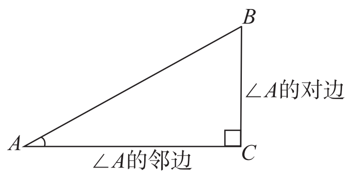
第一章　直角三角形的边角关系

1　锐角三角函数(第1课时)

课堂·精要

1. 锐角三角函数的定义

如图,在 Rt△ABC 中,如果锐角 A 确定,那么∠A 的________与________的比便随之确定,这个比叫做∠A 的正切,记作________.



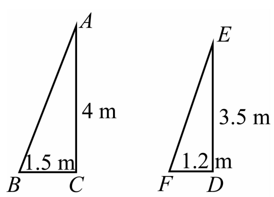
2. 坡度:坡面的铅直高度与水平宽度的________称为坡度(或________).

3. tan A 的值越________,梯子越陡.

课堂·精练

基础巩固

1. 如图,梯子 AB 和 EF 更陡的是(　　).



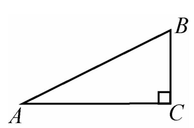
(第1题)

A. 一样陡　　B. AB

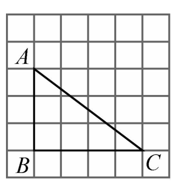
C. EF　　D. 不能确定

2. 如图,在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$AC=4$,$\tan A=\frac{1}{2}$,则 BC 的长是(　　).

A. 2　　B. 8　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $4\sqrt{5}$



(第2题)



(第3题)

3. 如图,在由边长为1的小正方形组成的网格中,△ABC 的三个顶点均在格点上,则 tan A 等于(　　).

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

4. 一斜坡的长为 $\sqrt{10}$ m,高度为 1 m,那么坡比为(　　).

A. $1:3$　　B. $1:\frac{1}{3}$

C. $1:\sqrt{10}$　　D. $1:\frac{\sqrt{10}}{10}$

5. 在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$AB=4$,$AC=1$,则 tan A 的值是(　　).

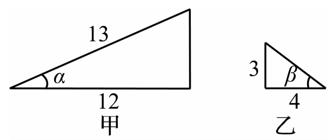
A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$　　B. $\sqrt{15}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. 4

6. 在 Rt△ABC 中,如果各边长度都扩大为原来的5倍,那么锐角 A 的正切值(　　).

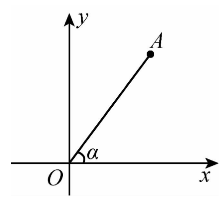
A. 缩小为原来的$\frac{1}{5}$　　B. 扩大为原来的5倍

C. 保持不变　　D. 扩大为原来的10倍

7. 如图表示甲、乙两山坡的情况,则________坡更陡.(填“甲”或“乙”)



(第7题)



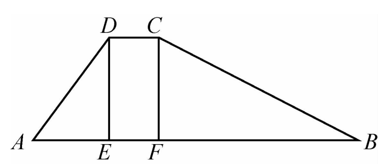
(第8题)

8. 如图,点 $A(3,t)$ 在第一象限,OA 与 x 轴所夹的锐角为 α,$\tan\alpha=\frac{3}{2}$,则 t 的值是________.

9. 在等腰三角形 ABC 中,$AB=AC$,若 $AB=2BC$,求 tan B 的值.

强化提高

10. 如图,水库大坝截面的迎水坡 AD 的坡比为 $4:3$,背水坡 BC 的坡比为 $1:2$,大坝高 $DE=20$ m,坝顶宽 $CD=10$ m,则坝底 AB 的长为(　　).

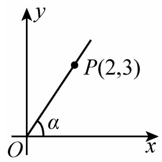


(第10题)

A. 55 m　　B. 60 m

C. 65 m　　D. 70 m

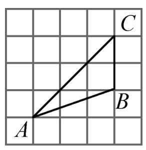
11. 如图，锐角 α 的顶点在原点，始边在 x 轴上，终边上一点 P 的坐标为(2，3)，则 $\tan\alpha$ 等于(　　).



(第 11 题)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

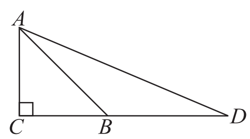
12. 如图，将△ABC 放在每个小正方形的边长均为 1 的网格中，点 A，B，C 均在格点上，则 $\tan A$ 的值是(　　).



(第 12 题)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

13. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，点 D 在 CB 的延长线上，且 $BD=AB$，求$\angle ADB$ 的正切值.



(第 13 题)

课堂·延伸

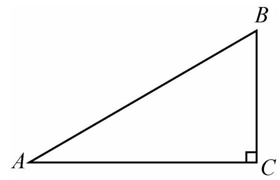
阅读下面材料，并根据相关材料解答所提问题.

如图，在△ABC 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，$\angle C=90°$. 若定义 $\cot A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}}=\frac{b}{a}$，则称它为锐角 A 的余切. 根据这个定义解答下列问题：

(1)$\cot 30°=$________；

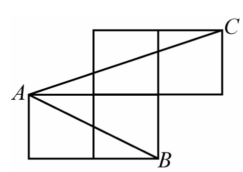
(2)已知 $\tan A=\frac{3}{4}$，其中$\angle A$ 为锐角，试求 $\cot A$ 的值；

(3)求证：$\tan A=\cot(90°-A)$.



中考·链接

(2018·贵阳)如图，A，B，C 是小正方形的顶点，且每个小正方形的边长均为 1，则 $\tan\angle BAC$ 的值为(　　).

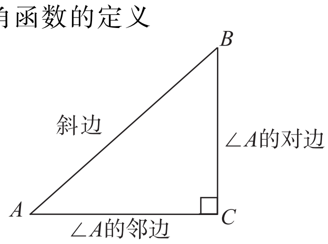


A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

2　锐角三角函数(第 2 课时)

课堂·精要

1. 锐角三角函数的定义



(1)如图,在 Rt△ABC 中,如果锐角 A 确定,那么∠A 的对边与斜边的比、邻边与斜边的比也随之确定.∠A 的______与______的比叫做∠A 的正弦(sine),记作________,即________.

(2)在 Rt△ABC 中,锐角 A 的______与______的比叫做∠A 的余弦(cosine),记作______,即________.

(3)锐角 A 的________、________和________都是∠A 的三角函数.

2. 梯子的倾斜程度与锐角三角函数值________(填"有"或"无")关系.

(1)$\sin A$ 的值越________,梯子越陡.

(2)$\cos A$ 的值越________,梯子越陡.

(3)$\tan A$ 的值越________,梯子越陡.

3. 各锐角三角函数之间的关系

(1)互余关系:$\sin(90°-A)=$________;

$\cos(90°-A)=$________.

(2)平方关系:$\sin^2A+\cos^2A=$________.

(3)相除关系:$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$.

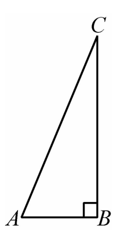
课堂·精练

基础巩固

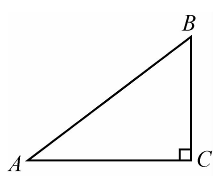
1. 如图,在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$AB=13$,$BC=12$,则下列三角函数表示正确的是(　　).

A. $\sin A=\dfrac{12}{13}$　　B. $\cos A=\dfrac{12}{13}$

C. $\tan A=\dfrac{5}{12}$　　D. $\tan B=\dfrac{12}{5}$



(第 1 题)



(第 2 题)

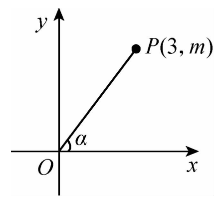
2. 如图,在△ABC 中,∠$C=90°$,$AB=5$,$BC=3$,则 $\cos A$ 的值是(　　).

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{4}{3}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

3. 在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,若 $\sin A=\dfrac{3}{5}$,则 $\cos B$ 的值是(　　).

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

4. 如图,点 P 是第一象限内的点,且 OP 与 x 轴正半轴的夹角 α 的正切值为 $\dfrac{4}{3}$,则 $\sin\alpha$ 的值为(　　).



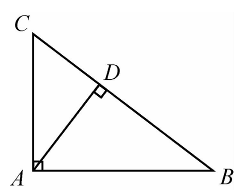
(第 4 题)

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. $\dfrac{5}{4}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{5}{3}$

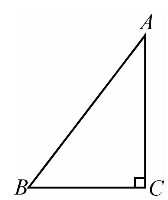
5. 在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$AC=1$,$BC=3$,则 $\sin A=$________,$\cos B=$________,$\tan A=$________.

6. 等腰三角形的腰长为 6 cm,底边长为 10 cm,则底角的正弦值是________.

7. 如图,在 Rt△ABC 中,斜边 BC 上的高 $AD=4$,$\cos B=\dfrac{4}{5}$,则 $AC=$________.



(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图,在△ABC 中,∠$C=90°$,$BC=3$,$\tan B=\dfrac{4}{3}$,则 $\sin B=$________.

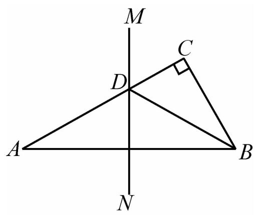
9. 在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$\sin A=\dfrac{4}{5}$,$BC=12$,求△ABC 的周长和面积.

强化提高

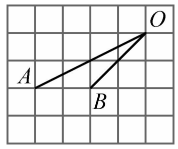
10. 如图,在 Rt△ABC 中,∠$C=90°$,$AC=8$ cm,AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D,连接 BD. 若 $\cos\angle BDC=\dfrac{3}{5}$,则 BC 的长是(　　).

A. 10 cm　　B. 8 cm

C. 6 cm　　D. 4 cm



（第 10 题）

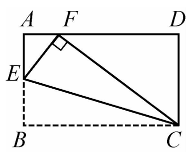


（第 11 题）

11. 如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A，B，O 都在格点上，则$\angle AOB$ 的正弦值为（　　）.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

12. 如图，小明将一张矩形纸片 $ABCD$ 沿 CE 折叠，B 点恰好落在 AD 边上的 F 点处. 若 $AB=3$，$BC=5$，则 $\sin\angle DFC=$________.

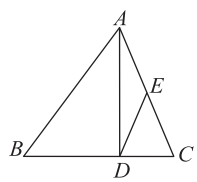


（第 12 题）

13. 如图，在$\triangle ABC$ 中，AD 是边 BC 上的高，E 为边 AC 的中点，$BC=14$，$AD=12$，$\sin B=\frac{4}{5}$，求：

(1)线段 DC 的长；

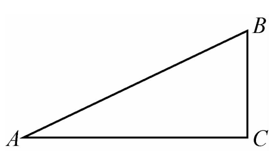
(2)$\tan\angle EDC$ 的值.



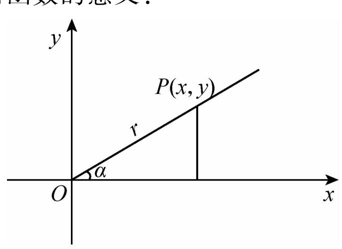
（第 13 题）

课堂·延伸

在前面我们学习过锐角的正切、正弦和余弦三种三角函数，即在如图①所示的 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 是锐角，那么 $\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$，$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$，$\tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}$. 为了研究需要，再从另一个角度来规定一个角的三角函数的意义：



图①



图②

设有一个角 α，以它的顶点作为原点，以它的始边作为 x 轴的正半轴 Ox，建立平面直角坐标系（如图②），在$\angle\alpha$ 的终边（终边由始边逆时针旋转得到）上任取一点 P，它的横坐标是 x，纵坐标是 y，点 P 和原点$(0,0)$的距离 $r=\sqrt{x^2+y^2}$（r 总是正的），然后把$\angle\alpha$ 的三角函数规定为 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}$.

图①的三个比值的大小与$\angle A$ 的大小有关，而与直角三角形的大小无关，同样图②中三个比值的大小也仅与$\angle\alpha$ 的大小有关，而与点 P 在$\angle\alpha$ 的终边上的位置无关.

比较图①与图②，可以看出一个角的三角函数的意义的两种规定实际上是一样的，根据第二种定义回答下列问题：

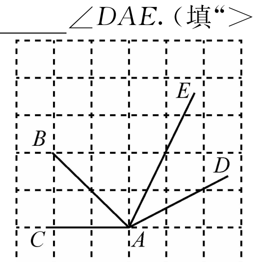
(1)若 $270°<\alpha<360°$，则在$\angle\alpha$ 的三角函数值 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$ 中取正值的是________；

(2)若$\angle\alpha$ 的终边在直线 $y=2x$ 上，则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$________；

(3)若$\angle\alpha$ 是钝角，其终边上有一点 $P(x,\sqrt{5})$，且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}x$，求 $\tan\alpha$ 的值.

中考·链接

(2018·北京)如图所示的网格是正方形网格，则$\angle BAC$________$\angle DAE$.（填“$>$”“$=$”或“$<$”）



3　30°,45°,60°角的三角函数值

课堂·精要

1. 锐角三角函数既是符号,也是数值,它只与______有关,而与该锐角所在直角三角形的________无关.在求锐角三角函数值时,若没有直角三角形,则可以________直角三角形.
2. 对于一个锐角而言,角度确定了,则三角函数值也随之________(填"确定"或"不确定").
3. 30°,45°,60°角的三角函数值

三角函数值 \ 三角函数 \ 角 α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
30°			
45°			
60°			

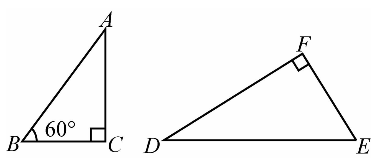
课堂·精练

基础巩固

1. $3\tan 30°$的值等于(　　).

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

2. 如图,Rt△ABC∽Rt△DEF,则 cos E 的值等于(　　).



(第 2 题)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 在△ABC 中,若角 A,B 满足$\left|\cos A-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$,则∠$C$ 的度数是(　　).

A. 45°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 105°

4. 若 α 为锐角,且 $3\tan(90°-\alpha)=\sqrt{3}$,则 α 为(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

5. 下列式子中,运算正确的是(　　).

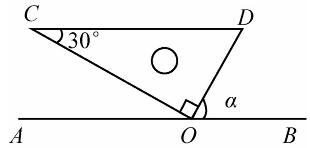
A. $\sin 30°+\cos 60°=1$

B. $\sin^2 30°+\sin^2 60°=(\sin 30°+\sin 60°)^2$

C. $\cos 60°=\cos(2\times 30°)=2\cos 30°$

D. $\tan 60°+\tan 45°=2\sqrt{3}$

6. 将如图所示的三角尺的直角顶点放置在直线 AB 上的点 O 处,使斜边 CD∥AB,则∠α 的余弦值为(　　).

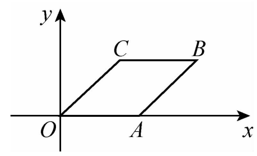


(第 6 题)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

7. 点 $M(-\sin 60°,\cos 60°)$关于 x 轴对称的点的坐标是________.

8. 菱形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示,∠$AOC=45°$,$OC=\sqrt{2}$,则点 B 的坐标为________.



(第 8 题)

强化提高

9. 下列各式成立的是(　　).

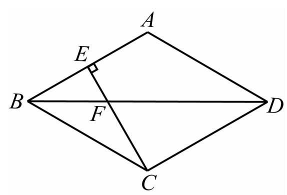
A. $\tan 30°<\tan 45°<\tan 60°$

B. $\tan 60°<\tan 45°<\tan 30°$

C. $\tan 45°<\tan 30°<\tan 60°$

D. $\tan 30°<\tan 60°<\tan 45°$

10. 如图,BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线,$CE\perp AB$ 于点 E,且点 E 是 AB 的中点,则 tan∠BFE 的值是(　　).



