的度数；

(2)若 $EG=2$ cm，求 $AC$ 的长；

(3)若 $AE=2.5$ cm，求 $BF$，$CG$ 的长.

思考 1：试指出三角形 $EFG$ 与三角形 $ABC$ 的对应点.

思考 2：图形平移对图形的形状与大小有影响吗？对应点的连线有何关系？

**解：**

**规律方法**

涉及平移的有关计算问题，常根据平移的性质："平移不改变图形的形状和大小，且对应点的连线平行(或在同一条直线上)且相等"来解决问题.

**【变式训练】**

**1.**(山东济宁中考)如图 5.4-6，将三角形 $ABE$ 向右平移 2 cm 得到三角形 $DCF$，如果三角形 $ABE$ 的周长是 16 cm，那么四边形 $ABFD$ 的周长是 ( )

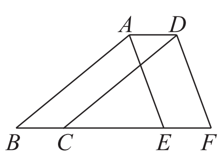


图 5.4-6

A.16 cm B.18 cm C.20 cm D.21 cm

### 要点突破 2 利用平移的性质作图

**【例 2】** 如图 5.4-7 所示，平移四边形 $ABCD$，使点 $A$ 移动到点 $A'$，画出平移后的四边形 $A'B'C'D'$，并指出平移的方向和平移的距离.

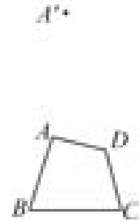


图 5.4-7

思考 1：如何确定平移的方向和距离？

思考 2：要作出平移后的四边形，还需要确定哪几个点的对应点？

**解：**

**解后反思**

(1)作平移后图形的关键是找关键点，关键点一般是多边形的顶点，然后观察平移的方向和距离，通过平移后的关键点的对应点确定平移后的图形.

(2)在网格中平移作图，可根据原图形的位置和形状，利用网格找准对应点，然后连线.

**【变式训练】**

**2.**如图 5.4-8 所示，已知三角形 $ABC$ 和点 $D$，点 $D$ 为三角形 $ABC$ 平移后图形的一个顶点，作出所有可能得到的平移图形.

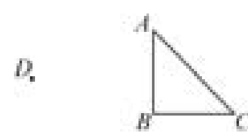


图 5.4-8

### 要点突破 3 平移的性质在生活中的应用

**【例 3】** 如图 5.4-9，一块边长为 8 m 的正方形土地，在上面修了三条道路，入口宽都是 1 m，空白的部分种上各种花草.

(1)求出种花草的面积；

(2)若空白的部分种植花草共花费了 4 620 元，则每平方米种植花草的费用是多少元？

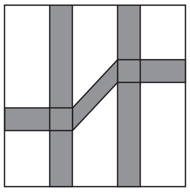


图 5.4-9

思考：如何求不规则图形的面积？

**解：**

**规律方法**

涉及不规则图形求面积问题，常通过平移转化为规则图形计算.

**【变式训练】**

**3.**某宾馆在重新装修后，准备在大厅主楼梯上铺设某种红色地毯，已知这种地毯每平方米售价 30 元，主楼梯道宽 2 m，其侧面示意图如图 5.4-10 所示，则购买地毯至少需要多少元？

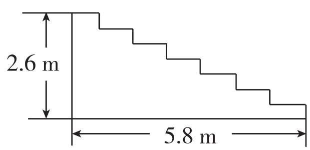
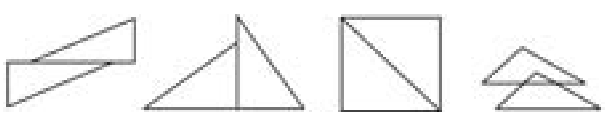



图 5.4-10

## 达标检测

**1.**下列图形中，有一组中的两个图形经过平移其中一个能得到另一个，这组图形是 ( )



A　　B　　C　　D

**2.**下列现象：①打气筒打气时，活塞的运动；②飞机在地面上沿直线滑行；③风车的转动；④汽车轮胎的转动.其中属于平移的是 ( )

A.②③　　B.②④　　C.①②　　D.①④

**3.**如图 5.4-11，两个边长为 5 的正方形拼合成一个长方形，则图中阴影部分的面积是 ( )

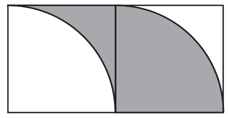


图 5.4-11

A.5　　B.25

C.50　　D.以上都不对

**4.**如图 5.4-12 所示，平移三角形 $ABC$ 可得到三角形 $DEF$，如果 $\angle A=45°$，$\angle C=70°$，那么 $\angle E=$________，$\angle EDF=$________，$\angle F=$________，$\angle DOB=$________.

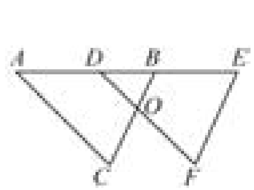



图 5.4-12

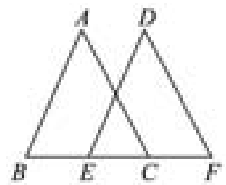



图 5.4-13

**5.**如图 5.4-13 所示，三角形 $ABC$ 沿着 $BC$ 的方向平移到三角形 $DEF$ 的位置，若 $BE=2$ cm，则 $CF=$________cm.

**6.**如图 5.4-14，线段 $AB$ 经过平移有一端点到达点 $C$，画出线段 $AB$ 平移后的线段.

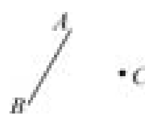
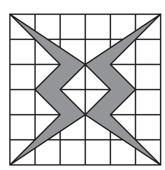



图 5.4-14

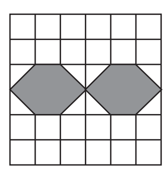
## 分层演练·提素能

### 基础巩固

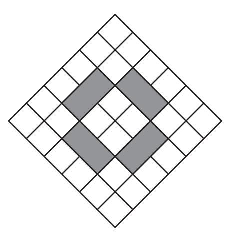
**1.**生活中经常见到一些美丽的图案，这些图案有许多是由基本图形平移形成的，下列图形中，只能用其中一部分平移而得到的是 ( )



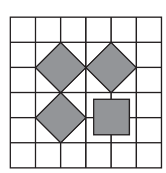
A



B

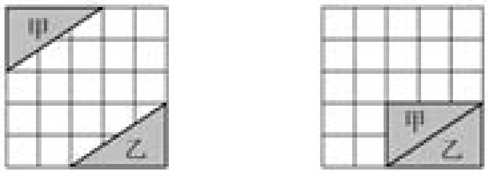


C



D

**2.** 如图 5.4-15，在 5×5 方格纸中，将图①中的三角形甲平移到图②中所示的位置，与三角形乙拼成一个长方形，那么下面的平移方法中，正确的是 （　　）




①　　②

图 5.4-15

A. 先向下平移 3 个格，再向右平移 1 个格
B. 先向下平移 2 个格，再向右平移 1 个格
C. 先向下平移 2 个格，再向右平移 2 个格
D. 先向下平移 3 个格，再向右平移 2 个格

**3.** 一块长方形的场地的示意图如图 5.4-16 所示，长 $AB=102$ m，宽 $AD=51$ m，$A$，$B$ 两处入口的小路宽都为 1 m，两小路交会处路宽为 2 m，其余部分种植草坪，则草坪的面积为 （　　）

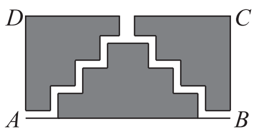



图 5.4-16

A. 5 050 $m^2$　　B. 4 900 $m^2$
C. 5 000 $m^2$　　D. 4 998 $m^2$

**4.** 如图 5.4-17 所示，下列图形可通过互相平移得到的是__________.（只填序号）

①　②　③　④　⑤　⑥　⑦

图 5.4-17

**5.**（浙江台州中考）如图 5.4-18，把三角尺的斜边紧靠直尺平移，一个顶点从刻度"5"平移到刻度"10"，则顶点 $C$ 平移的距离 $CC'=$________.

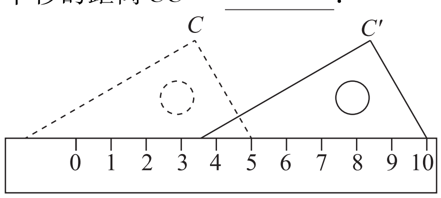



图 5.4-18

**6.** 在正方形网格中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度，三角形 $ABC$ 的三个顶点的位置如图5.4-19 所示，现将三角形 $ABC$ 平移，使点 $A$ 变换为点 $A'$.

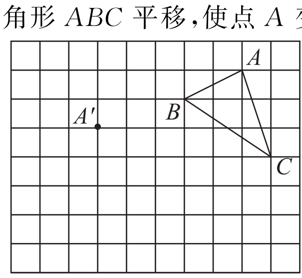



图 5.4-19

(1) 请画出平移后的三角形 $A'B'C'$（点 $B'$，$C'$ 分别是 $B$，$C$ 的对应点）；
(2) 求三角形 $A'B'C'$ 的面积；
(3) 若连接 $AA'$，$CC'$，则这两条线段之间的关系是什么？

## 能力提升

**7.** 如图 5.4-20，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=3$，$BC=4$，则图中四个小长形的周长之和为________.

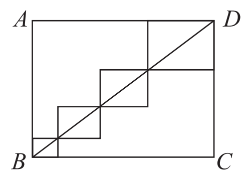



图 5.4-20

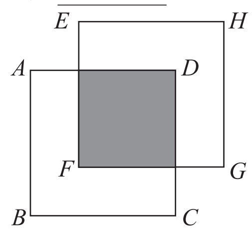



图 5.4-21

**8.** 如图 5.4-21，把边长为 3 cm 的正方形 $ABCD$ 先向右平移 1 cm，再向上平移 1 cm，得到正方形 $EFGH$，则阴影部分的面积为________$cm^2$.

## 拓展创新

**9.** 某学校准备在升旗台的台阶上铺设一种红色的地毯（含台阶的最上层），已知这种地毯的批发价为每平方米 40 元，升旗台的台阶宽为 3 m，其侧面示意图如图 5.4-22 所示. 请你帮助测算一下，买地毯至少需要多少元？

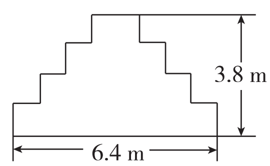



图 5.4-22

# 章末归纳整合

## 知识体系·全构建

回顾本章知识,将下面的知识体系图补充完整.

