第一章　直角三角形的边角关系

本章学习目标

1. 能举例说明锐角三角函数的概念.
2. 会求解含 30°，45°，60° 角的三角函数值的问题.
3. 会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角.
4. 能用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题.

1. 锐角三角函数

第一课时

课时目标

1. 能举例说明直角三角形中，锐角的正切值只与其对边和邻边的比有关，而与直角三角形的大小无关.

2. 能用 $\tan A$ 表示直角三角形中两直角边的比，表示生活中物体的倾斜程度、坡度(坡比)等.

3. 能用正切进行简单的计算.

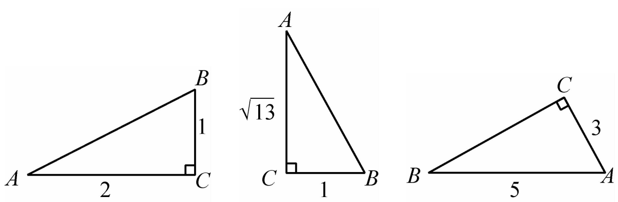
课内练习

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=5$，$BC=3$，则 $\tan A$ 的值等于（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\tan B=\frac{1}{3}$，若把 Rt△ABC 各边的长都扩大到原来的 4 倍，则 $\tan B=$________.

3. 根据所给条件分别求出图 1-1-1 中∠A 的正切值.



①　②　③

图 1-1-1

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 1-1-2，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，$\tan A=\frac{1}{2}$，则 BC 的长为（　　）

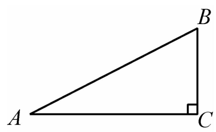


图 1-1-2

A. 2　　B. 8

C. $2\sqrt{5}$　　D. $4\sqrt{5}$

2. 已知 $a=\tan 51^\circ$，$b=\tan 21^\circ$，$c=\tan 73^\circ$，则 a，b，c 的大小关系是（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $b<a<c$　　D. $c<b<a$

3. 某游乐场一山顶滑梯的铅直高度为 20 m，水平距离为 50 m，那么滑梯的坡度为________.

4. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=13$，$BC=12$，则∠B 的正切值为________.

5. 如图 1-1-3，已知菱形 $ABCD$，对角线 AC，BD 相交于点 O. 若 $\tan\angle BAC=\frac{1}{3}$，$AC=6$，则 BD 的长是________.

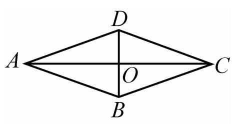


图 1-1-3

数学理解

6. 如图 1-1-4，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，垂足为点 D. $\tan A$ 表示正确的是　（　　）

A. $\tan A=\dfrac{AC}{BC}$

B. $\tan A=\dfrac{AD}{CD}$

C. $\tan A=\dfrac{BC}{AC}$

D. $\tan A=\dfrac{AC}{AB}$

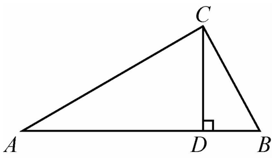


图 1-1-4

7. 如图 1-1-5，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，CD 是斜边 AB 上的中线．已知 $CD=3$，$AC=4$，求 $\tan\angle DCB$ 的值.

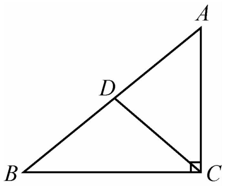


图 1-1-5

整合提升

8. 如图 1-1-6，在由边长为 1 的小正方形组成的网格中，正方形 $ABGH$，$BCFG$，$CDEF$ 的顶点都在网格的格点上，则 $\tan\angle BHD$的值等于________.

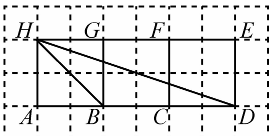


图 1-1-6

9. 如图 1-1-7，某人从山脚下的点 A 出发走了 100 m 后到达山顶的点 B. 已知山顶 B 到山脚的垂直距离是 60 m，求山的坡度.

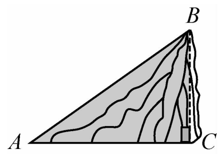


图 1-1-7

探究拓展

10. 如图 1-1-8，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=c$，$BC=a$，$AC=b$，则 $\tan A=$________，$\tan B=$________，$\tan A\cdot\tan B=$________.

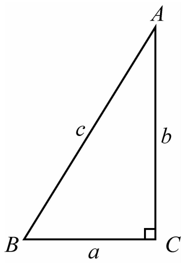


图 1-1-8

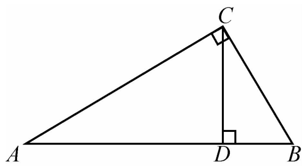


图 1-1-9

11. 如图 1-1-9，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，垂足为点 D，则 $\tan A=$________$=$________$=$________，$\tan B=$________$=$________$=$________.（填线段的比值）

第二课时

课时目标

1. 能举例说明直角三角形中，锐角的正弦值、余弦值只与其两边的比有关，而与直角三角形的大小无关.

2. 能用 $\sin A$，$\cos A$ 表示直角三角形中两边的比.

3. 能用正弦、余弦进行简单的计算.

课内练习

1. 已知 $\sin\alpha<0.5$，那么锐角 α 的取值范围是　（　　）

A. $60^\circ<\alpha<90^\circ$　　B. $30^\circ<\alpha<90^\circ$

C. $0^\circ<\alpha<60^\circ$　　D. $0^\circ<\alpha<30^\circ$

2. 如图 1-1-10，已知点 P 是射线 OB 上的任意一点，$PM \perp OA$ 于点 M，且 $PM:OM=3:4$，则 $\cos\alpha$ 的值等于________.

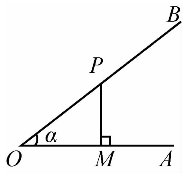


图 1-1-10

3. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$AC=5$，求 $\cos B$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 1-1-11，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=2$，$BC=3$，那么下列各式中正确的是 （　　）

A. $\sin B=\frac{2}{3}$　　B. $\cos B=\frac{2}{3}$

C. $\tan B=\frac{2}{3}$　　D. $\tan B=\frac{3}{2}$

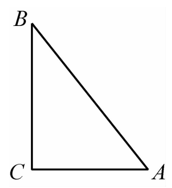


图 1-1-11

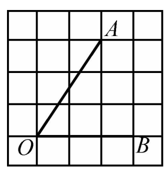


图 1-1-12

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，则 $\cos A$ 的值是 （　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 如果把 Rt$\triangle ABC$ 的三边长都扩大到原来的2 倍，那么锐角 A 的正弦值与余弦值 （　　）

A. 都扩大到原来的 2 倍　　B. 都缩小到原来的$\frac{1}{2}$

C. 都没有变化　　D. 都不能确定

4. 如图 1-1-12，将$\angle AOB$ 放置在 5×5 的正方形网格中，则 $\sin\angle AOB$ 的值是 （　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

5. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=8$，$\cos A=\frac{3}{4}$，则$\triangle ABC$ 的面积是________.

6. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$AC=6$，求 $\sin A$，$\cos A$，$\tan A$.

数学理解

7. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$\cos A$ 的值等于$\frac{3}{5}$，则 AB 的长等于 （　　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. $\frac{20}{3}$

8. 如图 1-1-13，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 是斜边 AB 上的高，下列线段的比值：①$\frac{AD}{AC}$；②$\frac{AC}{AB}$；③$\frac{BD}{BC}$；④$\frac{CD}{BC}$. 其中等于 $\cos A$ 的值的有 （　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

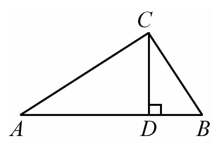


图 1-1-13

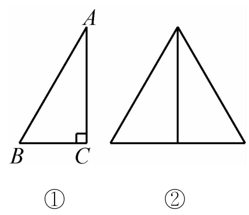


图 1-1-14

整合提升

9. 如图 1-1-14①是一张 Rt$\triangle ABC$ 纸片，如果用两张相同的这种纸片恰好能拼成一个如图1-1-14②所示的等边三角形，那么在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\sin B$ 的值为________.

10. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=2$，$\sin A=\frac{1}{2}$，求$\triangle ABC$ 的周长.

探究拓展

11. 如图 1-1-15，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，且 $AC=6$，$BD=8$，求 $\cos\angle ABD$的值.

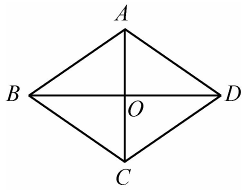


图 1-1-15

12. 如图 1-1-16，定义：在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，锐角 α 的邻边与对边的比叫做角 α 的余切，记作 $\mathrm{ctan}\,\alpha$，即 $\mathrm{ctan}\,\alpha=\dfrac{\angle\alpha\text{ 的邻边}}{\angle\alpha\text{ 的对边}}=\dfrac{AC}{BC}$.

根据上述角的余切定义，解答下列问题：

(1)$\mathrm{ctan}\,30°=$________；

(2)已知 $\tan A=\dfrac{3}{4}$，$\angle A$ 为锐角，求 $\mathrm{ctan}\,A$ 的值.

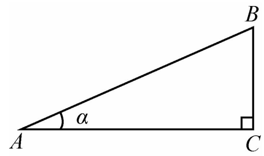


图 1-1-16

2. 30°，45°，60°角的三角函数值

课时目标

1. 能根据三角函数的定义求出 30°，45°，60°角的三角函数值，并能进行有关的计算.

2. 能根据 30°，45°，60°角的三角函数值说出相应的锐角的度数.

课内练习

1. 计算$\sqrt{2}\sin 45°$的结果等于 (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 1　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

2. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，若 $\cos B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则$\angle B$ 的度数为 (　　)

A. 30°　　B. 60°　　C. 45°　　D. 90°

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=60°$，那么 $\sin A+\cos B$ 的值为 (　　)

A. 1　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

4. 已知 $\tan(\alpha-20°)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则锐角 α 的度数为 (　　)

A. 60°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 75°

5. 计算：$\sqrt{2}\sin 30°+\tan 60°-\cos 45°+\tan 30°$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. $\cos 60°$的值等于 (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

2. $2\sin 60°$的值等于 (　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 1　　D. $\sqrt{2}$

3. 若 $\sin\alpha=0.5$，则锐角 $\alpha=$________.

4. 若$\angle A$ 是锐角，$\sin A=\cos A$，则$\angle A$ 的度数为________.

5. 计算：$\tan 60°+2\sin 45°-2\cos 30°$.

数学理解

6. 在△ABC中，∠A，∠B都是锐角，且 $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos B=\frac{1}{2}$，则△$ABC$的形状是 （　　）

A. 直角三角形

B. 钝角三角形

C. 锐角三角形

D. 锐角三角形或钝角三角形

7. 计算：

(1)$\frac{\sin 60°}{\cos 30°}-\tan 45°$；

(2)$\frac{1}{2}\cos 30°+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 45°+\sin 60°\cos 60°$.

整合提升

8. 如果一个三角形三个内角度数的比为1∶2∶3，那么这个三角形最小角的正切值为 （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 在Rt△ABC中，∠$C=90°$，如果 $\sin A=\frac{1}{2}$，那么 $\sin B$ 的值等于 （　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 在△ABC中，∠A，∠B为锐角，且 $|\tan A-1|+\left(\frac{1}{2}-\cos B\right)^2=0$，则∠$C$的度数为________.

11. 在Rt△ABC中，∠$C=90°$，$BC=a$，$AC=b$，如果 $3a=\sqrt{3}b$，那么 $\sin A=$________.

探究拓展

12. 阅读下列材料，并完成相应的任务.

初中阶段，我们所学的锐角三角函数反映了直角三角形中的边角关系：

一般地，当 α，β 为任意角时，$\sin(\alpha+\beta)$与$\sin(\alpha-\beta)$的值可以用下面的公式求得：

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$，

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.

例如：$\sin 15°=\sin(45°-30°)=\sin 45°\cos 30°-\cos 45°\sin 30°=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

根据上述材料内容，解决下列问题：

(1)计算：$\sin 75°$的值等于________；

(2)在Rt△ABC中，∠$A=75°$，∠$C=90°$，$AB=4$，求AC和BC的长.

3. 三角函数的计算

课时目标

1. 会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求锐角的度数.

2. 能够运用计算器解决与三角函数有关的实际问题.

课内练习

1. 利用计算器计算$\sqrt{2}\cos 55°$，按键顺序正确的是 （　　）

A. $\boxed{2}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{5}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$

B. $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{5}$ $\boxed{5}$ $\boxed{0}$ $\boxed{=}$

C. $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{5}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$

D. $\boxed{2}$ $\boxed{\sqrt{}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{=}$

2. 如果 $\tan\alpha=0.213$，那么锐角 α 的度数大约为 ( )

A. $8°$　B. $10°$　C. $12°$　D. $6°$

3. 试比较两个锐角 α，β 的大小.

(1) $\sin\alpha=0.55$，$\tan\beta=0.68$，则 α ________ β；

(2) $\sin\alpha=0.47$，$\cos\beta=0.68$，则 α ________ β.

4. 根据所给条件求锐角 α：(结果精确到 $1''$)

(1) $\sin\alpha=0.477\ 1$；　(2) $\cos\alpha=0.845\ 1$.

5. 已知在等腰三角形 ABC 中，顶角 $\angle ACB$ 为 $108°$，腰 AC 的长为 10 m. 求底边 AB 的长及等腰三角形的面积.（边长精确到 1 m）

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 利用计算器求 $\sin 35°$的值为 ( )

A. 0.573 6　B. 0.819 2

C. 0.700 2　D. 1

2. 利用计算器求 $\cos 30.5°$的值为 ( )

A. 0.507 5　B. 0.589 0

C. 0.861 6　D. 1

3. 已知 $\tan\alpha=0.624\ 9$，则锐角 $\alpha\approx$________.（结果精确到 $1°$）

4. 已知 $\sin\theta=0.829\ 0$，则锐角 $\theta\approx$________.（结果精确到 $1°$）

5. 用计算器求下列各式的值：(结果精确到 0.01)

(1) $\sin 56°$；　(2) $\cos 45.5°$；

(3) $\tan 44°59'59''$；　(4) $\sin 15°+\cos 61°+\tan 76°$.

数学理解

6. $\sin 70°$，$\cos 70°$，$\tan 70°$的大小关系是 ( )

A. $\tan 70°<\cos 70°<\sin 70°$

B. $\cos 70°<\tan 70°<\sin 70°$

C. $\sin 70°<\cos 70°<\tan 70°$

D. $\cos 70°<\sin 70°<\tan 70°$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若 $\sin B+\cos A=1$，则 $\angle A$ 的度数是 ( )

A. $30°$　B. $45°$

C. $60°$　D. 不能确定

8. 若三个锐角 α，β，γ 满足 $\sin\alpha=0.848$，$\cos\beta=0.454$，$\tan\gamma=1.804$，则 α，β，γ 的大小关系为 ( )

A. $\beta<\alpha<\gamma$　B. $\alpha<\beta<\gamma$

C. $\alpha<\gamma<\beta$　D. $\beta<\gamma<\alpha$

9. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别为 a，b，c，$a=14\sqrt{2}$，$c=20$，则 $\angle B$ 约为________.（结果精确到 $0.01°$）

10. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$，若 $BD=4$，$CD=1$，则 $\angle B\approx$________.（结果精确到 $0.1°$）

整合提升

11. 如图 1-3-1，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，点 D，E 分别在 AB，BC 上，且 $BD \cdot AB=BE \cdot BC$，AC=9，AB=25，求∠BED 的大小.（结果精确到 1°）

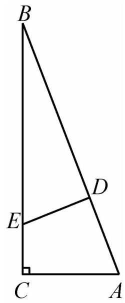


图 1-3-1

探究拓展

12. 如图 1-3-2，在△ABC 中，AB=8，AC=9，∠A=48°. 求：

(1)AB 边上的高；（结果精确到 0.01）

(2)∠B 的度数.（结果精确到 1′）

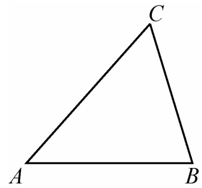


图 1-3-2

4. 解直角三角形

课时目标

能综合运用直角三角形的边角关系求出直角三角形中的未知元素.

课内练习

1. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$\sin A=\frac{3}{5}$，BC=6，则 AB 的长为 （　　）

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

2. 如图 1-4-1，在△ABC 中，∠A=30°，∠B=45°，$AC=2\sqrt{3}$，则 CB 的长为________.

