



第一章 三角形的证明

1 等腰三角形

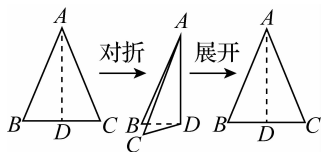
(第1课时)



课堂·精要

如图,把等腰三角形纸片 ABC 沿底边上的高 AD 所在的直线对折后,我们会发现:

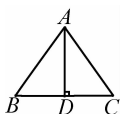
- (1) 等腰三角形的两底角相等,这一定理可以简述为_____.
- (2) 等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线及底边上的高线互相_____,即三线合一.
- (3) 等腰三角形是一个_____图形,它有_____条对称轴,是_____.



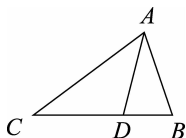
课堂·精练

基础巩固

1. 若等腰三角形的顶角为 40° ,则它的底角度数为()
A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°
2. 若等腰三角形的两边长为 3 和 5,则该等腰三角形的周长为()
A. 11 B. 13 C. 11 或 13 D. 12
3. 等腰三角形的一个角为 80° ,则它的顶角为()
A. 80° B. 80° 或 20°
C. 80° 或 50° D. 20°
4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$,垂足为点 D .
(1) 若 $\angle BAC=70^\circ$,则 $\angle BAD=$ _____;
(2) 若 $BC=6$,则 $BD=$ _____.



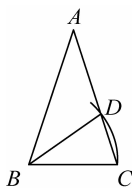
(第4题)



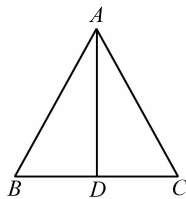
(第5题)

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AD=DC$, $\angle BAD=32^\circ$,则 $\angle BAC=$ _____.
6. 已知实数 x, y 满足 $|x-4| + \sqrt{y-8} = 0$,则以 x, y 为两边长的等腰三角形的周长为_____.

7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=36^\circ$,以点 B 为圆心, BC 长为半径作弧,交 AC 于点 D ,连接 BD ,则 $\angle ABD=$ _____.



(第7题)

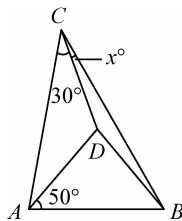


(第8题)

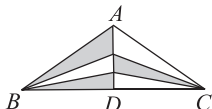
8. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 在边 BC 上,要使 $BD=CD$,还需要添加一个条件,这个条件可以是_____.(只需填上一个正确的条件即可)

强化提高

9. 如图,若 $DA=DB=DC$,则 x 的值是()
A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

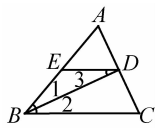


(第9题)



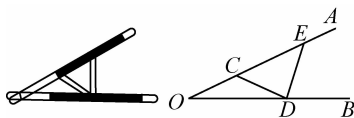
(第10题)

10. 如图,在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$,垂足为点 D , $AD=3$, $BD=4$,则图中阴影部分的面积是()
A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
11. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BA=BC$, BD 是三角形的角平分线, $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E ,给出下列结论:
① $\angle 1 = \angle 3$; ② $DE = \frac{1}{2}AB$; ③ $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$. 其中正确的有()
A. 0 个
B. 1 个
C. 2 个
D. 3 个



(第11题)

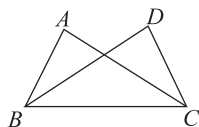
12. “三等分角”大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的,借助如图所示的“三等分角仪”能三等分任意角,这个三等分角仪由两根有槽的棒 OA, OB 组成,两根棒在点 O 处相连并可绕点 O 转动, C 点固定, $OC=CD=DE$,点 D, E 可在槽中滑动,若 $\angle BDE=75^\circ$,则 $\angle CDE$ 的度数是()
A. 60° B. 65° C. 75° D. 80°



(第12题)



13. 已知等腰三角形的底边长为 10 cm, 一腰上的中线把三角形的周长分为两部分, 其中一部分比另一部分长 5 cm, 则这个三角形的腰长为_____.
14. 如图, $\angle ABC = \angle DCB$, BD, CA 分别是 $\angle ABC, \angle DCB$ 的平分线. 求证: $AB = DC$.



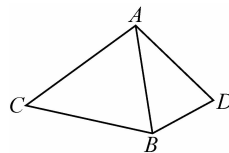
(第 14 题)



课堂·延伸

已知: 如图, AB 两侧是两个等腰三角形, 其中等腰三角形 ABC 的底 AB 是等腰三角形 ABD 的腰.

- (1) 若 $\angle CAD = 120^\circ, \angle CBD = 150^\circ$, 求 $\angle C, \angle D$;
 (2) 若 $\angle CAD = 90^\circ, AC = AD$, 依据题意画出符合条件的图形, 并求 $\angle C, \angle D$.





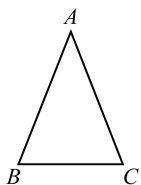
2 等腰三角形

(第2课时)



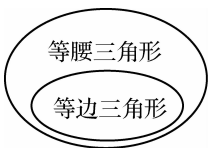
课堂·精要

1. 等腰三角形两底角的_____,两腰上的_____和_____分别相等,这是由等腰三角形的_____决定的. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,请在图中画出两条相等的线段,它们需要满足的条件是_____,利用_____可以证明它们是相等的.



2. _____三角形是特殊的等腰三角形(如图). 其特殊性主要体现在:

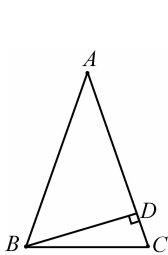
- (1) 等边三角形的三个内角都_____,每个角都等于_____;
(2) 等边三角形有_____条对称轴,它们是_____.



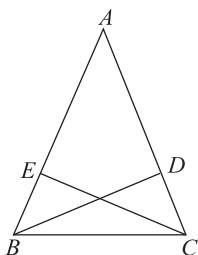
课堂·精练

基础巩固

1. 如图,在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC$, $BD \perp AC$, $\angle ABC=72^\circ$,则 $\angle ABD$ 等于 ()
A. 18° B. 36° C. 54° D. 64°

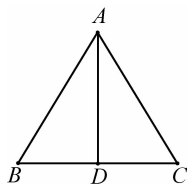


(第1题)

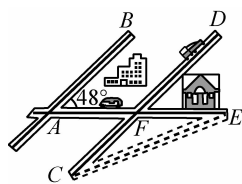


(第2题)

2. 如图,已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,下列条件中,不能使 BD 与 CE 相等的是 ()
A. BD 和 CE 分别为 AC 和 AB 边上的高
B. BD 和 CE 分别为 AC 和 AB 边上的中线
C. $\angle ABD = \frac{1}{4}\angle ABC$, $\angle ACE = \frac{1}{4}\angle ACB$
D. $\angle ABD = \angle BCE$
3. 如图,已知 AD 是等边三角形 ABC 中 BC 边上的中线, $BD=1$ cm,那么 AD 的长是 ()
A. $\sqrt{2}$ cm B. $\sqrt{3}$ cm
C. 2 cm D. $\sqrt{5}$ cm

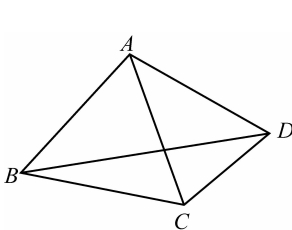


(第3题)

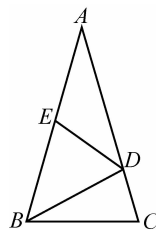


(第4题)

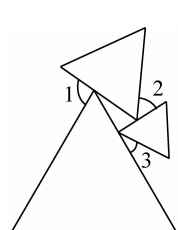
4. 某城市几条道路的位置关系如图所示,已知 $AB \parallel CD$, AE 与 AB 的夹角为 48° . 若 CF 与 EF 的长度相等,则 $\angle C$ 的度数为 ()
A. 48° B. 40° C. 30° D. 24°
5. 如图,已知 $AB=AC=AD$, $\angle BAC=60^\circ$, $\angle DAC=40^\circ$,则 $\angle CBD=$ _____.



(第5题)



(第6题)

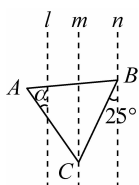


(第7题)

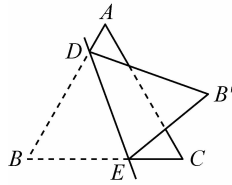
6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=30^\circ$,以点 B 为圆心, BC 长为半径画弧,分别交 AC , AB 于 D , E 两点,并连接 BD , DE ,则 $\angle BDE$ 的度数为_____.
7. 三个等边三角形的位置如图所示,若 $\angle 3=50^\circ$,则 $\angle 1+\angle 2=$ _____.
8. 若等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 30° ,则该等腰三角形顶角的度数是_____.