- 相交线与平行线
  - 相交线
    - 两直线相交
      - 一般情况
        - 邻补角①________
        - 对顶角②________
      - 相交成 90°角→垂线
        - 性质
          - 在同一平面内,过一点③________一条直线与已知直线垂直
          - 垂线段最④________
        - 画图
    - 三线八角
      - 同位角
      - 内错角
      - 同旁内角
  - 平行线
    - 定义:在同一平面内,⑤________的两条直线叫平行线
    - 平行公理及推论
      - 公理:经过直线外一点,⑥________一条直线与这条直线平行
      - 推论:如果两条直线都与第三条直线平行,那么这两条直线也互相⑦________
    - 判定
      - 同位角⑧________,两直线平行
      - 内错角⑨________,两直线平行
      - 同旁内角⑩________,两直线平行
    - 性质
      - 两直线平行,同位角⑪________
      - 两直线平行,内错角⑫________
      - 两直线平行,同旁内角⑬________
  - 平移
    - 两要素:平移的⑭________,平移的⑮________
    - 性质
      - ⑯________(填“改变”或“不改变”)图形的形状和大小
      - 对应点的连线平行(或在同一条直线上)且⑰________
    - 作图:确定平移的⑱________和⑲________,作出关键点的对应点,并顺次连接
  - 命题
    - 定义:判断一件事情的语句
    - 结构
      - 题设:已知事项
      - 结论:由已知事项推出的事项
    - 分类
      - ⑳________命题
      - ㉑________命题
    - 证明

**答案:**①互补 ②相等 ③有且只有 ④短 ⑤不相交 ⑥有且只有 ⑦平行 ⑧相等 ⑨相等 ⑩互补 ⑪相等 ⑫相等 ⑬互补 ⑭方向(或距离) ⑮距离(或方向) ⑯不改变 ⑰相等 ⑱方向 ⑲距离 ⑳真 ㉑假

# 核心考点·精突破

## 考点一 相交线所成的角

**方法技巧**

解决相交线所成的角应注意三个问题：

(1)当两直线相交时，分清对顶角、邻补角，考虑对顶角、邻补角的性质.

(2)有垂直时，考虑直角、互余关系.

(3)有角的平分线时，考虑角平分线的性质.

### 题组集训

**1.**(北京中考)如图 5-1 所示，点 $P$ 到直线 $l$ 的距离是 ( )

A.线段 $PA$ 的长度　　B.线段 $PB$ 的长度

C.线段 $PC$ 的长度　　D.线段 $PD$ 的长度

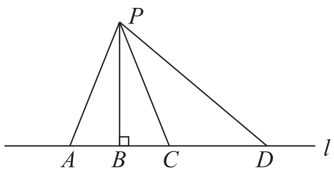


图 5-1

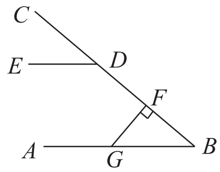


图 5-2

**2.**(湖北十堰中考)如图 5-2，$AB\parallel DE$，$FG\perp BC$ 于点 $F$，若$\angle CDE=40^\circ$，则$\angle FGB=$ ( )

A.$40^\circ$　　B.$50^\circ$　　C.$60^\circ$　　D.$70^\circ$

**3.**(广西梧州中考)如图 5-3，已知直线 $AB$ 与 $CD$ 交于点 $O$，$ON$ 平分$\angle DOB$，若$\angle BOC=110^\circ$，则$\angle AON$的度数为________.

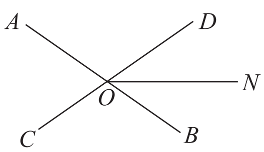


图 5-3

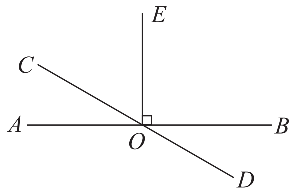


图 5-4

**4.**(江苏南通中考)已知：如图 5-4，直线 $AB$ 与 $CD$ 相交于点 $O$，$OE\perp AB$，$\angle COE=60^\circ$，则$\angle BOD$ 等于________.

## 考点二 平行线的性质和判定

**方法技巧**

平行线的判定是用角的数量关系推出两直线的位置关系，平行线的性质是用两直线的位置关系得到角的数量关系，性质和判定恰好是互为“因果”关系.因此，“欲证平行用判定，已知平行用性质”.

### 题组集训

**5.**一把直尺和一块三角尺 $ABC$(含 $30^\circ$，$60^\circ$角)摆放位置如图 5-5 所示，直尺一边与三角尺的两直角边分别交于点 $D$，$E$，另一边与三角尺的两直角边分别交于点 $F$，$A$，且$\angle CDE=40^\circ$，那么$\angle BAF$ 的大小为 ( )

A.$40^\circ$　　B.$45^\circ$　　C.$50^\circ$　　D.$10^\circ$

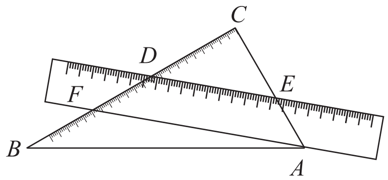


图 5-5

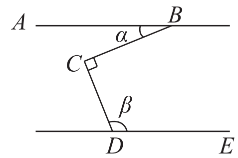


图 5-6

**6.**(山东潍坊中考)如图 5-6，$\angle BCD=90^\circ$，$AB\parallel DE$，则$\angle\alpha$与$\angle\beta$满足 ( )

A.$\angle\alpha+\angle\beta=180^\circ$　　B.$\angle\beta-\angle\alpha=90^\circ$

C.$\angle\beta=3\angle\alpha$　　D.$\angle\alpha+\angle\beta=90^\circ$

**7.**(浙江金华中考)如图 5-7，已知 $l_1\parallel l_2$，直线 $l$ 与 $l_1$，$l_2$ 相交于 $C$，$D$ 两点，把一块含 $30^\circ$角的三角尺按如图位置摆放.若$\angle1=130^\circ$，则$\angle2=$________.

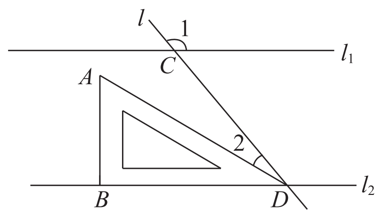


图 5-7

**8.**(内蒙古呼和浩特中考)如图 5-8，$AB\parallel CD$，$AE$ 平分$\angle CAB$ 交 $CD$ 于点 $E$.若$\angle C=48^\circ$，则$\angle AED$ 为________.

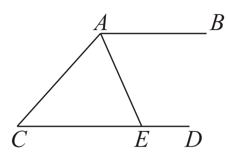


图 5-8

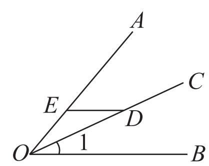


图 5-9

**9.**(江苏苏州中考)如图 5-9，点 $D$ 在$\angle AOB$的平分线 $OC$ 上，点 $E$ 在 $OA$ 上，$ED\parallel OB$，若$\angle1=25^\circ$，则$\angle AED$的度数为________.

**10.**(重庆中考)如图 5-10，直线 $EF\parallel GH$，点 $A$ 在 $EF$ 上，$AC$ 交 $GH$ 于点 $B$，若$\angle FAC=72^\circ$，$\angle ACD=58^\circ$，点 $D$ 在 $GH$ 上，求$\angle BDC$的度数.

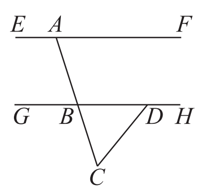


图 5-10

## 考点三 平移

**方法技巧**

**1.判断平移的方法**

(1)观察对应点:看对应点的连线是否平行(或在同一条直线上)且相等.

(2)根据定义:看两个图形的形状是否相同,大小是否相等,位置是否是平行改变.

**2.作(或找)平移图形的一般步骤**

(1)确定平移的方向和距离,先确定一组对应点.

(2)确定图形中的关键点.

(3)利用第一组对应点和平移的性质确定图中所有关键点的对应点.

(4)按原图形顺序依次连接对应点,所得到的图形即为平移后的图形.

### 题组集训

11.(山东济南中考)如图 5-11,在 6×6 方格中有两个涂有阴影的图形 $M$,$N$,图①中的图形 $M$ 平移后位置如图②所示,以下对图形 $M$ 的平移方法叙述正确的是 ( )

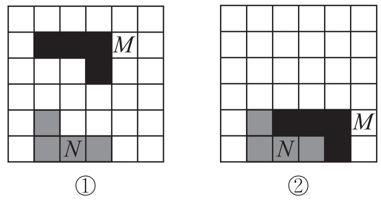


图 5-11

A.向右平移 2 个单位长度,向下平移 3 个单位长度

B.向右平移 1 个单位长度,向下平移 3 个单位长度

C.向右平移 1 个单位长度,向下平移 4 个单位长度

D.向右平移 2 个单位长度,向下平移 4 个单位长度

12.(贵州铜仁中考)如图 5-12,三角形 $ABC$ 沿着 $BC$ 方向平移得到三角形 $A'B'C'$,点 $P$ 是直线 $AA'$ 上任意一点,若三角形 $ABC$、三角形 $PB'C'$的面积分别为 $S_1$,$S_2$,则下列关系正确的是 ( )

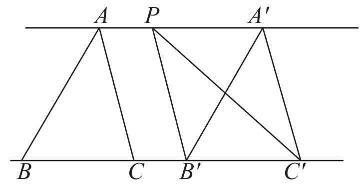


图 5-12

A.$S_1>S_2$　　B.$S_1<S_2$

C.$S_1=S_2$　　D.$S_1=2S_2$

## 学科素养·速提升

## 专题一 转化思想

转化思想是把一种待解决的问题经过某种转化,归类到已经解决的问题中去,转化思想在解数学题时,所给条件往往不能直接应用,此时需要将所给条件进行转化,它包括未知向已知的转化,陌生向熟悉的转化,复杂向简单的转化,抽象向具体的转化,数与形的转化等.

本章中“线的位置关系”与“角的位置关系”的转换体现转化思想,平移也是转化思想的一种体现.

【例 1】(浙江金华中考)如图 5-13,已知 $AB // CD$,$BC // DE$.若 $\angle A=20°$,$\angle C=120°$,则 $\angle AED$ 的度数是________.

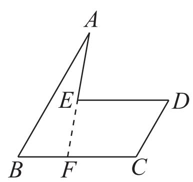


图 5-13

**解析:**如图 5-13,延长 $AE$ 交 $BC$ 于点 $F$.

因为 $AB // CD$,所以 $\angle B+\angle C=180°$.

又因为 $\angle C=120°$,所以 $\angle B=60°$.

因为 $\angle A=20°$,所以 $\angle AFB=180°-\angle B-\angle A=180°-60°-20°=100°$.

又因为 $\angle AFB+\angle AFC=180°$,所以 $\angle AFC=80°$.

因为 $BC // DE$,所以 $\angle AED=\angle AFC=80°$.