(第 10 题)

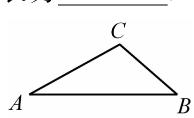
A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

11. 身高相同的甲、乙、丙三人放风筝,其放飞线长分别为 30 m,25 m 和 20 m,线与地面所成的角度分别为 30°,45°和 60°,假设风筝线是拉直的,则三人所放风筝(　　).

A. 甲的最高　　B. 乙的最高

C. 丙的最高　　D. 丙的最低

12. 如图,在△ABC 中,∠$A=30°$,∠$B=45°$,$AC=2\sqrt{3}$,则 AB 的长为________.



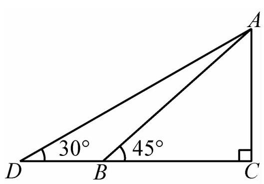
(第 12 题)

13. 计算:

(1)$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 45^\circ-\sqrt{12}\sin 60^\circ-2\tan 45^\circ$;

(2)$4\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 45^\circ+\sqrt{6}\tan 60^\circ$.

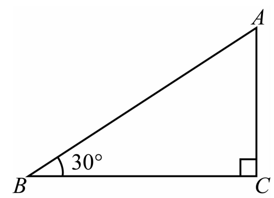
14. 如图,某幼儿园为了加强安全管理,决定将园内的滑滑板的倾斜度由45°降为30°. 已知原滑滑板AB的长为5 m,点D,B,C在同一水平地面上,求改善后滑滑板会加长多少.(结果精确到0.01 m;参考数据:$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$,$\sqrt{6}\approx2.449$)



(第14题)

课堂·延伸

要求tan 30°的值,可构造如图的直角三角形进行计算:作Rt$\triangle ABC$,使$\angle C=90^\circ$,斜边$AB=2$,直角边$AC=1$,那么$BC=\sqrt{3}$,$\angle ABC=30^\circ$,$\tan 30^\circ=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. 在此图的基础上通过添加适当的辅助线,可求出tan 15°的值,请你写出添加辅助线的方法,并求出tan 15°的值.



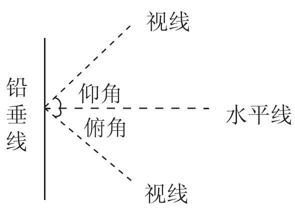
中考·链接

(2018·无锡)在$\triangle ABC$中,$AB=10$,$AC=2\sqrt{7}$,$\angle B=30^\circ$,则$\triangle ABC$的面积等于________.

4　三角函数的计算

课堂·精要

1. 用科学计算器求三角函数值，要用到________、________和________键.
2. 已知三角函数值求角度，要用到______、______、______键的第二功能“______，______，______”和______键. 以“度”为单位的结果，再按______键即可显示以“度、分、秒”为单位的结果.
3. 用计算器根据三角函数值求角度时，如无特别说明，计算结果一般精确到________.
4. 仰角和俯角如图：
   (1) 当从低处观测高处的目标时，________与________所成的锐角称为仰角.
   (2) 当从高处观测低处的目标时，________与________所成的锐角称为俯角.



课堂·精练

基础巩固

1. 用计算器计算 sin 24°的值，以下按键顺序正确的是(　　).

A. $\overset{\sin^{-1}\ \mathrm{D}}{\boxed{\sin}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

B. $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\overset{\sin^{-1}\ \mathrm{D}}{\boxed{\sin}}$ $\boxed{=}$

C. $\overset{\text{SHIFT}}{\bigcirc}$ $\overset{\sin^{-1}\ \mathrm{D}}{\boxed{\sin}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

D. $\overset{\sin^{-1}\ \mathrm{D}}{\boxed{\sin}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\overset{\text{SHIFT}}{\bigcirc}$ $\boxed{=}$

2. 用计算器计算 cos 44°等于(精确到 0.01)(　　).
   A. 0.90　　B. 0.72　　C. 0.69　　D. 0.66
3. 已知锐角 β，且 $\tan\beta=1.4$，则(　　).
   A. $0°<\beta<30°$　　B. $30°<\beta<45°$
   C. $45°<\beta<60°$　　D. $60°<\beta<90°$
4. sin 65°，cos 65°，tan 65°的大小关系是(　　).
   A. tan 65°<cos 65°<sin 65°
   B. sin 65°<cos 65°<tan 65°
   C. cos 65°<tan 65°<sin 65°
   D. cos 65°<sin 65°<tan 65°
5. 在△ABC 中，∠ACB=90°，BC=2，AC=3，若用科学计算器求∠A 的度数，并以“度、分、秒”为单位表示出这个度数，则下列按键顺序正确的是(　　).

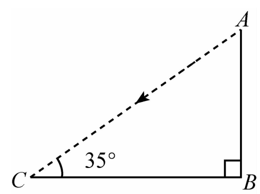
A. $\overset{\tan^{-1}\ \mathrm{F}}{\boxed{\tan}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$

B. $\overset{\tan^{-1}\ \mathrm{F}}{\boxed{\tan}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ $\overset{\text{FACT}\ \ \mathrm{B}}{\boxed{\circ,,,}}$ $\boxed{=}$

C. $\overset{\text{SHIFT}}{\bigcirc}$ $\overset{\tan^{-1}\ \mathrm{F}}{\boxed{\tan}}$ $\boxed{(}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$

D. $\overset{\text{SHIFT}}{\bigcirc}$ $\overset{\tan^{-1}\ \mathrm{F}}{\boxed{\tan}}$ $\boxed{(}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{3}$ $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ $\overset{\text{FACT}\ \ \mathrm{B}}{\boxed{\circ,,,}}$

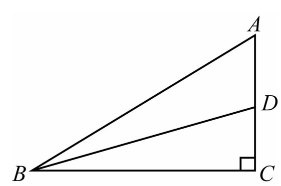
6. 计算：(精确到 0.01)
   (1) sin 18°27′≈________；
   (2) tan 53°23′18″≈________.
7. 根据下列条件求锐角 α 的度数：(精确到秒).
   (1) 若 $\sin\alpha=0.256\ 8$，则∠α≈________；
   (2) 已知 $\tan\alpha=3.741\ 6$，则∠α≈________；
   (3) 已知 $\cos\alpha=0.283\ 9$，则∠α≈________.
8. 某课外活动小组测量学校旗杆的高度，如图，当太阳光线与地面成 35°角时，旗杆 AB 在地面上的投影 BC 的长为 20 m，求旗杆 AB 的高度. (sin 35°≈0.6，cos 35°≈0.8，tan 35°≈0.7，结果精确到 1 m)



(第 8 题)

强化提高

9. 若∠α=48°，则 $\cos\alpha$ 的值的大致范围是(　　).
   A. $0<\cos\alpha<\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}<\cos\alpha<\frac{\sqrt{2}}{2}$
   C. $\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos\alpha<\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}<\cos\alpha<1$
10. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠ABC=30°，D 为 AC 的中点，则∠DBC 的度数约为(　　).



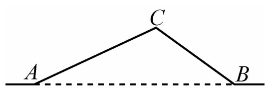
(第 10 题)

A. 16°1′　　B. 15°
C. 16.1°　　D. 15.1°

11. 如图，从 A 地到 B 地的公路需经过 C 地，图中 $AC=10$ km，$\angle CAB=25°$，$\angle CBA=37°$，因城市规划的需要，将在 A，B 两地之间修建一条笔直的公路 .

(1)求改直的公路 AB 的长；

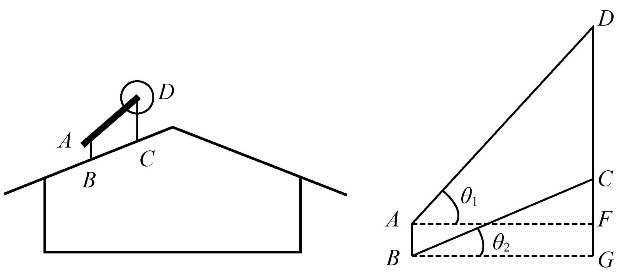
(2)问公路改直后比原来缩短了多少千米？(参考数据：$\sin 25°\approx 0.42$，$\cos 25°\approx 0.91$，$\sin 37°\approx 0.60$，$\tan 37°\approx 0.75$)



(第 11 题)

课堂·延伸

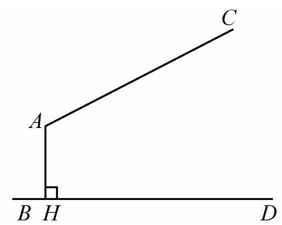
如图(左图为实景侧视图，右图为安装示意图)，在屋顶的斜坡面上安装太阳能热水器. 先安装支架 AB 和 CD(均与水平面垂直)，再将集热板安装在 AD 上. 为使集热板吸热率更高，公司规定：AD 与水平面夹角 $\theta_1=47.3°$，且在水平线上的射影 AF 为 1.4 m. 现已测量出屋顶斜面与水平面夹角 $\theta_2=22.4°$. 如果安装工人确定支架 AB 的高为 25 cm，求支架 CD 的高.(结果精确到1 cm)



中考·链接

(2018·台州)图①是一辆吊车的实物图，图②是其工作示意图，AC 是可以伸缩的起重臂，其转动点 A 离地面 BD 的高度 AH 为 3.4 m. 当起重臂 AC 的长度为 9 m，张角$\angle HAC$ 为 118°时，求操作平台 C 离地面的高度 .(结果精确到 0.1 m；参考数据：$\sin 28°\approx 0.47$，$\cos 28°\approx 0.88$，$\tan 28°\approx 0.53$)

图①



图②

5　解直角三角形

课堂·精要

1. 直角三角形中有 6 个元素，分别是________和________.
2. 由直角三角形中已知的元素，求出所有未知元素的过程，叫做________.
3. 在直角三角形的 6 个元素中，直角是已知元素，如果再知道________和________，这个三角形的所有元素就可以确定下来.
4. 在解直角三角形中，通常要用到的定理是________.

课堂·精练

基础巩固

1. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=5$，$\angle BAC=60^\circ$，则 BC 的长是(　　).

A. $5\sqrt{3}$　　B. $5\sqrt{2}$　　C. 5　　D. 10

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=6$，$\cos B=\frac{2}{3}$，则 BC 的长为(　　).

A. 4　　B. $2\sqrt{5}$

C. $\frac{8\sqrt{13}}{13}$　　D. $\frac{12\sqrt{13}}{13}$

3. 已知一个直角三角形：①两条边的长度；②两个锐角的度数；③一个锐角的度数和一条边的长度. 利用上述条件中的一个，能解这个直角三角形的是(　　).

A. ①②　　B. ②③

C. ①③　　D. ①②③

4. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，且 $a=35$，$c=35\sqrt{2}$，则$\angle B=$(　　).

A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 75°

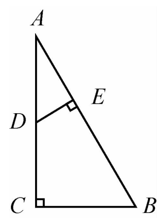
5. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，D 是 AC 边上一点，$DE\perp AB$ 于点 E，且 $CD=2$，$DE=1$，则 BC 的长为(　　).

A. 2

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. $2\sqrt{3}$

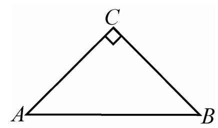
D. $4\sqrt{3}$



(第 5 题)

6. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，$a=6$，$b=2\sqrt{3}$，求$\angle A$，$\angle B$，c.

7. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，$c=8\sqrt{2}$，$\angle A=45^\circ$，求$\angle B$，a，b.



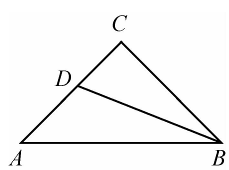
(第 7 题)

强化提高

8. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，若 $AB=4$，$\sin A=\frac{3}{5}$，则斜边上的高等于(　　).

A. $\frac{64}{25}$　　B. $\frac{48}{25}$　　C. $\frac{16}{5}$　　D. $\frac{12}{5}$

9. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=6$，D 是 AC 边上一点，若 $\tan\angle DBA=\frac{1}{5}$，则 AD 的长是(　　).



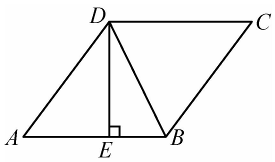
(第 9 题)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 1　　D. $2\sqrt{2}$

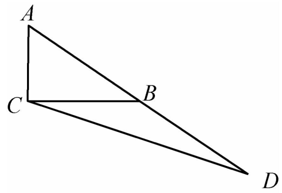
10. 在$\triangle ABC$ 中，$AB=12\sqrt{2}$，$AC=13$，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则 BC 边的长为(　　).

A. 7　　B. 8　　C. 8 或 17　　D. 7 或 17

11. 如图,在菱形 $ABCD$ 中,$DE\perp AB$,$\cos A=\dfrac{3}{5}$,$BE=2$,则 $\tan\angle DBE=$________.



(第 11 题)



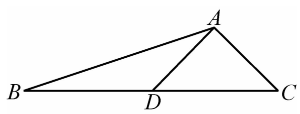
(第 12 题)

12. 如图,在 Rt△ABC 中,$AC=2$,斜边 $AB=\sqrt{13}$,延长 AB 到点 D,使 $BD=AB$,连接 CD,则 $\tan\angle BCD=$________.

13. 如图,AD 是△ABC 的中线,$\tan B=\dfrac{1}{3}$,$\cos C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,$AC=\sqrt{2}$,求:

(1)BC 的长;

(2)$\sin\angle ADC$ 的值.



(第 13 题)

课堂·延伸

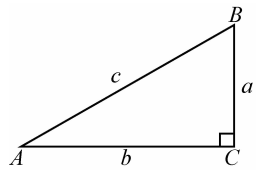
如图①,在 Rt△ABC 中,以下是小亮探究$\dfrac{a}{\sin A}$与$\dfrac{b}{\sin B}$之间关系的方法:

$\because \sin A=\dfrac{a}{c}$,$\sin B=\dfrac{b}{c}$,

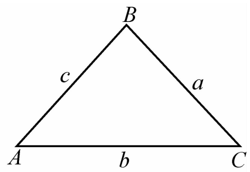
$\therefore c=\dfrac{a}{\sin A}$,$c=\dfrac{b}{\sin B}$,

$\therefore \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$.

根据你掌握的三角函数知识,在图②的锐角三角形 ABC 中,探究$\dfrac{a}{\sin A}$,$\dfrac{b}{\sin B}$,$\dfrac{c}{\sin C}$之间的关系,并写出探究过程.



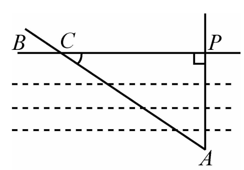
图①



图②

中考·链接

(2018·宜昌)如图,要测量小河两岸相对的两点 P,A 的距离,可以在小河边取 PA 的垂线 PB 上的一点 C,测得 $PC=100$ m,$\angle PCA=35°$,则小河宽 PA 等于(　　).



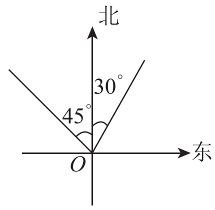
A. $100\sin 35°$ m　　B. $100\sin 55°$ m

C. $100\tan 35°$ m　　D. $100\tan 55°$ m

6 三角函数的应用

课堂·精要

1. 如图，在水平面上，过观察点 O 作一条水平线(向右为正东方向)和一条铅垂线(向上为正北方向)，则从点 O 出发的视线与________或________的夹角叫做观察的方向角.



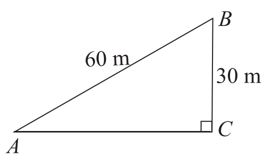
2. 通常所说的方向角以南北方向线为主，分南偏________和北偏________.

课堂·精练

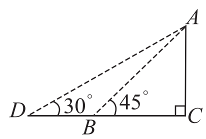
基础巩固

1. 如图，有一斜坡 AB 的长为 60 m，坡顶离地面的高度为 30 m，则斜坡的倾斜角是(　　).