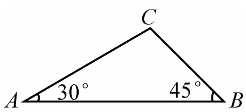


图 1-4-1

3. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A，∠B，∠C 所对的边分别为 a，b，c，若 $b=3$，$c=2\sqrt{3}$，则 $\tan B$=________，△ABC 的面积为________.

4. 如图 1-4-2，在△ABC 中，∠A=30°，$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$AC=2\sqrt{3}$. 求 BC 的长 .

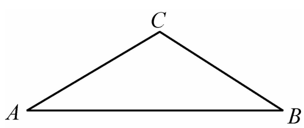


图 1-4-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，BC=3，AC=4，则 $\sin A$ 的值为 （　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

2. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$AB=c$，$BC=a$，$AC=b$，则斜边 c 的长可表示为 （　　）

A. $a\sin A$　　B. $\frac{a}{\sin A}$

C. $a\cos A$　　D. $\frac{a}{\cos A}$

3. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A，∠B，∠C 所对的边分别为 a，b，c. 若 $a=9$，$b=12$，则 $\sin B$=________，$\cos A$=________.

4. 在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A，∠B，∠C 所对的边分别为 a，b，c. 若$\sqrt{2}a=\sqrt{3}b$，则 $\tan A$ 的值为________.

5. 如图 1-4-3，△ABC 在边长为 1 个单位的方格纸中，它的顶点在小正方形的顶点位置．如果△ABC 的面积为 10，$\sin A=\frac{\sqrt{5}}{5}$，那么点 C 的位

置在点______处.（从 C_1，C_2，C_3，C_4 中选择一个填上）

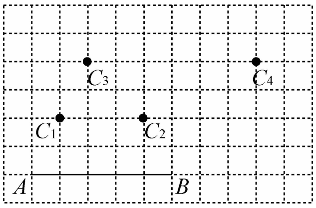


图 1-4-3

6. 如图 1-4-4，在△ABC 中，∠B 为锐角，$AB=3\sqrt{2}$，$BC=7$，$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，求 AC 的长 .

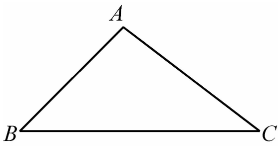


图 1-4-4

数学理解

7. 在 Rt△ABC 中，∠$C=90°$，若 AC∶$BC=1$∶$\sqrt{3}$，$AB=6$，则∠$B=$________，$BC=$________ .

8. 如图 1-4-5，在△ABC 中，$AD\perp BC$，垂足为 D，若 $BC=14$，$AD=12$，$\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求 $\sin C$ 的值.

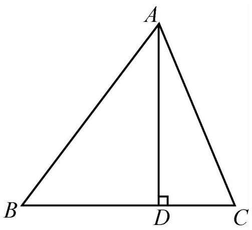


图 1-4-5

整合提升

9. 某一等腰三角形，若其腰长为 5 cm，底边长为 8 cm，则它的底角的正切值为________.

10. 如图 1-4-6，$CD\perp AB$ 于点 D，$CD=3\sqrt{3}$ m，∠$CAB=$∠$CBA=60°$，则 AC 的长为_______ m.

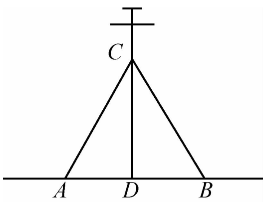


图 1-4-6

11. 已知△ABC 中，$\tan B=\frac{2}{3}$，$BC=6$，过点 A 作 BC 边上的高，垂足为点 D，且满足 BD∶$CD=2$∶1，则△ABC 面积的所有可能的值为________.

12. 如图 1-4-7，在四边形 $ABCD$ 中，∠$B=$∠$D=90°$. 已知 $AB=3$，$BC=3\sqrt{3}$，$AD=3\sqrt{2}$. 求∠BAD 的度数.

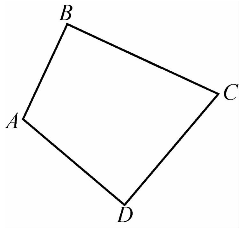


图 1-4-7

探究拓展

13. 如图 1-4-8，已知四边形 $ABCD$ 中，∠$ABC=90°$，∠$ADC=90°$，$AB=6$，$CD=4$，BC 的延长线与 AD 的延长线交于点 E.

(1)若∠$A=60°$，求 BC 的长；

(2)若 $\sin A=\frac{4}{5}$，求 AD 的长.

(本题中的计算过程和结果均保留根号)

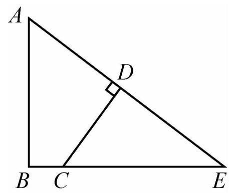


图 1-4-8

14. 如图 1-4-9，在 Rt△ABC 中，∠$ACB=90°$，D 是 AB 的中点，连接 CD，过点 B 作 CD 的垂线，交 CD 的延长线于点 E. $AC=30$，$\cos A=\frac{3}{5}$.

(1)求线段 CD 的长；

(2)求 $\sin\angle DBE$ 的值 .

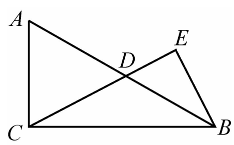


图 1-4-9

5. 三角函数的应用

课时目标

能把简单的实际问题转化成数学问题，并运用三角函数的知识加以解决.

课内练习

1. 如图 1-5-1，为了测得电视塔的高度 AB，在 D 处用高为 1 m 的测角仪 CD 测得电视塔顶端 A 的仰角为 30°，再向电视塔方向前进 100 m 到达 F 处，又测得电视塔顶端 A 的仰角为 60°，则这个电视塔的高度 AB(单位：m)为 (　　)

A. $50\sqrt{3}$　　B. 51

C. $50\sqrt{3}+1$　　D. 101

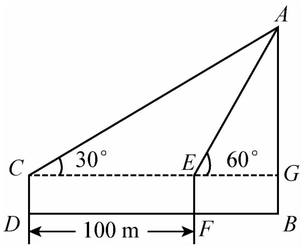


图 1-5-1

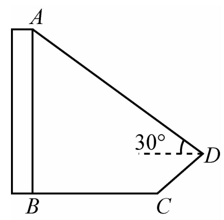


图 1-5-2

2. 如图 1-5-2，重庆楼房的一大特色是：你住底楼门口是公路，坐电梯上顶楼，你的门口还是公路！小明家所住的大楼 AB 就是这样一栋有鲜明重庆特色的建筑．从距离大楼底部 B 30 m 处的 C，有一条陡坡公路，车辆从 C 沿坡度 $i=1:2.4$，坡面长 13 m 的斜坡到达 D 后，再沿坡脚为 30°的斜坡行进即可到达大楼的顶端 A 处，则大楼的高度 AB 约为 (　　)

(精确到 0.1 m，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{5}\approx2.24$)

A. 26.0 m　　B. 29.2 m

C. 31.1 m　　D. 32.2 m

3. 如图 1-5-3，一艘观光游船从港口 A 以北偏东 60°的方向出港观光，航行 80 n mile 至 C 处时发生了侧翻沉船事故，立即发出了求救信号，一艘在港口正东方向的海警船接到求救信号，测得事故船在它的北偏东 37°方向，马上以 40 n mile/h 的速度前往救援. 求海警船到达事故船 C 处所需的时间.（参考数据：$\sin 53°\approx0.8$，$\cos 53°\approx0.6$）

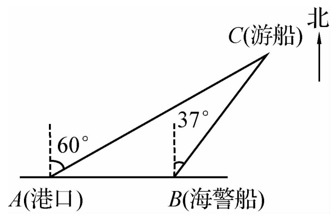


图 1-5-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 1-5-4①是一种雪球夹，通过一个固定夹体和一个活动夹体的配合巧妙完成夹雪、投雪的操作，不需人手直接接触雪，使用方便，深受小朋友的喜爱．图 1-5-4②是其简化结构图，当雪球夹闭合时，测得$\angle AOB=60°$，$OA=OB=14$ cm，则此款雪球夹从 O 到直径 AB 的距离等于 (　　)

A. 14 cm　　B. $14\sqrt{3}$ cm　　C. 7 cm　　D. $7\sqrt{3}$ cm

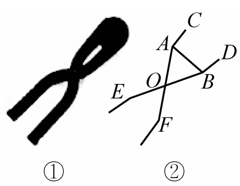


图 1-5-4

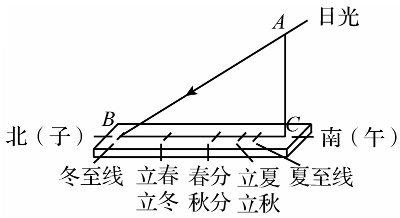


图 1-5-5

2. 西周时期，丞相周公旦设置过一种通过测定日影长度来确定时间的仪器，称为圭表．如图 1-5-5 是一个根据北京的地理位置设计的圭表，其中，

立柱 AC 高为 a．已知，冬至时北京的正午日光入射角$\angle ABC$约为 26.5°，则立柱根部与圭表的冬至线的距离(即 BC 的长)约为 (　　)

A. $a\sin 26.5^{\circ}$　　B. $\dfrac{a}{\tan 26.5^{\circ}}$

C. $a\cos 26.5^{\circ}$　　D. $\dfrac{a}{\cos 26.5^{\circ}}$

数学理解

3. 如图 1-5-6，在高为 60 m 的小山 AB 的顶端 A 处，测得山底一座楼房 CD 的顶端 C 和底部 D 的俯角分别为 30°和 60°，则这座楼房 CD 的高为________ m.

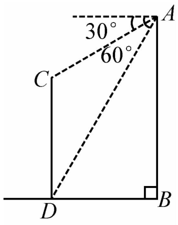


图 1-5-6

整合提升

4. 如图 1-5-7，BC 是路边坡角为 30°，长为 10 m 的一道斜坡，在坡顶灯杆 CD 的顶端 D 处有一探射灯，射出的边缘光线 DA 和 DB 与水平路面 AB 所成的夹角$\angle DAN$和$\angle DBN$分别是 37°和 60°(点 A，B，C，D，M，N 均在同一竖直平面内，$CM/\!/AN$).

(1)求灯杆 CD 的高度；

(2)求 AB 的长度.(结果精确到 0.1 m)

(参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$，$\sin 37^{\circ}\approx 0.60$，$\cos 37^{\circ}\approx 0.80$，$\tan 37^{\circ}\approx 0.75$)

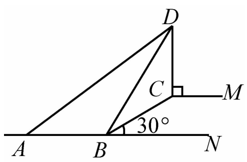
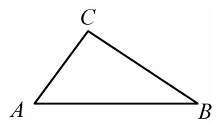


图 1-5-7

探究拓展

5. 如图 1-5-8，祥云桥位于山西省太原市南部，该桥塔主体由三根曲线塔柱组合而成，全桥共设 13 对直线型斜拉索，造型新颖，是“三晋大地”的一种象征．某数学“综合与实践”小组的同学把“测量斜拉索顶端到桥面的距离”作为一项课题活动，他们制订了测量方案，并利用课余时间借助该桥斜拉索完成了实地测量．测量结果如下表：

项目	内容		
课题	测量斜拉索顶端到桥面的距离		
测量示意图		说明：两侧最长斜拉索 AC，BC 相交于点 C，分别与桥面交于 A，B 两点，且点 A，B，C 在同一竖直平面内	
测量数据	$\angle A$的度数	$\angle B$的度数	AB的长度
	38°	28°	234 m
…	…		

(1)请帮助该小组根据上表中的测量数据，求斜拉索顶端点 C 到 AB 的距离.(参考数据：$\sin 38^{\circ}\approx 0.6$，$\cos 38^{\circ}\approx 0.8$，$\tan 38^{\circ}\approx 0.8$，$\sin 28^{\circ}\approx 0.5$，$\cos 28^{\circ}\approx 0.9$，$\tan 28^{\circ}\approx 0.5$)

(2)该小组要写出一份完整的课题活动报告，除上表的项目外，你认为还需要补充哪些项目？(写出一个即可)

图 1-5-8

6. 利用三角函数测高

课时目标

综合运用直角三角形的边角关系等知识分析解决简单的测量问题，建立数学模型思想.

课内练习

1. 如图 1-6-1，斜面 AC 的坡度（CD 与 AD 的比）为 $1:2$，$AC=3\sqrt{5}$m，坡顶有一旗杆 BC，旗杆顶端 B 点与 A 点有一条彩带相连，若 $AB=10$ m，则旗杆 BC 的高度为　　（　　）

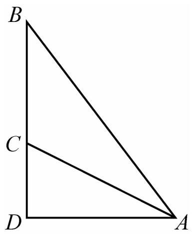


图 1-6-1

A. 5 m　　B. 6 m
C. 8 m　　D. $(3+\sqrt{5})$m

2. 如图 1-6-2，在一次数学课外实践活动中，小聪在距离旗杆 10 m 的 A 处测得旗杆顶端 B 的仰角为 $60°$，测角仪 AD 高为 1 m，则旗杆 BC 高为________m.（结果保留根号）

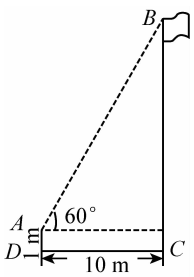


图 1-6-2

3. 如图 1-6-3，两幢建筑物 AB 和 CD，$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，$AB=15$ m，$CD=20$ m. AB 和 CD 之间有一景观池，小南在 A 点测得池中喷泉处 E 点的俯角为 $42°$，在 C 点测得 E 点的俯角为 $45°$（点 B，E，D 在同一直线上）. 求两幢建筑物之间的距离 BD.（结果精确到 0.1 m. 参考数据：$\sin 42°\approx0.67$，$\cos 42°\approx0.74$，$\tan 42°\approx0.90$）

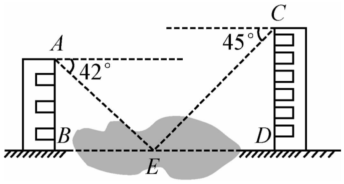


图 1-6-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 长为 4 m 的梯子搭在墙上与地面成 $45°$角，作业时调整为 $60°$角（如图 1-6-4 所示），则梯子的顶端沿墙面升高了　　（　　）

A. $(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})$m　　B. $(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})$m
C. $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$m　　D. $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$m

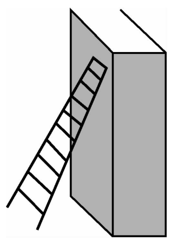


图 1-6-4

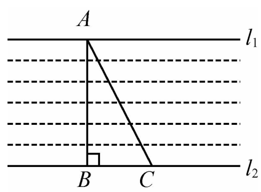


图 1-6-5

2. 如图 1-6-5，一条河的两岸 l_1，l_2 互相平行，在一次综合实践活动中，小颖去测量这条河的宽度，先在对岸 l_1 上选取一个点 A，然后在河岸 l_2 上选取点 B，使得 AB 与河岸垂直，接着沿河岸 l_2 从点 B 走到点 C 处，测得 $BC=60$ m，$\angle BCA=62°$，则河宽 AB 约为________m.（结果精确到 1 m. 参考数据：$\sin 62°\approx0.88$，$\cos 62°\approx0.47$，$\tan 62°\approx1.88$）

3. 如图 1-6-6，图①是一辆吊车的实物图，图②是其工作示意图，AC 是可以伸缩的起重臂，其转动点 A 离地面 BD 的高度 AH 为 3.4 m. 当起重臂 AC 长度为 9 m，张角$\angle HAC$ 为 118°时，求操作平台 C 离地面的高度 .(结果精确到 0.1 m. 参考数据：$\sin 28^\circ \approx 0.47$，$\cos 28^\circ \approx 0.88$，$\tan 28^\circ \approx 0.53$)

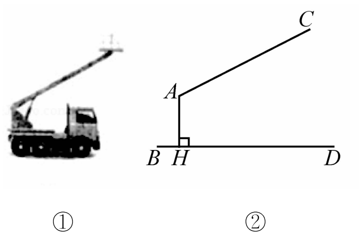


图 1-6-6

数学理解

4. 如图 1-6-7，某校综合实践活动小组的同学欲测量公园内一棵树 DE 的高度. 他们在这棵树正前方一座楼亭前的台阶上 A 点处测得树顶端 D 的仰角为 30°，朝着这棵树的方向走到台阶下的点 C 处，测得树顶端 D 的仰角为 60°. 已知 A 点的高度 AB 为 2 m，台阶 AC 的坡度为 $1:\sqrt{3}$(即 $AB:BC$)，且 B，C，E 三点在同一条直线上. 请根据以上条件求出树 DE 的高度.(测倾器的高度忽略不计)

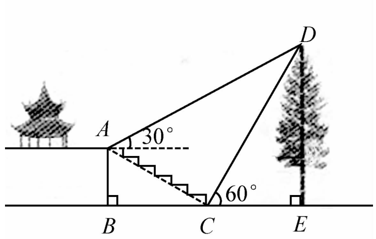


图 1-6-7

整合提升

5. 如图 1-6-8，某地质公园中有两座相邻小山．游客需从左侧小山山脚 E 处乘坐竖直观光电梯上行 100 m 到达山顶 C 处，然后既可以沿水平观光桥步行到景点 P 处，也可以通过滑行索道到达景点 Q 处，在山顶 C 处观测坡底 A 的俯角为 75°，观测 Q 处的俯角为 30°，已知右侧小山的坡角为 30°(点 C，E，A，B，P，Q 均在同一平面内，点 A，Q，P 在同一直线上)．

(1)求$\angle CAP$ 的度数及 PC 的长度；

(2)求 P，Q 两点之间的距离．(结果保留根号)

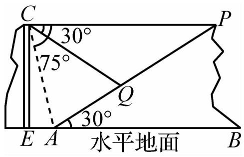


图 1-6-8

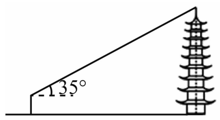
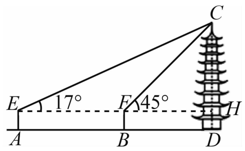
探究拓展

6. 某校九年级数学兴趣小组的活动课题是“测量物体高度”．小组成员小明与小红分别采用不同的方案测量同一个底面为圆形的古塔高度，以下是他们研究报告的部分记录内容：

(1)写出小红研究报告中“计算古塔高度”的解答过程；

(2)数学老师说小红的结果较准确，而小明的结果与古塔的实际高度偏差较大，针对小明的测量方案分析测量发生偏差的原因；

(3)利用小明与小红的测量数据，估算该古塔底面圆直径的长度为________ m.