强化提高

9. 如图, $l \parallel m \parallel n$,等边三角形 ABC 的顶点 B , C 分别在直线 n 和 m 上,边 BC 与直线 n 所夹锐角为 25° ,则 $\angle \alpha$ 为 ()
A. 25° B. 45° C. 35° D. 30°

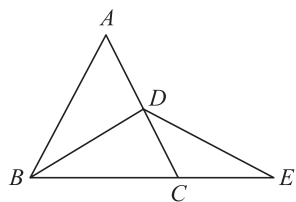


(第9题)

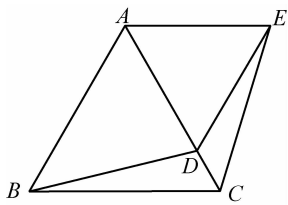


(第10题)

10. 如图,已知在等边三角形 ABC 中,点 D , E 分别在边 AB , BC 上,把 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折,使点 B 落在点 B' 处. 若 $\angle BDE : \angle BED = 5 : 7$,则 $\angle B'EC$ 为 ()
A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°
11. 如图,已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, BD 为中线,延长 BC 至点 E ,使 $CE=CD=1$. 连接 DE ,则 DE 等于_____.



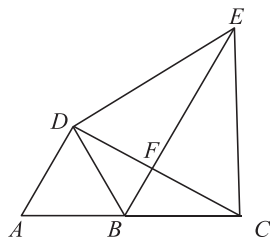
(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图, D 为等边三角形 ABC 中 AC 边上一点, 且 $\angle ACE = \angle ABD$, $CE = BD$, 则 $\triangle ADE$ 是 _____ 三角形.

13. 如图, 点 B 是 AC 上一点, $\triangle ABD$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边三角形. 求证: $AC = BE$.



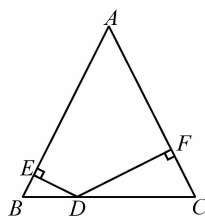
(第 13 题)



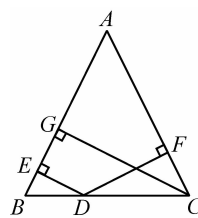
课堂·延伸

如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 BC 边上的任意一点, 过点 D 分别向 AB, AC 作垂线, 垂足分别为 E, F .

- (1) 当点 D 在 BC 上的什么位置时, $DE = DF$? 请说明理由.
- (2) 过点 C 作 AB 边上的高线 CG , 如图②, 试猜想 DE, DF, CG 之间的数量关系, 并说明理由.
- (3) 若在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, 则 $DE + DF =$ _____.



图①



图②



3 等腰三角形

(第3课时)



课堂·精要

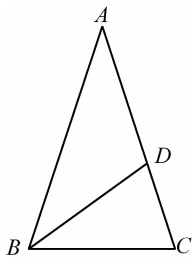
1. 等腰三角形的判定定理是_____, 简称:_____.
2. 用反证法证明的一般步骤:
 - (1) 假设_____;
 - (2) 从这个假设出发, 应用正确的推理方法, 得出与定义、基本事实、已有定理或已知条件相_____的结论;
 - (3) 由矛盾的结果判定假设不正确, 从而肯定命题的结论一定_____.



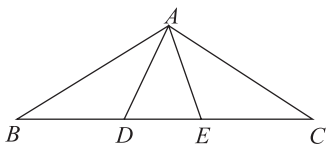
课堂·精练

基础巩固

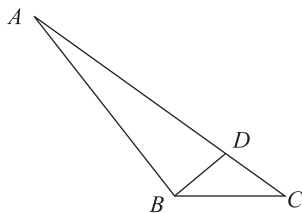
1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle B$, 则 ()
 - A. $AB = AC$
 - B. $BA = BC$
 - C. $CA = CB$
 - D. 不能确定
2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, 则图中的等腰三角形有 ()
 - A. 2 个
 - B. 3 个
 - C. 4 个
 - D. 5 个
3. 下列条件中能判定 $\triangle ABC$ 为等腰三角形的是 ()
 - A. $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$
 - B. $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$
 - C. $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 80^\circ$
 - D. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D, E 在 BC 边上, $\angle ABD = \angle DAE = \angle EAC = 36^\circ$, 则图中等腰三角形共有 ()
 - A. 4 个
 - B. 5 个
 - C. 6 个
 - D. 7 个



(第2题)



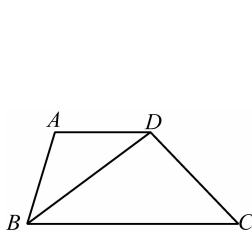
(第4题)



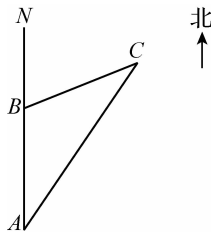
(第5题)

5. 如图, $\angle A = 20^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, $\angle ADB = 80^\circ$, 则图中等腰三角形共有_____个, 分别是_____.

6. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, BD 平分 $\angle ABC$, $AD = 2$, 则 $AB =$ _____.

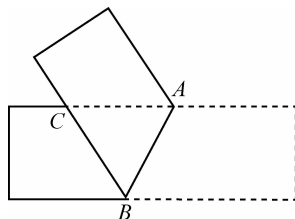


(第6题)



(第7题)

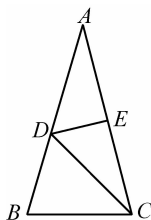
7. 上午 9 时, 一只船从海岛 A 出发, 以 20 n mile/h 的速度向正北方向航行, 11 时到达海岛 B 处, 从 A, B 望灯塔 C , 分别测得 $\angle NAC = 34^\circ$, $\angle NBC = 68^\circ$, 则海岛 B 到灯塔 C 的距离为_____.
8. 如图, 在一张长方形纸条上任意画一条截线 AB , 将纸条沿截线 AB 折叠, 所得到 $\triangle ABC$ 的形状一定是_____三角形.



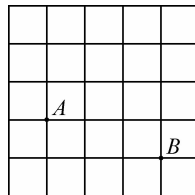
(第8题)

强化提高

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 30^\circ$, 将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 折叠, A 恰好与点 C 重合, 则 $\angle BCD$ 等于 ()
 - A. 80°
 - B. 75°
 - C. 65°
 - D. 45°



(第9题)



(第10题)

10. 如图, 已知每个小方格的边长为 1, A, B 两点都在小方格的格点(顶点)上, 请在图中找一个格点 C , 使 $\triangle ABC$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 这样的格点 C 有 ()
 - A. 3 个
 - B. 4 个
 - C. 5 个
 - D. 6 个
11. 用反证法证明“三角形的三个外角中至少有两个钝角”时, 假设正确的是 ()
 - A. 假设三个外角都是锐角
 - B. 假设三个外角中至少有一个钝角
 - C. 假设三个外角都是钝角
 - D. 假设三个外角中至多有一个钝角



12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, 当 $\angle B =$ _____ 时, $\triangle ABC$ 是等腰三角形.
13. 已知等腰三角形 ABC 的面积为 30, $AB = AC = 10$, 则底边 BC 的长度为 _____.
14. 求证: 三角形中至少有一个角不大于 60° .

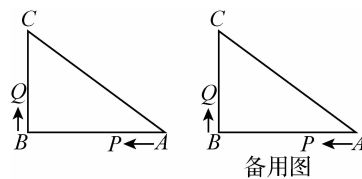


课堂·延伸

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm, 点 P, Q 是 $\triangle ABC$ 边上的两个动点, 其中点 P 从点 A 开始沿 $A \rightarrow B$ 方向运动, 速度为 1 cm/s, 点 Q 从点 B 开始沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 方向运动, 速度为 2 cm/s, 若它们同时出发, 设出发时间为 t s.

(1) 求出发 2 s 后, PQ 的长;

(2) 点 Q 在 CA 边上运动时, 求能使 $\triangle BCQ$ 为等腰三角形的运动时间.





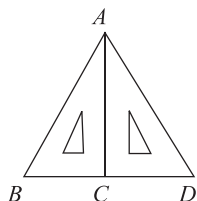
4 等腰三角形

(第4课时)



课堂·精要

1. 如图,将两个完全相同的含有 30° 角的三角尺拼放在一起,则拼接后的 $\triangle ABD$ 的形状是_____.



2. 等边三角形的判定定理:

- (1) 三个角都_____的三角形是等边三角形;
(2) 有一个角等于_____的_____三角形是等边三角形.

3. 在直角三角形中,如果一个锐角等于 30° ,那么,它所对的直角边等于斜边的_____. 反过来,_____,这个命题也是_____的.