A. 45°　　B. 60°　　C. 15°　　D. 30°



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，从地面上 B，D 两处望山顶 A，仰角分别为 45°和 30°. 若从山顶 A 看地面上的 D 处，则(　　).

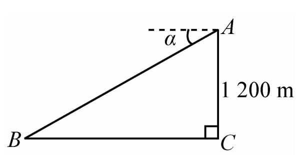
A. 俯角为 45°　　B. 俯角为 60°

C. 俯角为 30°　　D. 俯角为 75°

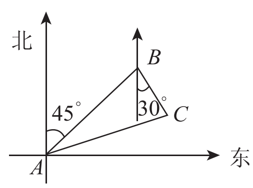
3. 如图，某飞机在空中 A 处探测到它的正下方地平面上的目标 C，此时飞行高度 $AC=1\ 200$ m，从飞机上看地平面上的指挥台 B 的俯角 $\alpha=30°$，则飞机 A 与指挥台 B 之间的距离为(　　).

A. 1 200 m　　B. $1\ 200\sqrt{2}$ m

C. $1\ 200\sqrt{3}$ m　　D. 2 400 m



(第 3 题)

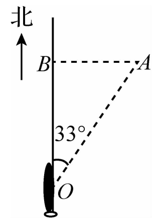


(第 4 题)

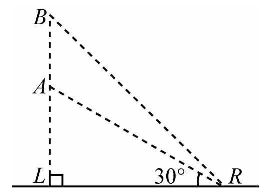
4. 如图，给出下列说法：①B 在 A 的东北方向，A 在 B 的西南方向；②C 在 A 的北偏东 75°方向；③C 在 B 的南偏东 30°方向；④B 在 C 的北偏西 30°方向. 其中正确的有(　　).

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

5. 如图，一艘轮船由南向北航行到点 O 处时，发现与轮船相距 40 n mile 的 A 岛在北偏东 33°方向. 已知 A 岛周围 20 n mile 水域有暗礁，如果不改变航向，轮船________(填"有"或"没有")触礁的危险.(可使用科学计算器)



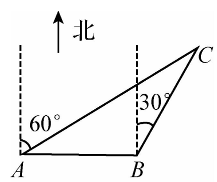
(第 5 题)



(第 6 题)

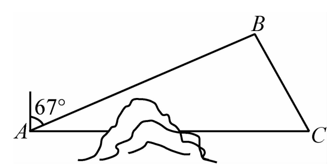
6. 如图，运载火箭从地面 L 处垂直向上发射，当火箭到达 A 点时，位于地面 R 处的雷达测得 R 到点 A 的距离是 40 km，仰角是 30°，n s 后，火箭到达 B 点，此时仰角是 45°，则火箭在这 n s 中上升的高度是________.

7. 在一次夏令营活动中，小明同学从营地 A 出发，要到 A 地的北偏东 60°方向的 C 处，他先沿正东方向走了 200 m 到达 B 地，再沿北偏东 30°方向走，恰能到达目的地 C(如图)，那么，由此可知，B，C 两地相距________.



(第 7 题)

8. 如图，C 地在 A 地的正东方向，因有大山阻隔，由 A 地到 C 地需要绕行 B 地，已知 B 地位于 A 地北偏东 67°方向，距离 A 地 520 km，C 地位于 B 地南偏东 30°方向. 若打通穿山隧道，建成两地直达高铁，求 A 地到 C 地之间高铁线路的长.(结果精确到 1 km；参考数据：$\sin 67°\approx\frac{12}{13}$，$\cos 67°\approx\frac{5}{13}$，$\tan 67°\approx\frac{12}{5}$，$\sqrt{3}\approx1.73$)



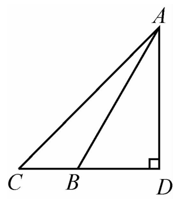
(第 8 题)

强化提高

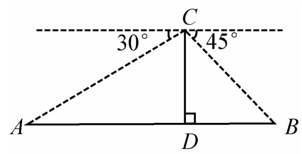
9. 如图,长 4 m 的楼梯 AB 的倾斜角$\angle ABD$ 为 60°,为了改善楼梯的安全性能,准备重新建造楼梯,使其倾斜角$\angle ACD$ 为 45°,则调整后的楼梯 AC 的长为(　　).

A. $2\sqrt{3}$ m　　B. $2\sqrt{6}$ m

C. $(2\sqrt{3}-2)$ m　　D. $(2\sqrt{6}-2)$ m



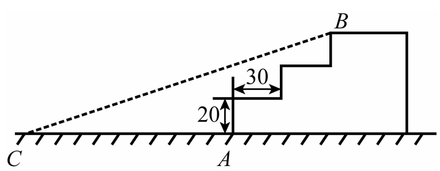
(第 9 题)



(第 10 题)

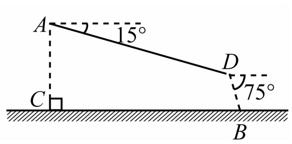
10. 某国际马拉松赛用直升机航拍技术全程直播. 如图,在直升机的镜头下,观测马拉松景观大道 A 处的俯角为 30°,B 处的俯角为 45°. 如果此时直升机镜头 C 处的高度 CD 为 200 m,点 A,D,B 在同一直线上,那么 A,B 两点的距离是________.

11. 如图(单位:cm),某公园入口处原有三级台阶,每级台阶的高为 20 cm,宽为 30 cm,为方便残疾人士,拟将台阶改为斜坡,设台阶的起点为 A,斜坡的起始点为 C,现设计斜坡的坡度 $i=1:5$,则 AC 的长度是______.



(第 11 题)

12. 如图,某翼装飞行员从离水平地面高 $AC=500$ m 的 A 处出发,沿着俯角为 15°的方向,直线滑行 1 600 m 到达 D 点,然后打开降落伞以 75°的俯角降落到地面上的 B 点,求他飞行的水平距离 BC. (结果精确到 1 m;参考数据:$\sin 15°\approx 0.26$,$\cos 15°\approx 0.97$,$\tan 15°\approx 0.27$)

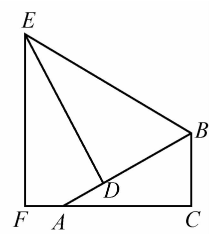


(第 12 题)

课堂·延伸

数学来源于生活,又服务于生活. 某课外兴趣小组利用刚学的三角函数的相关知识设计解答了一个生活问题.

如图是某地下商业街的入口,数学课外兴趣小组的同学打算运用所学的知识测量侧面支架的最高点 E 到地面的距离 EF. 经测量,支架的立柱 BC 与地面垂直,即$\angle BCA=90°$,且 $BC=1.5$ m,点 F,A,C 在同一条水平线上,斜杆 AB 与水平线 AC 的夹角$\angle BAC=30°$,支撑杆 $DE\perp AB$ 于点 D,该支架的边 BE 与 AB 的夹角$\angle EBD=60°$,又测得 $AD=1$ m. 请你求出该支架的边 BE 及顶端 E 到地面的距离 EF 的长度.



中考·链接

(2018·绵阳)一艘在南北航线上的测量船,于 A 点处测得海岛 B 在点 A 的南偏东 30°方向,继续向南航行 30 n mile 到达 C 点时,测得海岛 B 在 C 点的北偏东 15°方向,那么海岛 B 离此航线的最近距离是(结果精确到 0.01 n mile;参考数据:$\sqrt{3}\approx 1.732$,$\sqrt{2}\approx 1.414$)(　　).

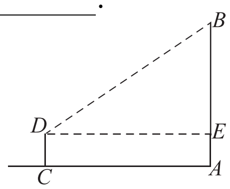
A. 4.64 n mile　　B. 5.49 n mile

C. 6.12 n mile　　D. 6.21 n mile

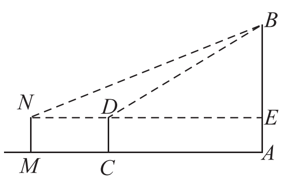
7　利用三角函数测高

课堂·精要

1. 测量倾斜角.
2. 如图,测量底部可以到达的物体的高度的步骤:①在测点 C 处安置测倾器,测得 B 的仰角________ $=\alpha$;②量出点 C 到物体底部 A 的水平距离________ $=b$;③量出测倾器的高度________ $=a$,然后求出物体 AB 的高度 $=AE+BE=$________.



3. 如图,测量底部不可以到达的物体的高度的步骤:①在测点 M 处安置测倾器,测得此时 B 的仰角________ $=\alpha$;②在测点 M 与物体之间的 C 处安置测倾器(M,C 与 A 在一条直线上,且 M,C 之间的距离可以直接测得),测得此时 B 的仰角________ $=\beta$;③量出测倾器的高度 $MN=CD=a$,以及测点 M,C 之间的距离 $MC=b$,然后求出物体 AB 的高度 $=AE+BE=$________.

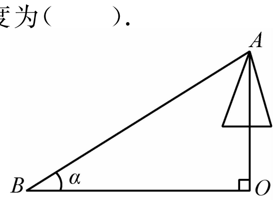


课堂·精练

基础巩固

1. 如图,为测量一棵与地面垂直的树 OA 的高度,在距离树的底端 30 m 的 B 处,测得树顶 A 的仰角 $\angle ABO$ 为 α,则树 OA 的高度为(　　).

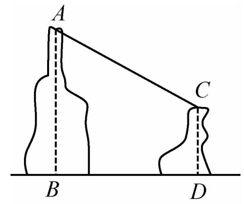
A. $\dfrac{30}{\tan\alpha}$ m
B. $30\sin\alpha$ m
C. $30\tan\alpha$ m
D. $30\cos\alpha$ m



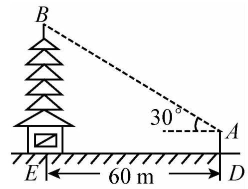
(第 1 题)

2. 如图,风景区为了方便游人参观,计划从山峰 A 处架设一条缆车线路到另一山峰 C 处,若在 A 处测得 C 处的俯角为 30°,两山峰的底部 BD 相距 900 m,则缆车线路的长为(　　).

A. $300\sqrt{3}$ m　　B. $600\sqrt{3}$ m
C. $900\sqrt{3}$ m　　D. 100 m



(第 2 题)

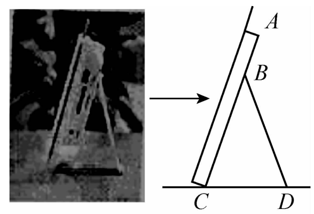


(第 3 题)

3. 小强和小明去测量一座古塔的高度(如图),他们在离古塔 60 m 的 A 处,用测倾器测得塔顶的仰角为 30°,已知测倾器的高 $AD=1.5$ m,则古塔 BE 的高为(　　).

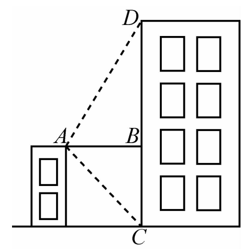
A. $(20\sqrt{3}-1.5)$ m　　B. $(20\sqrt{3}+1.5)$ m
C. 31.5 m　　D. 28.5 m

4. 如图①是小志同学书桌上的一个电子相框,将其侧面抽象为如图②所示的几何图形,已知 $BC=BD=15$ cm,$\angle CBD=40°$,则点 B 到 CD 的距离约为________.(结果精确到 0.1 cm;参考数据:$\sin 20°\approx0.342$,$\cos 20°\approx0.940$,$\sin 40°\approx0.643$,$\cos 40°\approx0.766$)



图①　　图②

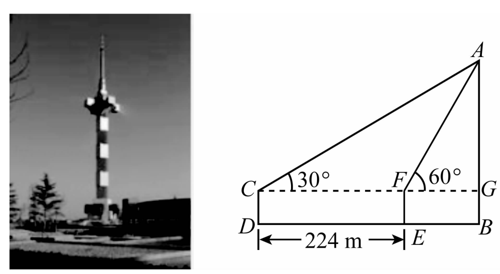
(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图,从一栋二层楼的楼顶点 A 处看对面的教学楼,探测器显示,看到教学楼底部点 C 处的俯角为 45°,看到教学楼顶部点 D 处的仰角为 60°. 已知两栋楼之间的水平距离为 6 m,则教学楼的高 CD 是________.

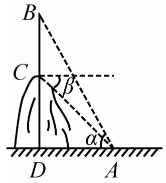
6. 如图,在一次数学课外实践活动中,老师要求测某电视塔的高度 AB. 小明在 D 处用高 1.5 m 的测角仪 CD,测得该电视塔顶端 A 的仰角为 30°,然后向电视塔前进 224 m 到达 E 处,又测得电视塔顶端 A 的仰角为 60°,求电视塔的高度 AB.($\sqrt{3}\approx1.73$,结果精确到 0.1 m)



(第 6 题)

强化提高

7. 如图，山顶有一座电视塔，在地面上一点 A 处测得塔顶 B 处的仰角 $\alpha=60^\circ$，在塔底 C 处测得 A 点的俯角 $\beta=45^\circ$，已知塔高 60 m，则山高 CD 等于(　　).

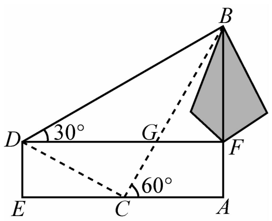


（第 7 题）

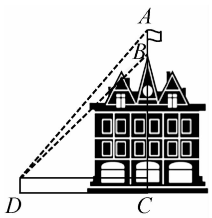
A. $30(1+\sqrt{3})$ m　　B. $30(\sqrt{3}-1)$ m

C. 30 m　　D. $(30\sqrt{3}+1)$ m

8. 如图，学校环保社成员想测量斜坡 CD 旁一棵树 AB 的高度，他们先在点 C 处测得树顶 B 的仰角为 60°，然后在坡顶 D 测得树顶 B 的仰角为 30°。已知斜坡 CD 的长度为 20 m，DE 的长度为 10 m，则树 AB 的高度为________.



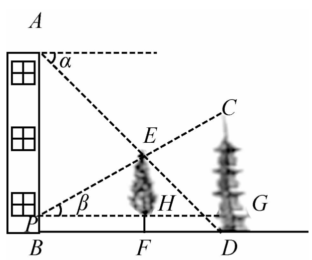
（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，某建筑物 BC 上有一旗杆 AB，从与 BC 相距 38 m 的 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 50°，观测旗杆底部 B 的仰角为 45°，则旗杆的高度约为________.(结果精确到 0.1 m；参考数据：$\sin 50^\circ\approx0.77$，$\cos 50^\circ\approx0.64$，$\tan 50^\circ\approx1.19$)

10. 如图，在楼房 AB 和塔 CD 之间有一棵树 EF，从楼顶 A 处经过树顶 E 点恰好看到塔的底部 D 点，且俯角 α 为 45°。从距离楼底 B 点 1 m 的 P 点处经过树顶 E 点恰好看到塔的顶部 C 点，且仰角 β 为 30°。已知树高 $EF=6$ m，求塔 CD 的高度.(结果保留根号)



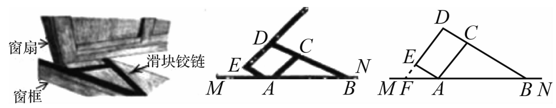
（第 10 题）

课堂·延伸

如图①，窗框和窗扇用“滑块铰链”连接，图③是图②中“滑块铰链”的平面示意图，滑轨 MN 安装在窗框上，托悬臂 DE 安装在窗扇上，交点 A 处装有滑块，滑块可以左右滑动，支点 B，C，D 始终在一直线上，延长 DE 交 MN 于点 F。已知 $AC=DE=20$ cm，$AE=CD=10$ cm，$BD=40$ cm.