课题：测量古塔的高度		
	小明的研究报告	小红的研究报告
图示		
测量方案与测量数据	用距离地面高度为 1.6 m 的测角器测出古塔顶端的仰角为 35°，再用皮尺测得测角器所在位置与古塔底部边缘的最短距离为 30 m	在点 A 用距离地面高度为 1.6 m 的测角器测出古塔顶端的仰角为 17°，然后沿 AD 方向走58.8 m到达点 B，测出古塔顶端的仰角为 45°
参考数据	$\sin 35°\approx0.57$，$\cos 35°\approx0.82$，$\tan 35°\approx0.70$	$\sin 17°\approx0.29$，$\cos 17°\approx0.96$，$\tan 17°\approx0.30$，$\sqrt{2}\approx1.41$
计算古塔高度(结果精确到 0.1 m)	$30\times\tan 35°+1.6\approx22.6$(m)	

回顾与思考

第一课时

课时目标

1. 会求解含 30°，45°，60°角的三角函数值的问题.

2. 会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角.

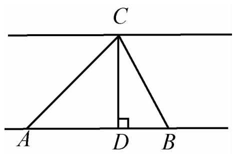
3. 能用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题.

课内练习

1. 计算 sin 45°－cos 60°＋tan 60°的结果是________.

2. 一条山路的坡角为 30°，小张沿这条山路从下往上走了 100 m，那么他在竖直方向上升的高度为________ m.

3. 如图，为测量一段两岸互相平行的护城河的宽度 CD，在河岸边选取 A 点与 B 点，测得 $\angle CAD=45°$，$\angle CBD=60°$，$AB=24$ m. 求这段护城河的宽度 CD.（结果保留根号）



（第 3 题）

课外检测

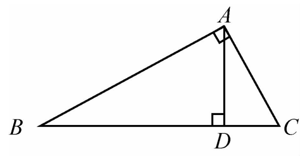
夯实基础

知识技能

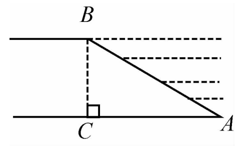
1. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$ 于点 D，则下列结论不正确的是 （　　）

A. $\sin B=\dfrac{AD}{AB}$　　B. $\sin B=\dfrac{AC}{BC}$

C. $\sin B=\dfrac{AD}{AC}$　　D. $\sin B=\dfrac{CD}{AC}$



（第 1 题）



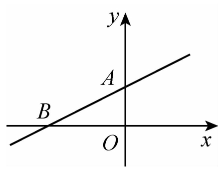
（第 2 题）

2. 河堤横断面如图所示，堤高 $BC=6$ m，迎水坡 AB 的坡比为 $1:\sqrt{3}$，则 AB 的长为 （　　）

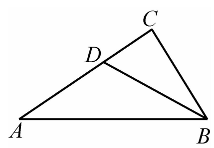
A. 12 m　　B. $4\sqrt{3}$ m

C. $5\sqrt{3}$ m　　D. $6\sqrt{3}$ m

3. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴交于点 B，则 $\tan\angle ABO$ 的值为________.



（第 3 题）



（第 4 题）

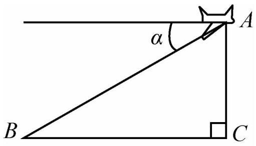
4. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，D 为 AC 上的一点，$CD=3$，$AD=BD=5$，则 $\sin A$ 的值等于________.

5. 利用计算器求 tan 32°的值约为________.（结果精确到 0.01）

6. 计算：(1) $\dfrac{1}{2}\cos 30°+\tan 45°+\sqrt{3}\sin 60°$；

(2) $\sqrt{3}\tan 30°+\sin 45°\cos 45°$.

7. 如图，某飞机在空中 A 处探测到它的正下方地平面上目标 C，此时飞机飞行高度 $AC=1\ 200$ m. 若从飞机上看地面指挥台 B 的俯角 $\alpha=30°$，则飞机 A 与指挥台 B 间的距离为多少？



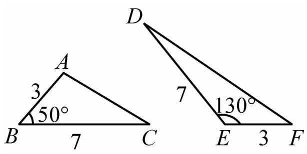
（第 7 题）

数学理解

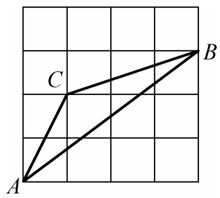
8. 如图，若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面积分别为 S_1，S_2，则 S_1 与 S_2 之间的关系是（　　）

A. $S_1=\frac{1}{2}S_2$　　B. $S_1=\frac{7}{2}S_2$

C. $S_1=\frac{8}{5}S_2$　　D. $S_1=S_2$



（第 8 题）

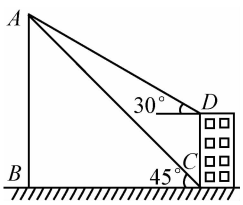


（第 9 题）

9. 如图，每个小正方形的边长均为 1. $\triangle ABC$ 的各个顶点都在正方形的格点上，则 $\sin A$ 的值为________.

整合提升

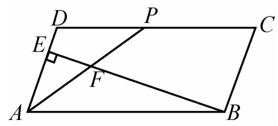
10. 如图，某风景区内有一座塔 AB，某人分别在塔的对面一楼房 CD 的楼底 C、楼顶 D 处，测得塔顶 A 的仰角为 45°和 30°. 已知楼高 CD 为 10 m，求塔 AB 的高度.



（第 10 题）

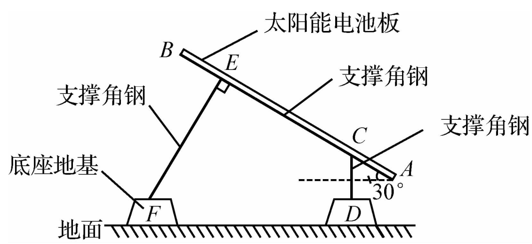
探究拓展

11. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AD=5$ cm，$AP=8$ cm，AP 平分$\angle DAB$，交 DC 于点 P，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，BE 交 AP 于点 F，则 $\tan\angle BFP$ 的值是________.



（第 11 题）

12. 太阳能光伏发电因其清洁、安全、便利、高效等特点，已成为世界各国普遍关注和重点发展的新兴产业. 如图是太阳能电池板支撑架的截面图，其中的粗线表示支撑角钢，太阳能电池板与支撑角钢 AB 的长度相同，均为 300 cm，AB 的倾斜角为 30°，$BE=CA=50$ cm，支撑角钢 CD，EF 与底座地基台面接触点分别为 D，F，CD 垂直于地面，$FE\perp AB$ 于点 E. 两个底座地基高度相同(即点 D，F 到地面的垂直距离相同)，均为 30 cm，点 A 到地面的垂直距离为 50 cm，求支撑角钢 CD 和 EF 的长度各是多少厘米.（结果保留根号）



（第 12 题）

第二课时

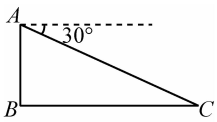
课时目标

能用锐角三角函数等知识解直角三角形，分析解决简单的实际问题.

课内练习

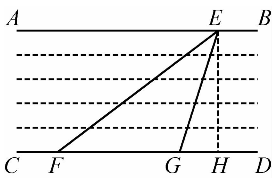
1. 在 Rt△ABC 中，$\angle B=90^\circ$，$BC=2AB$，则 $\cos A$ 的值等于________.

2. 如图，某地修建高速公路，要从 B 地向 C 地修一座隧道（B，C 在同一水平面上）. 为了测量 B，C 两地之间的距离，某工程师乘坐热气球从 B 地出发，垂直上升 100 m 到达 A 处，在 A 处观察 C 地的俯角为 30°，则 B，C 两地之间的距离为______m.



（第 2 题）

3. 某校数学课外实践活动小组想利用所学知识测量南明湖的宽度. 如图所示是南明湖的一段，两岸 $AB\parallel CD$，河对岸 E 处有一座房子，小组成员用测角仪在 F 处测得 $\angle EFD=36^\circ$，往前走 205 m 后到达点 G 处，测得 $\angle EGD=72^\circ$. 请你根据这些数据帮该小组算出湖宽 EH.（结果精确到 0.1 m. 参考数据：$\sin 36^\circ\approx0.59$，$\cos 36^\circ\approx0.81$，$\tan 36^\circ\approx0.73$，$\sin 72^\circ\approx0.95$，$\cos 72^\circ\approx0.31$，$\tan 72^\circ\approx3.08$）



（第 3 题）

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=2$，$AB=3$，则下列结论正确的是（　　）

A. $\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\cos A=\dfrac{2}{3}$

C. $\sin A=\dfrac{2}{3}$　　D. $\tan A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

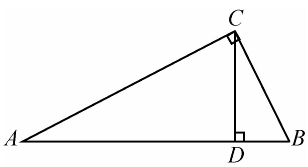
2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=50^\circ$，$AB=2$，则 AC 等于（　　）

A. $2\sin 50^\circ$　　B. $2\sin 40^\circ$

C. $2\tan 50^\circ$　　D. $2\tan 40^\circ$

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，若 $\tan A=1$，则 $\cos A$ 等于________.

4. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$ 于点 D. 若 $BD:AD=1:4$，则 $\tan\angle BCD$ 的值是________.



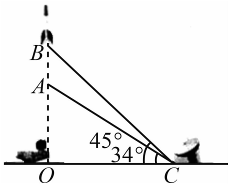
（第 4 题）

数学理解

5. 小明发现横在教学楼走廊上一拖把，此拖把以 15°的倾斜角斜靠在栏杆上，影响了同学们的行走安全. 他自觉地将拖把挪动位置，使它的倾斜角为 75°. 若拖把的总长为 1.80 m，则小明拓宽了行走通道约________m.（结果精确到 0.01 m. 参考数据：$\sin 15^\circ\approx0.26$，$\cos 15^\circ\approx0.97$）

6. 如图，雷达站 C 处检测到一枚由地面垂直升空的巡航导弹，导弹以 240 m/s 的速度，用 10 s 从点 A 飞行到点 B，在 C 处测得点 A，B 的仰角分别为 34°和 45°，求导弹发射位置 O 与雷达站 C 之间的距离.（结果精确到 0.1 km，参考数

据：$\sin 34°\approx0.56$，$\cos 34°\approx0.83$，$\tan 34°\approx0.67$）

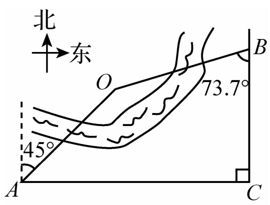


（第 6 题）

整合提升

7. 某区域平面示意图如图，点 O 在河的一侧，AC 和 BC 表示两条互相垂直的公路．甲勘测员在 A 处测得点 O 位于北偏东 45°，乙勘测员在 B 处测得点 O 位于南偏西 73.7°，测得 $AC=840$ m，$BC=500$ m. 请求出点 O 到 BC 的距离．

$\left(参考数据：\sin 73.7°\approx\dfrac{24}{25}，\cos 73.7°\approx\dfrac{7}{25}，\tan 73.7°\approx\dfrac{24}{7}\right)$



（第 7 题）

探究拓展

8. 阅读下列材料：

如图①，在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对的边分别为 a，b，c，可以得到：

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$.

证明：过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为点 D.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\sin B=\frac{AD}{c}$，

$\therefore AD=c\cdot\sin B$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}a\cdot AD=\frac{1}{2}ac\sin B$.

同理：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$.

(1)通过上述材料证明：

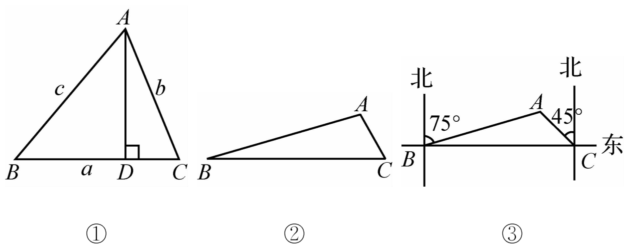
$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

(2)运用(1)中的结论解决问题：

如图②，在$\triangle ABC$中，$\angle B=15°$，$\angle C=60°$，$AB=20\sqrt{3}$，求 AC 的长度．

(3)如图③，为了开发公路旁的城市荒地，测量人员选择 A，B，C 三个测量点，在 B 点测得 A 在北偏东 75°方向上，沿笔直公路向正东方向行驶 18 km 到达 C 点，测得 A 在北偏西 45°方向上，根据以上信息，求 A，B，C 三点围成的三角形的面积．

（参考数值：$\sin 15°\approx0.3$，$\sin 120°\approx0.9$，$\sqrt{2}\approx1.4$，结果取整数）



（第 8 题）

本章验收

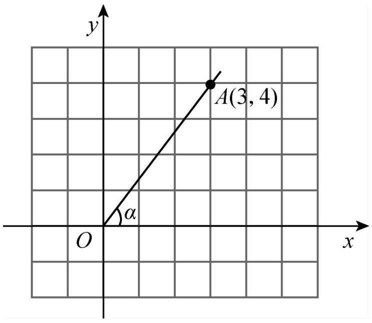
时间：45 分钟　　满分：100 分

一、选择题(每小题 5 分，共 30 分)

1. $\sin 60°$的值等于　　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

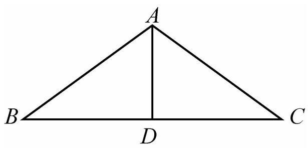
2. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为(3，4)，那么 $\cos\alpha$ 的值是　　(　　)



(第 2 题)

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 如图，厂房屋顶人字形(等腰三角形)钢架的跨度 $BC=10$ m，$\angle B=36°$，则中柱 AD(D 为底边中点)的长为　　(　　)

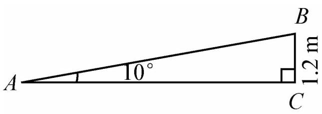


(第 3 题)

A. $5\sin 36°$ m　　B. $5\cos 36°$ m

C. $5\tan 36°$ m　　D. $10\tan 36°$ m

4. 一个公共房门前的台阶高出地面 1.2 m，台阶拆除后，换成供轮椅行走的斜坡，数据如图所示，则下列结论正确的是　　(　　)



(第 4 题)

A. 斜坡 AB 的坡度是 10°

B. 斜坡 AB 的坡度是 $\tan 10°$

C. $AC=1.2\tan 10°$ m

D. $AB=\frac{1.2}{\cos 10°}$ m

5. 在△ABC 中，若角 A，B 满足 $\left|\cos A-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$，则∠$C$ 的度数等于　　(　　)

A. 45°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 105°

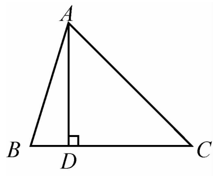
6. 如图，在△ABC 中，$AD\perp BC$，垂足为点 D，若 $AC=6\sqrt{2}$，$\angle C=45°$，$\tan\angle ABC=3$，则 BD 的长为　　(　　)

A. 2

B. 3

C. $3\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

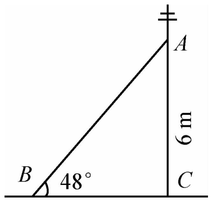


(第 6 题)

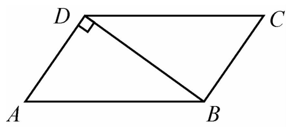
二、填空题(每小题 5 分，共 30 分)

7. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$AC=6$ cm，则 BC 的长为________ cm.