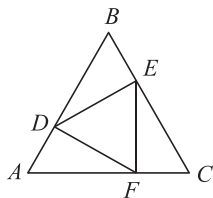


课堂·精练

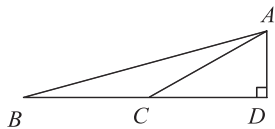
基础巩固

1. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形,且 $AD=BE=CF$,则 $\triangle DEF$ 是 ()

- A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 钝角三角形 D. 直角三角形



(第1题)



(第2题)

2. 如图, $AC=BC=10$ cm, $\angle B=15^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D ,则 AD 的长为 ()

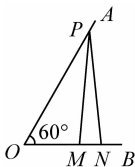
- A. 3 cm B. 4 cm C. 5 cm D. 6 cm

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, $\angle B=30^\circ$,点 P 是线段 BC 上一个动点,则线段 AP 的长可能是 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

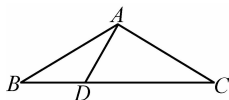
4. 如图,已知 $\angle AOB=60^\circ$,点 P 在边 OA 上, $OP=12$,点 M, N 在边 OB 上, $PM=PN$. 若 $MN=2$,则 OM 等于 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

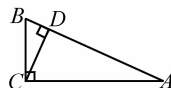


(第4题)

5. 若三角形三个内角的度数之比为 $1:2:3$,最短的边长是 5 cm,则其最长的边长是_____.
6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, $AD \perp AC$ 交 BC 于点 D , $BD=1$,则 $BC=$ _____.



(第6题)

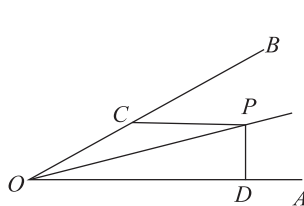


(第7题)

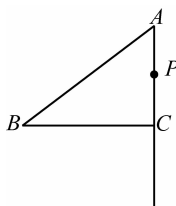
7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是高, $\angle A=30^\circ$,则 $BD:AB=$ _____.
8. 在边长为 6 cm 的等边三角形中,其一边上的高的长度为_____.

强化提高

9. $\triangle ABC$ 的三边长 a, b, c 满足 $a^2+b^2+c^2-2a-2b=2c-3$,则 $\triangle ABC$ 为 ()
- A. 直角三角形 B. 等腰直角三角形
C. 等腰三角形 D. 等边三角形
10. 如图, $\angle AOP=\angle BOP=15^\circ$, $PC \parallel OA$, $PD \perp OA$. 若 $PC=10$,则 $PD=$ _____.



(第10题)

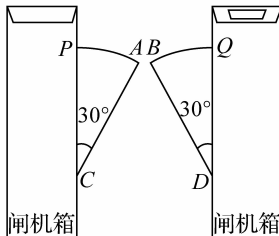


(第11题)

11. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=10$ cm, $BC=8$ cm,动点 P 从点 A 出发,以 2 cm/s 的速度沿射线 AC 运动,当运动时间为_____时, $\triangle ABP$ 为等腰三角形.
12. 图①所示的是某超市入口的双翼闸门. 如图②,当它的双翼展开时,双翼边缘的端点 A 与 B 之间的距离为 10 cm,双翼的边缘 $AC=BD=54$ cm,且与闸机侧立面夹角 $\angle PCA=\angle BDQ=30^\circ$,求当双翼收起时,可以通过闸机的物体的最大宽度.



图①

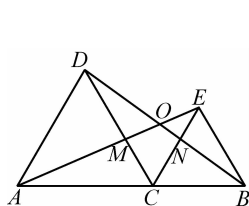


图②

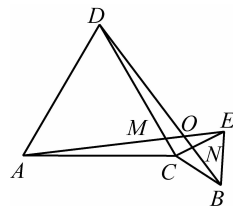
(第12题)

课堂·延伸

如图, $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCE$ 是等边三角形, 连接 AE , BD , 且它们交于点 O .



图①

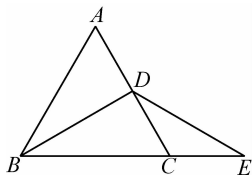


图②

13. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, BD 是中线, 延长 BC 至 E , 使 $CE=CD$.

(1) 求证: $DB=DE$;

(2) 在图中过点 D 作 $DF \perp BE$ 交 BE 于 F , 若 $CF=4$, 求 $\triangle ABC$ 的周长以及 $\triangle BDE$ 的面积.



(第 13 题)

(1) 如图①所示, 当 A, C, B 三点共线时, AE 与 BD 有怎样的关系?

(2) 在图①中, 连接 MN , 则 $\triangle CMN$ 的形状如何? 为什么?

(3) 若连接 OC , 则 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 有怎样的关系? 为什么?

(4) 若 A, C, B 三点不共线 (如图②), 上面的结论还成立吗? 你还发现了什么?



5 直角三角形

(第1课时)



课堂·精要

- 互逆命题:在两个命题中,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的_____和_____,那么这两个命题称为互逆命题.
- 互逆定理:如果一个定理的逆命题经过证明是_____命题,那么它也是一个定理.此时,称这两个定理为_____.
- 与直角三角形相关的互逆定理:

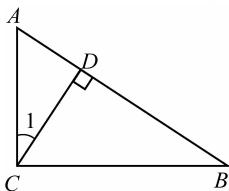
	定理	逆定理
(1)	直角三角形的两个锐角_____.	_____的三角形是直角三角形.
(2)	直角三角形两条直角边的平方和等于_____.	如果_____,那么这个三角形是直角三角形.
(3)	在直角三角形中,如果有一个锐角等于 30° ,那么_____.	在直角三角形中,如果_____,那么这条直角边所对的锐角等于 30° .



课堂·精练

◆基础巩固

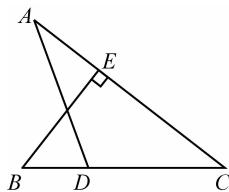
- 在一个直角三角形中,有一个锐角等于 40° ,则另一个锐角的度数是 ()
A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°
- 下列说法中,正确的是 ()
A. 在直角三角形中,已知两边的边长为3和4,则第三边的边长为5
B. $\triangle ABC$ 是直角三角形,三边长分别为 a, b, c ,则满足 $a^2 - b^2 = c^2$
C. 以三个连续自然数为三边的长度不可能构成直角三角形
D. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 5 : 6$,则 $\triangle ABC$ 是直角三角形
- 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,则 $\angle 1$ 与 $\angle B$ 的关系是 ()
A. 互余
B. 互补
C. 相等
D. 不确定



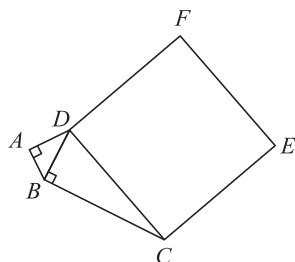
(第3题)

- 下列定理中,不存在逆定理的是 ()
A. 等边三角形的三个内角都等于 60°
B. 在同一个三角形中,如果两边相等,那么它们所对的角也相等
C. 同位角相等,两直线平行
D. 全等三角形的对应角相等

- 某直角三角形的两边长分别为3和4,则第三边的长为_____.
- 若等腰三角形底边长为6 cm,底边上的中线长为4 cm,则它的腰长为_____.
- 如图,已知 $\angle A = 32^\circ$, $\angle ADC = 110^\circ$, $BE \perp AC$ 于点E,则 $\angle B$ 的度数是_____.



(第7题)

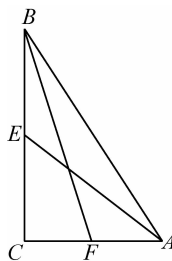


(第8题)

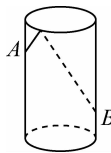
- 如图,在四边形ABCD中, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CBD = 90^\circ$, $AD = 4$, $AB = 3$, $BC = 12$,则正方形DCEF的面积为_____.

◆强化提高

- 下列条件中:① $\angle A + \angle B = \angle C$;② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$;③ $\angle A = 90^\circ - \angle B$;④ $\angle A = \angle B = \frac{1}{2} \angle C$,能够确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的有 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,点E, F为直角边BC, AC的中点,且 $AE = 3$, $BF = 4$,则 $AB =$ ()
A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 5



(第10题)

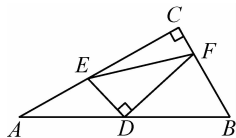


(第11题)

- 如图,圆柱形容器的高为1.2 m,底面周长为1 m,在容器内壁距离容器底部0.3 m的点B处有一只蚊子,此时一只壁虎正好在容器外壁,离容器上沿0.3 m与蚊子相对的点A处,则壁虎捕捉蚊子的最短距离为_____.(容器厚度忽略不计)

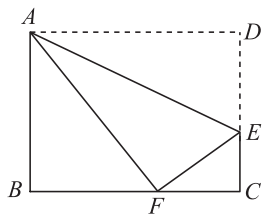


12. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, D 为斜边 AB 的中点, $DE \perp DF$, 而 E, F 分别在 AC 和 BC 上, 连接 EF , 观察 AE, EF, BF , 判断以这三条线段的长为边长能不能组成直角三角形, 写出你的结论并说明理由.