(1)窗扇完全打开，张角 $\angle CAB=85^\circ$，求此时窗扇与窗框的夹角 $\angle DFB$ 的度数；

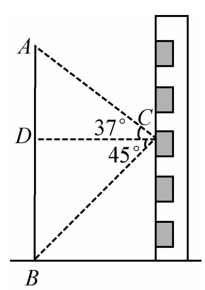
(2)窗扇部分打开，张角 $\angle CAB=60^\circ$，求此时点 A，B 之间的距离(精确到 0.1 cm；参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$，$\sqrt{6}\approx2.449$).



图①　　图②　　图③

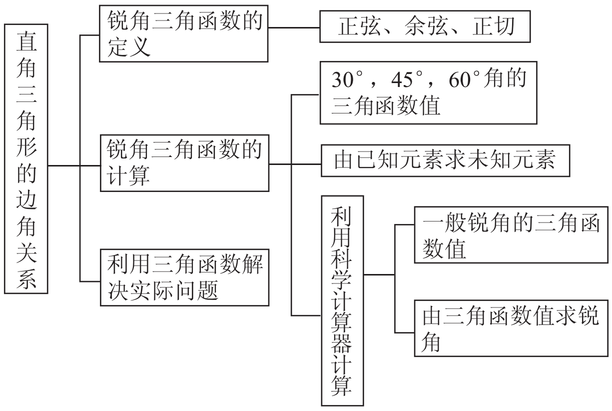
中考·链接

(2016·河南)如图，小东在教学楼距地面 9 m 高的窗口 C 处，测得正前方旗杆顶部 A 点的仰角为 37°，旗杆底部 B 点的俯角为 45°。升旗时，国旗上端悬挂在距地面 2.25 m 处，若国旗随国歌声冉冉升起，并在国歌播放 45 s 结束时到达旗杆顶端，则国旗应以多少米每秒的速度匀速上升？(参考数据：$\sin 37^\circ\approx0.60$，$\cos 37^\circ\approx0.80$，$\tan 37^\circ\approx0.75$)



8　整理与复习

知识梳理



综合提升

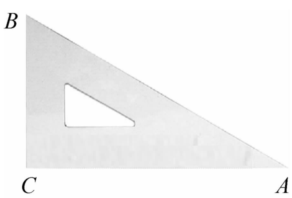
1. 在△ABC 中，$\angle C=90°$，若 $\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\sin A$ 的值为(　　).

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

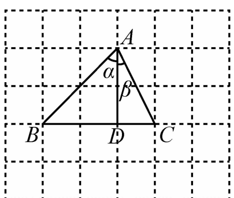
2. 如图是教学用三角尺，边 $AC=30$ cm，$\angle C=90°$，$\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则边 BC 的长为(　　).

A. $30\sqrt{3}$ cm　　B. $20\sqrt{3}$ cm

C. $10\sqrt{3}$ cm　　D. $5\sqrt{3}$ cm



(第 2 题)



(第 3 题)

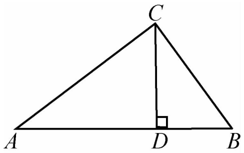
3. △ABC 在网格中的位置如图所示(每个小正方形的边长均为 1)，$AD\perp BC$ 于点 D，下列选项中，错误的是(　　).

A. $\sin\alpha=\cos\alpha$　　B. $\tan C=2$

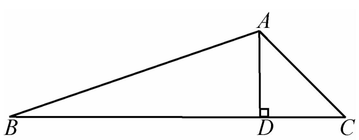
C. $\sin\beta=\cos\beta$　　D. $\tan\alpha=1$

4. 已知$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 分别是△ABC 的三个内角，若 $(2\sin A-1)^2+\sqrt{\cos B-\frac{1}{2}}=0$，则△$ABC$ 的形状为________.

5. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=8$，$BC=6$，$CD\perp AB$，垂足为 D，则 $\tan\angle BCD$ 的值是________.



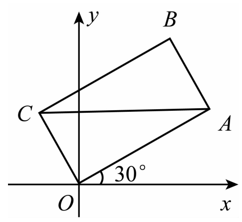
(第 5 题)



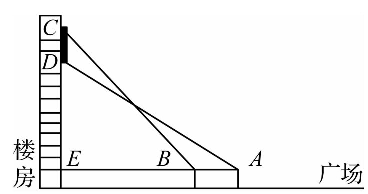
(第 6 题)

6. 如图，在△ABC 中，AD 是 BC 边上的高，$\angle C=45°$，$\sin B=\frac{1}{3}$，$AD=1$，则 BC 的长为________.

7. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的对角线 AC 平行于 x 轴，边 OA 与 x 轴正半轴的夹角为 $30°$，$OC=2$，则点 B 的坐标是________.



(第 7 题)



(第 8 题)

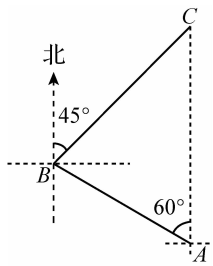
8. 如图，小刚在广场上观测某楼房墙上的电子屏幕 CD，点 A 是小刚的眼睛，测得屏幕下端 D 处的仰角为 $30°$，然后他正对屏幕方向前进了 6 m 到达 B 处，又测得该屏幕上端 C 处的仰角为 $45°$，延长 AB 与楼房垂直相交于点 E，测得 $BE=21$ m，则该屏幕上端与下端之间的距离 $CD=$________.(结果保留根号)

9. 计算：

(1) $\sin 30°\tan 45°+\sqrt{2}\cos 45°+\sin 60°\tan 60°$；

(2) $(2-\sin 60°)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-(-\sqrt{3})^2+|-\tan 45°|$.

10. 科技改变生活,手机导航极大方便了人们的出行.如图,小明一家自驾到古镇 C 游玩,到达 A 地后,导航显示车辆应沿北偏西 60°方向行驶 4 km 至 B 地,再沿北偏东 45°方向行驶一段距离到达古镇 C,小明发现古镇 C 恰好在 A 地的正北方向,求 B,C 两地的距离.

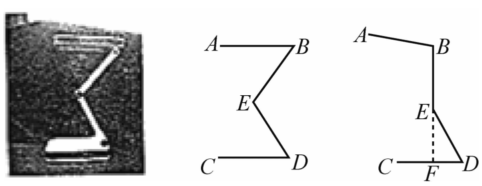


(第 10 题)

11. 图①是一种可折叠台灯,它放置在水平桌面上,将其抽象成图②,其中点 B,E,D 均为可转动点.现测得 $AB=BE=ED=CD=15$ cm,经多次调试发现当点 B,E 所在直线垂直经过 CD 的中点 F 时(如图③所示)放置较平稳.

(1)求平稳放置时灯座 DC 与灯杆 DE 的夹角的大小;

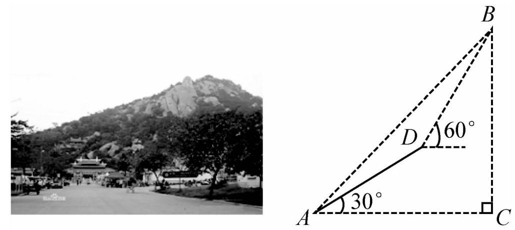
(2)为保护视力,写字时眼睛离桌面的距离应保持在 30 cm,为防止台灯刺眼,点 A 离桌面的距离应不超过 30 cm,求台灯平稳放置时$\angle ABE$ 的最大值.(结果精确到 0.01°;参考数据:$\sqrt{3}\approx1.732$,$\sin 7.70^\circ\approx0.134$,$\cos 82.30^\circ\approx0.134$,可使用科学计算器)



图①　　图②　　图③

(第 11 题)

12. 云洞岩被誉为"闽南第一洞天",是国家 4A 级旅游景区.某校数学兴趣小组为测量山高,在山脚 A 处测得山顶 B 的仰角为 45°,沿着坡角为 30°的山坡前进 200 m 到达 D 处,在 D 处测得山顶 B 的仰角为 60°,求山的高度 BC.(结果精确到 1 m;参考数据:$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$)



(第 12 题)

13. 我们知道,直角三角形的边角关系可用三角函数来描述,那么在任意三角形中,边角之间是否也存在某种关系呢?

如图,在锐角三角形 ABC 中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$ 所对的边分别为 a,b,c,过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D.在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中,$\because CD=b\sin A$,$AD=b\cos A$,

$\therefore BD=c-b\cos A$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDC$ 中,由勾股定理得 $BD^2+CD^2=BC^2$,

即$(c-b\cos A)^2+(b\sin A)^2=a^2$,

整理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$.

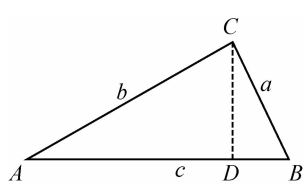
同理可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

利用上述结论解答下列问题:

(1)在锐角三角形 ABC 中,$\angle A=45^\circ$,$b=2\sqrt{2}$,$c=2$,求 a 和$\angle C$ 的大小;

(2)在$\triangle ABC$ 中,$a=\sqrt{3}$,$b=\sqrt{2}$($c>a>b$),$\angle B=45^\circ$,求边长 c.



(第 13 题)

第二章　二次函数

1　二次函数

课堂·精要

1. 二次函数：一般地，若两个变量 x，y 之间的对应关系可以表示成________的形式，则称 y 是 x 的二次函数．
2. 根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$），当 a，b，c 一定时，可以根据____的值求出函数 y 的值，也可以根据 y 的值列一元二次方程求出 x 的值．

课堂·精练

基础巩固

1. 已知函数：①$y=ax^2$；②$y=3(x-1)^2+2$；③$y=(x+3)^2-2x^2$；④$y=\dfrac{1}{x^2}+x$．其中，二次函数的个数为（　　）．

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 二次函数 $y=7x^2-2x$ 的二次项、一次项分别是（　　）．

A. $7x^2$，$2x$　　B. $7x^2$，$-2x$
C. $2x$，$7x^2$　　D. $-2x$，$7x^2$

3. 二次函数 $y=x^2-2(3x-2)+(x+1)$ 化为一般形式是（　　）．

A. $y=x^2-5x+5$　　B. $y=x^2+5x+5$
C. $y=x^2+5x-5$　　D. $y=x^2+5$

4. 二次函数 $y=x^2+2x-7$ 的函数值是 8，那么对应的 x 的值是（　　）．

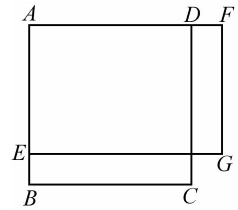
A. 5　　B. 3
C. 3 或 -5　　D. -3 或 5

5. 当 m________时，函数 $y=(m-2)x^2+4x-5$（m 是常数）是二次函数．

6. 若 $y=(m-1)x^{m^2+2m-1}+2mx-1$ 是二次函数，则 $m=$________．

7. 生物兴趣小组的学生将自己收集的标本向本组其他成员各赠送一件，全组共互赠了 y 件，如果全组有 x 名同学，则 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=$________．

8. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 5，点 E 是 AB 上一点，点 F 是 AD 延长线上一点，且 $BE=DF=x$，四边形 $AEGF$ 是矩形，求矩形 $AEGF$ 的面积 y 与 BE 的长 x 之间的函数关系式．



（第 8 题）

强化提高

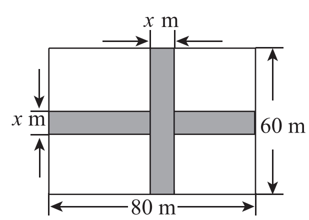
9. 在半径为 5 cm 的圆面上，挖去一个半径为 x cm的圆面，剩下一个面积为 y cm^2 的圆环，则 y 与 x 之间的函数关系式为（　　）．

A. $y=\pi x^2-5$　　B. $y=\pi(5-x)^2$
C. $y=-(x^2+5)$　　D. $y=-\pi x^2+25\pi$

10. 已知二次函数 $y=ax^2+3x$，当 $x=2$ 时 $y=14$，则 $a=$________．

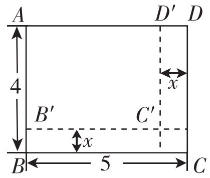
11. 学校图书馆去年年底有图书 5 万册，预计到明年年底增加到 y 万册，如果这两年的年平均增长率为 x，那么 y 与 x 之间的函数关系式是________．

12. 如图，一块草地是长 80 m，宽 60 m 的矩形，欲在中间修筑两条互相垂直的宽为 x m 的小路，这时草坪面积为 y m^2，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围．



（第 12 题）

13. 如图(单位:cm),矩形 $ABCD$ 的长为 5 cm,宽为 4 cm,如果将它的长和宽都减去 x(cm),那么剩下的小矩形 $AB'C'D'$ 的面积为 y(cm^2).
(1)写出 y 与 x 之间的函数关系式.
(2)上述函数是什么函数?
(3)自变量 x 的取值范围是什么?



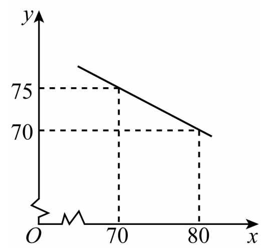
(第 13 题)

课堂·延伸

王吉在母亲节那天送给妈妈一个礼物,已知礼品盒是一个长方体,长比宽多 2 cm,高比宽多 1 cm,现在要给礼品盒包一层包装纸进行装饰(重叠的部分不计).
(1)礼品盒的宽用 x(cm)表示,请写出需要的包装纸的最小面积 S(cm^2)与 x 之间的关系式;
(2)王吉量得礼品盒的宽度为 10 cm,如果包装纸每平方米 10 元,且包装手工费 1 元,而她只有 2 元钱,那么对礼品盒进行包装,她的钱够吗?

中考·链接

(2018·十堰改编)为早日实现脱贫奔小康的宏伟目标,我市结合本地丰富的山水资源,大力发展旅游业,王家庄在当地政府的支持下,办起了民宿合作社,专门接待游客,合作社共有 80 间客房. 根据合作社提供的房间单价 x(元)和游客居住房间数 y(间)的信息,乐乐绘制出 y 与 x 的函数图象如图所示:



(1)求 y 与 x 之间的函数关系式;
(2)记合作社每天获得的利润为 w 元,对于游客所居住的每个房间,合作社每天需支出 20 元的各种费用,求 w 与 x 之间的函数关系式.

2 二次函数的图象与性质（第 1 课时）

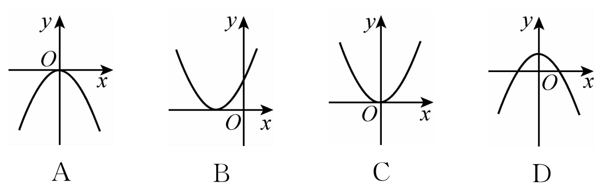
课堂·精要

抛物线	$y=x^2$	$y=-x^2$
图象		
顶点坐标		
对称轴		
开口方向		
增减性		
最值		

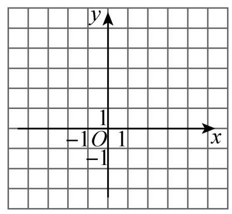
课堂·精练

基础巩固

1. 函数 $y=-x^2$ 的图象大致为（　　）.