8. 如图，为固定电线杆 AC，在离地面高度为 6 m 的 A 处引拉线 AB，使拉线 AB 与地面上的 BC 的夹角为 48°，则拉线 AB 的长度约为______ m.(结果精确到 0.1 m. 参考数据：$\sin 48°\approx0.74$，$\cos 48°\approx0.67$，$\tan 48°\approx1.11$)



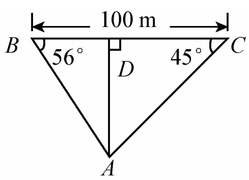
(第 8 题)



(第 9 题)

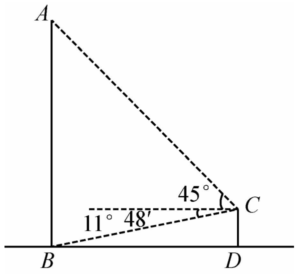
9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，连接 BD，$AD\perp BD$，$AB=4$，$\sin A=\frac{3}{4}$，则平行四边形 $ABCD$ 的面积是________.

10. 如图，为保护门源百里油菜花海，由游客中心 A 处修建通往百米观景长廊 BC 的两条栈道 AB，AC. 若 $\angle B=56°$，$\angle C=45°$，则游客中心 A 到观景长廊 BC 的距离约为________ m.(参考数据：$\sin 56°\approx0.8$，$\cos 56°\approx0.6$，$\tan 56°\approx1.5$)

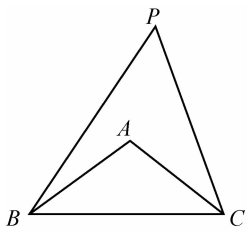


(第 10 题)

11. 全球最大的关公塑像矗立在荆州古城东门外. 如图，张三同学在东门城墙上 C 处测得塑像底部 B 处的俯角为 $11°48'$，测得塑像顶部 A 处的仰角为 $45°$，点 D 在观测点C 正下方城墙底的地面上，若 $CD=10$ m，则此塑像的高 AB 约为________ m.（参考数据：$\tan 78°12'\approx4.8$）



（第 11 题）



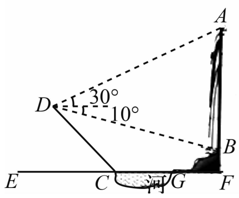
（第 12 题）

12. 如图，在△ABC 中，$AB=AC=5$，$BC=8$. 若 $\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$，则 $\tan\angle BPC=$________.

三、解答题(共 40 分)

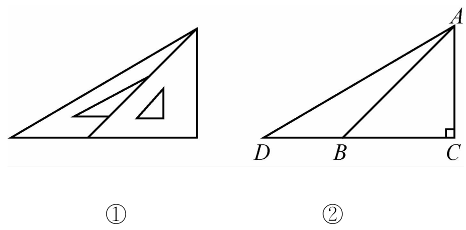
13. (本题 13 分)随着人们生活水平的不断提高，旅游已成为人们的一种生活时尚．为开发新的旅游项目，我市对某山区进行调查，发现一瀑布. 为测量它的高度，测量人员在瀑布的对面山上 D 点处测得瀑布顶端 A 点的仰角是 $30°$，测得瀑布底端 B 点的俯角是 $10°$，AB 与水平面垂直. 又在瀑布下的水平面测得 $CG=27$ m，$GF=17.6$ m(注：C，G，F 三点在同一直线上，$CF\perp AB$ 于点 F). 斜坡 $CD=20$ m，坡角 $\angle ECD=40°$. 求瀑布 AB 的高度．

(参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sin 40°\approx0.64$，$\cos 40°\approx0.77$，$\tan 40°\approx0.84$，$\sin 10°\approx0.17$，$\cos 10°\approx0.98$，$\tan 10°\approx0.18$)



（第 13 题）

14. (本题 13 分)如图①，在综合实践活动中，同学们制作了两块直角三角形硬纸板，一块含有 $30°$ 角，一块含有 $45°$角，并且有一条直角边长是相等的. 现将含 $45°$角的直角三角形硬纸板重叠放在含 $30°$角的直角三角形硬纸板上，让它们的直角完全重合. 如图②，若相等的直角边 AC 长为 12 cm，求另一条直角边没有重叠部分 BD 的长.（结果保留根号）

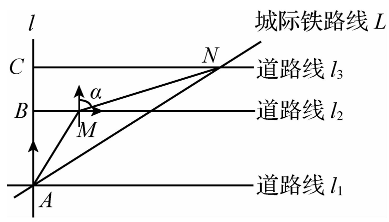


（第 14 题）

15. (本题 14 分)如图为某区域部分交通线路图，其中直线 $l_1\parallel l_2\parallel l_3$，直线 l 与直线 l_1，l_2，l_3 都垂直，垂足分别为点 A、点 B 和点 C，l_2 上的点 M 位于点 A 的北偏东 $30°$方向上，且 $BM=\sqrt{3}$ km，l_3上的点 N 位于点 M 的北偏东 α 方向上，且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{13}$，$MN=2\sqrt{13}$km，点 A 和点 N 是城际铁路线 L 上的两个相邻的站点．

(1)求 l_2 和 l_3之间的距离；

(2)若城际火车平均时速为 150 km/h，求市民小强乘坐城际火车从站点 A 到站点 N 需要多少小时.（结果用分数表示）



（第 15 题）

第二章　二次函数

本章学习目标

1. 能够表示具有实际意义的变量之间的函数关系，会判断一个函数是否为二次函数.

2. 会用描点法画出二次函数的图象，并能说出二次函数的基本性质，会用待定系数法确定二次函数的表达式.

3. 会用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并会写出二次函数的图象的顶点坐标、开口方向、对称轴.

4. 能利用二次函数模型分析并解决简单的实际问题，发展建模能力.

5. 结合二次函数的图象，确定相应一元二次方程的近似解，发展几何直观和数形结合的能力.

6. 已知抛物线上三点的坐标，能确定抛物线的表达式.

1. 二次函数

课时目标

1. 进一步理解函数的定义，能表示具有实际意义的变量之间的函数关系.

2. 能写出二次函数的一般形式，会从表达式辨析一个函数是不是二次函数.

课内练习

1. 已知函数 $y=(m-n)x^2+mx+n$ 是二次函数，则 m，n 满足的条件是　（　　）

A. m，n 是常数，且 $m\neq0$

B. m，n 是常数，且 $m\neq n$

C. m，n 是常数，且 $n\neq0$

D. m，n 可以为任何常数

2. 已知函数 $y=(m+2)x^{|m|}-2$ 是二次函数，则 m 等于　（　　）

A. ±2　　B. 2

C. -2　　D. ±1

3. 将二次函数 $y=(2x+3)(x-1)-3$ 化成一般式是________________.

4. 设人民币一年定期储蓄的年利率是 x，一年到期后，银行将本金和利息自动按一年定期储蓄转存，若存款额为 10 000 元，则两年后的本息和 y(元)关于 x 的表达式为________________.

5. 某玩具厂计划生产一种玩具熊猫，每日的产量为 x 只，且每日产出的产品全部售出，售价为每只 $(30x-200)$ 元，若每天的销售额为 y 元，求 y 与 x 的函数关系式，并指出 y 是 x 的几次函数.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 已知函数 $y=(m-5)x^2+(m+2)x+2$ 是二次函数，则 m 的取值范围是　（　　）

A. $m>5$　　B. $m\neq5$

C. $m<5$　　D. m 取全体实数

2. 下列描述的函数关系中，是二次函数的是（　　）

A. 在 100 m 的赛跑中，跑步的时间与跑步的速度

B. 等边三角形的面积与边长的关系

C. 在弹性限度内，弹簧的长度与所挂物体质量之间的关系

D. 正方形的周长与边长之间的关系

3. 国家决定对某药品价格分两次降价，若设平均每次降价的百分率为 x，该药品原价为 18 元，降价后的价格为 y 元，则 y 与 x 的函数关系式为（　　）

A. $y=36(1-x)$　　B. $y=36(1+x)$

C. $y=18(1-x)^2$　　D. $y=18(1+x^2)$

数学理解

4. 已知一个直角三角形两直角边长的和为 10，设其中一条直角边长为 x，则直角三角形的面积 y 与 x 的函数关系式是（　　）

A. $y=-\frac{1}{2}x^2+5x$　　B. $y=-x^2+10x$

C. $y=\frac{1}{2}x^2+5x$　　D. $y=x^2+10x$

5. 如图 2-1-1，长方形 $ABCD$ 的长为 5 cm，宽为 4 cm，如果将它的长和宽都减 x(cm)，剩下的小长方形 $AB'C'D'$ 的面积为 y(cm²)，那么 y 与 x 的函数关系式为______________，该函数是________函数，自变量 x 的取值范围是________.

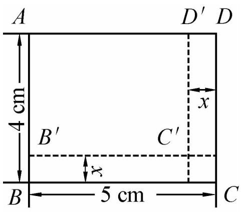


图 2-1-1

整合提升

6. 某校九(1)班共有 x 名学生，在毕业典礼上每两名同学都握一次手，共握手 y 次，则 y 与 x 之间的函数关系式为______________，它________（填“是”或“不是”）二次函数.

7. 已知函数 $y=(kx-1)(x-3)$，当 k 为何值时，y 是 x 的一次函数？当 k 为何值时，y 是 x 的二次函数？

探究拓展

8. 如图 2-1-2，在△ABC 中，$\angle B=90°$，$AB=12$ mm，$BC=24$ mm，动点 P 从点 A 开始沿边 AB 向 B 以 2 mm/s 的速度移动（不与点 B 重合），动点 Q 从点 B 开始沿边 BC 向 C 以4 mm/s 的速度移动（不与点 C 重合）. 如果 P，Q 分别从 A，B 同时出发，设运动的时间为 x s，四边形 $APQC$ 的面积为 y mm².

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式.

(2)求自变量 x 的取值范围.

(3)四边形 $APQC$ 的面积能否等于 172 mm²？若能，求出运动的时间；若不能，请说明理由.

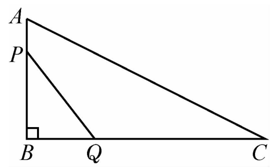


图 2-1-2

2. 二次函数的图象与性质

第一课时

课时目标

1. 能利用描点法画出函数 $y=x^2$ 的图象，能结合图象说出二次函数 $y=x^2$ 的基本性质.

2. 能根据对称性画出函数 $y=-x^2$ 的图象，并比较它与 $y=x^2$ 图象的异同点.

课内练习

1. 关于函数 $y=x^2$ 的图象，下列判断正确的是（　　）

A. 若 a，b 互为相反数，则 $x=a$ 与 $x=b$ 的函数值相等

B. 对于同一个自变量 x，有两个函数值与它对应

C. 对任意一个实数 y，有两个 x 与它对应

D. 对任意实数 x，都有 $y>0$

2. 已知点$(-1, y_1)$，$(-3, y_2)$都在函数 $y=x^2$ 的图象上，则下列结论正确的是 ( )

A. $y_1<y_2<0$ B. $y_2<y_1<0$

C. $0<y_2<y_1$ D. $0<y_1<y_2$

3. 已知抛物线的表达式为 $y=-x^2$，则它的开口向________，对称轴为________，顶点坐标是________，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________.

4. 已知二次函数 $y=x^2$ 的图象上有两点 A，B(点 A 在点 B 的左侧)，且它们关于 y 轴对称.

(1)在图 2-2-1 的直角坐标系中画出该函数图象；

(2)当△ABO 是等腰直角三角形时，求点 A，B 的坐标及△ABO 的面积.

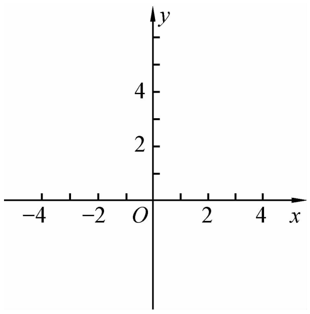


图 2-2-1

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 关于抛物线 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$，下面说法正确的是 ( )

A. 顶点不相同 B. 对称轴相同

C. 开口方向相同 D. 都有最小值

2. 下面是关于二次函数 $y=x^2$ 图象的描述，其中正确的是________.（填序号）

①图象是一条抛物线；②开口向上；③关于 y 轴对称的轴对称图形；④过原点；⑤图象除顶点外都在 x 轴的上方；⑥y 随 x 的增大而增大；⑦当$x=0$ 时，y 取得最小值，最小值是 0.

3. 抛物线 $y=-x^2$ 的开口向________，除了它的顶点外，抛物线上的点都在 x 轴的________方，它的顶点是图象的最________点.

数学理解

4. 已知点 $A(-2, y_1)$，$B(4, y_2)$都在二次函数 $y=x^2$ 的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ( )

A. $y_1<y_2$

B. $y_1>y_2$

C. $y_1=y_2$

D. 以上三种都有可能

5. 已知 $A(-1, 1)$，$B(-1, -1)$，$C(-2, -4)$，$D(-2, 4)$四个点，这些点在二次函数 $y=-x^2$ 的图象上的是 ( )

A. 点 A 和点 B B. 点 B 和点 C

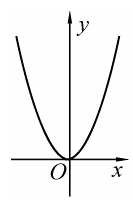
C. 点 B 和点 D D. 点 A 和点 C

6. 已知点(x_1, y_1)，(x_2, y_2)是函数 $y=(m-3)x^2$ 图象上的两点，当 $0<x_1<x_2$时，有 $y_1>y_2$，则 m 的取值范围是 ( )

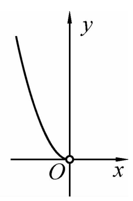
A. $m>3$ B. $m<3$

C. $m\leqslant 3$ D. $m\geqslant 3$

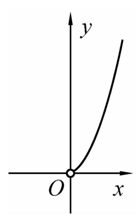
7. 设边长为 x 的正方形的面积为 y，则 y 关于 x 的函数图象大致是 ( )



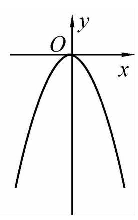
A



B



C



D

8. 二次函数 $y=-x^2$ 的图象与直线 $y=kx+3$ 有一个交点 $A(-2,a)$，则 $a=$ ________，$k=$ ________.

整合提升

9. 已知点 $A(2,m)$ 在抛物线 $y=-x^2$ 上.

(1)求 m 的值；

(2)点 A 关于 x 轴对称的点的坐标是________，判断并说明该点是否在抛物线 $y=x^2$ 上.

10. 已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2,4)$.

(1)求这个抛物线的表达式；

(2)直接写出抛物线上点 A 关于 y 轴的对称点 B 的坐标，并求 $\triangle AOB$ 的面积.

探究拓展

11. 一个涵洞呈抛物线型，它的截面如图 2-2-2，现测得在正常水位时，当水面宽 $AB=4$ m 时，涵洞顶点与水面的距离为 4 m. 这时，离水面 2.5 m 处，涵洞宽 ED 是多少?

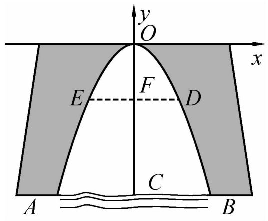


图 2-2-2

第二课时

课时目标

1. 能画出二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax^2+c$ 的图象，并能比较它们图象的位置关系，知道 a，c 的符号对二次函数图象的影响.