(第 12 题)

13. 如图, 将长方形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 使点 D 落在 BC 边的点 F 处. 已知 $AB=8\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$, 求 EC 的长.

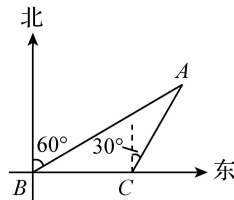


(第 13 题)



课堂·延伸

某市遭暴雨袭击, 水位猛涨, 该市抗洪抢险救援队伍在 B 处接到报告: 有受灾群众被困于一座遭水淹的楼顶 A 处, 情况危急! 救援队伍在 B 处测得点 A 在点 B 的北偏东 60° 方向上, 如图所示. 救援队伍决定分成两组: 第一组马上下水游向 A 处救人, 同时第二组在未被水淹处往正东方向奔跑 120 m 到达 C 处, 再从 C 处下水游向 A 处救人. 已知点 A 在点 C 的北偏东 30° 方向上, 且救援人员在水中前进的速度均为 1 m/s , 在未被水淹的地面上奔跑的速度为 4 m/s . 哪组救援队先到达 A 处? 请说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$)





6 直角三角形

(第2课时)



课堂·精要

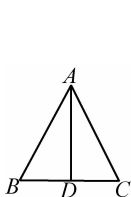
判定两个直角三角形全等的方法:(1) _____;
(2) _____; (3) _____; (4) _____;
(5) _____, 即 _____ 和 _____ 分别相等的
两个直角三角形全等.



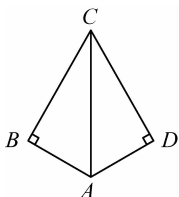
课堂·精练

◆ 基础巩固

1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D . 若 $AB=AC$,
则可推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$,其依据是 ()
A. AAS B. ASA C. SAS D. HL

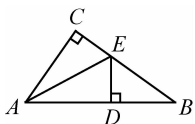


(第1题)

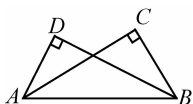


(第2题)

2. 如图, $AD \perp DC$, $AB \perp BC$, 若 $AB=AD$, $\angle DAB=120^\circ$, 则 $\angle ACB$ 为 ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AD=AC$, $DE \perp AB$
交 BC 于点 E . 若 $\angle B=28^\circ$, 则 $\angle AEC$ 等于 ()
A. 28° B. 59° C. 60° D. 62°



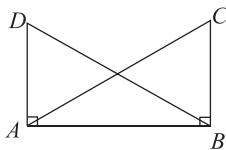
(第3题)



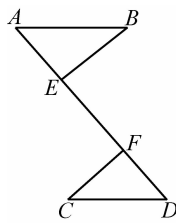
(第5题)

4. 利用基本尺规作图,下列条件中,不能作出唯一的直角三角形的是 ()
A. 已知斜边和一锐角
B. 已知一直角边和一锐角
C. 已知斜边和一直角边
D. 已知两个锐角
5. 如图, $AC \perp BC$, $AD \perp DB$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$,
还需添加条件_____. (只需写出符合条件
的一种情况)
6. 如图,小明和小芳以相同的速度分别同时从 A, B 出
发,小明沿 AC 行走,小芳沿 BD 行走,并同时到达

C, D . 若 $CB \perp AB$, $DA \perp AB$, 则 CB _____ DA .
(填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

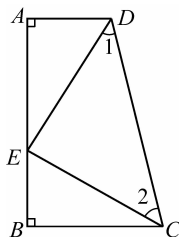


(第6题)



(第7题)

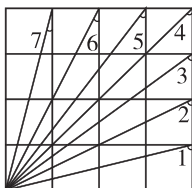
7. 如图,已知 $BE \perp AD$, $CF \perp AD$, 垂足分别为点 E, F . 给出下列条件:① $AB=CD$, $\angle B=\angle C$; ② $AB=DC$, $AB \parallel CD$; ③ $AB=DC$, $BE=CF$; ④ $AB=DF$, $BE=CF$. 可以判定 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle DCF$ 的是_____. (填写序号)
8. 如图, $\angle A=\angle B=90^\circ$, E 是 AB 上一点, 且 $AE=BC$, $\angle 1=\angle 2$.
(1) $\text{Rt}\triangle ADE$ 与 $\text{Rt}\triangle BEC$ 全等吗? 请说明理由.
(2) $\triangle CDE$ 是不是直角三角形? 请说明理由.



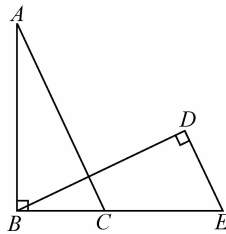
(第8题)

◆ 强化提高

9. 在如图所示的 4×4 正方形网格中, $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6+\angle 7$ 为 ()
A. 330° B. 315°
C. 310° D. 320°



(第9题)

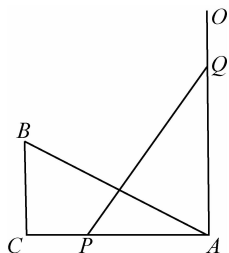


(第10题)

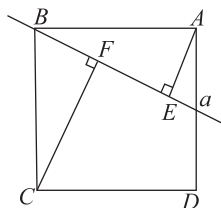
10. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $AB=BD$, $AC=7$, $DE=3$, 且 $AC \perp BD$, 则 EC 的值为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



11. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=10$, $BC=5$, 线段 $PQ=AB$, P, Q 两点分别在 AC 和过点 A 且垂直于 AC 的射线 AO 上运动,当 $AP=$ _____ 时, $\triangle ABC$ 和 $\triangle PQA$ 全等.

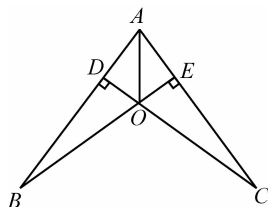


(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图,过正方形 $ABCD$ 的顶点 B 作直线 a ,过点 A, C 作 a 的垂线,垂足分别为点 E, F . 若 $AE=1$, $CF=3$,则 $AB=$ _____.
13. 如图, AO 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AB$ 于点 D , $BE \perp AC$ 于点 E , BE, CD 相交于点 O . 求证: $OB=OC$.



(第 13 题)



课堂·延伸

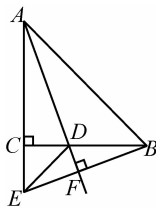
等腰直角三角形 ACB 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CA=CB$.

操作:如图①,过点 A 任作一条直线(不经过点 C 和点 B)交 BC 所在的直线于点 D ,过点 B 作 $BF \perp AD$ 交 AD 于点 F ,交 AC 所在的直线于点 E ,连接 DE .

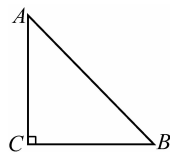
(1)猜想 $\triangle CDE$ 的形状.

(2)请利用图②,图③作与上述位置不同的直线,然后按上述方法操作,画出相应的图形.

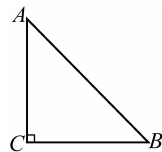
(3)在经历(2)之后,若你认为(1)中的结论是成立的,请利用图②说明理由;若你认为不成立,请利用其中一图说明理由.



图①



图②



图③



7 线段的垂直平分线

(第1课时)



课堂·精要

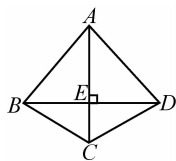
1. 线段的垂直平分线的性质定理: 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离_____.
2. 线段的垂直平分线性质定理的逆定理(判定定理): 到一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的_____上.