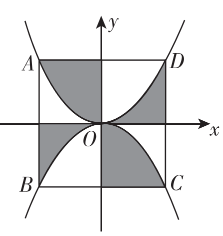
2. 观察二次函数 $y=x^2$ 的图象，则下列判断正确的是（　　）.
   A. 若 a,b 互为相反数，则 $x=a$ 与 $x=b$ 的函数值相同
   B. 对于同一个自变量 x，有两个函数值与它对应
   C. 对任意一个实数 y，有两个 x 与它对应
   D. 对于任意实数 x，都有 $y>0$
3. 抛物线 $y=-x^2$ 不具有的性质是（　　）.
   A. 开口向下　　B. 对称轴是 y 轴
   C. 与 y 轴不相交　　D. 最高点是原点
4. 在二次函数 $y=x^2$ 中，若 $y>0$，则自变量 x 的取值范围是（　　）.
   A. 可取一切实数　　B. $x\neq0$
   C. $x>0$　　D. $x<0$
5. 点 $A(4,b)$ 是抛物线 $y=x^2$ 上的一点，则 $b=$________；点 A 关于 y 轴的对称点 B 是________，它________（填“在”或“不在”）函数图象上. 点 A 关于原点的对称点 C 是______，它在抛物线________上.
6. 二次函数 $y=(m+1)x^2$ 的图象过点 $(-2,4)$，则 $m=$________，这个二次函数的表达式为__________. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而________（填“增大”或“减小”）；当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而__________（填“增大”或“减小”）.
7. 已知 $A(-3,y_1)$，$B(-2,y_2)$ 是二次函数 $y=x^2$ 图象上的两点，则 y_1 与 y_2 的大小关系是________.
8. 已知正方形的边长为 x，面积为 y.
   (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式，并在图中画出图象；
   (2) 根据图象，求出当 $y=1$ 时，正方形的边长；
   (3) 根据图象，求出当 x 取何值时，$y\geqslant4$.



（第 8 题）

强化提高

9. 两条抛物线 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 在同一坐标系中，下列说法中不正确的是（　　）.
   A. 顶点相同　　B. 对称轴相同
   C. 开口方向相反　　D. 都有最小值
10. 已知点 $(2,y_1)$，$(3,y_2)$，$(-1,y_3)$ 都在函数 $y=x^2$ 的图象上，则（　　）.
    A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_1<y_3<y_2$
    C. $y_3<y_2<y_1$　　D. $y_3<y_1<y_2$
11. 如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的中心在直角坐标系的原点 O 处，$AD\parallel x$ 轴，以 O 为顶点且过 A,D 两点的抛物线与以 O 为顶点且过 B,C 两点的抛物线将正方形分割成几部分，则图中阴影部分的面积是________.



（第 11 题）

12. 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在抛物线 $y=-x^2$ 上，且 $x_1<x_2<0$，则 y_1________y_2.

13. 已知直线 $y_1=-2x+3$ 与抛物线 $y_2=ax^2$ 相交于 A,B 两点,且 A 点坐标为$(-3,m)$.

(1)求 a,m 的值;

(2)求抛物线的表达式及其对称轴和顶点坐标;

(3)求 x 取何值时,二次函数 $y_2=ax^2$ 中 y 的值随 x 值的增大而减小;

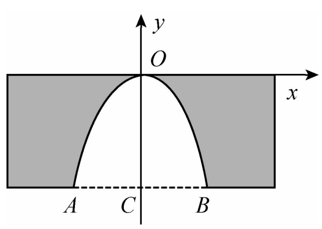
(4)求 A,B 两点坐标及 A,B 两点与二次函数 $y=ax^2$ 的顶点构成的三角形的面积;

(5)直接写出 $y_1>y_2$ 时,x 的取值范围.

课堂·延伸

十七孔桥是颐和园中著名的景点之一,它东连廓如亭,西接南湖岛,长 150 m,堪称中国园林中最大的桥梁. 十七孔桥是一座联拱石桥,桥面下宽 14.6 m,桥面上宽 6.56 m,高 7 m,整座桥给人一种雄伟高大之感. 这座桥共有 17 个桥洞,所以叫十七孔桥. 在这 17 个桥孔中,第 9 孔最大,由中间向两端逐渐小下来,对称排列. 水面未冻结时,桥洞与水中的倒影成纺锤形,十分美丽.

如图所示,有一抛物线形拱桥,此抛物线的表达式为 $y=-x^2$,当水位线在 AB 位置时,水面的宽 AB 是 6 m,求这时水面离拱桥顶部的高度 OC.



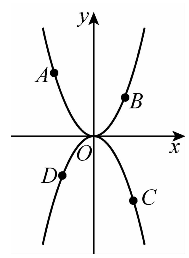
中考·链接

(2018·山西模拟改编)如图,已知点 $A(-2,a)$ 和点 B 在 $y=x^2$ 的图象上,点 $C(2,b)$ 和点 D 在 $y=-x^2$ 的图象上.

(1)求点 A,C 的坐标;

(2)若四边形 $ABCD$ 是矩形,求点 B,D 的坐标;

(3)若四边形 $ABCD$ 是菱形,求点 B,D 的坐标.



3　二次函数的图象与性质
（第 2 课时）

课堂·精要

二次函数 $y=ax^2+c$（a，c 为常数，$a\neq0$）的图象与性质

抛物线 $y=ax^2+c$	$a>0$	$a<0$
图象		
开口方向		
顶点坐标		
对称轴		
增减性		
最值		

课堂·精练

基础巩固

1. 抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$，$y=4x^2$，$y=-2x^2$，开口最大的是（　　）.

A. $y=\frac{1}{4}x^2$　　B. $y=4x^2$

C. $y=-2x^2$　　D. 无法确定

2. 将抛物线 $y=-x^2-1$ 向上平移 2 个单位长度得到的抛物线的表达式为（　　）.

A. $y=-x^2$　　B. $y=-x^2-2$

C. $y=-x^2+1$　　D. $y=x^2+1$

3. 如图所示的四个二次函数的图象，分别对应的是①$y=ax^2$；②$y=bx^2$；③$y=cx^2$；④$y=dx^2$.

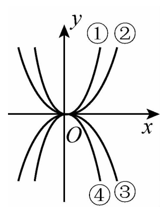
则 a，b，c，d 的大小关系为（　　）.

A. $a>b>c>d$

B. $a>b>d>c$

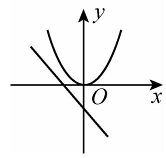
C. $b>a>c>d$

D. $b>a>d>c$

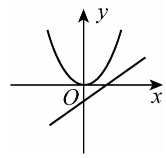


（第 3 题）

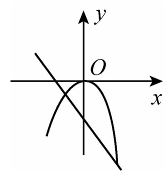
4. 二次函数 $y=ax^2$ 与一次函数 $y=ax+a$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（　　）.



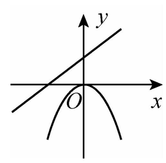
A



B



C



D

5. 抛物线 $y=2x^2$ 的顶点坐标是________，对称轴是________，当 x________时，函数值 y 随 x 值的增大而减小；当 x________时，函数值 y 随 x 值的增大而增大；当 x________时，函数取得最________值，最________值 $y=$________；当 x________时，$y>0$.

6. 抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2-3$ 开口________，对称轴是______，顶点坐标为________，当 $x=$________时，y 有最________值________.

7. 抛物线 $y=3x^2+4$ 可以由抛物线 $y=3x^2$ 沿 y 轴________________得到；同样 $y=3x^2-4$ 可以由抛物线 $y=3x^2$ 沿 y 轴________________得到.

8. 已知抛物线 $y=(m-1)x^2+m^2+2m-2$ 开口向下，且经过点$(0,1)$.

(1)求 m 的值；

(2)求此抛物线的顶点坐标及对称轴；

(3)当 x 为何值时，y 的值随 x 值的增大而增大？

强化提高

9. 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=x^2$，$y=-x^2$ 的共同性质：

①都是开口向上；②都以点$(0,0)$为顶点；

③都以 y 轴为对称轴；④都关于 x 轴对称.

其中正确的有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

10. 抛物线 $y=x^2+b$ 与 $y=ax^2-2$ 的形状相同、开口方向相同，只是位置不同，则 a，b 的值分别是（　　）.

A. $a=1$，$b\neq-2$　　B. $a=-2$，$b\neq2$

C. $a=1$，$b\neq2$　　D. $a=2$，$b\neq2$

11. 关于二次函数 $y=-2x^2+3$,下列说法正确的是(　　).

A. 它的开口方向向上

B. 当 $x<-1$ 时,y 随 x 的增大而增大

C. 它的顶点坐标是$(-2,3)$

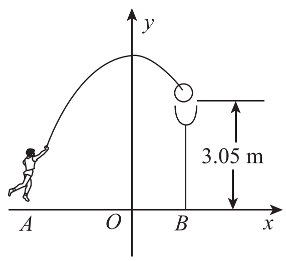
D. 当 $x=0$ 时,y 有最小值 3

12. 当 $m=$______时,抛物线 $y=(m+1)x^{m^2+m}+9$ 开口向下,对称轴是______.在对称轴左侧,y 的值随 x 值的增大而______;在对称轴右侧,y 的值随 x 值的增大而______.

13. 一位篮球运动员跳起投篮,球沿抛物线 $y=-\frac{1}{5}x^2+3.5$ 运行,然后准确落入篮筐内.已知篮筐的中心离地面的距离为 3.05 m.

(1)求球在空中运行的最大高度是多少米;

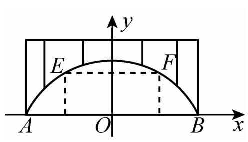
(2)如果该运动员跳投时,球出手离地面的高度为 2.25 m,那么他离篮筐中心的水平距离 AB 是多少?



(第 13 题)

课堂·延伸

廊桥是我国古老的文化遗产,如图是一座抛物线形廊桥的示意图.已知抛物线对应的函数关系式为 $y=-\frac{1}{40}x^2+10$,为保护廊桥的安全,在该抛物线上距水面 AB 高为 8 m 的点 E,F 处要安装两盏警示灯,求这两盏灯的水平距离.(结果精确到 1 m;参考数据:$\sqrt{5}\approx2.24$)



中考·链接

1. (2017·苏州)若二次函数 $y=ax^2+1$ 的图象经过点$(-2,0)$,则关于 x 的方程 $a(x-2)^2+1=0$ 的实数根为(　　).

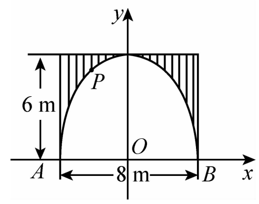
A. $x_1=0,x_2=4$　　　B. $x_1=-2,x_2=6$

C. $x_1=\frac{3}{2},x_2=\frac{5}{2}$　　　D. $x_1=-4,x_2=0$

2. (2018·重庆)有一个抛物线形的拱形隧道,隧道的最大高度为 6 m,跨度为 8 m,把它放在如图所示的平面直角坐标系中.

(1)求这条抛物线所对应的函数关系式;

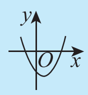
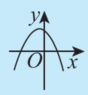
(2)若要在隧道壁上的点 P(如图)处安装一盏照明灯,灯离地面的高为 4.5 m,求灯与点 B 的距离.



(第 2 题)

4　二次函数的图象与性质（第3课时）

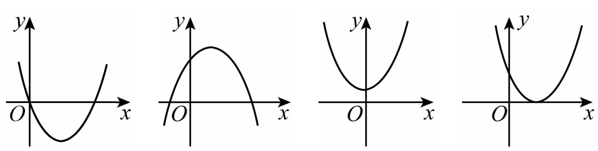
课堂·精要

二次函数 $y=a(x-h)^2+k$（a,h,k 为常数，$a\neq0$）		
图象	 （$a>0$）	 （$a<0$）
开口方向		
对称轴		
顶点坐标		
增减性		
最值		

课堂·精练

基础巩固

1. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y=2(x-1)^2$ 的图象可能是（　　）.



A　　B　　C　　D

2. 将抛物线 $y=3x^2$ 先向上平移2个单位长度，再向左平移3个单位长度，所得抛物线的表达式是（　　）.

A. $y=3(x+3)^2-2$　　B. $y=3(x+3)^2+2$

C. $y=3(x-3)^2-2$　　D. $y=3(x-3)^2+2$

3. 若抛物线 $y=(x-m)^2+m+1$ 的顶点在第一象限，则 m 的取值范围为（　　）.

A. $m>1$　B. $m>0$　C. $m>-1$　D. $-1<m<0$

4. 对于二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象，下列说法正确的是（　　）.

A. 开口向下　　B. 对称轴是 $x=-1$

C. 顶点坐标是(1,2)　　D. 与 x 轴有两个交点

5. 把函数 $y=-4x^2$ 的图象先向________平移________个单位长度，再向________平移________个单位长度得到函数 $y=-4(x-2)^2+3$ 的图象.

6. 某二次函数当 $x=5$ 时，有最大值4，图象形状与函数 $y=3x^2$ 的图象相同，则该二次函数的表达式为________.

7. 将下列函数化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并指出其顶点坐标和对称轴.

(1) $y=x^2-2x+3$；

(2) $y=-x^2-6x+5$；

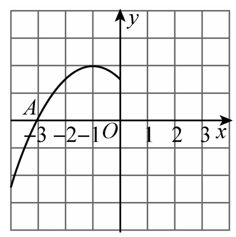
(3) $y=-2x^2+4x+6$.

8. 如图是二次函数 $y=a(x+1)^2+2$ 图象的一部分，抛物线与 x 轴的一个交点 A 的坐标为(−3,0)，回答下列问题：

(1)确定 a 的值；

(2)抛物线与 x 轴的另一个交点 B 的坐标为__________；

(3)设抛物线的顶点为 P，求△PAB 的面积.



（第8题）

强化提高

9. 顶点坐标为(−3,6)，且开口方向、形状与函数 $y=3x^2$ 的图象相同的抛物线的表达式是（　　）.

A. $y=3(x-3)^2-6$　　B. $y=3(x+3)^2+6$

C. $y=-3(x-3)^2+6$　　D. $y=-3(x+3)^2+6$

10. 对于抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+3$，下列结论：①抛物线的开口向下；②对称轴为直线 $x=1$；③顶点坐标为(−1,3)；④$x>1$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小. 其中正确结论的个数为（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

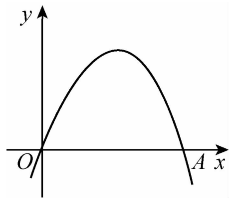
11. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点(1,2)与(−1,4)，则 $a+c=$________.

12. 已知点 $A(4,y_1)$，$B(\sqrt{2},y_2)$，$C(-2,y_3)$ 都在二次函数 $y=(x-2)^2-1$ 的图象上，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是__________.

13. 如图，已知二次函数 $y=a(x-h)^2+\sqrt{3}$ 的图象经过原点 $O(0,0)$，$A(2,0)$.

(1)写出该函数图象的对称轴；

(2)若将线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 $60°$ 到 OA'，试判断点 A' 是否为该函数图象的顶点.



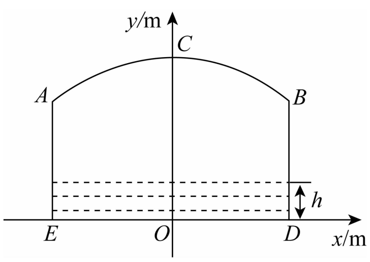
（第 13 题）

课堂·延伸

如图，小河上有一拱桥，拱桥及河道的截面轮廓线由抛物线的一部分 ACB 和矩形的三边 AE，ED，DB 组成，已知河底 ED 是水平的，$ED=16$ m，$AE=8$ m，抛物线的顶点 C 到 ED 距离是 11 m，以 ED 所在的直线为 x 轴，抛物线的对称轴为 y 轴建立平面直角坐标系.

(1)求抛物线的表达式.

(2)已知从某时刻开始的 40 h 内，水面与河底 ED 的距离 h(单位：m)随时间 t(单位：h)的变化满足函数关系为 $h=-\frac{1}{128}(t-19)^2+8(0\leqslant t\leqslant 40)$，且当水面到顶点 C 的距离不大于 5 m 时，需禁止船只通行. 请通过计算说明：在这一时段内，需多少时禁止船只通行？



中考·链接

(2018·广西)将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 向左平移 2 个单位长度后，得到新抛物线的表达式为(　　).