**答案:**80°

**解后反思**

在证明线的位置关系或有关角度计算时,常利用平行线的性质把没有关联的角转化为对顶角或邻补角之间的关系进行处理,反之把具有对顶角或邻补角关系的角转化为在同一个“三线八角”图形结构中进行处理.

### 提能训练

1.(四川内江中考)如图 5-14,直线 $m // n$,直角三角尺 $ABC$ 的顶点 $A$ 在直线 $m$ 上,则 $\angle\alpha$ 的余角等于 ( )

A.19°　　B.38°　　C.42°　　D.52°

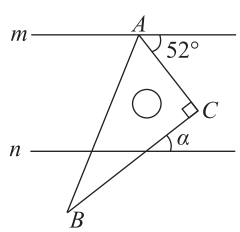


图 5-14

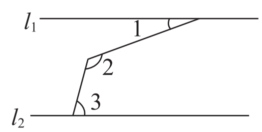


图 5-15

2.(山东威海中考)如图 5-15,直线 $l_1 // l_2$,$\angle 1=20°$,则 $\angle 2+\angle 3=$________.

## 专题二 分类讨论思想

分类讨论思想是一种常见的数学思想方法.具体来说,就是把包含多种可能情况的问题,按照某一标准分成若干类,然后对每一类分别进行解决.

本章中图形较多,涉及图形之间的位置关系不确定时,需应用分类讨论思想进行分析.

**【例 2】** 如图 5-16,$AD /\!/ BC$,当点 $P$ 在射线 $OM$ 上运动时(点 $P$ 与点 $A$,$B$,$O$ 三点不重合),$\angle ADP=\angle\alpha$,$\angle BCP=\angle\beta$,求$\angle CPD$ 与$\angle\alpha$,$\angle\beta$ 之间有何数量关系? 请说明理由.

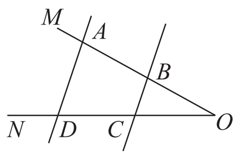


图 5-16

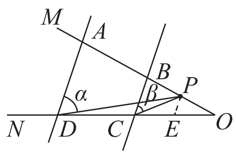


图 5-17

**解:** 由于点 $P$ 在射线 $OM$ 上运动,故分三种情况:

①当点 $P$ 在线段 $OB$ 上时,$\angle CPD=\angle\alpha-\angle\beta$.

理由:如图 5-17,过点 $P$ 作$PE /\!/ AD$ 交 $ON$ 于点 $E$.

因为 $AD /\!/ BC$,所以 $AD /\!/ BC /\!/ PE$,

所以$\angle DPE=\angle ADP=\angle\alpha$,

$\angle CPE=\angle BCP=\angle\beta$,

所以$\angle CPD=\angle DPE-\angle CPE=\angle\alpha-\angle\beta$.

②当点 $P$ 在线段 $AB$ 上时,$\angle CPD=\angle\alpha+\angle\beta$.

理由:如图 5-18,过点 $P$ 作$PE /\!/ AD$ 交$CD$ 于点$E$.

因为 $AD /\!/ BC$,所以 $AD /\!/ PE /\!/ BC$,

所以$\angle DPE=\angle ADP=\angle\alpha$,$\angle EPC=\angle BCP=\angle\beta$,

所以$\angle DPC=\angle DPE+\angle EPC=\angle\alpha+\angle\beta$.

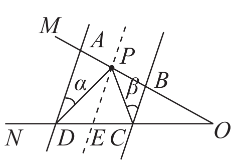


图 5-18

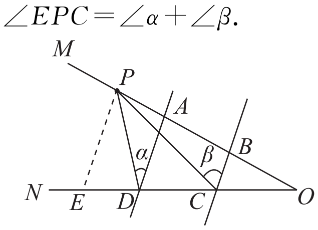


图 5-19

③当点 $P$ 在线段 $BA$ 的延长线上时,$\angle CPD=\angle\beta-\angle\alpha$.

理由:如图 5-19,过点 $P$ 作 $PE /\!/ AD$ 交 $ON$ 于点 $E$.

因为 $AD /\!/ BC$,所以 $PE /\!/ AD /\!/ BC$,

所以$\angle EPC=\angle PCB=\angle\beta$,$\angle EPD=\angle PDA=\angle\alpha$,

所以$\angle DPC=\angle EPC-\angle EPD=\angle\beta-\angle\alpha$.

**规律方法**

在几何问题中,涉及图形之间的位置关系不定时,常需分类讨论.

### 提能训练

**3.** 如图 5-20,在直角三角形 $AOB$ 和直角三角形 $COD$ 中,$\angle AOB=\angle COD=90^\circ$,$\angle B=40^\circ$,$\angle C=60^\circ$,点 $D$ 在边 $OA$ 上,将图中的三角形 $COD$ 绕点 $O$ 按每秒 $10^\circ$的速度沿顺时针方向旋转一周,在旋转的过程中,在第________s 时,边 $CD$ 恰好与边 $AB$ 平行.

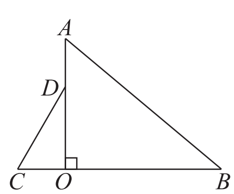


图 5-20

## 专题三 方程思想

方程思想是从问题的数量关系入手,运用数学语言将问题中的条件转化为数学模型,将问题中的已知量和未知量之间的数量关系通过适当设元建立起方程,然后通过解方程来使问题获解的思维方式.

求角的大小,当要求的角列式计算很复杂(或有比例关系等)时,可列方程解决.

**【例 3】** 如图 5-21,已知 $FC /\!/ AB$,$FC /\!/ DE$,$\angle\alpha:\angle D:\angle B=2:3:4$,求$\angle\alpha$,$\angle D$,$\angle B$ 的大小.

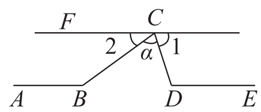


图 5-21

**分析:** 由已知$\angle\alpha:\angle D:\angle B=2:3:4$,可以先设$\angle\alpha$,$\angle D$,$\angle B$ 的度数分别为 $2x$,$3x$,$4x$,再利用已知条件列出方程进行求解.

**解:** 设$\angle\alpha=2x$,则$\angle D=3x$,$\angle B=4x$.

因为 $FC /\!/ AB$,$FC /\!/ DE$,

所以$\angle 2+\angle B=180^\circ$,$\angle 1+\angle D=180^\circ$.

所以$\angle 2=180^\circ-\angle B=180^\circ-4x$,

$\angle 1=180^\circ-\angle D=180^\circ-3x$.

又因为$\angle 1+\angle 2+\angle\alpha=180^\circ$,

所以 $180^\circ-3x+180^\circ-4x+2x=180^\circ$.

解得 $x=36^\circ$.

所以$\angle\alpha=2\times36^\circ=72^\circ$,$\angle D=3\times36^\circ=108^\circ$,

$\angle B=4\times36^\circ=144^\circ$.

**规律方法**

几何中常有一些求线段的长度或求角的大小的问题,当列式计算较为复杂时,我们可以借助题中的已知量与未知量之间的关系,想办法建立方程进行求解.

### 提能训练

**4.** 如图 5-22,直线 $AB$,$CD$ 相交于点 $O$,$OE$ 平分$\angle BOC$,$FO\perp CD$ 于点 $O$,若$\angle BOD:\angle EOB=2:3$,求$\angle AOF$ 的度数.

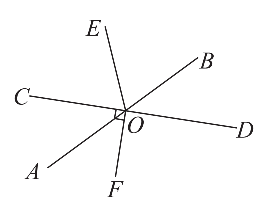


图 5-22

# 第六章 实 数

## 6.1 平方根

### 第1课时 算术平方根

**学习目标**

1.经历从实例中探究、归纳算术平方根概念的形成过程，会用根号表示一个正数的算术平方根，提高抽象思维能力.

2.了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的算术平方根.

3.了解算术平方根的非负性，能借助非负性进行有关的计算.

## 自主预习·探新知

**学习任务一 算术平方根的意义**

**学习过程**

1.若正方形的面积如下表所示，请填表：

| 正方形的面积/$dm^2$ | 4 | 9 | 25 | 64 | $\frac{36}{49}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 正方形的边长/dm | | | | | |

2.上表中都是已知一个正数的平方，求这个正数.

**探究归纳**

1.一般地，如果一个________ $x$ 的平方等于 $a$，即 $x^2=a$，那么这个________ $x$ 叫做 $a$ 的算术平方根.

规定：0 的算术平方根是________.

2.$a$ 的算术平方根记为________，读作“________”，其中 $a$ 叫做被开方数.

**学习任务二 算术平方根的求法**

**学习过程**

1.因为 $2^2=4$，所以 $\sqrt{4}=$________；

因为 $5^2=25$，所以 $\sqrt{25}=$________；

因为 $7^2=49$，所以 $\sqrt{49}=$________.

2.通过以上计算，你发现了什么？

3.通过以上计算，你能比较 $\sqrt{4}$，$\sqrt{25}$，$\sqrt{49}$ 的大小吗？由此能得出什么结论？

**探究归纳**

1.根据算术平方根的定义，可借助________运算求一个非负数的算术平方根.

2.应用计算器求 $a$ 的算术平方根，其按键顺序为：$\boxed{\text{ON}}$→________→________→________.

3.被开方数越大，对应的算术平方根也________.

**学习任务三 算术平方根的非负性**

**学习过程**

1.$\sqrt{a}$ 中，被开方数 $a$ 可以是负数吗？为什么？

2.$\sqrt{a}$ 是正数还是非负数？

**探究归纳**

$\sqrt{a}$ 的双重非负性：

(1)被开方数 $a$ 是________，即 $a$________0；

(2)$\sqrt{a}$ 是________，即 $\sqrt{a}$________0.

**即时小练**

1.(四川宜宾中考)9 的算术平方根是 ( )

A.3 B.$-3$ C.$\pm3$ D.$\sqrt{3}$

2.下列各式中，无意义的是 ( )

A.$\sqrt{\frac{1}{2}}$ B.$\sqrt{(-2)^2}$ C.$\sqrt{-6}$ D.$-\sqrt{6}$

3.$\sqrt{4}$ 的算术平方根是 ( )

A.2 B.$\pm2$ C.$\sqrt{2}$ D.$\pm\sqrt{2}$

4.$(-5)^2$ 的算术平方根是________，64 的算术平方根是________.

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 求算术平方根

【例 1】求下列各数的算术平方根：

(1)900；　(2)$1\frac{9}{16}$；　(3)$-(-3)$；

(4)1.69；　(5)$(-4)^2$.

思考 1:$1\frac{9}{16}=$________，$-(-3)=$________，$(-4)^2=$________.

思考 2:哪些非负数的平方分别等于题中所给的各数?