2. 能说出二次函数 $y=ax^2$ 和 $y=ax^2+c$ 图象的开口方向、对称轴、顶点坐标.

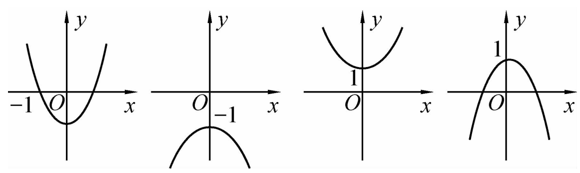
课内练习

1. 抛物线 $y=-3x^2-4$ 的开口方向和顶点坐标分别是 ( )

A. 向下，$(0,4)$　　B. 向下，$(0,-4)$

C. 向上，$(0,4)$　　D. 向上，$(0,-4)$

2. 二次函数 $y=x^2+1$ 的图象大致是 ( )



A　　B　　C　　D

3. 把抛物线 $y=x^2$ 向下平移 1 个单位长度，所得到的抛物线的表达式为 ( )

A. $y=x^2+1$　　B. $y=(x+1)^2$

C. $y=x^2-1$　　D. $y=(x-1)^2$

4. 抛物线 $y=2x^2+1$ 的对称轴是 ( )

A. 直线 $x=\frac{1}{4}$　　B. 直线 $x=-\frac{1}{4}$

C. y 轴　　D. x 轴

5. 已知二次函数 $y=2x^2$ 的图象如图 2-2-3，有一条直线 l 与 x 轴重合，现将直线 l 沿 y 轴向上平移 2 个单位长度后与抛物线交于 A，B 两点，求△AOB 的面积.

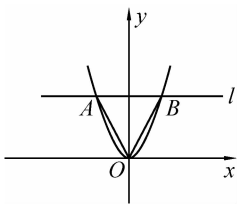


图 2-2-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 关于 x 的二次函数 $y=ax^2-1$ 的图象经过点 $(a，7)$，则 a 的值为 （　　）

A. 3　　B. -2　　C. 2　　D. ±2

2. 对于二次函数 $y=3x^2+2$，下列说法错误的是 （　　）

A. 最小值为 2

B. 图象与 y 轴没有公共点

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

D. 图象的对称轴是 y 轴

3. 若二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$的图象经过点 $A(1，2)$，则函数 $y=ax^2$ 的表达式为__________；若点 $C(-2，m)$，$D(n，4)$也在该函数的图象上，则点 C 的坐标为________，点 D 的坐标为________.

4. 二次函数 $y=2x^2-4$ 的图象开口向________，与 y 轴的交点坐标是________.

数学理解

5. 若点 $A(-2，y_1)$和点 $B(1，y_2)$都在二次函数 $y=\frac{2}{5}x^2+1$ 的图象上，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 （　　）

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1=y_2$

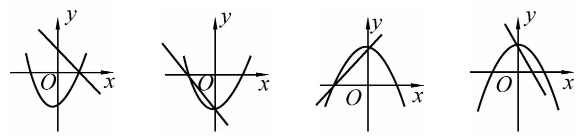
C. $y_1>y_2$　　D. 无法确定

6. 函数 $y=2x^2+5$ 的图象可由 $y=2x^2$ 的图象向__________平移__________个单位长度得到；$y=2x^2-11$ 的图象可由 $y=2x^2$ 的图象向__________平移__________个单位长度得到；函数$y=2x^2+5$ 的图象向下平移 16 个单位长度得到的图象的函数表达式是______________.

7. 已知点$(m，n)$在抛物线 $y=2x^2+1$ 上，则代数式 $4m^2-2n+1=$________.

整合提升

8. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y=ax+c$ 和二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象可能是 （　　）



A　　B　　C　　D

9. 与抛物线 $y=-\frac{4}{5}x^2-1$ 的顶点相同，形状也相同，但开口方向相反的抛物线所对应的函数表达式是 （　　）

A. $y=-\frac{5}{4}x^2-1$　　B. $y=\frac{4}{5}x^2-1$

C. $y=\frac{4}{5}x^2+1$　　D. $y=-\frac{4}{5}x^2+1$

探究拓展

10. 如图 2-2-4，二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$与一次函数 $y=kx-2$ 的图象相交于 A，B 两点，一次函数 $y=kx-2$ 的图象与 y 轴交于点 G，其中 $A(-1，-1)$. 求点 B 的坐标及△OAB 的面积.

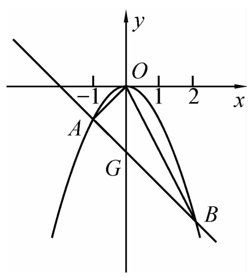


图 2-2-4

第三课时

课时目标

1. 会画二次函数 $y=a(x-h)^2$ 和 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象，能说出它们的开口方向，写出图象的对称轴和顶点坐标.

2. 能解释抛物线 $y=a(x-h)^2$，$y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2$ 的位置关系，知道 a，h，k 的符号对抛物线的影响.

课内练习

1. 下列抛物线中，对称轴是直线 $x=-2$ 的是（　　）

A. $y=-x^2+2$　　B. $y=x^2+2$

C. $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$　　D. $y=3(x-2)^2$

2. 把抛物线 $y=6x^2$ 平移后得到抛物线 $y=6(x+1)^2$，平移的方法可以是（　　）

A. 沿 y 轴向上平移 1 个单位长度

B. 沿 y 轴向下平移 1 个单位长度

C. 沿 x 轴向左平移 1 个单位长度

D. 沿 x 轴向右平移 1 个单位长度

3. 抛物线 $y=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$ 的顶点坐标是________，对称轴是________.

4. 抛物线 $y=(x+1)^2-2$ 的对称轴是________，当 x ________时，y 随 x 的增大而增大；当 x ________时，y 随 x 的增大而减小.

5. 某菜农搭建了一个横截面为抛物线的大棚，建立了如图 2-2-5 所示的直角坐标系，其对应的关系式是 $y=-\frac{1}{2}x^2+2$.

(1)求大棚的宽及最高点到地面的距离；

(2)若菜农身高为 1.60 m，则在他不弯腰的情况下，在棚内的横向活动范围有几米？（结果精确到 0.01 m．参考数据：$\sqrt{5}\approx2.236$）

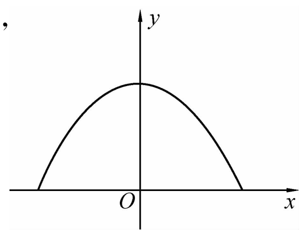


图 2-2-5

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 关于二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象，下列说法正确的是（　　）

A. 开口向下　　B. 对称轴是直线 $x=-1$

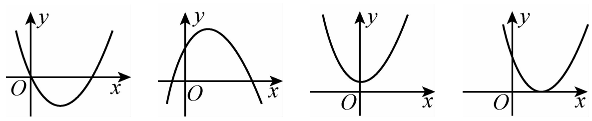
C. 顶点坐标是(1，2)　　D. y 随 x 的增大而增大

2. 设 $A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(2,y_3)$都是抛物线 $y=-(x+1)^2+a$ 上的点，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为（　　）

A. $y_1>y_2>y_3$　　B. $y_1>y_3>y_2$

C. $y_3>y_2>y_1$　　D. $y_3>y_1>y_2$

3. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y=a(x-2)^2$ $(a\neq0)$的图象可能是（　　）



A　　B　　C　　D

4. 下列抛物线中，以点 $P(-2,-6)$为顶点的是（　　）

A. $y=5(x+2)^2+6$　　B. $y=5(x-2)^2+6$

C. $y=5(x+2)^2-6$　　D. $y=5(x-2)^2-6$

数学理解

5. 若二次函数的图象的顶点坐标为(2，-1)，且过点(0，3)，则二次函数的表达式是（　　）

A. $y=-(x-2)^2-1$　　B. $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

C. $y=(x-2)^2-1$　　D. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$

6. 已知二次函数 $y=a(x-h)^2+k(0\leqslant x\leqslant 3)$ 的图象如图 2-2-6 所示，关于该函数在所给自变量的取值范围内，下列说法正确的是 （　　）

A. 有最小值 -1，有最大值 3

B. 有最小值 -1，有最大值 0

C. 有最小值 0，有最大值 3

D. 有最小值 -1，无最大值

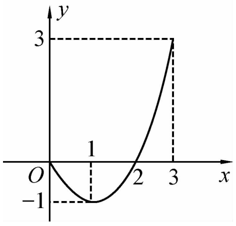


图 2-2-6

7. 二次函数 $y=3x^2+1$ 和 $y=3(x-1)^2$，以下说法：

①它们的图象都开口向上；②它们图象的对称轴都是 y 轴，顶点坐标都是原点 $(0，0)$；③当 $x>0$ 时，它们的函数值 y 都随着 x 的增大而增大；④它们图象的开口大小是一样的．其中正确的说法有 （　　）

A. ①②③④　　B. ①③④

C. ①②③　　D. ①④

8. 说出下列抛物线的开口方向、对称轴及顶点坐标．

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=-4(x+3)^2+5$			
$y=3(x+1)^2-2$			
$y=(x-5)^2-7$			
$y=-2(x-2)^2+6$			

整合提升

9. 在平面直角坐标系中，二次函数图象的顶点为 $A(1，-4)$，且过点 $B(3，0)$．

(1)求该二次函数的表达式．

(2)将该二次函数图象向右平移几个单位长度，可使平移后所得的图象经过坐标原点？请直接写出平移后所得图象与 x 轴的另一交点的坐标．

探究拓展

10. 图 2-2-7 是一座抛物线型拱桥，以水平方向为 x 轴建立平面直角坐标系，若选取点 A 为坐标原点时的抛物线的表达式是 $y=-\frac{1}{9}(x-6)^2+4$．

(1)求水面宽 AB 及桥洞顶部 C 到水面 AB 的距离；

(2)若选取 AB 的中点为坐标原点，求该拱桥所在抛物线的表达式．

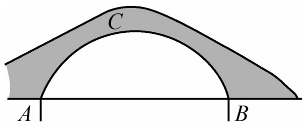


图 2-2-7

第四课时

课时目标

1. 会用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并据此写出抛物线的顶点坐标、对称轴．

2. 结合二次函数图象的性质画出图象的草图，能利用抛物线的对称性解决简单的问题，发展数形结合能力．

课内练习

1. 关于 $y=2(x-3)^2+2$ 的图象，下列叙述正确的是 （　　）

A. 对称轴为直线 $y=3$　　B. 顶点坐标为 $(-3，2)$

C. 对称轴为直线 $x=3$　　D. 顶点坐标为 $(2，-3)$

2. 把二次函数 $y=x^2-2x-1$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式是 ( )

A. $y=(x-1)^2$　　B. $y=(x-1)^2-2$

C. $y=(x-1)^2+1$　　D. $y=(x-1)^2+2$

3. 已知点 $P_1(1,y_1)$，$P_2(3,y_2)$，$P_3(5,y_3)$均在二次函数 $y=x^2-2x+c$ 的图象上，则 y_1，y_2，y_3的大小关系是 ( )

A. $y_3>y_2>y_1$　　B. $y_3>y_1>y_2$

C. $y_1>y_2>y_3$　　D. $y_2>y_1>y_3$

4. 求二次函数 $y=-2(x-1)(x+3)$的图象的对称轴和顶点坐标，直接写出 y 随 x 的变化情况.

课外检测

夯实基础

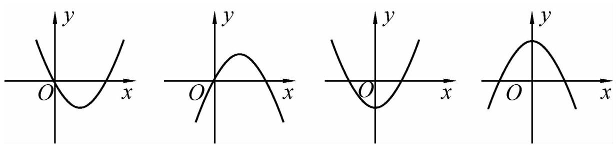
知识技能

1. 抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2-x$ 的顶点坐标是 ( )

A. $\left(1,-\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-1,\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},-1\right)$　　D. $(1,0)$

2. 二次函数 $y=-x^2+2x$ 的图象可能是 ( )



A　　B　　C　　D

3. 把二次函数 $y=x^2+6x+7$ 用配方法化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，下列结果正确的是 ( )

A. $y=(x+3)^2+2$　　B. $y=(x-3)^2+2$

C. $y=(x+3)^2-2$　　D. $y=(x-3)^2-2$

4. 二次函数 $y=x^2-2x+2$ 的图象的对称轴是 ( )

A. 直线 $x=-1$　　B. 直线 $x=1$

C. 直线 $x=-2$　　D. 直线 $x=2$

数学理解

5. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象如图 2-2-8 所示，则下列说法错误的是 ( )

A. 函数有最小值

B. 对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$

C. 当 $-1<x<2$ 时，$y>0$

D. 当 $x<\frac{1}{2}$时，y 随 x 的增大而减小

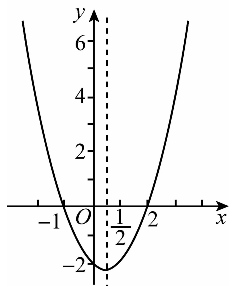
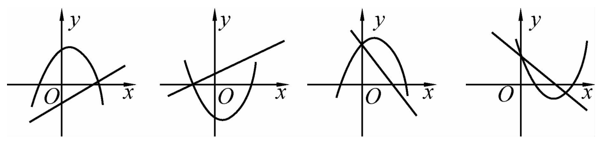


图 2-2-8

6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与一次函数 $y=ax+c$ 在同一坐标系中的图象可能是 ( )



A　　B　　C　　D

7. 如果抛物线 $y=x^2-6x+c-2$ 的顶点到 x 轴的距离是 3，那么 c 的值等于 ( )

A. 8　　B. 14

C. 8 或 14　　D. -8 或 -14

8. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$.

(1)在平面直角坐标系中画出该二次函数的图象；

(2)根据图象说出 y 随 x 的变化情况和顶点坐标.

整合提升

9. 已知某种礼炮的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)的关系式是 $h=-\frac{5}{2}t^2+20t+1$. 若此礼炮在升空到最高处时引爆，求多长时间后引爆礼炮及礼炮到达高空的最高点到地面的距离.

探究拓展

10. 如图 2-2-9，若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过原点，且与 x 轴的负半轴相交，则下列各式正确的是 ( )

A. $a>0$，$b<0$，$c<0$

B. $c=0$，$ab<0$

C. $a<0$，$b<0$，$c=0$

D. $a<0$，$b\geqslant 0$，$c=0$

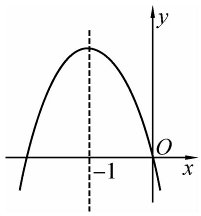


图 2-2-9

11. 杂技团进行杂技表演，演员从跷跷板右端 A 处弹跳到人梯顶端椅子 B 处，其身体(看成一个点)的路线是抛物线 $y=-\frac{3}{5}x^2+3x+1$ 的一部分，如图 2-2-10.

(1)求演员弹跳后离地面的最大高度.

(2)已知人梯高 $BC=3.4$ m，在一次表演中，人梯到起跳点 A 的水平距离是 4 m. 这次表演能否成功？请说明理由.

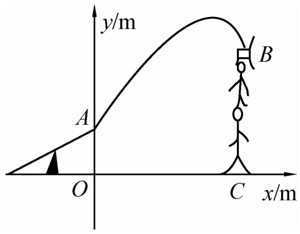


图 2-2-10

3. 确定二次函数的表达式

第一课时

课时目标

1. 能根据二次函数图象上点的坐标确定函数表达式.

2. 会用待定系数法求二次函数的表达式.

课内练习

1. 如果点$(-2,-3)$和$(5,-3)$都在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上，那么抛物线的对称轴是 ( )

A. 直线 $x=3$　　B. 直线 $x=-3$

C. 直线 $x=\frac{3}{2}$　　D. 直线 $x=-\frac{3}{2}$

2. 某广场中心标志性建筑处有高低不同的各种喷泉，其中一支高度为 1 m 的喷水管最大喷水高度为 3 m，此时喷水水平距离为 $\frac{1}{2}$ m，如图 2-3-1，在平面直角坐标系中，这支喷水管

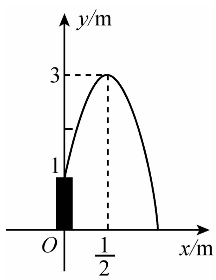


图 2-3-1

喷出的水形成的抛物线对应的函数表达式为　　　　（　　）

A. $y=-8\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+3$

B. $y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+3$

C. $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-3$

D. $y=-3(x-3)^2+\frac{1}{2}$

3. 若二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象的顶点坐标是 $(-1,-3)$，则 b，c 的值分别是　　（　　）

A. 2，4　　　　B. 2，−4

C. −2，−4　　　　D. −2，4

4. 如图 2-3-2，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过坐标原点，并与 x 轴交于点 $A(2,0)$.