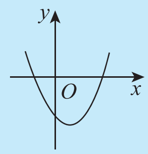
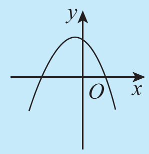
A. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+5$　B. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$

C. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+3$　D. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

5　二次函数的图象与性质

(第 4 课时)

课堂·精要

二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 为常数，$a\neq0$)		
图象	 ($a>0$)	 ($a<0$)
开口方向	开口向上	开口向下
对称轴	直线 $x=-\frac{b}{2a}$	直线 $x=-\frac{b}{2a}$
顶点坐标	$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$	$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
增减性	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 的值随 x 值的增大而增大	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y 的值随 x 值的增大而增大；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小
最值	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最____值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最____值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$

二次函数交点式 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ 与 x 轴的交点坐标是________，________，对称轴方程是________，抛物线与 x 轴相交的弦长是________.

课堂·精练

基础巩固

1. 用配方法将二次函数 $y=x^2-8x-9$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为(　　).

A. $y=(x-4)^2+7$　　B. $y=(x-4)^2-25$

C. $y=(x+4)^2+7$　　D. $y=(x+4)^2-25$

2. 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 的顶点坐标是(　　).

A. $(-3,1)$　　B. $(-3,-1)$

C. $(6,3)$　　D. $(6,1)$

3. 已知二次函数 $y=-2x^2+4x-3$，如果 y 随 x 的增大而减小，那么 x 的取值范围是(　　).

A. $x\geqslant1$　　B. $x\geqslant0$

C. $x\geqslant-1$　　D. $x\geqslant-2$

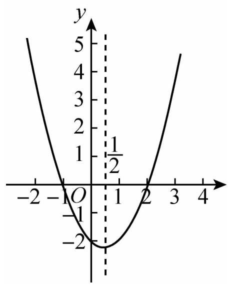
4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的大致图象如图所示，关于该二次函数，下列说法错误的是(　　).

A. 函数有最小值

B. 对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$

C. 当 $x<\frac{1}{2}$时，y 随 x 的增大而减小

D. 当$-1<x<2$ 时，$y>0$



(第 4 题)

5. 函数 $y=-x^2-4x-5$ 配方得________，它的图象的开口______，顶点坐标是______，对称轴是______，最高点是______.

6. 若抛物线 $y=3x^2+bx+c$ 的顶点坐标为$\left(\frac{2}{3},0\right)$，则 $b=$______，$c=$______.

7. 若 $A(-4,y_1)$，$B(-3,y_2)$，$C(1,y_3)$为二次函数$y=-x^2+4x-5$ 的图象上的三点，则 y_1，y_2，y_3的大小关系是______.

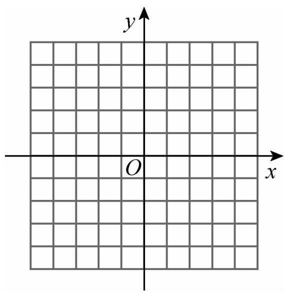
8. 抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+m$ 与 y 轴交于点(0,3).

(1)求出 m 的值并在图中画出这条抛物线.

(2)求它与 x 轴的交点坐标和抛物线的顶点坐标.

(3)x 取何值时，抛物线在 x 轴上方?

(4)x 取何值时，y 的值随 x 值的增大而减小?



(第 8 题)

强化提高

9. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分 x，y 的对应值如下表：

x	-1	0	1	2	3
y	5	1	-1	-1	1

则该二次函数图象的对称轴为(　　).

A. y 轴　　B. 直线 $x=\frac{5}{2}$

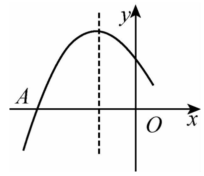
C. 直线 $x=2$　　D. 直线 $x=\frac{3}{2}$

10. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，图象过点 $A(-3,0)$，对称轴为直线 $x=-1$，给出四个结论：① $c>0$；② 若点 $B\left(-\frac{3}{2},y_1\right)$，$C\left(-\frac{5}{2},y_2\right)$为函数图象上的两点，则 $y_1<y_2$；③$2a-b=0$；④$\frac{4ac-b^2}{4a}<0$.

其中，正确结论的个数是(　　).

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4



(第 10 题)

11. 已知抛物线 $y=5x^2+(m^2-4)x+1-m$ 的顶点在 y 轴的正半轴上，则 $m=$______.

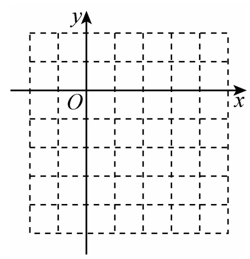
12. 欲使抛物线 $y=x^2+4x+1$ 与抛物线 $y=x^2+2x+1$ 的图象重合，可采用的平移方法：____________.

13. 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象与 x 轴交于 A，B 两点(A 在 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，顶点为 D.

(1)求点 A，B，C，D 的坐标，并在下面的平面直角坐标系中画出该二次函数的大致图象；

(2)说出抛物线 $y=x^2-2x-3$ 可由抛物线 $y=x^2$ 如何平移得到；

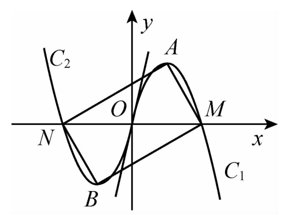
(3)求四边形 $OCDB$ 的面积.



(第 13 题)

课堂·延伸

如图，已知抛物线 C_1：$y=a_1x^2+b_1x+c_1$ 和 C_2：$y=a_2x^2+b_2x+c_2$ 都经过原点，顶点分别为 A，B，与 x 轴的另一个交点分别为 M，N，如果点 A 与点 B，点 M 与点 N 都关于原点 O 成中心对称，则抛物线 C_1 和 C_2 为姐妹抛物线，请你写出一对姐妹抛物线 C_1 和 C_2，使四边形 $ANBM$ 恰好是矩形，你所写的一对抛物线表达式是________和________.



中考·链接

(2018·上海)下列对二次函数 $y=x^2-x$ 的图象的描述，正确的是(　　).

A. 开口向下

B. 对称轴是 y 轴

C. 经过原点

D. 在对称轴右侧部分是下降的

6 确定二次函数的表达式
(第 1 课时)

课堂·精要

1. 二次函数的三种表示方式：

①__________________；

②__________________；

③__________________.

2. 一般来说，二次函数的表达式含有三个待定系数，一般需要_______个条件才能确定.

课堂·精练

基础巩固

1. 若抛物线 $y=x^2+2x+c$ 的顶点在 x 轴上，则 c 的值为(　　).

A. 1　　B. -1

C. 2　　D. 4

2. 若抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过 $A(0,-2)$，$B(-1,1)$两点，则该抛物线经过(　　).

A. 第一、三、四象限　　B. 第一、二、三象限

C. 第一、二、四象限　　D. 第二、三、四象限

3. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是$(-1,3)$，且过点$(0,5)$，则该二次函数的表达式为(　　).

A. $y=-2x^2+4x+5$　　B. $y=2x^2+4x+5$

C. $y=-2x^2+4x-1$　　D. $y=2x^2+4x+3$

4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $A(-2,-2)$，且过点 $B(0,2)$，则该二次函数的表达式为(　　).

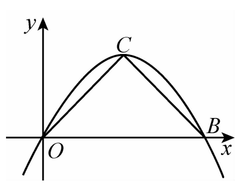
A. $y=x^2+2$　　B. $y=(x-2)^2+2$

C. $y=(x-2)^2-2$　　D. $y=(x+2)^2-2$

5. 已知抛物线的顶点坐标为$(-1,-2)$，且通过点$(1,10)$，则此抛物线的表达式为____________.

6. 已知二次函数 $y=x^2+2x+c$ 的图象经过点$(0,1)$，则 $c=$________.

7. 如图，已知$\triangle OBC$ 是等腰直角三角形，$\angle OCB=90°$. 若点 B 的坐标为$(4,0)$，点 C 在第一象限，则经过 O,B,C 三点的抛物线的表达式是________.

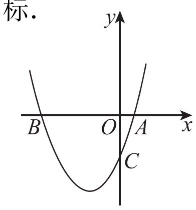


(第 7 题)

8. 如图，已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(1,0)$，$C(0,-3)$.

(1)求此二次函数的表达式；

(2)在该二次函数的图象上存在一点 P，使$\triangle ABP$ 的面积为 10，请直接写出点 P 的坐标.



(第 8 题)

强化提高

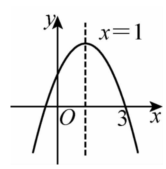
9. 若 $y=ax^2+bx+c$，则由表格中信息可知 y 与 x 之间的函数关系式是(　　).

x	-1	0	1
ax^2			1
ax^2+bx+c	8	3	

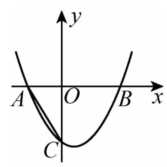
A. $y=x^2-4x+3$　　B. $y=x^2-3x+4$

C. $y=x^2-3x+3$　　D. $y=x^2-4x+8$

10. 二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象如图所示，则此二次函数的表达式为__________.



(第 10 题)



(第 11 题)

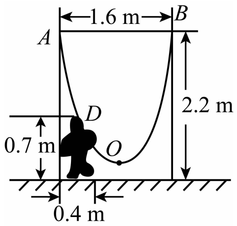
11. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A,B 两点，点 A 在 x 轴负半轴上，点 B 在 x 轴正半轴上，与 y 轴交于点 C，且$\tan\angle ACO=\frac{1}{2}$，$CO=BO$，$AB=3$，则此抛物线的表达式为_____.

12. 已知当 $x=4$ 时，二次函数有最小值-3，且它的图象与 x 轴两交点间的距离为 6，求这个二次函数的表达式.

课堂·延伸

如图，一单杠高 2.2 m，两立柱间的距离为1.6 m，将一根绳子的两端拴于立柱与铁杠的结合处 A，B，绳子自然下垂，呈抛物线状，一个身高 0.7 m 的小孩站在距立柱 0.4 m 处，其头部刚好触上绳子的 D

处，求绳子的最低点 O 到地面的距离.

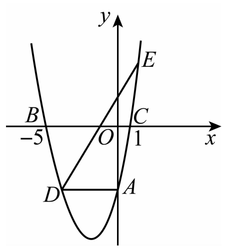


中考·链接

(2018·菏泽改编)如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 交 y 轴于点 A，交 x 轴于点 $B(-5,0)$ 和点 $C(1,0)$，过点 A 作 $AD\parallel x$ 轴交抛物线于点 D.

(1)求此抛物线的表达式；

(2)点 E 是抛物线上一点，且点 E 关于 x 轴的对称点在直线 AD 上，求△EAD 的面积.



7　确定二次函数的表达式
(第 2 课时)

课堂·精要

1. 求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的表达式，由于表达式中含有______个待定系数，它们分别是________，所以一般需要______个点的坐标，列出一个____元____次方程组，并求出________的值，就可以写出二次函数的表达式.
2. 待定系数法是求抛物线表达式常用的方法，其关键是根据已知条件设置适当的表达式. 当条件中已知顶点或对称轴时，则设为顶点式，即设函数表达式为________；当条件是一般的三点时，则设为一般式，即设函数表达式为________.

课堂·精练

◇基础巩固

1. 若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的两个交点坐标分别为$(-1,0)$，$(3,0)$，且其形状、开口方向与抛物线 $y=-2x^2$ 相同，则该抛物线的表达式为(　　).

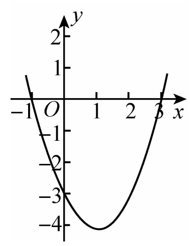
A. $y=-2x^2-x+3$　　B. $y=-2x^2+4x+5$

C. $y=-2x^2+4x+8$　　D. $y=-2x^2+4x+6$

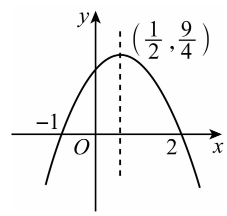
2. 如图所示的抛物线的函数表达式为(　　).

A. $y=x^2+2x+3$　　B. $y=x^2-2x-3$

C. $y=x^2-2x+3$　　D. $y=x^2+2x-3$



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图是某个二次函数的图象，根据图象可知，该二次函数的表达式是(　　).

A. $y=x^2-x-2$　　B. $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+2$

C. $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+1$　　D. $y=-x^2+x+2$

4. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2
y	-27	-13	-3	3	5	3

则当 $x=1$ 时，y 的值为(　　).

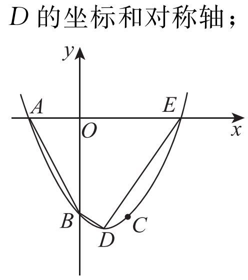
A. 5　　B. -3　　C. -13　　D. -27

5. 已知抛物线与 x 轴交点的横坐标分别为 -2 和 1，且过点$(2,8)$，则该抛物线的表达式为____________.
6. 如果抛物线 $y=x^2-6x+c-2$ 的顶点到 x 轴的距离是 3，那么 $c=$________.
7. 已知抛物线经过 $A(-1,0)$，$B(0,-2)$，$C(1,-2)$三点，且与 x 轴交于点 E.

(1)求该抛物线的表达式；

(2)用配方法求该抛物线的顶点 D 的坐标和对称轴；

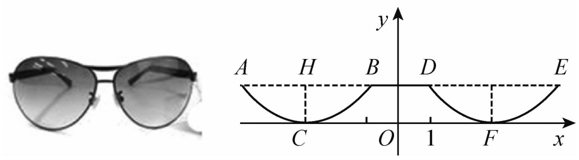
(3)求四边形 $ABDE$ 的面积.



(第 7 题)

强化提高

8. 如图,一副眼镜镜片下半部分轮廓对应的两条抛物线关于 y 轴对称,$AB/\!/x$ 轴,$AB=4$ cm,最低点 C 在 x 轴上,高 $CH=1$ cm,$BD=2$ cm,则右轮廓线 DFE 的表达式为(　　).



(第 8 题)

A. $y=\frac{1}{4}(x+3)^2$　　B. $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2$

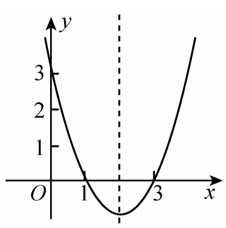
C. $y=\frac{1}{4}(x-3)^2$　　D. $y=\frac{1}{4}(x-4)^2$

9. 已知二次函数的图象经过点$(1,10)$,顶点坐标为$(-1,-2)$,则此二次函数的表达式为(　　).

A. $y=3x^2+6x+1$　　B. $y=3x^2+6x-1$

C. $y=3x^2-6x+1$　　D. $y=-3x^2-6x+1$

10. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,则它关于 y 轴对称的抛物线的表达式是__________.

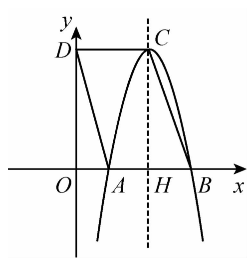


(第 10 题)

11. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,$AB=4$,点 D 的坐标是$(0,8)$,以点 C 为顶点的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 x 轴上的点 A,B.

(1)求点 A,B,C 的坐标;

(2)若抛物线向上平移后恰好经过点 D,求平移后抛物线的表达式.



(第 11 题)

课堂·延伸

若抛物线 L:$y=ax^2+bx+c$(a,b,c 是常数,$abc\neq0$)与直线 l 都经过 y 轴上的一点 P,且抛物线 L 的顶点 Q 在直线 l 上,则称此直线 l 与该抛物线 L 具有“绿色丝带”关系.此时,直线 l 叫做抛物线 L 的“绿色”,抛物线 L 叫做直线 l 的“丝带”.

(1)若直线 $y=mx+1$ 与抛物线 $y=x^2-2x+n$ 具有“绿色丝带”关系,求 m,n 的值;

(2)若某“丝带”L 的顶点在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上,它的“绿色”l 的表达式为 $y=2x-4$,求此“丝带”L 的表达式.