解:

**规律方法**

(1)可以借助平方运算求一个数的算术平方根.
(2)被开方数为带分数或其中含有运算符号时,应先将其化为假分数或对其进行整理,再求算术平方根.
(3)对于开方开不尽的数,求其算术平方根时,可直接根据定义来表示,如 5 的算术平方根是$\sqrt{5}$.

【变式训练】

1.求下列各数的算术平方根:

(1)$\frac{1}{4}$；　(2)0；　(3)$(-2)^2$；　(4)0.01；　(5)$2\frac{1}{4}$.

### 要点突破 2 算术平方根非负性的应用

【例 2】已知$\sqrt{3x-2}+(2y+4)^2=0$,求 $3x-y$ 的算术平方根.

思考:由$\sqrt{3x-2}+(2y+4)^2=0$ 可得到什么?

解:

【一题多变】

将题中的$(2y+4)^2$ 变为$|2y+4|$,其余条件不变,求 $3x-y$ 的算术平方根.

**解后反思**

(1)形如$\sqrt{a}$ 的式子只要在条件中出现,必定隐含着条件:$a\geq0$,$\sqrt{a}\geq0$.
(2)初中数学涉及三种非负数,即 $a^2\geq0$,$|a|\geq0$,$\sqrt{a}\geq0$.若几个非负数的和为 0,当且仅当这几个非负数同时为 0.

【变式训练】

2.已知 $y=\frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}}{2}-3$,求 $3x-4y$ 的值.

### 要点突破 3 算术平方根的应用

【例 3】将如图 6.1.1-1①所示的两块边长都为 3 cm 的正方形纸板沿图中虚线剪开,拼成如图 6.1.1-1②所示的一个大正方形纸板,你能求出这个大正方形的面积吗?它的边长是整数吗?如果不是整数,那么请你估计这个数在哪两个相邻正整数之间.

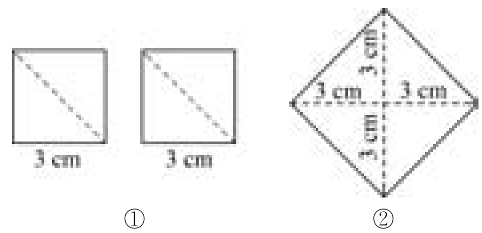



图 6.1.1-1

思考 1:大正方形的面积与两个小正方形的面积有什么关系?

思考 2:若 $a^2<x<b^2$(其中 $a$,$b$ 为相邻正整数),则________$<\sqrt{x}<$________.

解:

**规律方法**

在实际生活中,经常遇到已知正方形的面积或圆的面积求正方形的边长或圆的半径的问题.此类问题往往转化为已知一个数的平方,求这个数的算术平方根.

【变式训练】

**3.** 如图 6.1.1-2，方格纸中小正方形的边长为 1，将方格纸中阴影部分的图形剪下来，再把剪下来的阴影部分重新剪拼成一个正方形，那么所拼成的这个正方形的边长为________.

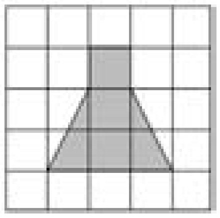


图 6.1.1-2

### 达标检测

**1.** 下列说法正确的是 ( )

A. $\frac{1}{4}$是$\frac{1}{2}$的算术平方根

B. $-2$ 是 4 的算术平方根

C. $(-1)^2$ 的算术平方根是 1

D. $-9$ 的算术平方根是 3

**2.**（江苏南京中考）$\sqrt{\frac{9}{4}}$的值等于 ( )

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $\pm\frac{3}{2}$　　D. $\frac{81}{16}$

**3.** 一个正方形的面积是 15，估计它的边长在 ( )

A. 2 与 3 之间　　B. 3 与 4 之间

C. 4 与 5 之间　　D. 5 与 6 之间

**4.**（湖北黄冈中考）16 的算术平方根是________.

**5.** 已知 $(x-1)^2+\sqrt{2+y}=0$，则 $x+y=$________.

**6.** 一个数的算术平方根是它的绝对值，则这个数是________.

**7.** 已知 $a,b$ 为两个连续正整数，且 $a<\sqrt{7}<b$，则 $a+b=$________.

**8.** 求下列各数的算术平方根：

(1) 3.61；　　(2) $(-6)^2$；　　(3) $\sqrt{\frac{1}{16}}$.

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

**1.** $\sqrt{81}$的算术平方根是 ( )

A. 9　　B. $-9$　　C. 3　　D. $-3$

**2.** 0.49 的算术平方根的相反数是 ( )

A. 0.7　　B. $-0.7$　　C. $\pm0.7$　　D. 0

**3.** 下列说法中不正确的有 ( )

①一个数的算术平方根一定是正数；②$a^2$ 的算术平方根是 $a$；③$\sqrt{4+\frac{9}{16}}=2+\frac{3}{4}=2\frac{3}{4}$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 0 个

**4.**（贵州毕节中考）估计 $\sqrt{6}+1$ 的值在 ( )

A. 2 到 3 之间　　B. 3 到 4 之间

C. 4 到 5 之间　　D. 5 到 6 之间

**5.**（河南中考）计算：$2^3-\sqrt{4}=$________.

**6.** 如果 $2a-50=0$，那么 $a$ 的算术平方根是________.

**7.** 比较大小（填“>”或“<”）.

(1) $\sqrt{170}$________13；(2) $\sqrt{(-9)^2}$________$\sqrt{90}$；

(3) $\sqrt{m^2+2}$________$\sqrt{m^2+1}$.

**8.** 求下列各式的值：

(1) $-\sqrt{9}$；　　(2) $\sqrt{\frac{1}{81}}$；　　(3) $\sqrt{1\frac{25}{144}}$.

### 能力提升

**9.** 一个数的算术平方根是 $a$，比这个数大 3 的数是 ( )

A. $a+3$　　B. $\sqrt{a}-3$

C. $\sqrt{a}+3$　　D. $a^2+3$

**10.** 完成下列填空，并回答问题：

(1) $\sqrt{0.09}=$________；$\sqrt{9}=$________；$\sqrt{900}=$________.

(2) 观察(1)中的式子，将你发现的规律用一句话叙述出来.

(3) 已知 $\sqrt{3}\approx1.732$，$\sqrt{30}\approx5.477$，请利用你所发现的规律求 $\sqrt{300}$ 和 $\sqrt{0.3}$ 的值.

### 拓展创新

**11.** 已知 $\sqrt{23}$ 的整数部分为 $a$，小数部分为 $b$，求 $a^2+b$ 的值.

# 第2课时 平方根

## 学习目标

1.理解平方根的概念,会用根号表示数的平方根,掌握算术平方根与平方根的区别和联系.
2.了解开平方运算,理解开平方与平方互为逆运算,会用平方运算求一个非负数的平方根.
3.通过对平方根性质的探究,掌握平方根的性质,并能运用它解决问题,体会分类讨论的数学思想.

## 自主预习·探新知

### 学习任务一 平方根的概念

#### 学习过程

1.如果一个数的平方等于81,这个数是多少?

2.依据上题的结论填表:

| $x^2$ | 16 | 25 | 121 | 144 | 0.01 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | | | |

#### 探究归纳

1.定义:一般地,如果一个数的________等于$a$,那么这个数叫做$a$的平方根或________,即如果________,那么$x$叫做$a$的平方根.
2.记法与读法:正数$a$的平方根用符号"________"表示,读作"________".
3.$(\sqrt{a})^2=$________$(a\geqslant0)$,$(-\sqrt{a})^2=$\_\_\_\_\_\_\_\_$(a\geqslant0)$.

### 学习任务二 开平方

#### 学习过程

(____)$^2=9$,9的平方根是________;
(____)$^2=100$,100的平方根是________.

#### 探究归纳

求一个数$a$的________的运算,叫做开平方,平方与开平方____________.

### 学习任务三 平方根的性质

#### 学习过程

1.填表:

| $x$ | 1 | $-1$ | 2 | $-2$ | 3 | $-3$ | 4 | $-4$ | 5 | $-5$ | 6 | $-6$ | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | | | | | | | | | | | | | |

2.平方等于同一个正数的数有几个?它们具有怎样的关系?

3.在我们所认识的数中,有平方等于负数的数吗?

4.0的平方是多少?

#### 探究归纳

正数有________平方根,它们____________;0的平方根是________;负数________平方根.

#### 即时小练

1.(湖南常德中考)4的平方根是 ( )
A.2 B.$-2$ C.$\pm\sqrt{2}$ D.$\pm2$

2.下列用符号语言表示"16的平方根是$\pm4$"正确的是 ( )
A.$\sqrt{16}=4$ B.$\pm\sqrt{16}=4$
C.$\sqrt{16}=\pm4$ D.$\pm\sqrt{16}=\pm4$

3.下列说法中不正确的是 ( )
A.$-\sqrt{2}$是2的平方根
B.$\sqrt{2}$是2的平方根
C.2的平方根是$\sqrt{2}$
D.2的算术平方根是$\sqrt{2}$

4.一个正数$x$的平方根是$2a-3$和$5-a$,则$x$的值是________.

## 合作探究·释疑难

### 要点突破1 求平方根

【例1】求下列各数的平方根:

(1)225; (2)0.36; (3)$\frac{64}{81}$; (4)0;

(5)$\left(-\frac{2}{7}\right)^2$; (6)$2\frac{7}{9}$.

解:

**解后反思**

**求一个数的平方根的方法**

(1)先观察这个数是正数、0,还是负数;

(2)如果是非负数,对于易求出平方根的数,通常先写出哪个数的平方等于已知数,再写出这个数的平方根;

(3)如果被开方数为带分数,应先把它化为假分数;

(4)如果一个正数 $a$ 不易求出平方根,可以用计算器直接得出或表示为 $\pm\sqrt{a}$.

**【变式训练】**

**1.** 求下列各数的平方根:

(1)36; (2)$1\frac{11}{25}$; (3)$(-2)^4$; (4)$-(-9)^3$.

## 要点突破 2 利用平方根的定义解方程

**【例 2】** 求下列各式中 $x$ 的值.

(1)$81x^2-49=0$; (2)$49(x^2+1)=50$;

(3)$(3x-1)^2=(-5)^2$.

思考:结合一元一次方程的解法,思考解所给的方程时,应如何变形?

**解:**

**规律方法**

利用平方根的定义解方程时,首先将方程化为 $x^2=a$ 或 $(ax+b)^2=c$ 的形式,然后利用平方根的定义进行求解.注意一个正数的平方根有两个,它们互为相反数.

**【变式训练】**

**2.** 求下列各式中 $x$ 的值:

(1)$169x^2=100$; (2)$(x+1)^2=81$.