(1)求此抛物线的表达式；

(2)写出此抛物线的顶点坐标及对称轴；

(3)若抛物线上有一点 B，且 $S_{\triangle AOB}=3$，求点 B 的坐标.

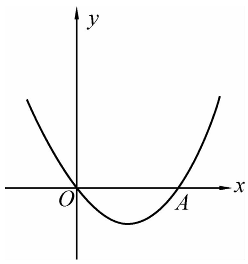


图 2-3-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 若抛物线 $y=(m-1)x^2-mx-m^2+1$ 过原点，则 m 的值为　　（　　）

A. ±1　　B. 0　　C. 1　　D. −1

2. 某同学利用描点法画二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象时，列出的部分数据如下表：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	−1	0	3	…

根据表格可知，下列说法错误的是　　（　　）

A. 该抛物线的对称轴是直线 $x=2$

B. 该抛物线与 x 轴的交点是 $(1,0)$ 和 $(3,0)$

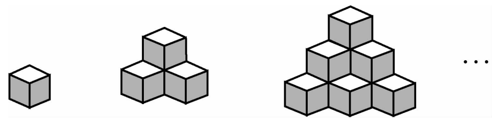
C. 该抛物线的最小值是 −1

D. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而减小

3. 已知抛物线经过点 $(5,-3)$，其对称轴为直线 $x=4$，则抛物线一定经过的另一点的坐标是________.

数学理解

4. 图 2-3-3①是棱长为 a 的小正方体，图 2-3-3②、图 2-3-3③是由这样的小正方体摆放而成的，按照这样的方法继续摆放，由上而下分别叫第一层、第二层……第 n 层，第 n 层的小正方体的个数记为 S，解答下列问题.



①　　②　　③

图 2-3-3

(1)按照要求填表：

层数	1	2	3	4
S				

(2)写出当 $n=10$ 时，$S=$________；

(3)求 S 与 n 的函数关系式.

5. 已知在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2+bx+6$ 经过 x 轴上两点 A，B，点 B 的坐标为 $(3,0)$，且与 y 轴相交于点 C. 求：

(1)抛物线的表达式；

(2)$\triangle ABC$ 的面积.

整合提升

6. 研究发现人体在注射一定剂量的某种药后的数时内，体内血液中的药物浓度（即血药浓度）y(mg/L)是时间 t(h)的二次函数．已知某病人的三次化验结果如下表：

t/h	0	1	2
y/(mg/L)	0	0.14	0.24

(1)求 y 与 t 的函数关系式．

(2)在注射后的第几时，该病人体内的药物浓度达到最大？最大浓度是多少？

探究拓展

7. 如图 2-3-4，已知抛物线的顶点为 $A(1,4)$，抛物线与 y 轴交于点 $B(0,3)$，与 x 轴交于于 C，D 两点．点 P 是 x 轴上的一个动点．

(1)求此抛物线的表达式；

(2)当 $PA+PB$ 的值最小时，求点 P 的坐标．

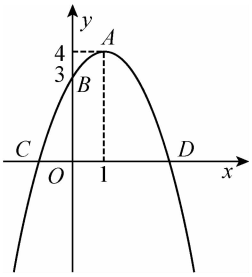


图 2-3-4

8. 施工队要修建一个横断面为抛物线的公路隧道，其高度为 6 m，宽度 OM 为 12 m，现在以 O 点为原点，OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系（如图 2-3-5）．

(1)直接写出点 M 及抛物线顶点 P 的坐标．

(2)求出这条抛物线的表达式．

(3)施工队计划在隧道门口搭建一个矩形"脚手架"$ABCD$，使 A，D 点在抛物线上，B，C 点在地面 OM 上．为了筹备材料，需求出"脚手架"三根木杆 AB，AD，DC 的长度之和的最大值是多少，请你帮施工队计算一下．

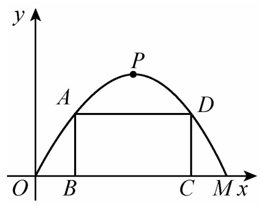


图 2-3-5

第二课时

课时目标

结合具体问题灵活选用二次函数表达式的不同形式，确定函数表达式解决问题．

课内练习

1. 已知二次函数 $y=mx^2+x+m(m-2)$的图象经过原点，则 m 的值为（　　）

A. 0 或 2　　B. 0

C. 2　　D. 无法确定

2. 如图 2-3-6，抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 与 x 轴交于点 A，B，点 C 在 y 轴的正半轴上，且点 A 的坐标为$(-1,0)$，则下列关系式中正确的是（　　）

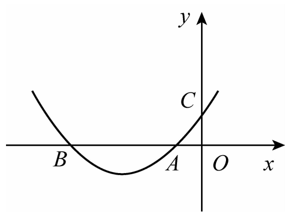


图 2-3-6

A. $a+b+1=0$　　B. $a-b+1=0$

C. $a+b=1$　　D. $a-b=1$

3. 如图 2-3-7，坐标平面上有一透明片，透明片上有一抛物线及一点 P，且抛物线为二次函数 $y=x^2$ 的图象，点 P 的坐标为(2，4)．若将此透明片向右、向上移动后，得到的抛物线的顶点坐标为(7，2)，则此时 P 的坐标为　　(　　)

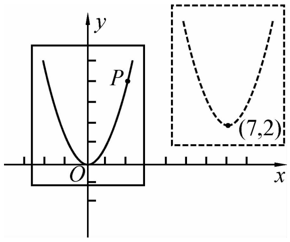


图 2-3-7

A. (9，4)　　B. (9，6)

C. (10，4)　　D. (10，6)

4. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过(−1，−22)，(0，8)，(2，8)三点，求它的开口方向、对称轴和顶点坐标．

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 2-3-8，抛物线的表达式是　　(　　)

A. $y=\frac{1}{2}x^2-x+4$

B. $y=-\frac{1}{2}x^2-x+4$

C. $y=\frac{1}{2}x^2+x+4$

D. $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$

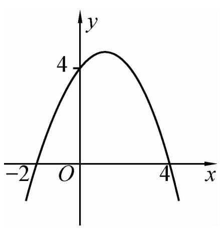


图 2-3-8

2. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 如图 2-3-9 所示，则该抛物线的函数表达式是　　(　　)

A. $y=\frac{1}{2}x^2-2x+1$

B. $y=2x^2+4x+2$

C. $y=\frac{1}{2}x^2+2x+1$

D. $y=2x^2-4x+2$

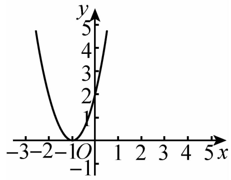


图 2-3-9

3. 对于二次函数 $y=-x^2+bx+c$，若 $b+c=0$，则它的图象一定过点　　(　　)

A. (−1，1)　　B. (1，−1)

C. (−1，−1)　　D. (1，1)

4. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	−7	−6	−5	−4	−3	−2
y	−27	−13	−3	3	5	3

则二次函数图象的顶点坐标为________，函数表达式为________________．

数学理解

5. 如图 2-3-10，已知二次函数的图象过 A，C，B 三点，点 A 的坐标为(−1，0)，点 B 的坐标为(4，0)，点 C 在 y 轴正半轴上，且 $AB=OC$．求：

(1)点 C 的坐标；

(2)二次函数的表达式．

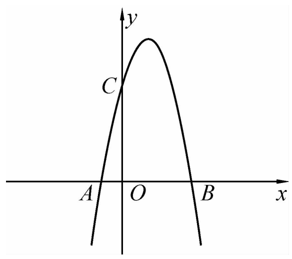


图 2-3-10

整合提升

6. 如图 2-3-11，已知二次函数 $y=ax^2+bx+8(a\neq 0)$的图象与 x 轴交于 $A(-2, 0)$，$B(4, 0)$两点，与 y 轴交于点 C.

(1)求抛物线的表达式及其顶点 D 的坐标.

(2)求$\triangle BCD$ 的面积.

(3)若直线 CD 交 x 轴于点 E，过点 B 作 x 轴的垂线，交直线 CD 于点 F，将抛物线沿其对称轴向上平移，使抛物线与线段 EF 总有公共点. 试探究抛物线最多可以向上平移多少个单位长度.(直接写出结果，不写求解过程)

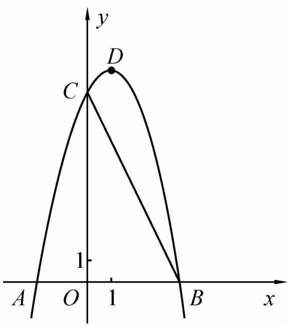


图 2-3-11

探究拓展

7. 如图 2-3-12，矩形 $OABC$ 的边 OA 在 x 轴正半轴上，边 OC 在 y 轴正半轴上，点 B 的坐标为$(1, 3)$，把矩形 $OABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到矩形 $A'BC'O'$，点 O'在 x 轴的正半轴上，过点 O，O'两点作抛物线且抛物线的顶点 M 的纵坐标为-1.

(1)求这个抛物线的函数表达式.

(2)在抛物线对称轴的右侧，是否存在抛物线上的点 P，使得$\triangle POM$ 为直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标和$\triangle POM$ 的面积；若不存在，请说明理由.

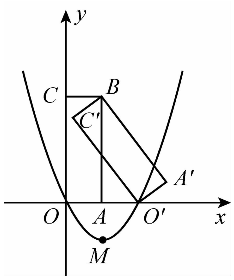


图 2-3-12

4. 二次函数的应用

第一课时

课时目标

能分析和表示不同问题情境中变量之间的关系，并能运用二次函数的知识解决实际问题，发展应用意识.

课内练习

1. 某广场有一喷水池，水从地面喷出，以水平地面为 x 轴，出水点为原点，建立平面直角坐标系，

如图 2-4-1，水在空中划出的曲线是抛物线 $y=-x^2+4x$（单位：m）的一部分，则水喷出的最大高度是（　　）

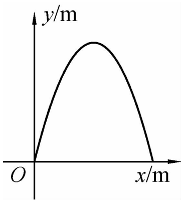


图 2-4-1

A. 4 m　　B. 3 m　　C. 2 m　　D. 1 m

2. 已知矩形的周长为 24 cm，一边长为 x cm，面积为 S cm²，则 S 与 x 的函数关系式及 S 的最大值分别为（　　）

A. $S=x^2-12x$，36

B. $S=x^2-24x$，36

C. $S=-x^2+12x$，36

D. $S=-x^2+24x$，36

3. 如图 2-4-2，某中学课外活动小组准备围建一个矩形生物苗圃，其中一边靠墙，另外三边用长为 30 m 的篱笆围成，已知墙长为 18 m. 设这个苗圃垂直于墙的一边的长为 x m.

(1)用含 x 的代数式表示平行于墙的一边的长为________ m，x 的取值范围为________；

(2)要使这个苗圃的面积最大，求 x 的值及最大的面积.

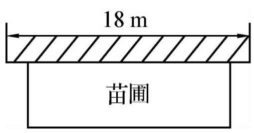


图 2-4-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 若二次函数 $y=x^2-8x+c$ 的最小值是 0，则 c 的值等于（　　）

A. 4　　B. 8　　C. -4　　D. 16

2. 如图 2-4-3，用 20 m 长的铁丝网围成一个一面靠足够长的墙的矩形养殖场，这个养殖场的最大面积为________ m².

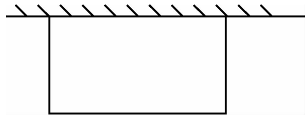


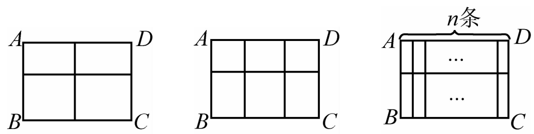
图 2-4-3

3. 抛物线 $y=-4x^2+8x-3$ 的开口方向向________，最高点的坐标是________，函数的最________值是________.

4. 若二次函数 $y=a(x-2)^2+k$ 的图象的最高点的纵坐标为 8，且形状与抛物线 $y=-2x^2-2x+3$ 相同，则此函数的表达式为________________.

数学理解

5. 用长度一定的不锈钢材料设计成外观为矩形的框架如图 2-4-4.



①　　②　　③

图 2-4-4

设竖档 $AB=x$ m，请根据以上图案回答下列问题：（题中的不锈钢材料总长度均指各图中所有黑线的长度和，所有横档和竖档分别与 AD，AB 平行）

(1)如图①，如果不锈钢材料总长度为 12 m，当 x 为多少时，矩形框架 $ABCD$ 的面积为 3 m²？

(2)如图②，如果不锈钢材料总长度为 12 m，当 x 为多少时，矩形框架 $ABCD$ 的面积 S 最大？最大面积是多少？

(3)如图③，如果不锈钢材料总长度为 a m，共有 n 条竖档，那么当 x 为多少时，矩形框架 $ABCD$ 的面积 S 最大？最大面积是多少？

整合提升

6. 如图 2-4-5，排球运动员站在点 O 处练习发球，将球从 O 点正上方 2 m 的 A 处发出，把球看成点，其运行的高度 y(m)与运行的水平距离 x(m)满足关系式 $y=a(x-6)^2+h$. 已知球网与点 O 的水平距离为 9 m，高度为 2.43 m，球场的边界距 O 点的水平距离为 18 m.

(1)当 $h=2.6$ 时，求 y 与 x 的函数关系式.（不要求写出自变量 x 的取值范围）

(2)当 $h=2.6$ 时，球能否越过球网？球会不会出界？请说明理由.

(3)若球一定能越过球网，又不出边界，求二次函数中二次项系数 a 的最大值.

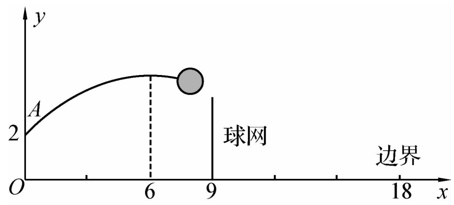


图 2-4-5

探究拓展

7. 如图 2-4-6，在边长为 $8\sqrt{2}$ cm 的正方形 $ABCD$ 中，E，F 是对角线 AC 上的两个点，它们分别从点 A、点 C 同时出发，沿对角线以 1 cm/s 的相同速度运动，过点 E 作 $EH\perp AC$ 于点 E，交 Rt△ADC 的直角边于点 H；过点 F 作 $FG\perp AC$ 于点 F，交 Rt△ADC 的直角边于点 G，连接 HG，EB. 设 HE，EF，FG，GH 围成的图形面积为 S_1，AE，EB，BA 围成的图形面积为 S_2（这里规定：线段的面积为 0）. 若点 E 到达点 C，点 F 到达点 A，则停止运动. 设点 E 的运动时间为 x s. 若 y 是 S_1 与 S_2 的和，求 y 与 x 之间的函数关系式及 y 的最大值.

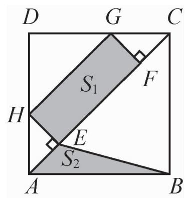


图 2-4-6

第二课时

课时目标

能够分析和表示实际问题中变量之间的二次函数关系，并运用二次函数的知识求出实际问题的最大(小)值，体会二次函数是解决最优化问题的一类数学模型.

课内练习

1. 如图 2-4-7，教练对小明推铅球的录像进行技术分析，发现铅球行进高度 y(m)与水平距离 x(m)之间的关系为 $y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$，由此可知铅球被推出的距离是 （　　）

图 2-4-7

A. 8 m　　B. 9 m

C. 10 m　　D. 11 m

2. 如图 2-4-8 是一副眼镜镜片下半部分轮廓对应的两条抛物线，它们关于 y 轴对称. $AB\parallel x$ 轴，$AB=4$ cm，最低点 C 在 x 轴上，高 $CH=1$ cm，

$BD=2$ cm. 则右轮廓线 DFE 所在抛物线的表达式为 （　　）

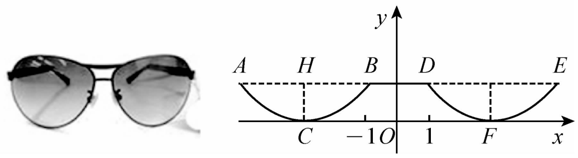


图 2-4-8

A. $y=\frac{1}{4}(x+3)^2$　　B. $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2$

C. $y=\frac{1}{4}(x-3)^2$　　D. $y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$

3. 某商店经营一种小商品，进价为 2.5 元，据市场调查，销售单价是 13.5 元时平均每天销售量是 500 件，而销售单价每降低 1 元，平均每天就可以多售出 100 件.