中考·链接

(2018·绍兴)若抛物线 $y=x^2+ax+b$ 与 x 轴的两个交点间的距离为 2,称此抛物线为定弦抛物线.已知某定弦抛物线的对称轴为直线 $x=1$,将此抛物线向左平移 2 个单位长度,再向下平移 3 个单位长度,得到的抛物线过点(　　).

A. $(-3,6)$　　B. $(-3,0)$

C. $(-3,-5)$　　D. $(-3,-1)$

8　二次函数的应用(第 1 课时)

课堂・精要

利用二次函数求几何图形最大面积的一般步骤：

①引入__________；

②用含________的代数式分别表示与所求图形相关的量；

③根据几何图形的特征，列出其面积的计算公式，并且用函数表示这个面积；

④根据函数的关系式，求出最大值及取得最大值时________的值.

课堂・精练

基础巩固

1. 已知一个直角三角形的两直角边之和为 20 cm，则这个直角三角形的最大面积为(　　).

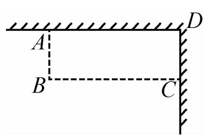
A. 25 cm^2　　B. 50 cm^2

C. 100 cm^2　　D. 不确定

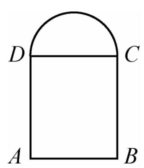
2. 如图，假设篱笆(虚线部分)的长度是 16 m，则所围成矩形 $ABCD$ 的最大面积是(　　).

A. 60 m^2　　B. 63 m^2

C. 64 m^2　　D. 66 m^2



(第 2 题)



(第 3 题)

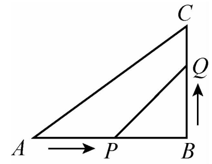
3. 如图，用长 10 m 的铝合金条制成下部为矩形、上部为半圆的窗框. 若使此窗户的透光面积最大，则最大透光面积为(　　).

A. 50π m^2　　B. $\frac{50}{4+\pi}$ m^2

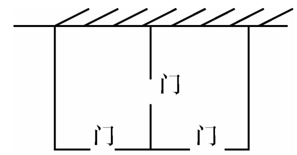
C. $\frac{50}{8+\pi}$ m^2　　D. $\frac{50}{16+\pi}$ m^2

4. 用长度一定的绳子围成一个矩形，如果矩形的一边长 x(m)与面积 y(m^2)满足函数关系 $y=-(x-12)^2+144(0<x<24)$，则该矩形面积的最大值为________.

5. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$AB=8$ cm，$BC=6$ cm，点 P 从点 A 开始沿 AB 向 B 点以 2 cm/s 的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 向 C 点以 1 cm/s 的速度移动，如果 P，Q 分别从 A，B 同时出发，当$\triangle PBQ$ 的面积最大时，运动时间 t 为________.



(第 5 题)



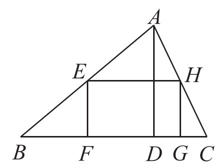
(第 6 题)

6. 某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙(墙足够长)，中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留 1 m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体(不包括门)总长为 27 m，则能建成的饲养室面积最大为________.

7. 如图，已知在$\triangle ABC$ 中，AD 是高，$EFGH$ 是$\triangle ABC$ 的内接矩形，其中点 E，H 分别在 AB，AC 上，点 F，G 在 BC 上，若 $BC=6$，$AD=3$.

(1)设 $EF=x$，$EH=y$，求 y 与 x 的函数关系式，并求自变量 x 的取值范围；

(2)设 $EF=x$，四边形 $EFGH$ 的面积为 S，求 S 与 x 的函数关系式，并求当 x 取何值时，S 有最大值，最大值是多少?



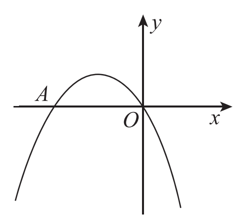
(第 7 题)

强化提高

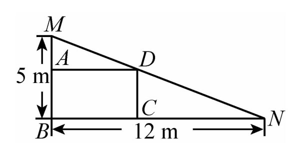
8. 如图，已知二次函数 $y=-x^2-2x$ 的图象与 x 轴交于点 A，O，且在该图象上有一点 P，满足$S_{\triangle AOP}=3$，则点 P 的坐标是(　　).

A. $(-3,-3)$　　B. $(1,-3)$

C. $(-3,-3)$或$(-3,1)$　　D. $(-3,-3)$或$(1,-3)$



(第 8 题)



(第 9 题)

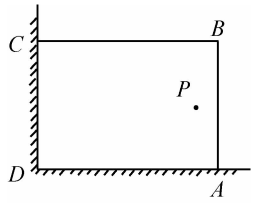
9. 如图，在一个直角三角形的内部作一个长方形 $ABCD$，其中 AB 和 BC 分别在两直角边上. 设 $AB=x$ m，长方形的面积为 y m^2，要使长方形的面积最大，则 x 应为(　　).

A. $\frac{25}{4}$　　B. 6　　C. 15　　D. $\frac{5}{2}$

10. 在美化校园的活动中，某兴趣小组想借助如下图所示的直角墙角(两边足够长)，用 28 m 长的篱笆围成一个矩形花园 $ABCD$(篱笆只围 AB，BC 两边)，设 $AB=x$ m.

(1)若花园的面积为 192 m^2,求 x 的值;

(2)若在 P 处有一棵树与墙 CD,AD 的距离分别是 15 m 和 6 m,要将这棵树围在花园内(含边界,不考虑树的粗细),求花园面积 S 的最大值.



(第 10 题)

课堂·延伸

如图①,在 Rt△ABC 中,$\angle A=90°$,$\tan B=\dfrac{3}{4}$,点 P 在线段 AB 上运动,点 Q,R 分别在线段 BC,AC 上,且使得四边形 $APQR$ 是矩形.设 AP 的长为 x,矩形 $APQR$ 的面积为 y,已知 y 是 x 的函数,其图象是过点(12,36)的抛物线的一部分(如图②所示).

(1)求 AB 的长;

(2)当 AP 为何值时,矩形 $APQR$ 的面积最大,并求出最大值.

为了解决这个问题,孔明和研究性学习小组的同学做了如下讨论:

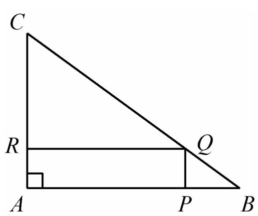
张明:“图②中的抛物线过点(12,36)在图①中表示什么呢?”

李明:“因为抛物线上的点(x,y)是表示图①中 AP 的长与矩形 $APQR$ 面积的对应关系,那么(12,36)表示当 $AP=12$ 时,AP 的长与矩形 $APQR$ 面积的对应关系.”

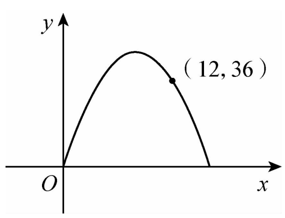
赵明:“对,我知道纵坐标 36 是什么意思了!”

孔明:“哦,这样就可以算出 AB,这个问题就可以解决了.”

请根据上述对话,帮他们解答这个问题.



图①



图②

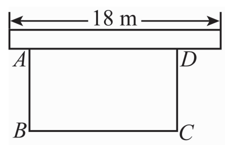
中考·链接

(2018·荆州)为响应荆州市“创建全国文明城市”号召,某单位不断美化环境,拟在一块矩形空地上修建绿色植物园,其中一边靠墙,可利用的墙长不超过 18 m,另外三边由 36 m 长的栅栏围成.设矩形 $ABCD$ 空地中,垂直于墙的边 $AB=x$ m,面积为 y m^2(如图①).

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围.

(2)若矩形空地的面积为 160 m^2,求 x 的值.

(3)若该单位用 8 600 元购买了甲、乙、丙三种绿色植物共 400 棵(每种植物的单价和每棵栽种的合理用地面积如下表(图②)),问丙种植物最多可以购买多少棵?此时,这批植物可以全部栽种到这块空地上吗?请说明理由.



图①

	甲	乙	丙
单价/(元/棵)	14	16	28
合理用地/(m^2/棵)	0.4	1	0.4

图②

9 二次函数的应用(第 2 课时)

课堂·精要

1. 利用二次函数求最大利润问题的一般步骤：
①引入自变量，用含自变量的代数式分别表示________及________；
②建立关于________的函数关系式；
③根据________________求出最大值及取得最大值时________的值.

2. 利用二次函数求最大利润时，如果列出的二次函数图象的对称轴恰好在题目限定的自变量的范围内，则二次函数的________就是所求的最大利润；当求得的二次函数图象的对称轴不在题目限定的自变量的范围内，我们先要搞清自变量的取值是在对称轴的哪一侧，然后结合二次函数的增减性求出最大利润.

课堂·精练

基础巩固

1. 已知某商品的销售利润 y(元)与该商品的销售单价 x(元)之间满足 $y=-20x^2+1\,400x-20\,000$，则获利最多为(　　).

A. 4 500 元　　B. 5 500 元
C. 450 元　　D. 20 000 元

2. 汽车刹车后行驶的距离 s(m)关于行驶的时间 t(s)的函数表达式是 $s=20t-5t^2$，则汽车刹车后到停下来前进的距离是(　　).

A. 10 m　　B. 20 m
C. 30 m　　D. 40 m

3. 某种新型礼炮的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)之间的关系式为 $h=-\frac{5}{2}t^2+20t+1$. 若这种礼炮在点火升空到最高点引爆，则从点火升空到引爆需要的时间为(　　).

A. 6 s　　B. 5 s　　C. 4 s　　D. 3 s

4. 某商店销售一种进价为 50 元/件的商品，售价为 60 元/件，每星期可卖出 200 件，若每件商品的售价每上涨 1 元，则每星期就会少卖出 10 件. 设每件商品的售价上涨 x 元(x 正整数)，每星期销售该商品的利润为 y 元，则 x 为多少时获利最多？(　　).

A. 5　　B. 65　　C. 55　　D. 15

5. 科技园电脑销售部经市场调查发现，销售某型号电脑所获利润 y(元)与销售台数 x(台)满足 $y=-x^2+40x+15600$，则当卖出________台时，所获利润最大.

6. 儿童商场购进一批新款服装，销售时标价为 75 元/件，按 8 折销售仍可获利 50%. 商场现决定对新款服装开展促销活动，每件在 8 折的基础上再降价 x 元，已知每天销售数量 y(件)与降价 x(元)之间的函数关系式为 $y=20+4x(x>0)$.
(1)求该新款服装的进价；
(2)求促销期间每天销售新款服装所获得利润 W 的最大值.

强化提高

7. 某旅社有 100 张床位，每床每晚收费 10 元时，床位可全部租出；若每床每晚收费提高 2 元，则租出床位减少 10 张. 以每次提高 2 元的这种方法变化下去，为了投资少而获利大，每床每晚收费应提高(　　).

A. 4 或 6 元　　B. 4 元
C. 6 元　　D. 8 元

8. 便民商店经营一种商品，在销售过程中，发现一周利润 y(元)与每件销售价 x(元)之间的关系满足 $y=-2(x-20)^2+1\,558$，由于某种原因，价格只能满足 $15\leqslant x\leqslant 19$，那么一周可获得最大利润是________元.

9. 某市化工材料经销公司购进一种化工原料若干千克，价格为每千克 30 元. 物价部门规定其销售单价不高于每千克 60 元，不低于每千克 30 元. 经市场调查发现：日销售量 y(kg)是销售单价 x(元)的一次函数，且当 $x=60$ 时，$y=80$；$x=50$ 时，$y=100$. 在销售过程中，每天还要支付其他费用 450 元.
(1)求出 y 与 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.
(2)求该公司销售该原料日获利 W(元)与销售单价 x(元)之间的函数关系式.
(3)当销售单价为多少元时，该公司日获利最大？最大获利是多少元？

课堂·延伸

东坡商贸公司购进某种水果的成本为 20 元/kg，经过市场调研发现，这种水果在未来 48 天的销售单价 p(元/kg)与时间 t(天)之间的函数关系式为

$$p=\begin{cases}\frac{1}{4}t+30(1\leqslant t\leqslant 24,t\text{ 为整数}),\\ -\frac{1}{2}t+48(25\leqslant t\leqslant 48,t\text{ 为整数}),\end{cases}$$

且其日销售量 y(kg)与时间 t(天)的关系如下表：

时间 t/天	1	3	6	10	20	40	…
日销售量 y/kg	118	114	108	100	80	40	…

(1)已知 y 与 t 之间的变化规律符合一次函数关系，试求在第 30 天的日销售量是多少.

(2)问哪一天的销售利润最大？最大日销售利润为多少？

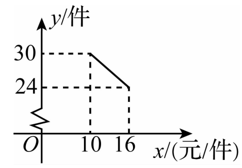
(3)在实际销售的前 24 天中，公司决定每销售 1 kg 水果就捐赠 n 元利润($n<9$)给“精准扶贫”对象. 现发现：在前 24 天中，每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大，求 n 的取值范围.

中考·链接

(2018·衡阳)一名在校大学生利用“互联网＋”自主创业，销售一种产品，这种产品的成本价是 10 元/件，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于 16 元/件，市场调查发现，该产品每天的销售量 y(件)与销售价 x(元/件)之间的函数关系如图所示.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.

(2)求每天的销售利润 W(元)与销售价 x(元/件)之间的函数关系式，并求出每件销售价是多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？



10　二次函数与一元二次方程（第 1 课时）

课堂·精要

1. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的关系：

$y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点个数	2	1	0
$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 实根的个数			

2. 一元二次方程的图象解法：
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有交点时，交点的________就是当 $y=0$ 时自变量 x 的值，即一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的________.

课堂·精练

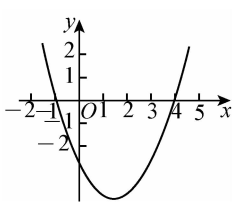
基础巩固

1. 抛物线 $y=-3x^2-x+4$ 与坐标轴的交点个数是(　　).
A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

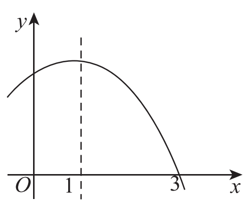
2. 已知二次函数 $y=x^2-3x+m$(m 为常数)的图象与 x 轴的一个交点为(1,0)，则关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 的两实数根是(　　).
A. $x_1=1,x_2=-1$　　B. $x_1=1,x_2=2$
C. $x_1=1,x_2=0$　　D. $x_1=1,x_2=3$

3. 下列哪一个函数，其图象与 x 轴有两个交点？(　　).
A. $y=17(x+83)^2+2\ 274$
B. $y=17(x-83)^2+2\ 274$
C. $y=-17(x-83)^2-2\ 274$
D. $y=-17(x+83)^2+2\ 274$

4. 小兰画了一个函数 $y=x^2+ax+b$ 的图象如图，则关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 的解是(　　).
A. 无解　　B. $x=1$
C. $x=-4$　　D. $x=-1$ 或 $x=4$



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 已知二次函数 $y=-x^2+2x+m$ 的部分图象如图所示，则 $m=$________.

6. 若函数 $y=(a-1)x^2-4x+2a$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点，则 a 的值为__________.

7. 将抛物线 $y=(x+1)^2-2$ 向上平移 a 个单位长度后得到的抛物线恰好与 x 轴有一个交点，则 a 的值为________.

8. 已知二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图象经过 $A(0,3)$，$B\left(-4,-\frac{9}{2}\right)$ 两点.
(1)求 b,c 的值.
(2)二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴是否有公共点？若有，求公共点的坐标；若没有，请说明理由.