## 要点突破 3 平方根的性质及应用

**【例 3】** 若 $2m-4$ 和 $3m-1$ 是某个正数的平方根,则这个正数是多少?

思考:$2m-4$ 和 $3m-1$ 有什么关系?由此可得什么方程?

**解:**

**规律方法**

(1)由一个正数的两个平方根互为相反数,可列方程求相关字母的值.

(2)根据负数没有平方根,可确定被开方数中所含字母的取值范围.

(3)注意"$M$ 的平方根是 $a$,$b$"与"$a$,$b$ 是 $M$ 的平方根"两种说法所表达的意义是不同的,前者得到 $a+b=0$,而后者包含 $a+b=0$ 或 $a=b$ 两种情况.

**【变式训练】**

**3.** 一个正数的两个平方根分别为 $3-a$,$2a+7$,求 $a$ 和这个正数.

## 达标检测

**1.** $(-11)^2$ 的平方根是 ( )

A.121 B.11 C.$\pm 11$ D.$-11$

**2.** 下列说法不正确的是 ( )

A.4 是 16 的一个平方根

B.$-4$ 是 16 的一个平方根

C.16 的平方根是 $-4$

D.$\pm 4$ 是 16 的平方根

**3.** 若 $x$ 是 $y$ 的一个平方根,则 $y$ 的算术平方根是 ( )

A.$x$ B.$-x$ C.$\pm x$ D.$|x|$

**4.** 已知 $\sqrt{x^2}=5$,则 $x$ 为 ( )

A.5 B.$\pm 5$ C.$-5$ D.$\pm\sqrt{5}$

**5.** $\sqrt{16}$ 的平方根是________.

**6.** 按照如图 6.1.2-1 所示的操作步骤,若输入 $x$ 的值为 3,则输出的值为________.

输入 $x$ → 减去5 → 平方 → 加上3 →

开平方 → 输出

图 6.1.2-1

**7.** 求下列各数的平方根和算术平方根：

(1)1.21；　(2)$(-5)^2$；　(3)$\left|-2\dfrac{7}{9}\right|$.

**8.** 求下列各式的值：

(1)$\pm\sqrt{400}$；　(2)$-\sqrt{0.16}$；　(3)$-\sqrt{(-4)^2}$.

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

**1.** 下列各式正确的是　(　　)

A.$\sqrt{16}=\pm4$　　B.$\pm\sqrt{16}=4$

C.$(\sqrt{3})^2=3$　　D.$\sqrt{(-3)^2}=-3$

**2.** 一个数的平方根等于它的相反数，则这个数是　(　　)

A.0　　B.1　　C.$\pm1$　　D.0 或 1

**3.** 一个自然数的算术平方根是 $a$，那么与这个自然数相邻的下一个自然数的平方根是　(　　)

A.$a+1$　　B.$\pm\sqrt{a+1}$

C.$a^2+1$　　D.$\pm\sqrt{a^2+1}$

**4.** 已知 $\sqrt{a+2}+|b-1|=0$，那么 $(a+b)^{2\,018}$ 的平方根为　(　　)

A.0　　B.$-1$　　C.1　　D.$\pm1$

**5.** $\sqrt{81}$ 的平方根是________.

**6.** 25 的平方根与 9 的算术平方根的和是________.

**7.** 下列说法正确的是________.(填序号)

① $\sqrt{4}$ 的平方根是 $\pm4$；② $-a^2$ 一定没有平方根；③0.9 的平方根是 $\pm0.3$；④ $a^2+1$ 一定有平方根；⑤0 没有平方根.

**8.** 求下列各式中 $x$ 的值：

(1)$3x^2-27=0$；　(2)$(2x+3)^2=16$.

### 能力提升

**9.** 已知 $a,b$ 为两个连续的整数，且 12 的负平方根介于 $a,b$ 之间，则 $a+b=$________.

**10.** 已知 $2a-1$ 的平方根是 $\pm3$，$3a+b-1$ 的算术平方根是 4，求 $a+2b$ 的平方根.

**11.** 国际足球比赛的足球场的长在 100 m 到 110 m 之间，宽在 64 m 到 75 m 之间.某地建设了一个长方形的足球场，其长是宽的 1.5 倍，面积是 7 560 m²，请你判断这个足球场能否用于国际比赛，并说明理由.

### 拓展创新

**12.** (1)分别计算下列各式的值：

① $\sqrt{2^2}=$________；$\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=$________；$\sqrt{5^2}=$________.

② $\sqrt{(-2)^2}=$________；$\sqrt{\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2}=$________；$\sqrt{(-5)^2}=$________.

(2)根据(1)中计算的结果，可以得到：

①当 $a>0$ 时，$\sqrt{a^2}=$________；

②当 $a<0$ 时，$\sqrt{a^2}=$________.

③ $\sqrt{a^2}$ 一定等于 $a$ 吗？你发现了怎样的规律？

(3)利用你总结的规律，计算下列各式：

① $\sqrt{(x-2)^2}\ (x>2)$；② $\sqrt{(3.14-\pi)^2}$.

(4)如图 6.1.2-2，已知 $a,b$ 在数轴上的位置，化简 $\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$.


图 6.1.2-2

# 6.2 立方根

**学习目标**

1. 了解立方根的概念，会用根号表示一个数的立方根.
2. 会用立方运算求一个数的立方根，了解开立方与立方互为逆运算.
3. 了解立方根的性质，并通过对立方根性质的探究过程，培养逆向思维能力和分类讨论意识.
4. 能区分立方根与平方根的不同，通过类比平方根，学习立方根，体会类比思想的运用.

## 自主预习·探新知

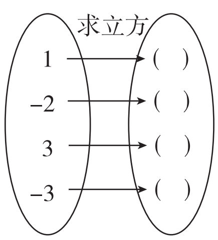
### 学习任务一 立方根的概念

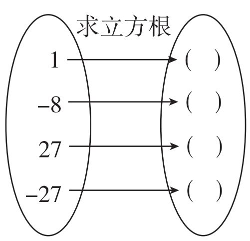
1. 定义：一般地，如果一个数的______等于 $a$，那么这个数叫做 $a$ 的立方根或三次方根.这就是说，如果 $x^3=a$，那么______叫做______的立方根.
2. 表示方法：$a$ 的立方根可以表示为"______"，读作"______"，其中 $a$ 是______，3 是______.
3. $(\sqrt[3]{a})^3=$______.

### 学习任务二 开立方

**学习过程**

1. 填空：




2. 由上题你能得出什么结论？

**探究归纳**

求一个数的______的运算，叫做开立方.开立方与______互为逆运算.

### 学习任务三 立方根的性质

**学习过程**

1. 填空：

因为(______)$^3=-64$，所以 $-64$ 的立方根是______；

因为(______)$^3=27$，所以 27 的立方根是______；

因为(______)$^3=0$，所以 0 的立方根是______；

因为(______)$^3=-1$，所以 $-1$ 的立方根是______；

因为(______)$^3=-125$，所以 $-125$ 的立方根是______.

2. 由上题你能发现正数、0 和负数的立方根各有什么特点？（类比平方根的特征）

3. 先填空，再写出你发现的规律.

因为 $\sqrt[3]{-64}=$______，$-\sqrt[3]{64}=$______，

所以 $\sqrt[3]{-64}$______$-\sqrt[3]{64}$；

因为 $\sqrt[3]{-125}=$______，$-\sqrt[3]{125}=$______，

所以 $\sqrt[3]{-125}$______$-\sqrt[3]{125}$.

**探究归纳**

1. 正数的立方根是______，负数的立方根是______，0 的立方根是______.
2. $\sqrt[3]{-a}=$______.

### 学习任务四 用计算器求立方根

用计算器求立方根的按键顺序：先按______键，再输入______，最后按______键.有些计算器需要用第二功能键求一个数的立方根，按键顺序：先按______键，再按______键，然后输入______，最后按______键.

**即时小练**

1. $-216$ 的立方根是 ( )

A. $-6$　B. $\pm6$　C. $-36$　D. $\pm36$

2. 下列各式中正确的是 ( )

A. $\sqrt{(-6)^2}=-6$　B. $\sqrt{4}=\pm2$

C. $\pm\sqrt[3]{1}=\pm1$　D. $\sqrt[3]{-27}=3$

3. 计算：(1) $-\sqrt[3]{\frac{1}{64}}=$______；(2) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=$______；

(3) $\sqrt[3]{-0.027}=$______；(4) $\sqrt[3]{(-2)^3}=$______.

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 求立方根

【例 1】求下列各数的立方根：

(1) $-0.008$；(2) $0.729$；(3) $-3\frac{3}{8}$；(4) $\frac{169}{512}-1$.

思考1：________与开立方互为逆运算，求数 $a$ 的立方根就是找到一个数，使这个数的________等于 $a$，这个数就是 $a$ 的________.

思考2：求带分数的立方根时，先把带分数化为________，如题(3)中 $-3\frac{3}{8}=$________.

**解：**

**规律方法**

**求一个数的立方根的基本方法**

求数 $a$ 的立方根，通常先找出立方等于 $a$ 的数，则这个数就是 $a$ 的立方根.注意：(1)要熟记一些数的立方，如1到10的立方；(2)求一个带分数的立方根，要先将带分数化为假分数.

**【变式训练】**

**1.**求下列各数的立方根：

(1)343； (2)$-0.125$； (3)0.216； (4)$-1\frac{61}{64}$.

## 要点突破2 立方根的实际应用

**【例2】**有一块正方体木块，体积为125 $cm^3$，现需要将它锯成8块同样大小的小正方体木块，求每个小正方体的表面积.

思考1：大正方体的体积和小正方体的体积有什么关系？

思考2：若设小正方体的棱长为 $x$ cm，则其体积为________$cm^3$，表面积为________$cm^2$.

**解：**

**规律方法**

与立方根有关的实际问题一般会涉及立体图形的体积，先根据题意列出方程，再根据立方根的意义求出未知数的值，从而解决问题.