(1)假定每件小商品降价 x 元，商店每天销售这种小商品的利润是 y 元，请写出 y 与 x 之间的函数关系式，并注明 x 的取值范围.

(2)每件小商品销售单价是多少元时，商店每天销售这种小商品的利润最大？最大利润是多少？(注：销售利润＝销售收入－购进成本)

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 把一个小球以 20 m/s 的速度竖直向上抛出，它在空中的高度 h(m)与时间 t(s)满足关系式 $h=20t-5t^2$，当小球达到最高点时，小球的运动时间为 （　　）

A. 1 s　　B. 2 s　　C. 4 s　　D. 20 s

2. 向上发射一枚炮弹，经 x s 后的高度为 y m，且时间与高度关系为 $y=ax^2+bx$. 若此炮弹在第 7 s与第 14 s 时的高度相等，则在下列哪一个时间的高度是最高的 （　　）

A. 第 11 s　　B. 第 10.5 s

C. 第 10 s　　D. 第 9.5 s

3. 现用一个长为 20 cm 的铁丝做成△ABC 的两边 AB，BC，$\angle ABC=120°$，当△ABC 的面积最大时，边 AB 及 AC 的长分别为 （　　）

A. 5 cm，$7\sqrt{3}$ cm　　B. 10 cm，$10\sqrt{3}$ cm

C. 10 cm，10 cm　　D. 10 cm，15 cm

数学理解

4. 某商场销售某种品牌的纯牛奶，已知进价为每箱 40 元，生产厂家要求每箱售价在 40～70 元(含 40 元和 70 元). 市场调查发现：若每箱以 50 元销售，平均每天可售出 90 箱，价格每降低 1 元，平均每天多销售3 箱；价格每升高 1 元，平均每天少销售 3 箱.

(1)写出每天所得利润 w(元)与每箱售价 x(元/箱)之间的函数关系式.

(2)每箱售价是多少元时，才能使平均每天的利润最大？最大利润是多少？

整合提升

5. 北京市某研究所对某种新型产品的产销情况进行了调研，为投资商在甲、乙两地生产并销售该产品提供了如下成果：第一年的年产量为 x(t)时，所需的全部费用 y(万元)与 x 满足关系式 $y=\frac{1}{10}x^2+5x+90$，投入市场后当年能全部售出，且在甲、乙两地的售价 $p_{甲}$，$p_{乙}$(万元)均与 x 满足一次函数关系 .(注：年利润＝销售总额－全部费用)

(1)成果表明，在甲地生产并销售该产品 x(t)

时，$p_{甲}=-\frac{1}{20}x+14$，请用含 x 的代数式表示甲地当年的年销售额，并求年利润 $w_{甲}$（万元）与 x 之间的函数关系式；

(2)成果表明，在乙地生产并销售该产品 x(t) 时，$p_{乙}=-\frac{1}{10}x+n$（n 为常数），且乙地当年的最大年利润为 35 万元，试确定 n 的值；

(3)受资金、生产能力等多种因素的影响，投资商计划第一年生产并销售该产品 18 t，根据(1)与(2)中的结果，请你通过计算帮他决策，选择在甲地还是乙地产销才能获得较大的年利润．

探究拓展

6. 某山区的一种特产由于运输原因，长期只能在当地销售，当地政府对该特产的销售投资收益为每投入 x 万元，可获得利润 $P=-\frac{1}{50}(x-60)^2+41$（单位：万元）．当地政府拟规划加快开发该特产的销售，其规划方案为在规划前后对该项目每年最多可投入 100 万元的销售投资，在实施规划 5 年的前两年中，每年都从 100 万元中拨出 60 万元用于修建一条公路，两年修成，通车前该特产只能在当地销售；公路通车后的 3 年中，该特产既在本地销售，也在外地销售．在外地销售的投资收益为每投入 x 万元，可获利润 $Q=-\frac{49}{50}(100-x)^2+\frac{288}{5}(100-x)+160$（单位：万元）．

(1)若不进行开发，求 5 年所获利润的最大值是多少；

(2)若按规划实施，求 5 年所获利润（扣除修路费用后）的最大值是多少；

(3)根据(1)(2)，判断该方案是否具有实施价值．

5. 二次函数与一元二次方程

第一课时

课时目标

1. 能解释二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交点的横坐标是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根．

2. 能由函数图象与 x 轴的交点坐标直接确定对应方程的根，由方程的根可以确定对应函数图象与 x 轴的交点坐标．

课内练习

1. 抛物线 $y=-3x^2+2x-1$ 与 x 轴的交点个数是（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 若二次函数 $y=x^2-mx+1$ 的图象的顶点在 x 轴上，则 m 的值等于（　　）

A. 2　　B. -2　　C. 0　　D. ±2

3. 如图 2-5-1，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$，则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况是（　　）

A. 没有实根

B. 只有一个实根

C. 有两个实根，且两根都是负数

D. 有两个实根，且两根都是正数

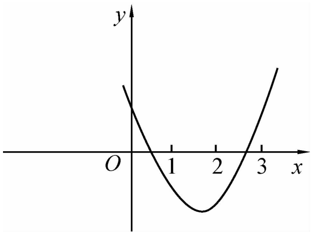


图 2-5-1

4. 若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 $x_1=-2$，$x_2=3$，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点坐标是____________.

5. 如图 2-5-2，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$，根据图象，回答下列问题：

(1) $ax^2+bx+c=0$ 的解是____________；

(2)若方程 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不相等的实根，根据图象直接写出 k 的取值范围.

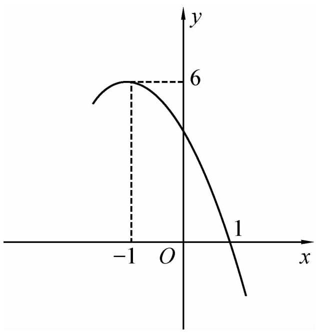


图 2-5-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 平行于 x 轴的直线与抛物线 $y=a(x-2)^2$ 的一个交点坐标为$(-1,2)$，则另一个交点的坐标是（　　）

A. $(1,2)$　　B. $(1,-2)$

C. $(5,2)$　　D. $(-1,4)$

2. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图 2-5-3 所示，则下列结论正确的是（　　）

A. $a>0$

B. 当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. $c<0$

D. 3 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

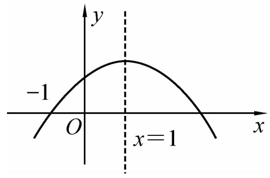


图 2-5-3

3. 抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 与 x 轴交点的情况是（　　）

A. 没有交点　　B. 只有一个交点

C. 有两个交点　　D. 以上都不对

4. 如图 2-5-4 是二次函数 $y=x^2+ax+b$ 的图象，则关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是（　　）

A. 无解　　B. $x=1$

C. $x=-4$　　D. $x_1=-1$，$x_2=4$

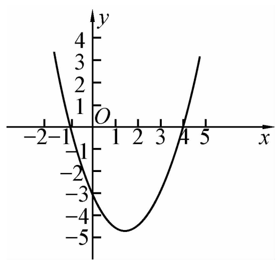


图 2-5-4

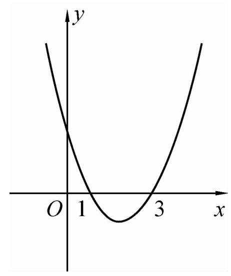


图 2-5-5

5. 如图 2-5-5，抛物线 $y=ax^2+bx+c$(a，b，c 为常数，$a\neq0$)与 x 轴交于$(1,0)$，$(3,0)$两点，则方程 $ax^2+bx+c=0$(a，b，c 为常数，$a\neq0$)的解是__________，抛物线的对称轴是__________.

数学理解

6. 如图 2-5-6，一座大桥有一段抛物线型的拱梁，抛物线的表达式为 $y=ax^2+bx+c$. 小强骑自行车从 O 匀速沿直线到拱梁一端 A，再匀速通过拱梁部分的桥面 AC，小强从 O 到 A 用了 2 s，当小强骑自行车行驶 10 s 时和 20 s 时拱梁的高度相同，则小强骑自行车通过拱梁部分的桥面 AC 共需________s.

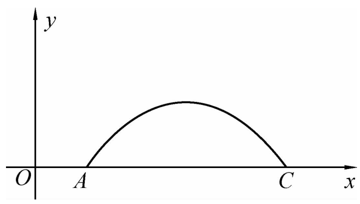


图 2-5-6

整合提升

7. 已知抛物线 $y=-x^2+bx+3$ 交 x 轴于点 A，B(点A 在点 B 的左侧)，交 y 轴于点 C，其对称轴为直线 $x=1$.

(1)求点 A，B，C 的坐标及方程 $-x^2+bx+3=0$ 的解；

(2)在抛物线上求点 D，使 $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的一半.

探究拓展

8. 如图 2-5-7，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 经过(1，4)和(2，3)两点，与 x 轴交于点 A，B(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，直线 l 是抛物线的对称轴.

(1)求抛物线的表达式及方程 $ax^2+bx+3=0$ 的解.

(2)设点 P 是直线 l 上的一个动点，当 $\triangle PAC$ 的周长最小时，求点 P 的坐标.

(3)在直线 l 上是否存在点 M，使 $\triangle MAC$ 为等腰三角形？若存在，求所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

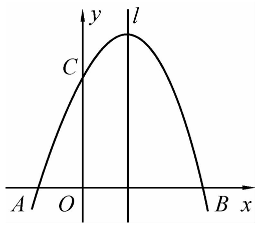


图 2-5-7

第二课时

课时目标

能利用二次函数的图象写出相应一元二次方程的近似解，进一步理解二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解之间的关系，提高运用数形结合方法解决问题的能力.

课内练习

1. 已知二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2+5x-3$ ，则关于 x 的一元二次方程$\frac{1}{2}x^2+5x-3=0$ 的根的情况是 ( )

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根

D. 没有实数根

2. 已知二次函数 $y=x^2+2x-4$ 的图象如图 2-5-8，则下列关于 x 的方程 $x^2+2x-4=0$ 的说法不正确的是 ( )

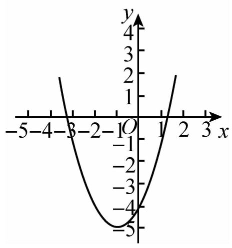


图 2-5-8

A. 方程 $x^2+2x-4=0$ 有两个不相等的实数根

B. 方程 $x^2+2x-4=0$ 的两根异号

C. 方程 $x^2+2x-4=0$ 的两根的和小于 0

D. 方程 $x^2+2x-4=0$ 的两根的积大于 0

3. 如图 2-5-9 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况是 ( )

A. 有两个同号的实数根

B. 有两个异号的实数根

C. 有两个相等的实数根

D. 无实数根

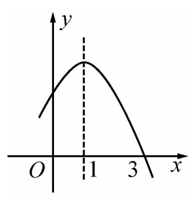


图 2-5-9

4. 如图 2-5-10，王师傅在一次高尔夫球的练习中，在点 O 处击球，已知球的飞行路线满足抛物线 $y=-\frac{1}{5}x^2+\frac{8}{5}x$，其中 y(m)是球的飞行高度，x(m)是球飞出的水平距离，球落地时距离球洞 2 m.

(1)求此次击球中，球飞行的最大高度和最大水平距离.

(2)若王师傅再一次从点 O 处击球，要想让球飞行的最大高度不变而且刚好进洞，则球的飞行路线应满足怎样的抛物线？求出其表达式.

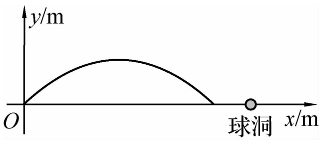


图 2-5-10

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 根据下列表格的对应值：

x	3.23	3.24	3.25	3.26
ax^2+bx+c	-0.06	-0.02	0.03	0.09

判断出方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0$，a，b，c 为常数)的一个解 x 的取值范围是　（　　）

A. $3<x<3.23$　　B. $3.23<x<3.24$

C. $3.24<x<3.25$　　D. $3.25<x<3.26$

2. 对于二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象，下列说法正确的是　（　　）

A. 方程 $(x-1)^2+2=0$ 有两个不相等的实数解

B. 方程 $(x-1)^2+2=0$ 有两个相等的实数解

C. 图象与 x 轴无交点

D. 图象与 x 轴只有一个交点

3. 如图 2-5-11 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，根据图象可得一元二次方程 $ax^2+bx+c=3$ 的解为　（　　）

A. $x_1=0$，$x_2=2$

B. $x_1=0$，$x_2=3$

C. $x_1=2$，$x_2=3$

D. $x_1=-1$，$x_2=4$

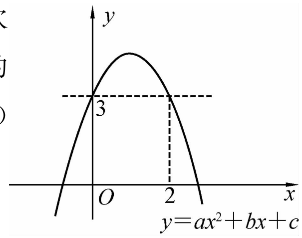


图 2-5-11

数学理解

4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图 2-5-12 所示，写出下列问题的答案：

(1)写出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根；

(2)写出不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集；

(3)写出 y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围；

(4)若方程 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围.

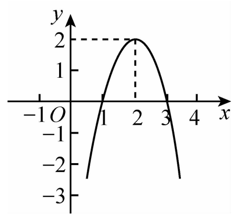


图 2-5-12

整合提升

5. 在体育测试时，九年级的一名男生推铅球，已知铅球所经过的路线是某二次函数图象的一部分（如图 2-5-13）. 若这个男生出手处 A 点的坐标为(0，2)，铅球路线的最高处 B 点的坐标为(6，5).

(1)求这个二次函数的表达式.

(2)该男生把铅球推出去多远？

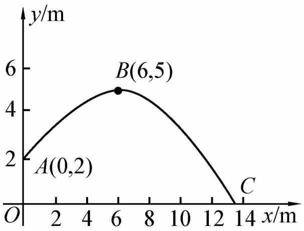


图 2-5-13

探究拓展

6. 一般地，如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有两个交点，那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$有两个不相等的实数根.

小明利用图象法研究方程 $x^2-2x=\frac{1}{x}-2$ 的实数根时，在同一直角坐标系中画出函数 $y=(x-1)^2$ 和 $y=\frac{1}{x}-1$ 的图象如图 2-5-14①，由此可知方程 $x^2-2x=\frac{1}{x}-2$ 的实数根的情况是（　　）

A. 有三个实数根　　B. 有两个实数根

C. 有一个实数根　　D. 无实数根

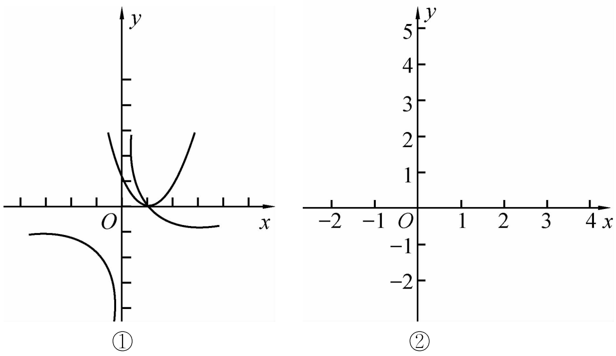


图 2-5-14

请你在图 2-5-14②的直角坐标系内画出函数 $y=x^2-2x+2$ 与 $y=\frac{1}{x}$的图象，验证你的结论.

回顾与思考

第一课时

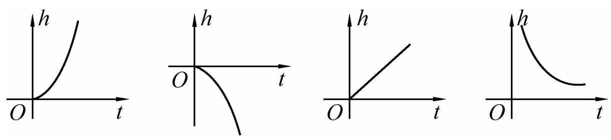
课时目标

1. 能用表格、关系式、图象表示变量之间的二次函数关系，并能根据具体问题，选择恰当的方法表示变量之间的二次函数关系.