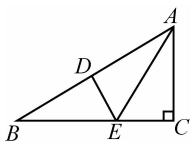
课堂·精练

基础巩固

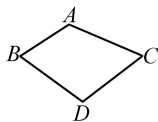
1. 如图, AC 垂直平分 BD , 垂足为点 E , 连接 AB , AD , BC , CD , 下列结论不一定成立的是 ()
A. $AB=AD$ B. AC 平分 $\angle BCD$
C. $AB=BD$ D. $\triangle BEC \cong \triangle DEC$



(第1题)

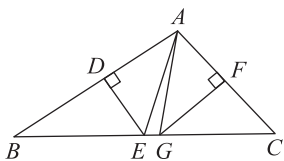


(第2题)

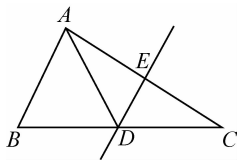


(第3题)

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, DE 垂直平分 AB , AE 平分 $\angle BAC$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()
A. 40° B. 30° C. 25° D. 20°
3. 如图, 在四边形 $ABDC$ 中, $\angle A = 130^\circ$, 点 D 在 AB , AC 的垂直平分线上, 则 $\angle BDC$ 等于 ()
A. 90° B. 100° C. 120° D. 130°
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB , FG 垂直平分 AC , $BC = 13$ cm, 则 $\triangle AEG$ 的周长为 ()
A. 6.5 cm B. 13 cm
C. 26 cm D. 15 cm

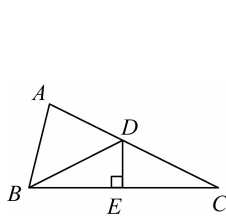


(第4题)

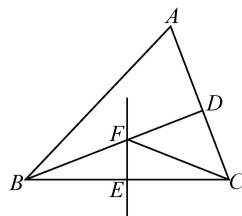


(第5题)

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 AC 边的垂直平分线, 且分别与 BC , AC 交于点 D 和 E . 若 $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, 则 $\angle BAD =$ _____.
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 BC . 若 $AB = 5$, $AC = 8$, 则 $\triangle ABD$ 的周长等于_____.

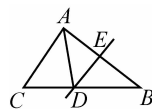


(第6题)



(第7题)

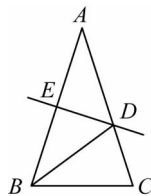
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, BC 的垂直平分线交 BC 于点 E , 交 BD 于点 F , 连接 CF . 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle ABD = 24^\circ$, 则 $\angle ACF$ 的度数为_____.
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点, $\triangle ACD$ 的周长是 12 cm, DE 是线段 AB 的垂直平分线, $AE = 5$ cm, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.



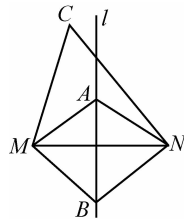
(第8题)

强化提高

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, AB 的垂直平分线 DE 交 AC 于点 D , 交 AB 于点 E , 下述结论错误的是 ()
A. BD 平分 $\angle ABC$
B. $\triangle BCD$ 的周长等于 $AB + BC$
C. $AD = BD = BC$
D. 点 D 是线段 AC 的中点



(第9题)



(第10题)

10. 给出以下两个定理: ① 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等; ② 到一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上. 应用上述定理进行如下推理, 如图, 直线 l 是线段 MN 的垂直平分线.

$\because$ 点 A 在直线 l 上, $\therefore AM = AN$ ().

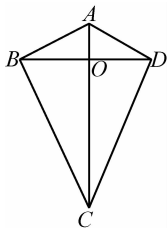
$\because BM = BN$, $\therefore$ 点 B 在直线 l 上 ().

$\because CM \neq CN$, $\therefore$ 点 C 不在直线 l 上. 这是因为如果点 C 在直线 l 上, 那么 $CM = CN$ (), 这与 $CM \neq CN$ 相矛盾.

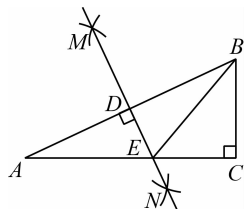
以上推理中各括号内应注明的理由依据是 ()

- A. ②①①
 - B. ②①②
 - C. ①②②
 - D. ①②①
11. 两组邻边分别相等的四边形我们称它为筝形. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $BC = CD$, AC 与 BD 相交于点 O , 给出下列结论: ① $AC \perp BD$; ② AC , BD 互相平分; ③ AC 平分 $\angle BCD$;

④ $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$; ⑤ 筝形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}AC \cdot BD$. 其中正确的有 _____. (填写序号)



(第 11 题)



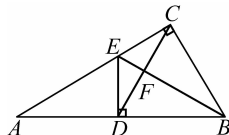
(第 12 题)

12. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 18$, 分别以 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 过弧的交点作直线, 分别交 AB, AC 于点 D, E . 若 $EC = 5$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 _____.

13. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 上一点, $BD = BC$, 过点 D 作 AB 的垂线交 AC 于点 E , CD 交 BE 于点 F .

(1) 若 $\angle A = 40^\circ$, 求 $\angle CDB$ 的度数;

(2) 求证: BE 垂直平分 CD .



(第 13 题)

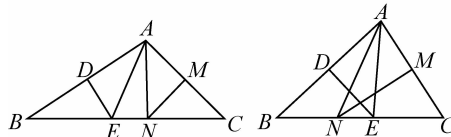
课堂·延伸

在 $\triangle ABC$ 中, DE 垂直平分 AB , 分别交 AB, BC 于点 D, E , MN 垂直平分 AC , 分别交 AC, BC 于点 M, N , 连接 AE, AN .

(1) 如图①, 若 $\angle BAC = 100^\circ$, 求 $\angle EAN$ 的度数;

(2) 如图②, 若 $\angle BAC = 70^\circ$, 求 $\angle EAN$ 的度数;

(3) 若 $\angle BAC = \alpha$ ($\alpha \neq 90^\circ$), 请直接写出 $\angle EAN$ 的度数 (用含 α 的代数式表示).



图①

图②



8 线段的垂直平分线

(第2课时)



课堂·精要

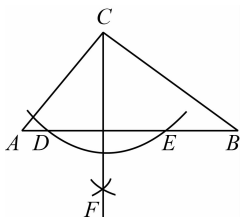
三角形三条边的垂直平分线的性质:三角形三条边的垂直平分线相交于一点,并且这一点到三个顶点的距离_____.



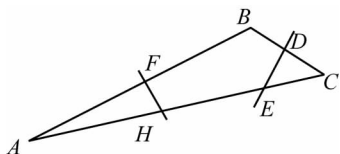
课堂·精练

基础巩固

- 到 $\triangle ABC$ 的三个顶点距离相等的点是 $\triangle ABC$ ()
 A. 三边中线的交点
 B. 三条角平分线的交点
 C. 三边上的高的交点
 D. 三边垂直平分线的交点
- 如果三角形两条边上的垂直平分线的交点在第三条边上,那么这个三角形是 ()
 A. 锐角三角形
 B. 等腰三角形
 C. 直角三角形
 D. 等腰直角三角形
- 如图,以 C 为圆心,以大于点 C 到 AB 的距离为半径作弧交 AB 于点 D, E ,再以点 D, E 为圆心,以大于 $\frac{1}{2}DE$ 为半径作弧,两弧交于点 F ,作射线 CF ,则 ()
 A. CF 平分 $\angle ACB$
 B. $CF \perp AB$
 C. CF 平分 AB
 D. CF 垂直平分 AB
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 45^\circ$, $\angle B = 120^\circ$, BC 的垂直平分线 DE 交 BC 于点 D ,交 AC 于点 E , AB 的垂直平分线 FH 交 BA 于点 F ,交 AC 于点 H , $CE = 4$,则 AH 的长度为 ()

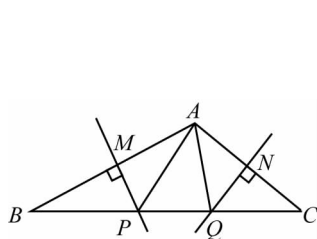


(第3题)

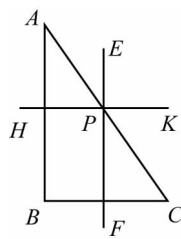


(第4题)

- A. 4 B. 6 C. 7 D. 8
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线分别交 AB, BC 于点 M, P , AC 的垂直平分线分别交 AC, BC 于点 N, Q , $\angle BAC = 110^\circ$,则 $\angle PAQ =$ _____.

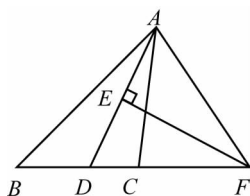


(第5题)

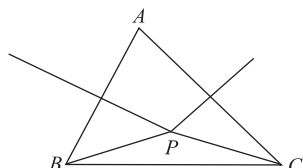


(第6题)

- 如图,线段 AB 的垂直平分线与 BC 的垂直平分线的交点 P 恰好在 AC 上,且 $AC = 12$ cm,则点 B 到点 P 的距离为 _____.
- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, AD 的垂直平分线交 BC 的延长线于点 F .已知 $\angle B = 50^\circ$,则 $\angle CAF$ 的度数为 _____.



(第7题)

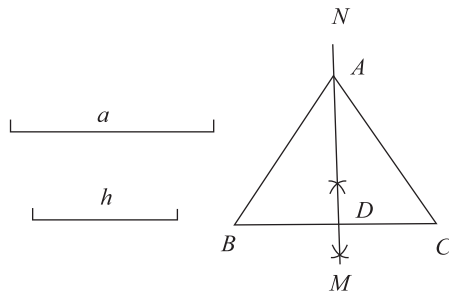


(第8题)

- 如图, $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的垂直平分线相交于点 P ,连接 PB, PC .若 $\angle A = 70^\circ$,则 $\angle PBC$ 的度数为 _____.