**【变式训练】**

**2.**已知一个正方体的体积是1 000 $cm^3$，现在要在它的8个角上分别截去8个大小相同的小正方体，使截去后余下的体积是488 $cm^3$，则截得的每个小正方体的棱长是多少？

## 达标检测

**1.**(山东聊城中考)64的立方根是 ( )

A.4 B.8 C.$\pm4$ D.$\pm8$

**2.**下列说法正确的是 ( )

A.$-4$ 没有立方根

B.1的立方根是 $\pm1$

C.$\frac{1}{36}$的立方根是$\frac{1}{6}$

D.$-5$ 的立方根是$\sqrt[3]{-5}$

**3.**下列运算正确的是 ( )

A.$\sqrt[3]{-3}=-\sqrt[3]{-3}$

B.$\sqrt[3]{-3}=\sqrt[3]{3}$

C.$\sqrt[3]{-3}=\sqrt[3]{|-3|}$

D.$\sqrt[3]{-3}=-\sqrt[3]{3}$

**4.**下列各式正确的是 ( )

A.$\sqrt[3]{64}=\pm4$

B.$\sqrt{(\pm3)^2}=\pm3$

C.$-\sqrt[3]{(-0.1)^3}=0.1$

D.$\sqrt{(-2)^2}=-2$

**5.**(1)$-\sqrt[3]{\frac{1}{125}}=$________；$\sqrt[3]{-\frac{1}{125}}=$________.

(2)$-\sqrt[3]{a^3}=$________；$\sqrt[3]{(-a)^3}=$________.

**6.**求下列各数的立方根：

(1)$-0.064$； (2)$-2\frac{10}{27}$； (3)$2^6$.

**7.**小明家楼房的顶层上有一个正方体储水箱坏了，工人师傅打算用铁皮焊制一个新的密封的正方体储水箱，使其能容纳1.331 $m^3$ 的水，请你帮助计算：至少需要多大面积的铁皮？

## 分层演练·提素能

### 基础巩固

1.给出下列各式：①$\sqrt[3]{0}=0$；②$\sqrt[3]{-216}=-\sqrt[3]{216}=-6$；③$(\sqrt[3]{-5})^3=5$；④$(\sqrt[3]{a})^3=a$.
其中正确的有（　　）
A.1个　B.2个　C.3个　D.4个

2.若 $x^2=(-3)^2$，$y^3-27=0$，则 $x+y$ 的值为（　　）
A.0　B.6
C.0或6　D.以上答案均不对

3.一块正方体的水晶砖，体积为 $100\ cm^3$，它的棱长在（　　）
A.4 cm到5 cm之间　B.5 cm到6 cm之间
C.6 cm到7 cm之间　D.7 cm到8 cm之间

4.若 $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=0$，则下列等式成立的是（　　）
A.$a+b=0$　B.$a-b=0$
C.$a^2+b^2=0$　D.$a^3-b^3=0$

5.若 $\sqrt[3]{x-2}=2$，则 $x=$________.

6.求下列各式的值：

(1)$\sqrt[3]{1-\frac{19}{27}}$；

(2)$-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{-1}\times\sqrt{4^3}$；

(3)$-1^2+(-2)^3\times\frac{1}{8}-\sqrt[3]{27}\times\left|-\frac{1}{3}\right|+2\div\sqrt{4}$；

(4)$\sqrt[3]{0.008}\times\sqrt{1\frac{9}{16}}+\sqrt{13^2-5^2}+\sqrt[3]{-\frac{1}{64}}$.

7.求下列各式中 $x$ 的值：
(1)$-27x^3-64=0$；　(2)$(x-1)^3=216$.

### 能力提升

8.(1)填表：

| $a$ | 0.000 001 | 0.001 | 1 | 1 000 | 1 000 000 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt[3]{a}$ | | | | | |

(2)由上表你发现了什么规律？请用语言叙述这个规律：________________________________.

(3)根据你发现的规律填空：
①已知 $\sqrt[3]{3}\approx1.442$，则 $\sqrt[3]{3\ 000}\approx$________，$\sqrt[3]{0.003}\approx$________；
②已知 $\sqrt[3]{0.000\ 456}\approx0.076\ 97$，则 $\sqrt[3]{456}\approx$________.

9.某种冰淇淋是用正方体的纸盒包装的，有64 g和216 g两种规格，其成本包括冰淇淋成本和包装成本，并且包装成本与包装盒的表面积成正比例关系.已知64 g装的冰淇淋的成本是1.12元，其中冰淇淋的成本为每克0.01元.如果公司计划每个冰淇淋获得1元的利润，那么216 g装的冰淇淋的售价应是多少元？

10.已知 $2a+1$ 的平方根是 $\pm3$，$4a+b-5$ 的算术平方根是4，求 $50a-17b+10$ 的立方根.

### 拓展创新

11.依照平方根(二次方根)和立方根(三次方根)的定义可给出四次方根、五次方根的定义：
①如果 $x^4=a(a\geqslant0)$，那么 $x$ 叫做 $a$ 的四次方根；
②如果 $x^5=a$，那么 $x$ 叫做 $a$ 的五次方根.
请依据以上两个定义，解决下列问题：
(1)求81的四次方根.
(2)求−32的五次方根.
(3)求下列各式中 $x$ 的值：
①$x^4=16$；
②$100\ 000x^5=243$.

# 6.3 实 数

**学习目标**

1. 了解无理数和实数的概念，知道实数和数轴上的点的一一对应关系.
2. 在数的开方的基础上引进无理数的概念，将数从有理数的范围扩充到实数的范围，总结并理解实数的分类.
3. 会求实数的相反数、绝对值，会比较实数的大小，掌握实数的运算.

## 自主预习·探新知

### 学习任务一 无理数和实数

**学习过程**

1. 把下列各数写成小数的形式，你有什么发现？

$3,-\frac{3}{5},\frac{47}{8},\frac{9}{11},\frac{11}{90},\frac{5}{9}$.

2. 除了有限小数和无限循环小数，还有________小数.

**探究归纳**

1. 无理数：____________小数叫做无理数.
2. 实数：________和________统称实数.

### 学习任务二 实数的分类

**学习过程**

1. 在$\frac{1}{3}$，π，3.14，$-\sqrt{2}$，0.3，$-\sqrt{49}$，8.131，$\sqrt{\frac{25}{9}}$，$-\frac{22}{7}$，0.101 001 000 1…(相邻的两个1之间依次多一个0)中，

属于有理数的有：________________________；

属于无理数的有：________________________；

属于实数的有：__________________________.

2. 试结合上题和有理数的分类方法，总结出如何进行实数的分类.

**探究归纳**

实数的分类：

(1)实数
- 有理数
  - 正有理数
  - ①________
  - ②________
  
  有限小数或③________小数
- 无理数
  - ④________
  - 负无理数
  
  ⑤________小数

(2)实数
- 正实数
  - 正有理数
  - ①________
- ②________
- ③________
  - ④________
  - 负无理数

### 学习任务三 实数与数轴上点的关系

**学习过程**

1. 如图6.3-1，直径为1个单位长度的圆从原点沿数轴向右滚动一周，圆上的一点由原点到达点$O'$，则点$O'$对应的数是多少？

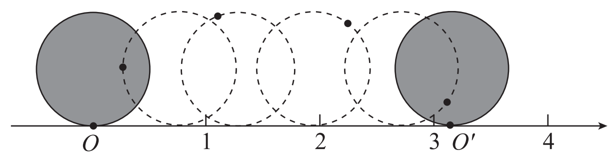



图 6.3-1

2. 如图6.3-2，以单位长度为边长画一个正方形，以原点为圆心，正方形的对角线为半径画弧，交数轴于$A$，$B$两点，则点$A$，$B$表示的数是多少？

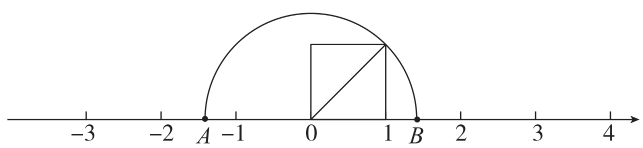



图 6.3-2

3. 由以上两题你能得出什么结论？

**探究归纳**

1. 实数与数轴上的点是________的，即每一个实数都可以用数轴上的________来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示________.
2. 在数轴上，右边的点表示的实数总比左边的点表示的实数________.

### 学习任务四 实数的相反数、绝对值

**学习过程**

1. $\sqrt{2}$的相反数是\_\_\_\_\_\_\_\_，$-\pi$的相反数是________，0的相反数是________.
2. $|-\sqrt{2}|=$________，$|3\sqrt{2}|=$________，$|0|=$________.

## 探究归纳

1.实数 $a$ 的相反数是________.

2.一个正实数的绝对值是它________;一个负实数的绝对值是它的________;0 的绝对值是________.

$$|a|=\begin{cases}\_\_\_\_\_\_\_\_,当 a>0 时,\\ \_\_\_\_\_\_\_\_,当 a=0 时,\\ \_\_\_\_\_\_\_\_,当 a<0 时.\end{cases}$$

### 学习任务五 实数的运算

1.实数之间不仅可以进行加、减、乘、除(除数不为 0)、乘方运算,而且正数及 0 可以进行________运算,任意一个实数都可以进行________运算.

2.在实数运算中,有理数的运算法则及运算性质等同样适用.

3.在实数运算中,无理数可按照所要求的精确度用相应的近似________去代替.

## 即时小练

1.(浙江金华中考)实数 $-\sqrt{2}$ 的绝对值是 (　　)

A.2　　B.$\sqrt{2}$　　C.$-\sqrt{2}$　　D.$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2.在实数 $0,\pi,\frac{22}{9},\sqrt{7},-\sqrt{9}$ 中,无理数的个数为 (　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

3.下列各组数中,互为相反数的是 (　　)

A.5 和 $\sqrt{(-5)^2}$　　B.$-|-5|$ 和 $-(-5)$

C.$-5$ 和 $\sqrt[3]{-125}$　　D.$-5$ 和 $\frac{1}{5}$

4.如图 6.3-3,以数轴上的单位长度为边长作一个正方形,以表示数 1 的点为圆心,正方形对角线为半径画弧,交数轴于点 $A$,则点 $A$ 表示的数是 (　　)

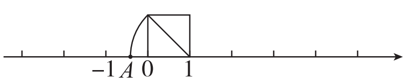



图 6.3-3

A.$-\sqrt{2}$　　B.$1-\sqrt{2}$　　C.$-1+\sqrt{2}$　　D.$-1-\sqrt{2}$

## 合作探究·释疑难

### 要点突破 1 无理数的判定及实数的分类

**【例 1】** 指出下列各数中的有理数与无理数:

$3.14,\frac{\pi}{2},0,\frac{1}{19},3.\dot{1}\dot{4},\sqrt[3]{11},|-\sqrt{3}|,-\sqrt[3]{\frac{8}{27}},\sqrt{4}$,

2.303 003 000 3…(相邻的两个 3 之间依次多一个 0).

思考:常见的无理数有哪几类?

**解:**

> **规律方法**
>
> 无理数即无限不循环小数,如含 $\pi$ 的数,开方开不尽的数,特定结构的数等.判断一个数是不是无理数,不能只看形式,还要看运算结果(即能化简的要先化简),如 $\sqrt{16}$ 是有理数,而不是无理数.