2. 会画二次函数的图象，能解释二次函数图象的性质，能由表达式写出二次函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

课内练习

1. 已知 h 关于 t 的函数关系式为 $h=\frac{1}{2}gt^2$（g 为正常数，t 为时间），则该函数的大致图象是（　　）



A　　B　　C　　D

2. 二次函数 $y=-x^2+2x+2$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，下列正确的是（　　）

A. $y=-(x-1)^2+2$　　B. $y=-(x-1)^2+3$

C. $y=(x-2)^2+2$　　D. $y=(x-2)^2+4$

3. 把抛物线 $y=-x^2$ 向左平移 1 个单位长度，然后向上平移 3 个单位长度，则平移后抛物线的表达

式为 （　　）

A. $y=-(x-1)^2-3$　　B. $y=-(x+1)^2-3$

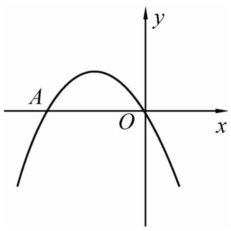
C. $y=-(x-1)^2+3$　　D. $y=-(x+1)^2+3$

4. 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是 $A(2，1)$，且经过点 $B(1，0)$，则抛物线的表达式为________________.

5. 如图，二次函数 $y=ax^2-4x+c$ 的图象经过坐标原点，与 x 轴交于点 $A(-4，0)$.

(1)求二次函数的表达式；

(2)在抛物线上存在点 P，满足 $S_{\triangle AOP}=8$，求点 P 的坐标.



（第 5 题）

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 已知点(2，8)在二次函数 $y=ax^2$ 的图象上，则 a 的值是 （　　）

A. 2　　B. -2　　C. ± 2　　D. $\pm\sqrt{2}$

2. 二次函数 $y=-2x^2+8x+3$ 的图象开口向__________，顶点坐标为__________，对称轴为__________，与 y 轴的交点坐标为__________.

3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中自变量 x 和函数值 y 的对应值如下表：

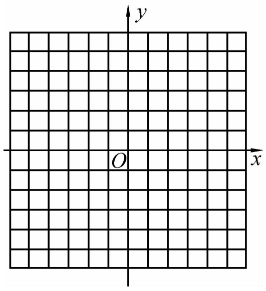
x	…	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	…
y	…	$-\frac{5}{4}$	-2	$-\frac{9}{4}$	-2	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{7}{4}$	…

则该二次函数图象的对称轴是________，顶点坐标是________.

4. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2}$.

(1)用配方法求该函数图象的顶点坐标和对称轴；

(2)在下面的平面直角坐标系中画出该函数的大致图象.



（第 4 题）

数学理解

5. 已知某二次函数在自变量 x 的取值范围是 $-0.7\leqslant x\leqslant 2$ 时的图象如图所示，关于该函数在所给自变量 x 的取值范围内，下列说法正确的是 （　　）

A. 有最小值 1，有最大值 2

B. 有最小值 -1，有最大值 1

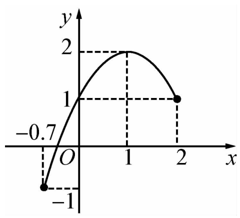
C. 有最小值 -1，有最大值 2

D. 有最小值 -1，无最大值

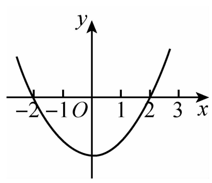
6. 二次函数 $y=ax^2+bx+2a-3(a\neq 0)$ 的图象如图所示，根据图象分析，则 a，b 的值分别是 （　　）

A. $a=1$，$b=0$　　B. $a=\frac{1}{2}$，$b=0$

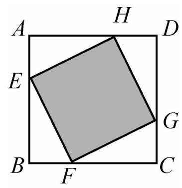
C. $a=-\frac{1}{2}$，$b=0$　　D. $a=2$，$b=1$



（第 5 题）

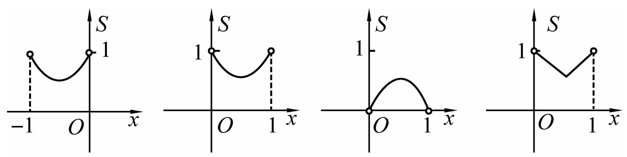


（第 6 题）



（第 7 题）

7. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，E，F，G，H 分别为各边上的点(不与顶点重合)，且 $AE=BF=CG=DH$. 设小正方形 $EFGH$ 的面积为 S，AE 的长为 x，则 S 关于 x 的函数图象大致是 （　　）



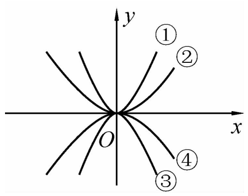
A　　B　　C　　D

整合提升

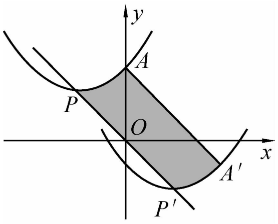
8. 如图，四个二次函数的图象中，分别对应的表达式是①$y=ax^2$；②$y=bx^2$；③$y=cx^2$；④$y=dx^2$. 则 a，b，c，d 的大小关系为　　（　　）

A. $a>b>c>d$　　B. $a>b>d>c$

C. $b>a>c>d$　　D. $b>a>d>c$



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，抛物线的顶点为 $P(-2,2)$，与 y 轴交于点 $A(0,3)$. 若平移该抛物线，使其顶点 P 沿直线移动到点 $P'(2,-2)$，点 A 的对应点为 A'，则抛物线上的曲线段 PA 扫过的区域(阴影部分)的面积为________.

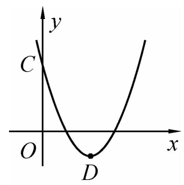
探究拓展

10. 已知二次函数 $y=x^2-2mx+m^2-1$.

(1)当二次函数的图象经过坐标原点 $O(0,0)$ 时，求二次函数的表达式.

(2)如图，当 $m=2$ 时，该抛物线与 y 轴交于点 C，顶点为 D，求 C，D 两点的坐标.

(3)在(2)的条件下，x 轴上是否存在一点 P，使得 $PC+PD$ 最短？若存在，求出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由.



（第 10 题）

第二课时

课时目标

1. 能由二次函数的图象判断系数 a，b，c 的符号.

2. 能利用二次函数模型分析、解决简单的实际问题(最大利润问题、最大高度问题、最大面积问题等)，能结合具体问题合理建立直角坐标系并解决问题.

3. 能解释一元二次方程与相应二次函数图象之间的关系，结合图象及性质写出一元二次方程的近似解.

课内练习

1. 若二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的图象经过点$(-1,0)$，则方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的解为　　（　　）

A. $x_1=-3$，$x_2=-1$　　B. $x_1=1$，$x_2=3$

C. $x_1=-1$，$x_2=3$　　D. $x_1=-3$，$x_2=1$

2. 若二次函数 $y=x^2+(m+1)x+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，则 m 的值为　　（　　）

A. 0　　B. 1 或-3

C. 0 或 2　　D. 0 或-1

3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a，b，c 为常数，且 $a\neq0$)中的 x 与 y 的对应值如下表：

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	…
y	…	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	…

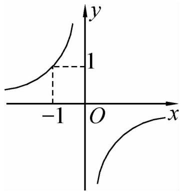
给出以下结论：①二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 有最小值，最小值为-4；②当$-\frac{1}{2}<x<2$ 时，$y<0$；③方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数解. 其中结论正确的有　　（　　）

A. 3 个　　B. 2 个

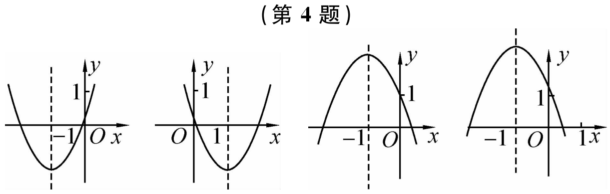
C. 1 个　　D. 0 个

4. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象如图所示，则二次

函数 $y=2kx^2-4x+k^2$ 的图象大致是 (　　)



（第 4 题）

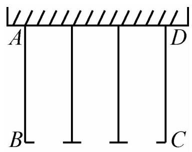


A　　B　　C　　D

5. 如图，要利用一面墙(墙长 25 m)建鸡舍，用 57 m 长的围栏围成总面积为 y m² 的三个大小相同的矩形鸡舍，每个鸡舍都留一个 1 m 宽的门(门用其他材料制作)，鸡舍的边长 AB 为 x m.

(1)求 y 与 x 的函数关系式.

(2)当 x 为多少时，y 最大?



（第 5 题）

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 若一次函数 $y=ax+b(a\neq0)$ 的图象与 x 轴的交点坐标为$(-2,0)$，则抛物线 $y=ax^2+bx$ 的对称轴为 (　　)

A. 直线 $x=1$　　B. 直线 $x=-2$

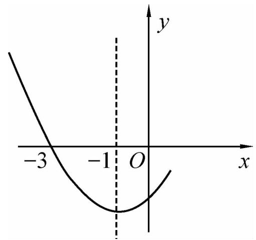
C. 直线 $x=-1$　　D. 直线 $x=-4$

2. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$(其中 $a>0$，$b>0$，$c<0$)，关于这个二次函数的图象有如下说法：①图象的开口一定向上；②图象的顶点一定在第四象限；③图象与 x 轴的交点有一个在 y 轴的右侧. 以上说法正确的个数为 (　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

数学理解

3. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，其对称轴为直线 $x=-1$，且经过点$(-3,0)$. 下列说法：①$a<0$；②$2a=b$；③方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解是 $x_1=-3$，$x_2=1$；④若$(-2,y_1)$，$\left(\frac{5}{2},y_2\right)$是抛物线上两点，则 $y_1>y_2$. 其中说法正确的有 (　　)



（第 3 题）

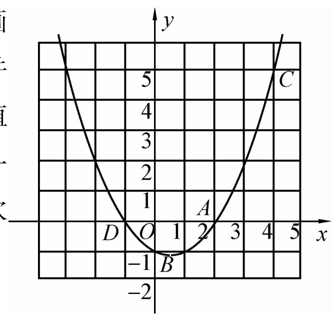
A. ①②　　B. ②③　　C. ①②④　　D. ②③④

4. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx-1$ 的图象过 $A(2,0)$和 $C(4,5)$两点，与 y 轴交于点 B.

(1)求二次函数的表达式；

(2)设二次函数的图象与 x 轴的另一个交点为 D，求点 D 的坐标；

(3)在同一坐标系中画出直线 $y=x+1$，并直接写出当 x 的取值在什么范围内时，一次函数的值大于二次函数的值.



（第 4 题）

整合提升

5. 某校九年级数学兴趣小组经过市场调查，整理出某种商品在第 $x(1\leqslant x\leqslant90)$天的售价与销量的相关信息如下表：

时间 x/天	$1\leqslant x<50$	$50\leqslant x\leqslant90$
售价/(元/件)	$x+40$	90
每天销量/件	$200-2x$	

已知该商品的进价为每件 30 元，设每天销售该商品的利润为 y 元.

(1)求出 y 与 x 的函数关系式.

(2)销售该商品第几天时，当天销售利润最大？最大利润是多少？

探究拓展

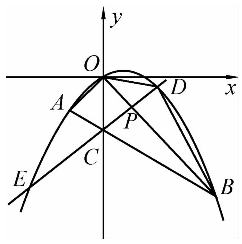
6. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 (m,m)，点 B 的坐标为 $(n,-n)$，抛物线经过 A，O，B 三点，连接 OA，OB，AB，线段 AB 交 y 轴于点 C. 已知实数 m，$n(m<n)$ 分别是方程 $x^2-2x-3=0$ 的两根.

(1)求抛物线的表达式.

(2)若点 P 为线段 OB 上的一个动点(不与点 O，B 重合)，直线 PC 与抛物线交于 D，E 两点(点 D 在 y 轴右侧)，连接 OD，BD.

① 当△OPC 为等腰三角形时，求点 P 的坐标；

② 求△BOD 面积的最大值，并写出此时点 D 的坐标.



(第 6 题)

本章验收

时间：45 分钟　　满分：100 分

一、选择题(每小题 5 分，共 30 分)

1. 下列函数中是二次函数的是　(　　)

A. $y=x(x+1)$　　B. $xy=1$

C. $y=2x^2-2(x+1)^2$　　D. $y=\sqrt{3x^2+1}$

2. 抛物线 $y=2x^2-1$ 的顶点坐标是　(　　)

A. $(0,1)$　　B. $(0,-1)$

C. $(1,0)$　　D. $(-1,0)$

3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	3	4	5
$y=ax^2+bx+c$	0.5	-0.5	-1

则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的一个根 x 的范围是　(　　)

A. $x<3$　　B. $x>5$

C. $3<x<4$　　D. $4<x<5$

4. 对于二次函数 $y=2(x-3)^2+2$ 的图象，下列叙述正确的是　(　　)

A. 顶点坐标为$(-3,2)$

B. 对称轴为直线 $y=3$

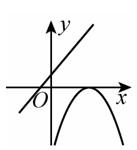
C. 当 $x\geqslant3$ 时，y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x\geqslant3$ 时，y 随 x 的增大而减小

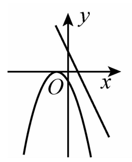
5. 烟花厂为国庆观礼特别设计制作一种新型礼炮，这种礼炮的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)的关系式是 $h=-\frac{5}{2}(t-4)^2+40$，若这种礼炮在点火升空到最高点处引爆，则从点火升空到引爆需要的时间为　(　　)

A. 2 s　　B. 4 s　　C. 6 s　　D. 8 s

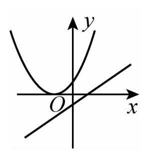
6. 在同一直角坐标系中，一次函数 $y=ax+c$ 和二次函数 $y=a(x+c)^2$ 的图象大致为　(　　)



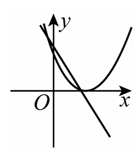
A



B



C



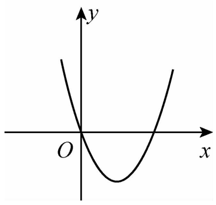
D

二、填空题(每小题 5 分，共 30 分)

7. 若点 $A(3,m)$在抛物线 $y=x^2-1$ 上，则 m 的值为________.

8. 若一条抛物线与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的形状相同且开口向上，顶点坐标为(0，2)，则这条抛物线的表达式为________.

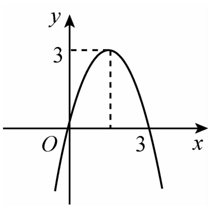
9. 如图是二次函数 $y=ax^2-x+a^2-1$ 的图象，则 a 的值等于________.



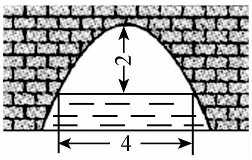
(第 9 题)

10. 顶点是(2，0)，且与抛物线 $y=-3x^2$ 的形状、开口方向都相同的抛物线的表达式为________.

11. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c-4=0$ 的根的情况是________.



(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面宽 4 m 时，拱顶(拱桥洞的最高点)离水面 2 m，水面下降 1 m 时，水面的宽度为______m.

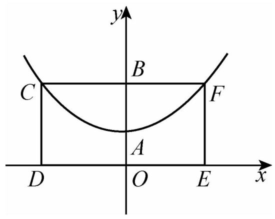
三、解答题(共 40 分)

13. (本题 12 分)已知抛物线 $y=ax^2+b$ 过点(－2，－3)和点(1，6).

(1)求这个抛物线的表达式.

(2)当 x 为何值时，函数值 y 随 x 的增大而增大？

14. (本题 14 分)如图，抛物线的顶点为 $A(0，1)$，矩形 $CDEF$ 的顶点 C，F 在抛物线上，点 D，E 在 x 轴上，CF 交 y 轴于点 $B(0，2)$，且矩形的面积为 8，求此抛物线的表达式.



(第 14 题)

15. (本题 14 分)某市结合当地丰富的自然资源，大力发展旅游业. 王家庄在当地政府的支持下，办起了民宿合作社，专门接待游客，合作社共有 80 间客房. 根据合作社提供的房间单价 x(元)和游客居住房间数 y(间)的信息，乐乐分析得到 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-0.5x+110$. 合作社规定每个房间价格不低于 60 元且不超过 150 元，对于游客所居住的每个房间，合作社每天需支出 20 元的各种费用，房价定为多少时，合作社每天获利最大？最大利润是多少？