强化提高

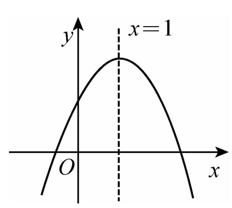
9. 若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是直线 $x=3$，则关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 的解为(　　).
A. $x_1=0,x_2=6$　　B. $x_1=1,x_2=7$
C. $x_1=1,x_2=-7$　　D. $x_1=-1,x_2=7$

10. 根据下表中的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 与函数 y 的对应值，可判断出二次函数的图象与 x 轴(　　).

x	…	-1	0	1	2	…
y	…	-1	$-\frac{7}{4}$	-2	$-\frac{7}{4}$	…

A. 只有一个交点
B. 有两个交点，且它们分别在 y 轴两侧
C. 有两个交点，且它们均在 y 轴同侧
D. 无交点

11. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示，有下列 4 个结论：① $abc<0$；② $a-b+c<0$；③ $2a+b=0$；④ $b^2-4ac>0$.
其中正确的结论有(　　).
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个



(第 11 题)

12. 已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-(2m+3)x+m^2+2$.

(1)若二次函数的图象与 x 轴有两个交点,求实数 m 的取值范围;

(2)设二次函数的图象与 x 轴的交点为 $A(x_1,0)$, $B(x_2,0)$,且满足 $x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$,求实数 m 的值.

课堂·延伸

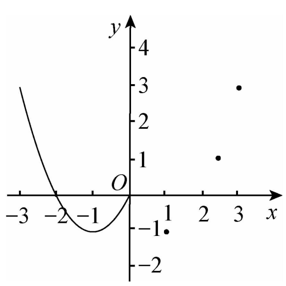
某班"数学兴趣小组"对函数 $y=x^2-2|x|$ 的图象和性质进行了探究,探究过程如下,请补充完整.

(1)自变量 x 的取值范围是全体实数,x 与 y 的几组对应数值如下表:

x	…	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	3	$\frac{5}{4}$	m	-1	0	-1	0	$\frac{5}{4}$	3	…

其中 $m=$________.

(2)根据上表数据,在如图所示的平面直角坐标系中描点,并画出了函数图象的一部分,请画出该函数图象的另一部分.



(3)观察函数图象,写出两条函数的性质.

________________________________;

________________________________.

(4)进一步探究函数图象发现:

①函数图象与 x 轴有________个交点,所以对应的方程 $x^2-2|x|=0$ 有________个实数根;

②方程 $x^2-2|x|=2$ 有________个实数根;

③关于 x 的方程 $x^2-2|x|=a$ 有 4 个实数根,a 的取值范围是____________.

中考·链接

(2018·鄂州一模)已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2+(1-5m)x-5=0(m\neq0)$.

(1)求证:无论 m 为任何非零实数,此方程总有两个实数根;

(2)若抛物线 $y=mx^2+(1-5m)x-5$ 与 x 轴交于 $A(x_1,0)$,$B(x_2,0)$两点,且 $|x_1-x_2|=6$,求 m 的值.

11　二次函数与一元二次方程
(第2课时)

课堂·精要

1. 利用二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象求关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的近似根的基本步骤：

①画出二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的________；

②根据图象确定抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的两个交点分别在哪两个相邻的________之间；

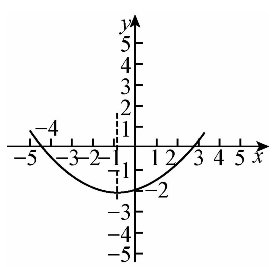
③利用计算器探索其根的十分位上的数字，从而确定方程的________.

2. 理解一元二次方程 $ax^2+bx+c=h$ 的根就是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=h$(h 是实数)图象交点的________坐标.

课堂·精练

基础巩固

1. 小颖用几何画板软件探索方程 $ax^2+bx+c=0$ 的实数根，作出了如图所示的图象，观察得一个近似根为 $x_1=-4.5$，则方程的另一个近似根 $x_2=$(　　)(精确到0.1).

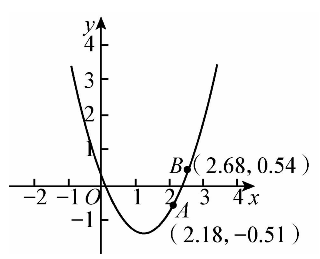


(第1题)

A. 2　　B. -2

C. 2.6　　D. 3.6

2. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，图象上有两点分别为 $A(2.18,-0.51)$，$B(2.68,0.54)$，则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个解只可能是下列中的(　　).



(第2题)

A. 2.18　　B. 2.68

C. -0.51　　D. 2.45

3. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的函数值 y 与自变量 x 的四组对应值如下表所示：

x	6.15	6.18	6.21	6.24
y	0.02	-0.01	0.02	0.11

则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的个数是(　　).

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 不能确定

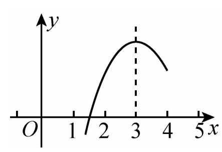
4. 下列表格给出的是二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的几组对应值，那么方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个近似解可以是(　　).

x	3.3	3.4	3.5	3.6
y	-0.06	-0.02	0.03	0.09

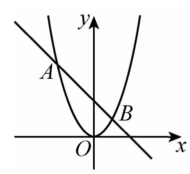
A. 3.25　　B. 3.35

C. 3.45　　D. 3.55

5. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象，由图象可知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根是 $x_1=1.6$，则它的另一个近似根为 $x_2=$________.



(第5题)



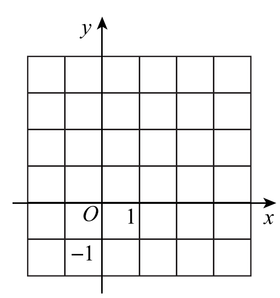
(第6题)

6. 如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2,4)$，$B(1,1)$，则方程 $ax^2=bx+c$ 的解是____________.

7. (1)请在坐标系中画出二次函数 $y=x^2-2x$ 的大致图象；

(2)根据方程的根与函数图象的关系，将方程 $x^2-2x=1$ 的根在图上近似地表示出来(描点)；

(3)观察图象，直接写出方程 $x^2-2x=1$ 的根(结果精确到0.1).



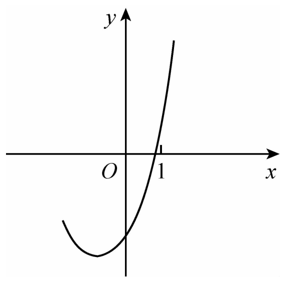
(第7题)

强化提高

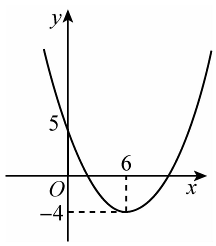
8. 如图，二次函数 $y=ax^2+2x-3$ 的图象与 x 轴有一个交点在 0 和 1 之间（不含 0 和 1），则 a 的取值范围是（　　）.

A. $a>\frac{1}{3}$　　　　B. $0<a<1$

C. $a>1$　　　　D. $a>-\frac{1}{3}$ 且 $a\neq 0$



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数）的图象如图所示，则方程 $ax^2+bx+c=m$ 有实数根的条件是________.

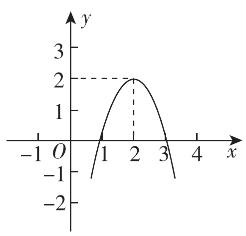
10. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象如图所示，根据图象解答下列问题.

（1）写出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根；

（2）写出不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集；

（3）写出 y 的值随 x 值的增大而减小的自变量 x 的取值范围；

（4）若方程 $ax^2+bx+c=k$ 有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围.



（第 10 题）

课堂·延伸

根据下列要求，解答相关问题：

（1）请补全以下求不等式 $-2x^2-4x\geqslant 0$ 的解集的过程：

①构造函数，画出图象：根据不等式特征构造二次函数 $y=-2x^2-4x$，并在下面的坐标系中（见图①）画出二次函数 $y=-2x^2-4x$ 的图象（只画出图象即可）；

②求得界点，标示所需：当 $y=0$ 时，求得方程 $-2x^2-4x=0$ 的解为____________；

③借助图象，写出解集：由所标示图象，可得不等式 $-2x^2-4x\geqslant 0$ 的解集为____________.

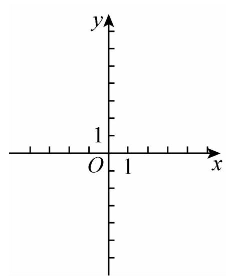
（2）利用（1）中求不等式解集的步骤，求不等式 $x^2-2x+1<4$ 的解集：

①构造函数，画出图象；

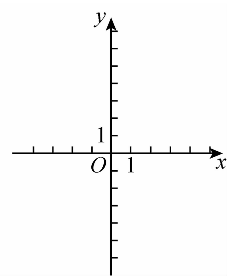
②求得界点，标示所需；

③借助图象，写出解集.

（3）参照以上两个求不等式解集的过程，借助一元二次方程的求根公式，直接写出关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$（$a>0$）的解集.



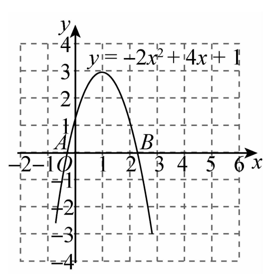
图①



图②

中考·链接

（2017·山西模拟）小李同学在求一元二次方程 $-2x^2+4x+1=0$ 的近似根时，先在直角坐标系中使用软件绘制了二次函数 $y=-2x^2+4x+1$ 的图象（如图），接着观察图象与 x 轴的交点 A 和 B 的位置，然后得出该一元二次方程两个根的范围是 $-1<x_1<0$，$2<x_2<3$，小李同学的这种方法主要运用的数学思想是（　　）.

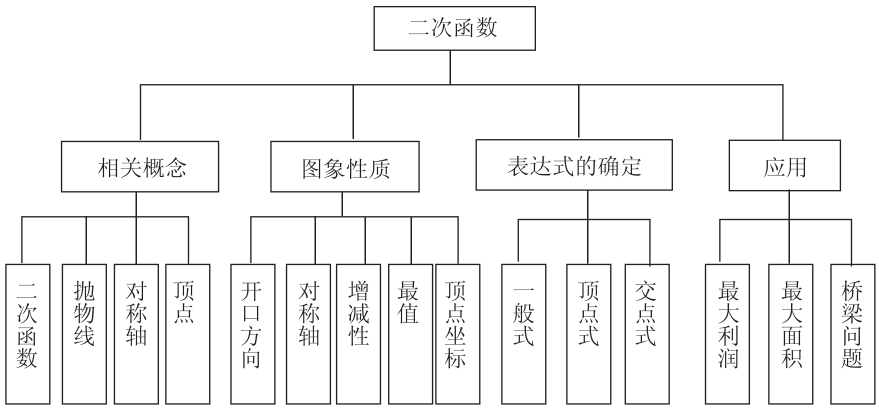


A. 公理化　　　　B. 类比思想

C. 数形结合　　　　D. 模型思想

12 整理与复习

知识梳理



综合提升

1. 在圆的面积公式 $S=\pi r^2$ 中，S 与 r 是(　　).

A. 一次函数关系

B. 正比例函数关系

C. 反比例函数关系

D. 二次函数关系

2. 已知抛物线 $y=x^2-x-1$ 与 x 轴的一个交点为 $(m,0)$，则代数式 $m^2-m+2\,018$ 的值为(　　).

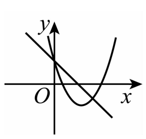
A. 2 019　　B. 2 018　　C. 2 017　　D. 2 016

3. 将抛物线 $y=-5x^2+1$ 向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，所得到的抛物线为(　　).

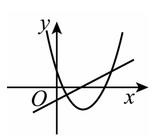
A. $y=-5(x+1)^2-1$　　B. $y=-5(x-1)^2-1$

C. $y=-5(x+1)^2+3$　　D. $y=-5(x-1)^2+3$

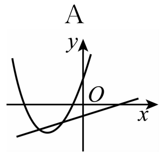
4. 如图，函数 $y=ax^2-2x+1$ 和 $y=ax-a$(a 是常数，且 $a\neq0$)在同一平面直角坐标系中的图象可能是(　　).



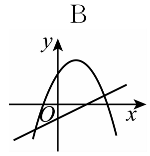
A



B



C



D

5. 如图，若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 图象的对称轴为 $x=1$，与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于点 A、点 $B(-1,0)$，则下列说法：

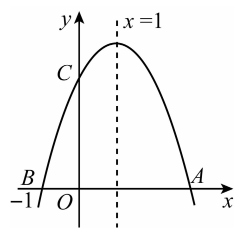
①二次函数的最大值为 $a+b+c$；

②$a-b+c<0$；

③$b^2-4ac<0$；

④当 $y>0$ 时，$-1<x<3$.

其中正确的个数是(　　).



(第 5 题)

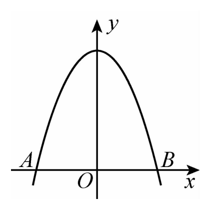
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 当 $a=$________时，函数 $y=(a-1)x^{a^2+1}+x-3$ 是二次函数.

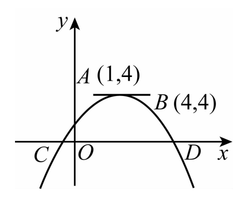
7. 已知 $a<-1$，点 $(a-1,y_1)$，(a,y_2) 都在函数 $y=x^2+1$ 的图象上，则 y_2________y_1.(填“$>$”“$=$”或“$<$”)

8. 某二次函数在 $x=\frac{3}{2}$ 时，有最小值 $-\frac{1}{4}$，且函数的图象经过点 $(0,2)$，则此函数的表达式为__________.

9. 某公路隧道横截面为抛物线，其最大高度为 8 m，以隧道底部宽 AB 所在直线为 x 轴，以 AB 的垂直平分线为 y 轴建立如图所示的平面直角坐标系. 若抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+b$，则隧道底部宽 AB 为________.



(第 9 题)



(第 10 题)

10. 如图,点 A,B 的坐标分别为(1, 4)和(4, 4),抛物线 $y=a(x-m)^2+n$ 的顶点在线段 AB 上运动,与 x 轴交于 C,D 两点(C 在 D 的左侧),点 C 的横坐标最大值为 0,则点 D 横坐标的最小值为______.

11. 某商场试销一种成本为每件 60 元的服装,规定试销期间销售单价不低于成本单价,且获利不得高于 45%,经试销发现,销售量 y(件)与销售单价 x(元)符合一次函数 $y=kx+b$,且 $x=65$ 时,$y=55$;$x=75$ 时,$y=45$.

(1)求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式.

(2)若该商场获得利润为 W 元,试写出利润 W 与销售单价 x 之间的关系式;销售单价定为多少元时,商场可获得最大利润,最大利润是多少元?

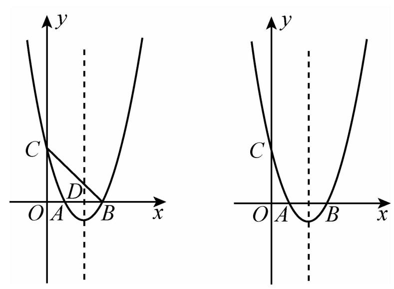
(3)若该商场获得利润不低于 500 元,试确定销售单价 x 的范围.

12. 如图,二次函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象与 x 轴交于 A,B 两点(点 B 在点 A 的右侧),与 y 轴交于点 C,抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D.

(1)求点 A,B,D 的坐标.

(2)在 y 轴上是否存在一点 P,使△PBC 为等腰三角形?若存在,请求出点 P 的坐标.

(3)若动点 M 从点 A 出发,以每秒 1 个单位长度的速度沿 AB 向点 B 运动,同时另一个动点 N 从点 D 出发,以每秒 2 个单位长度的速度在抛物线的对称轴上运动,当点 M 到达点 B 时,点 M,N 同时停止运动,问点 M,N 运动到何处时,△MNB 的面积最大?试求出最大面积.



备用图

(第 12 题)