**【变式训练】**

1.(湖北宜昌中考)下列各数:$1.414,\sqrt{2},-\frac{1}{3},0$,其中是无理数的为 (　　)

A.1.414　　B.$\sqrt{2}$　　C.$-\frac{1}{3}$　　D.0

### 要点突破 2 实数的性质及运算

**【例 2】** 计算:(1)$3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$;

(2)$\sqrt{7}-\sqrt{11}+|\sqrt{2}-\sqrt{11}|$;

(3)$\sqrt{5}\times(\sqrt{5}+1)-5$;

(4)$\sqrt[3]{27}+\frac{1}{2}\times(\sqrt{16}-\sqrt{2})-|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$.

思考 1:$a\sqrt{b}+c\sqrt{b}$ 如何运算?

思考 2:$|a|$ 如何去掉绝对值符号? $|a-b|$ 呢?

**解:**

> **规律方法**
>
> 实数的混合运算的顺序:先算开方(乘方),再算乘除,最后算加减.当含有绝对值时,应先根据绝对值的定义去掉绝对值符号.

**【变式训练】**

2.计算:(1)$|1-\sqrt{2}|+|\sqrt{2}-\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-1|$;

(2)$(\sqrt{3})^2-4\times\frac{1}{2}+(-2)^3-\sqrt{9}$.

## 达标检测

**1.** 在数轴上到原点的距离是 $\sqrt{10}$ 的点表示的数是 ( )

A. $\sqrt{10}$　　B. $-\sqrt{10}$

C. $\pm\sqrt{10}$　　D. 以上都不对

**2.** 下列各组数中互为相反数的一组是 ( )

A. $-|-2|$ 与 $\sqrt[3]{-8}$　　B. $-4$ 与 $-\sqrt{(-4)^2}$

C. $-\sqrt[3]{2}$ 与 $|\sqrt[3]{-2}|$　　D. $-\sqrt{2}$ 与 $-|-\sqrt{2}|$

**3.** 下列说法正确的是 ( )

A. 实数包括有理数、无理数和 0

B. 两个无理数的和仍然是无理数

C. 带根号的实数都是无理数

D. 无论是有理数还是无理数都是实数

**4.** 若实数 $a,b$ 在数轴上的位置如图 6.3-4 所示，则 $\sqrt{a^2}-|a-b|=$________.

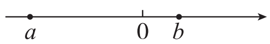


图 6.3-4

**5.** 求下列各数的相反数和绝对值：

(1) $-\sqrt{11}$；　(2) $\sqrt[3]{-\dfrac{27}{8}}$；　(3) $3-\pi$.

**6.** 计算：(1) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$；　(2) $2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$；

(3) $(-2)^2-\sqrt{4}+2\times(-3)+|1-\sqrt{2}|+\sqrt[3]{27}$.

# 分层演练·提素能

## 基础巩固

**1.** (山东青岛中考) $-\sqrt{5}$ 的绝对值是 ( )

A. $-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$　　B. $-\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5

**2.** 在实数 $\sqrt[3]{27}$，0，$-\pi$，$\sqrt{16}$，$\dfrac{1}{3}$ 中，无理数有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

**3.** 下列说法不正确的是 ( )

A. 数轴上表示的数，若不是有理数，则一定是无理数

B. 数轴上表示有理数和无理数的点各有无数个

C. 大小介于 1 和 2 之间的无理数只有 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 两个

D. 0 既不是正实数也不是负实数，但它是实数

**4.** 在实数范围内，下列判断正确的是 ( )

A. 若 $|a|=|b|$，则 $a=b$

B. 若 $a>b$，则 $a^2>b^2$

C. 若 $|x|=(\sqrt{y})^2$，则 $x=y$

D. 若 $\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{y}$，则 $x=y$

**5.** 实数 $a,b,c,d$ 在数轴上的对应点的位置如图 6.3-5 所示，这四个数中，绝对值最大的是 ( )

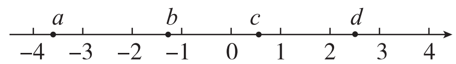


图 6.3-5

A. $a$　　B. $b$　　C. $c$　　D. $d$

**6.** 化简：$|\sqrt{3}-2|=$________.

**7.** 比较大小：$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$________$\dfrac{5}{8}$.（填“>”“<”或“=”）

**8.** 计算：$(-2)^2+|\sqrt{2}-1|-\sqrt[3]{27}$.

## 能力提升

**9.** 如图 6.3-6，已知数轴上的点 $A,B,C,D$ 分别表示数 $-2,1,2,3$，则表示 $3-\sqrt{5}$ 的点 $P$ 应落在线段 ( )

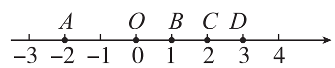


图 6.3-6

A. $AO$ 上　　B. $OB$ 上　　C. $BC$ 上　　D. $CD$ 上

**10.** 如图 6.3-7，在数轴上点 $A$ 和点 $B$ 之间表示整数的点有多少个？

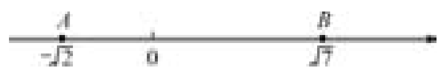


图 6.3-7

## 拓展创新

**11.** 先阅读材料再解答提出的问题.

设 $a,b$ 是有理数，且满足 $a+\sqrt{2}b=3-2\sqrt{2}$，求 $b^a$ 的值.

解：由题意，得 $(a-3)+(b+2)\sqrt{2}=0$.

因为 $a,b$ 都是有理数，所以 $a-3,b+2$ 也是有理数.

因为 $\sqrt{2}$ 是无理数，所以 $b+2=0$，所以 $a-3=0$，

所以 $b=-2,a=3$，所以 $b^a=(-2)^3=-8$.

问题：设 $x,y$ 都是有理数，且满足 $x^2-2y+\sqrt{5}y=10+3\sqrt{5}$，求 $x+y$ 的值.

# 章末归纳整合

## 知识体系·全构建

回顾本章知识,将下面的知识体系图补充完整.

- 实数
  - 平方根
    - 算术平方根
      - 定义:如果一个正数 $x$ 满足①________,那么正数 $x$ 叫做 $a$ 的算术平方根
      - 性质
        - (1)
          - 正数 $a$ 的算术平方根是②________
          - 0 的算术平方根是③________
          - 负数④________算术平方根
        - (2)双重非负性
          - 被开方数 $a$ 是⑤________
          - 算术平方根 $\sqrt{a}$ 是⑥________
    - 平方根
      - 定义:如果 $x$ 满足 $x^2=a$,那么 $x$ 叫做 $a$ 的平方根
      - 性质:
        - 正数有⑦________个平方根,它们互为⑧________
        - 0 的平方根是⑨________
        - 负数⑩________平方根
      - 开平方:求一个数 $a$ 的⑪________的运算,它与⑫________互为逆运算
  - 立方根
    - 定义:如果 $x$ 满足 $x^3=a$,那么 $x$ 叫做 $a$ 的立方根
    - 性质
      - 正数的立方根是⑬________
      - 0 的立方根是⑭________
      - 负数的立方根是⑮________
    - 开立方:求一个数 $a$ 的⑯________的运算,它与⑰________互为逆运算
  - 实数
    - 分类
      - 有理数
        - ⑱________
        - ⑲________
        - (有限小数或⑳________小数)
      - 无理数:㉑________小数
    - 与数轴的关系——实数与数轴上的点是㉒________的关系
    - 性质
      - 相反数:实数 $a$ 的相反数是㉓________
      - 绝对值:$|a|=\begin{cases} a,当\ a>0\ 时, \\ 0,当\ a=0\ 时, \\ ㉔\underline{\qquad\qquad},当\ a<0\ 时 \end{cases}$
    - 运算:有理数的运算法则、运算性质、运算律同样适用于实数的运算

**答案:**①$x^2=a$　②$\sqrt{a}$　③0　④没有　⑤非负数　⑥非负数　⑦两　⑧相反数　⑨0　⑩没有　⑪平方根　⑫平方　⑬正数　⑭0　⑮负数　⑯立方根　⑰立方　⑱整数　⑲分数　⑳无限循环　㉑无限不循环　㉒一一对应　㉓$-a$　㉔$-a$

# 核心考点·精突破

## 考点一 平方根与立方根

**方法技巧**

确定一个数的平方根、立方根，其关键是确定哪个数的平方、立方等于这个数，如果能找到那个数，就直接写出平方根、立方根；如果找不到那个数，就用根号表示平方根、立方根.

### 题组集训

**1.**(湖南怀化中考)$(-2)^2$ 的平方根是 ( )

A.2　B.$-2$　C.$\pm 2$　D.$\sqrt{2}$

**2.**(贵州毕节中考)$\sqrt[3]{8}$的算术平方根是 ( )

A.2　B.$\pm 2$　C.$\sqrt{2}$　D.$\pm\sqrt{2}$

**3.**若 $a$ 和 $b$ 满足 $(x-5)^2=19$，且 $a>b$，则下列结论中正确的是 ( )

A.$a$ 是 19 的算术平方根

B.$b$ 是 19 的平方根

C.$a-5$ 是 19 的算术平方根

D.$b+5$ 是 19 的平方根

**4.**(浙江宁波中考)实数$-8$ 的立方根是________.

## 考点二 实数的概念和分类

**方法技巧**

(1)初中阶段无理数包括三类数：

第一种是开方开不尽的数；

第二种是一些特定的数，如圆周率 $\pi$ 及一些含有 $\pi$ 的数；

第三种是有特定结构的数，如 0.121 121 112…(相邻的两个 2 之间依次多一个 1).

(2)实数的分类应将原数化简后，再进行判定.

### 题组集训

**5.**(湖北荆门中考)在实数$-\frac{22}{7}$，$\sqrt{9}$，$\pi$，$\sqrt[3]{8}$中，是无理数的是 ( )

A.$-\frac{22}{7}$　B.$\sqrt{9}$　C.$\pi$　D.$\sqrt[3]{8}$

**6.**(河北中考)图 6-1 为张小亮的答卷，他的得分应是 ( )

姓名 张小亮 得分 ?
填空（每小题20分，共100分）
①$-1$的绝对值是 1 .
②2的倒数是 $-2$ .
③$-2$的相反数是 2 .
④1的立方根是 1 .
⑤$-1$和7的平均数是 3 .

图 6-1

A.100 分　B.80 分

C.60 分　D.40 分

**7.**(江苏盐城中考)请写出一个无理数：________.

## 考点三 实数的性质

**方法技巧**

(1)实数 $a$ 的相反数为$-a$.