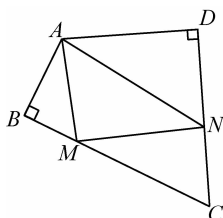
强化提高

- 如图,已知线段 a, h ,作等腰三角形 ABC ,使 $AB = AC$,且 $BC = a$, BC 边上的高 $AD = h$.张红的作法是
 ①作线段 $BC = a$;②作线段 BC 的垂直平分线 MN , MN 与 BC 相交于点 D ;③在直线 MN 上截取线段 h ;④连接 AB, AC ,则 $\triangle ABC$ 为所求的等腰三角形.上述作法的四个步骤中,你认为有错误的一步是 ()
 A. ① B. ② C. ③ D. ④



(第9题)

- 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$,在 BC 和 CD 上分别找一点 M, N ,使 $\triangle AMN$ 周长最小时,则 $\angle AMN + \angle ANM$ 的度数为 ()

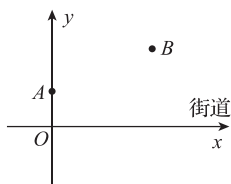


(第10题)

- A. 140° B. 130°
 C. 120° D. 110°



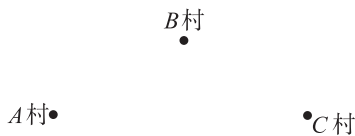
11. 欲在街道旁修建一个奶站,向 A, B 两个居民区提供牛奶,奶站应该建在什么地方,才能使 A, B 到它的距离之和最短? 小聪根据实际情况,以街道为 x 轴,建立了如图所示的平面直角坐标系,测得点 A 的坐标为 $(0, 3)$,点 B 的坐标为 $(6, 5)$,则从 A, B 两点到奶站的距离之和的最小值是_____.



(第 11 题)

12. 为了推进农村新型合作医疗制度改革,准备在某镇新建一个医疗点 P ,使 P 到该镇所属 A 村、 B 村、 C 村的村委会所在地的距离都相等(A, B, C 不在同一直线上,地理位置如图所示),请你用尺规作图的方法确定点 P 的位置.

要求:写出已知、求作;不写作法,保留作图痕迹.



(第 12 题)



课堂·延伸

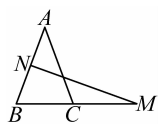
如图①,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 N ,交 BC 的延长线于点 M , $\angle A = 40^\circ$.

(1) 求 $\angle NMB$ 的大小.

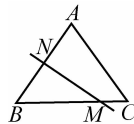
(2) 如图②,如果将(1)中 $\angle A$ 的度数改为 70° ,其余条件不变,求 $\angle NMB$ 的大小.

(3) 根据(1)(2)的计算,你能发现其中蕴含的规律吗? 请写出猜想并说明理由.

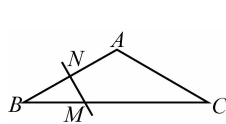
(4) 如图③,将(1)中的 $\angle A$ 改为钝角,其余条件不变,该规律是否需要加以修改? 请把 $\angle A$ 代入一个钝角度数验证你的结论.



图①



图②



图③



9 角平分线

(第1课时)



课堂·精要

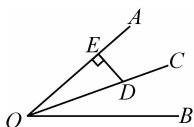
1. 角平分线性质定理:角平分线上的点到这个角的两边的_____相等.
2. 角平分线性质定理的逆定理(判定定理):在一个角的内部,到角的两边距离相等的点在这个角的_____上.



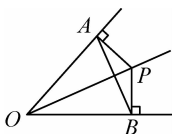
课堂·精练

基础巩固

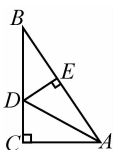
1. 如图,点 D 为 $\angle AOB$ 的平分线 OC 上一点, $DE \perp AO$ 于点 E ,若 $DE=4$,则 D 到 OB 的距离为 ()
A. 5 B. 4 C. 3.5 D. 3



(第1题)



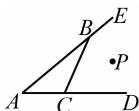
(第2题)



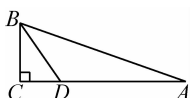
(第3题)

2. 如图, OP 平分 $\angle AOB$, $PA \perp OA$, $PB \perp OB$, 垂足分别为 A, B , 下列结论中不一定成立的是 ()
A. $PA=PB$ B. PO 平分 $\angle APB$
C. $OA=OB$ D. AB 垂直平分 OP
3. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, 点 D 到 AB 的距离 $DE=1$ cm, $BE=\sqrt{3}$ cm, 则 BC 的长为 ()
A. 1 cm B. 2 cm
C. 3 cm D. $(\sqrt{3}+1)$ cm

4. 如图,已知点 P 到 AE, AD, BC 的距离相等,给出下列说法:①点 P 在 $\angle BAC$ 的平分线上;②点 P 在 $\angle CBE$ 的平分线上;③点 P 在 $\angle BCD$ 的平分线上;④点 P 在 $\angle BAC, \angle CBE, \angle BCD$ 的平分线上. 其中正确的是 ()
A. ①②③④ B. ①②③
C. ④ D. ②③

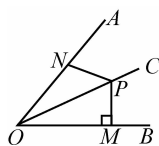


(第4题)

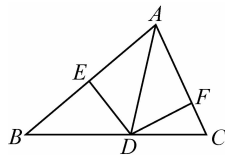


(第5题)

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=8$, $DC=\frac{1}{3}AD$, BD 平分 $\angle ABC$, 则点 D 到 AB 的距离等于_____.
6. 如图, OC 平分 $\angle AOB$, 点 P 是 OC 上一点, $PM \perp OB$ 于点 M , 点 N 是射线 OA 上一个动点. 若 $PM=5$, 则 PN 的最小值为_____.

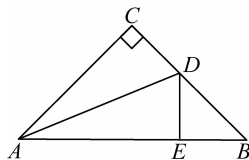


(第6题)



(第7题)

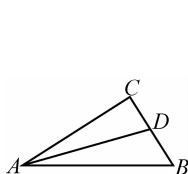
7. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC$ 的平分线, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F , 若 $S_{\triangle ABC}=28$, $DE=4$, $AB=8$, 则 AC 的长是_____.
8. 如图,在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E . 若 $AB=10$, 则 $\triangle BDE$ 的周长等于_____.



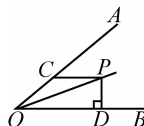
(第8题)

强化提高

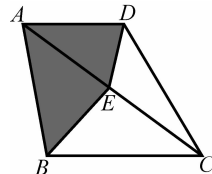
9. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若 $CD=4$, $AC=12$, $AB=15$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. 48 B. 50 C. 54 D. 60



(第9题)



(第10题)

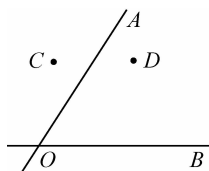


(第11题)

10. 如图,已知 $\angle AOB=30^\circ$, 点 P 是 $\angle AOB$ 平分线上一点, $CP \parallel OB$, 交 OA 于点 C , $PD \perp OB$, 垂足为点 D , 且 $PC=4$, 则 PD 等于 ()
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
11. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $BE \perp AC$ 于点 E , 连接 DE , 四边形 $ABCD$ 的面积为 12 cm^2 , 若 BE 平分 $\angle ABC$, 则四边形 $ABED$ 的面积为 ()
A. 4 cm^2 B. 6 cm^2
C. 8 cm^2 D. 10 cm^2



12. 如图, 已知在两条公路 OA, OB 的附近有 C, D 两个超市, 现准备在两条公路的交叉路口附近安装一个监控摄像头, 要求摄像头 P 的位置到两个超市的距离相等, 且到两条公路的距离也相等, 请你找出摄像头 P 的位置.



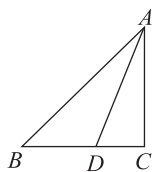
(第 12 题)



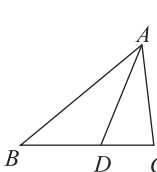
课堂·延伸

已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 2\angle B$.

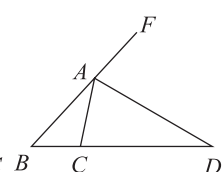
- (1) 如图①, 当 $\angle C = 90^\circ$, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线时, 求证: $AB = AC + CD$.
- (2) 如图②, 当 $\angle C \neq 90^\circ$, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线时, 线段 AB, AC, CD 又有怎样的数量关系? 请说明理由.
- (3) 如图③, 当 AD 为 $\angle CAF$ 的平分线时, 线段 AB, AC, CD 又有怎样的数量关系? 请说明理由.