(2)实数 $a$ 的绝对值：$|a|=\begin{cases} a，当\ a>0\ 时， \\ 0，当\ a=0\ 时， \\ -a，当\ a<0\ 时. \end{cases}$

### 题组集训

**8.**(湖南邵阳中考)$3-\pi$ 的绝对值是 ( )

A.$3-\pi$　B.$\pi-3$　C.3　D.$\pi$

**9.**(浙江杭州中考)$|1+\sqrt{3}|+|1-\sqrt{3}|=$ ( )

A.1　B.$\sqrt{3}$　C.2　D.$2\sqrt{3}$

## 考点四 实数的大小比较

**方法技巧**

(1)利用数轴：把要比较的实数表示在数轴上，根据右边的点表示的数总大于左边的点表示的数确定实数的大小.

(2)根据法则：正数大于 0；0 大于负数；两个负数，绝对值大的反而小.

(3)作差法：计算两个实数的差，当差大于 0 时，被减数大.

(4)比较平(立)方法：含有二次根号的数比较它们的平方，含有三次根号的数比较它们的立方.

(5)比较被开方数法：若两个数有一个含有根号，可以把不含根号的数写成含根号的形式，然后比较被开方数.

### 题组集训

**10.**(湖南长沙中考)估计$\sqrt{10}+1$ 的值 ( )

A.在 2 和 3 之间　B.在 3 和 4 之间

C.在 4 和 5 之间　D.在 5 和 6 之间

**11.**(山东泰安中考)下列四个数：$-3$，$-\sqrt{3}$，$-\pi$，$-1$，其中最小的数是 ( )

A.$-\pi$　B.$-3$

C.$-1$　D.$-\sqrt{3}$

**12.**(北京中考)写出一个比 3 大且比 4 小的无理数：________.

## 考点五 实数与数轴

**方法技巧**

(1)根据点在数轴上的位置判断其所表示的实数的符号,在原点的左侧为负数,在原点的右侧为正数.
(2)根据点在数轴上的位置判断其所表示的实数的绝对值的大小,离原点远的绝对值大,离原点近的绝对值小.
(3)根据点在数轴上的位置比较其所表示的实数的大小,数轴上右边的点表示的实数总大于左边的点表示的实数.

### 题组集训

13.(北京中考)实数 $a,b,c,d$ 在数轴上的对应点的位置如图 6-2 所示,则正确的结论是 ( )

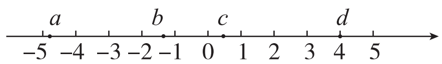


图 6-2

A.$a>-4$ B.$bd>0$
C.$|a|>|d|$ D.$b+c>0$

14.(江苏镇江中考)若实数 $a$ 满足 $\left|a-\frac{1}{2}\right|=\frac{3}{2}$,则 $a$ 对应于图 6-3 中数轴上的点可以是 $A,B,C$ 三点中的点________.

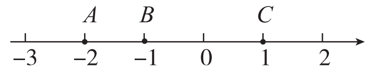


图 6-3

## 考点六 实数的运算

**方法技巧**

在实数范围内,进行加、减、乘、除、乘方和开方运算时,有理数的运算法则和运算律仍然适用.

实数混合运算的顺序:先算乘方、开方,再算乘除,最后算加减.

### 题组集训

15.(湖南常德中考)计算:$|-2|-\sqrt[3]{8}=$________.

16.计算:$\sqrt{0.25}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^{2\,018}$.

# 学科素养·速提升

## 专题一 数形结合思想

数形结合思想就是通过数和形之间的对应关系和相互转化来解决问题的思想方法.数形结合思想在数学中的应用大致可分为两种情况:一是借助于数的精确性、程序性和可操作性来阐明形的某些属性,可称之为"以数解形";二是借助形的几何直观性来阐明某些概念及数之间的关系,可称之为"以形助数".

本章中涉及数形结合思想的是借助数轴比较实数的大小,进而去掉绝对值符号.

**【例 1】** 如图 6-4 所示,实数 $a,b,c$ 分别是数轴上三点 $A,B,C$ 所对应的数.

化简:$\sqrt{a^2}+|a-b|+\sqrt[3]{(a+b)^3}-|b-c|$.

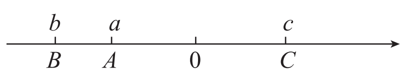


图 6-4

**分析:** 首先 $\sqrt{a^2}$ 表示 $a^2$ 的算术平方根,$\sqrt{a^2}=|a|$,然后借助数轴确定出 $a,b,c$ 的符号,进而去掉绝对值符号,合并同类项即可.

**解:** 由题意,知 $b<a<0<c$,

所以 $a-b>0,b-c<0$.

所以 $\sqrt{a^2}+|a-b|+\sqrt[3]{(a+b)^3}-|b-c|$

$=|a|+|a-b|+(a+b)-|b-c|$

$=-a+a-b+a+b+b-c$

$=a+b-c$.

**解后反思**

(1)借助图形分析出 $a,b,c$ 的符号是解题的关键.

(2)$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a,当\ a>0\ 时,\\0,当\ a=0\ 时,\\-a,当\ a<0\ 时,\end{cases}$ $\sqrt[3]{a^3}=a$.

### 提能训练

1.(山东泰安中考)如图 6-5 所示,四个实数 $m,n,p,q$ 在数轴上对应的点分别为 $M,N,P,Q$,若 $n+q=0$,则 $m,n,p,q$ 四个实数中,绝对值最大的数为 ( )

图 6-5

A.$p$ B.$q$ C.$m$ D.$n$

2.(四川乐山中考)在数轴上表示实数 $a$ 的点如图 6-6 所示,化简 $\sqrt{(a-5)^2}+|a-2|$ 的结果为________.

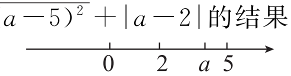


图 6-6

## 专题二 分类讨论思想

本章中，涉及实数的平方根及实数绝对值的化简，常用分类讨论的思想.

**【例 2】**已知 $a-1$ 与 $5-2a$ 是 $m$ 的平方根，求 $a$ 和 $m$ 的值.

**分析**：分两种情况：①$a-1$ 与 $5-2a$ 相等；②$a-1$ 与 $5-2a$ 互为相反数.

**解**：当 $a-1$ 与 $5-2a$ 相等时，有

$a-1=5-2a$，解得 $a=2$.

所以 $m=(a-1)^2=(2-1)^2=1$.

当 $a-1$ 与 $5-2a$ 互为相反数时，有

$(a-1)+(5-2a)=0$，解得 $a=4$.

所以 $m=(a-1)^2=(4-1)^2=9$.

综上可知，$a=2$，$m=1$ 或 $a=4$，$m=9$.

**解后反思**

(1)$a$ 和 $b$ 是 $m$ 的平方根包含两种情况：①$a=b$，②$a+b=0$.

(2)$m$ 的平方根是 $a$ 和 $b$，说明 $a$ 和 $b$ 不相等，只有 $a+b=0$ 这一种情况.

### 提能训练

**3.**阅读下面的材料并解决有关问题.

我们知道：$|x|=\begin{cases}x，当\ x>0\ 时，\\0，当\ x=0\ 时，\\-x，当\ x<0\ 时，\end{cases}$ 现在我们可以用这一结论来化简含有绝对值的式子，如化简式子 $|x+1|+|x-2|$ 时，可令 $x+1=0$ 和 $x-2=0$，分别求得 $x=-1$，$x=2$（称 $-1$，$2$ 分别为 $|x+1|$ 与 $|x-2|$ 的零点值）.

在实数范围内，零点值 $x=-1$ 和 $x=2$ 可将全体实数分成不重复且不遗漏的三种情况：

(1)$x<-1$；(2)$-1\leqslant x<2$；(3)$x\geqslant 2$.

从而化简式子 $|x+1|+|x-2|$ 可分成以下三种情况：

(1)当 $x<-1$ 时，原式 $=-(x+1)-(x-2)=-2x+1$；

(2)当 $-1\leqslant x<2$ 时，原式 $=x+1-(x-2)=3$；

(3)当 $x\geqslant 2$ 时，原式 $=x+1+x-2=2x-1$.

综上讨论，原式 $=\begin{cases}-2x+1，当\ x<-1\ 时，\\3，当\ -1\leqslant x<2\ 时，\\2x-1，当\ x\geqslant 2\ 时.\end{cases}$

通过以上阅读，请你解决以下问题：

化简：(1)$|x-4|-|x+2|$；

(2)$|x|+|x+1|+|x+2|$.

## 专题三 转化思想

求无理数的整数部分和小数部分、实数的大小比较、确定无理数的取值范围，常利用转化思想，把要比较的数取近似值或采用夹逼法转化为相邻两个整数之间解决问题.

**【例 3】**阅读下面的文字，解答问题.

大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分不可能全部地写出来，但我们可以用 $\sqrt{2}-1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分.因为 $1<2<4$，所以 $1<\sqrt{2}<2$，所以 $\sqrt{2}$ 的整数部分是 1，将这个数减去其整数部分，差就是小数部分.又例如：因为 $2^2<(\sqrt{7})^2<3^2$，即 $2<\sqrt{7}<3$，所以 $\sqrt{7}$ 的整数部分为 2，小数部分为 $\sqrt{7}-2$.

请解答：

(1)$\sqrt{10}$ 的整数部分及小数部分各是多少？

(2)如果 $\sqrt{5}$ 的小数部分为 $a$，$\sqrt{37}$ 的整数部分为 $b$，求 $a+b-\sqrt{5}$ 的值.

**分析**：(1)由于 $9<10<16$，故 $3<\sqrt{10}<4$，故可求答案；

(2)先确定出 $\sqrt{5}$，$\sqrt{37}$ 的取值范围，再确定出 $a$，$b$ 的值，进而求出答案.

**解**：(1)因为 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$，

所以 $3<\sqrt{10}<4$，

所以 $\sqrt{10}$ 的整数部分是 3，小数部分是 $\sqrt{10}-3$.

(2)因为 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$，即 $2<\sqrt{5}<3$，

所以 $\sqrt{5}$ 的小数部分 $a=\sqrt{5}-2$.

因为 $\sqrt{36}<\sqrt{37}<\sqrt{49}$，即 $6<\sqrt{37}<7$，

所以 $\sqrt{37}$ 的整数部分 $b=6$，

所以 $a+b-\sqrt{5}=\sqrt{5}-2+6-\sqrt{5}=4$.

**解后反思**

确定形如 $\sqrt{a}$ 的无理数的整数部分和小数部分，关键是要找出两个自然数 $n$ 和 $n+1$，使 $n^2<a<(n+1)^2$，所以 $n<\sqrt{a}<n+1$，故 $\sqrt{a}$ 的整数部分为 $n$，小数部分为 $\sqrt{a}-n$.

### 提能训练

**4.**（江苏南京中考）若 $\sqrt{3}<a<\sqrt{10}$，则下列结论中正确的是（　　）

A.$1<a<3$　　B.$1<a<4$

C.$2<a<3$　　D.$2<a<4$