图①

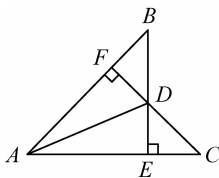


图②



图③

13. 如图, 已知 $BE \perp AC, CF \perp AB$, 垂足分别为点 E, F , BE, CF 相交于点 D , 连接 AD . 若 $BD = CD$, 求证: AD 平分 $\angle BAC$.



(第 13 题)



10 角平分线

(第2课时)



课堂·精要

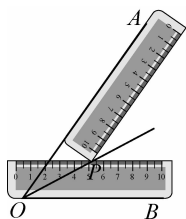
三角形三内角的平分线定理:三角形的三条角平分线相交于一点,并且这一点到三条边的距离_____.



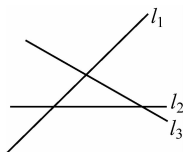
课堂·精练

基础巩固

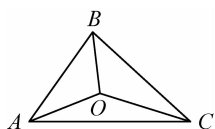
- 到三角形三边距离相等的点应是三角形三条()
A. 角平分线的交点 B. 高线的交点
C. 中线的交点 D. 垂直平分线的交点
- 小明同学在学习了全等三角形的相关知识后发现,只用两把完全相同的长方形直尺就可以作出一个角的平分线.如图,一把直尺压住射线 OB ,另一把直尺压住射线 OA ,并且与第一把直尺交于点 P ,小明说:“射线 OP 就是 $\angle BOA$ 的平分线.”他这样作的依据是 ()
A. 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上
B. 角平分线上的点到这个角两边的距离相等
C. 三角形三条角平分线的交点到三条边的距离相等
D. 以上均不正确
- 已知 $\triangle ABC$ 是一个任意三角形,用直尺和圆规作出 $\angle A, \angle B$ 的平分线,如果两条角平分线交于点 O ,下列选项中不正确的是 ()
A. 点 O 到 $\triangle ABC$ 三个顶点的距离一定相等
B. $\angle C$ 的平分线一定经过点 O
C. 点 O 到 $\triangle ABC$ 三边的距离一定相等
D. 点 O 一定在 $\triangle ABC$ 的内部
- 如图,直线 l_1, l_2, l_3 表示三条交叉的公路,现要建一个货物中转站,要求它到三条公路的距离相等,则可供选择的地址有 ()
A. 1 处 B. 2 处
C. 3 处 D. 4 处



(第2题)

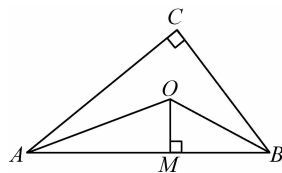


(第4题)



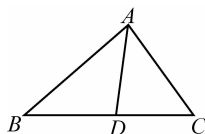
(第5题)

- 如图, $\triangle ABC$ 的三边 AB, BC, CA 长分别为 40, 50, 60. 若其三条角平分线相交于点 O , 则 $S_{\triangle ABO} : S_{\triangle BCO} : S_{\triangle CAO} =$ _____.
- 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的三个内角的平分线交于点 O , $OM \perp AB$ 于 M , 若 $OM = 4$, $S_{\triangle ABC} = 180$, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.

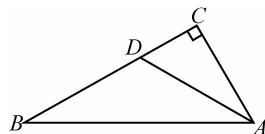


(第6题)

- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是它的角平分线, $AB = 8 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$, 则 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} =$ _____.



(第7题)

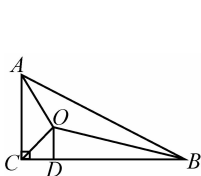


(第8题)

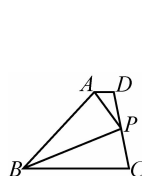
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$. 若 $BC = 6$, 则点 D 到线段 AB 的距离等于_____.

强化提高

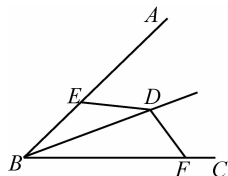
- 如图, 点 O 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中三条角平分线的交点, $OD \parallel AC$, $AC = 5$, $BC = 12$, 则 OD 的长为 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 无法确定



(第9题)



(第10题)

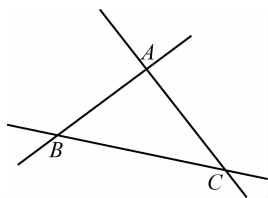


(第11题)

- 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AP 平分 $\angle DAB$, BP 平分 $\angle ABC$, 它们的交点 P 恰好在直线 CD 上, 给出下列结论: ① $AP \perp BP$; ② 点 P 到直线 AD, BC 的距离相等; ③ $PD = PC$. 其中正确的有 ()
A. ①②③ B. ①② C. ① D. ②
- 如图, D 是 $\angle ABC$ 平分线上一点, E, F 分别在 AB, BC 上, 且 $DE = DF$. 若 $\angle BED = 130^\circ$, 则 $\angle BFD$ 等于_____.

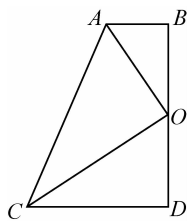


12. 如图,有三条公路两两相交于 A, B, C 处,先计划修建一个加油站,要求到三条公路的距离相等,那么该如何选择加油站的位置?请在图中确定加油站的位置 O .



(第 12 题)

13. 如图,在四边形 $ABDC$ 中, $\angle D = \angle ABD = 90^\circ$,点 O 为 BD 的中点,且 OA 平分 $\angle BAC$.
求证:(1) OC 平分 $\angle ACD$;
(2) $OA \perp OC$;
(3) $AB + CD = AC$.



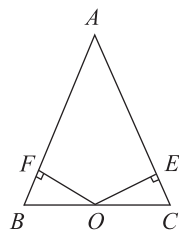
(第 13 题)



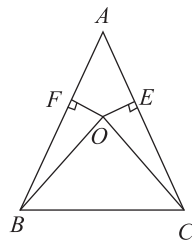
课堂·延伸

已知在 $\triangle ABC$ 中, $OB = OC$, 点 O 到 $\triangle ABC$ 两边 AB, AC 所在直线的距离分别是 OF, OE , 且满足 $OF = OE$.

- (1) 如图①,若点 O 在 BC 上,求证: $AB = AC$;
(2) 如图②,若点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部,求证:
 $AB = AC$;
(3) 猜想:若点 O 在 $\triangle ABC$ 的外部, $AB = AC$ 还成立吗? 请说明理由.



图①

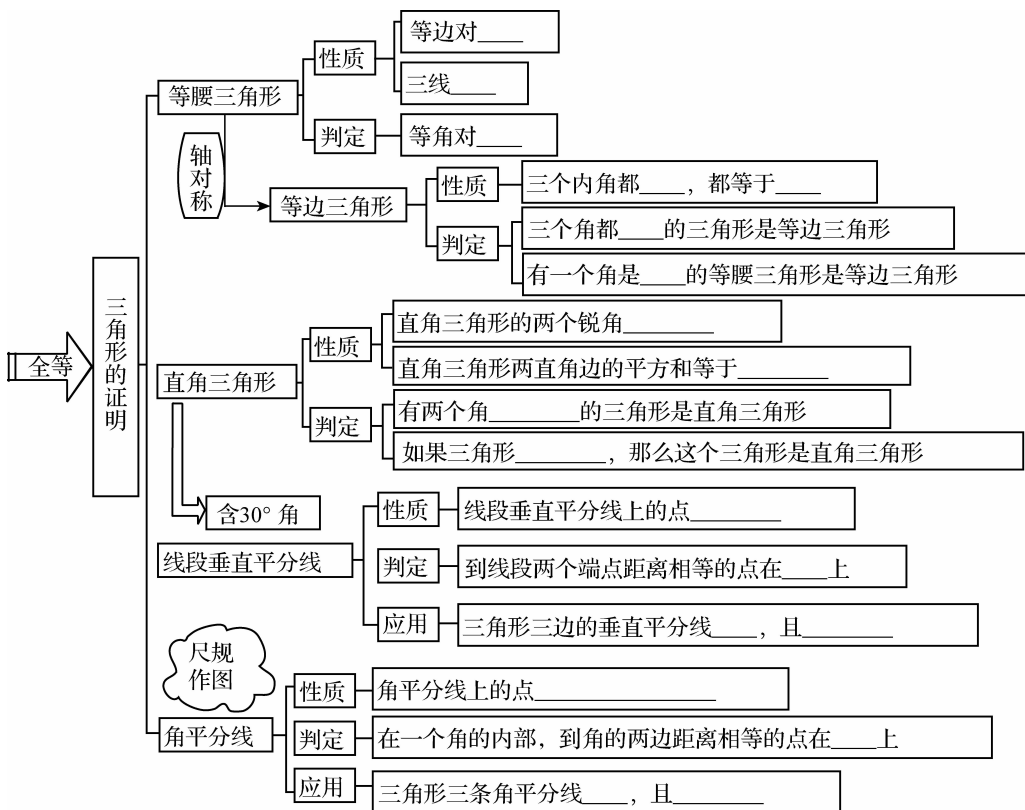


图②



11 整理与复习

知识梳理



综合提升

1. 若等腰三角形的一个角为 50° , 则它的底角为 ()

A. 50° B. 65°
C. 50° 或 65° D. 80°

2. 下列条件中, 不能判定 $\triangle ABC$ 为等腰三角形的是 ()

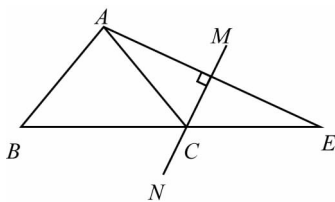
A. $a=3, b=3, c=4$
B. $a:b:c=2:3:4$
C. $\angle B=50^\circ, \angle C=80^\circ$
D. $\angle A:\angle B:\angle C=1:1:2$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3, AB=a$, 则 CB 等于 ()

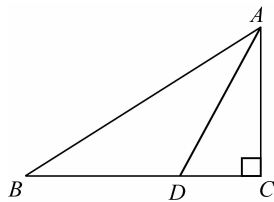
A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{3}$
C. $\frac{a}{4}$ D. 以上都不对

4. 如图, 在 $\triangle ABE$ 中, $\angle BAE=105^\circ$, AE 的垂直平分线 MN 交 BE 于点 C , 且 $AB=CE$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()

A. 45° B. 50°
C. 55° D. 60°



(第4题)



(第5题)

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $CD=3$ cm, $AB=10$ cm, 则 $\triangle ABD$ 的面积是 ()
- A. 15 cm^2 B. 10 cm^2
C. 5 cm^2 D. 2.5 cm^2

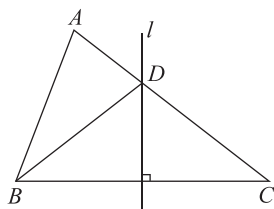
6. 用反证法证明“三角形的三个外角中至多有一个锐角”, 应先假设 ()

A. 三角形的三个外角都是锐角
B. 三角形的三个外角中至少有两个锐角
C. 三角形的三个外角中没有锐角
D. 三角形的三个外角中至少有一个锐角

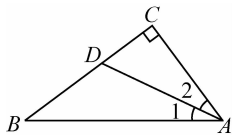
7. 一个三角形三边垂直平分线的交点在三角形的外部, 这个三角形是 _____ 三角形.

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB+AC=6$ cm, BC 的垂直平分线 l 与 AC 相交于点 D , 则 $\triangle ABD$ 的周长

为_____.

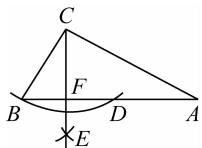


(第 8 题)

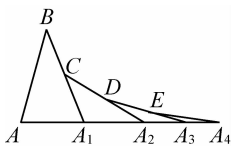


(第 9 题)

9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle 1=\angle 2$,若 $BC=10$, $BD=6$,则点 D 到 AB 的距离为_____.
10. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=3$,以点 C 为圆心, CB 长为半径作弧,交 AB 于点 D ;再分别以点 B 和 D 为圆心,大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧,两弧相交于点 E ,作射线 CE 交 AB 于点 F ,则 AF 的长为_____.

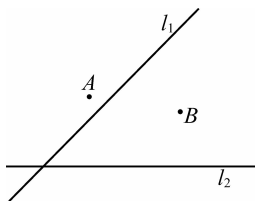


(第 10 题)



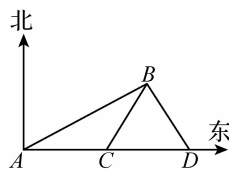
(第 11 题)

11. 如图,已知 $AB=A_1B$, $A_1C=A_1A_2$, $A_2D=A_2A_3$, $A_3E=A_3A_4$, $\angle B=20^\circ$,则 $\angle A_4$ =_____.
12. 等腰三角形一腰长为 5,一边上的高为 3,则底边长为_____.
13. 有位于公路 l_1 异侧、 l_2 同侧的两个城镇 A, B ,如图所示,电信部门要修建一座信号发射塔.按照要求,发射塔到两个城镇 A, B 的距离必须相等,到两条公路 l_1, l_2 的距离也必须相等,发射塔 C 应建在什么位置?请用尺规作图找出所有符合条件的点,并注明点 C 的位置.(保留作图痕迹,不要求写出作法)



(第 13 题)

14. 如图,“中国海监 50”于上午 11 时 30 分在南海海域 A 处巡逻,观测到岛礁 B 在北偏东 60° 方向上,该海监船以每时 10 海里的速度向正东航行到 C 处,观测岛礁 B 在北偏东 30° 方向上,继续向正东航行到 D 处时,观测到岛礁 B 在北偏西 30° 方向上,当海监船到达 C 处时恰与岛礁 B 相距 20 海里,请你分别确定“中国海监 50”从 A 处到达 C 处和 D 处所用的时间.

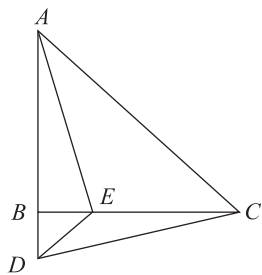


(第 14 题)

15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=CB$, $\angle ABC=90^\circ$, D 为 AB 延长线上一点,点 E 在 BC 边上,且 $BE=BD$,连接 AE,DE,DC .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CBD$;

(2) 若 $\angle CAE = 30^\circ$, 求 $\angle BDC$ 的度数.



(第 15 题)

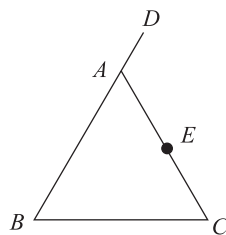
16. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BA 延长线上的一点,点 E 是 AC 的中点.

(1)实践与操作:利用尺规按下列要求作图,并在图中标明相应字母(保留作图痕迹,不写作法):

①作 $\angle DAC$ 的平分线 AM ;

②连接 BE 并延长交 AM 于点 F .

(2)猜想与证明:试猜想 AF 与 BC 有怎样的位置关系和数量关系,并说明理由.



(第 16 题)

13. 学校组织同学们春游,租用 45 座和 30 座两种型号的客车,若租用 45 座客车 x 辆,租用 30 座客车 y 辆,则不等式 $45x + 30y \geq 500$ 表示的实际意义是_____.
14. 某中学开展“爱心帮扶”捐款活动,其中八年级 3 个班同学的捐款金额如下表所示:

班级	八(1)班	八(2)班	八(3)班
人均捐款/元	4	6	
学生数/人	52	48	50

学校会计统计时不小心把墨水滴到了表格内,但他知道八年级 3 个班同学平均每人捐款的金额不少于 5 元. 设八(3)班人均捐款数为 x 元,请根据以上信息,列出不等式.



课堂·延伸

- (1)用“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”填空:

$$\textcircled{1} 4^2 + 3^2 \qquad 2 \times 4 \times 3;$$

$$\textcircled{2}(-2)^2 + 1^2 \qquad 2 \times (-2) \times 1;$$

$$\textcircled{3} 2^2 + 2^2 \qquad 2 \times 2 \times 2;$$

$$\textcircled{4} (\sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \underline{\hspace{2cm}} 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2};$$

$$\textcircled{5}(-3)^2 + (-3)^2 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 2 \times (-3) \times (-3).$$

- (2)通过观察归纳,写出能反映这种规律的一般结论,并加以说明.

1. 不等式的基本性质 1: 不等式的两边都加(或减)同一个_____, 不等号的方向_____.
2. 不等式的基本性质 2: 不等式的两边都乘(或除以)同一个_____, 不等号的方向_____.
3. 不等式的基本性质 3: 不等式的两边都乘(或除以)同一个_____, 不等号的方向_____.



基础巩固

7. 当 a 满足条件 _____ 时, 由 $ax > 8$, 可得 $x < \frac{8}{a}$.
8. 若不等式 $(a-b)x < a-b$ 的解集是 $x > 1$, 则 a, b 的大小关系是 a _____ b . (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

强化提高

- $$(3) 6x - 2 > 4; \quad (4) -2x + 3 < 3x - 1.$$



13. 阅读下面的解题过程,再解题.

已知 $a > b$, 试比较 $-2\,019a + 1$ 与 $-2\,019b + 1$ 的大小.

解：因为 $a > b$, ①

所以 $-2\ 019a > -2\ 019b$. ②

故 $-2\,019a+1 > -2\,019b+1$. ③

(1)上述解题过程中,从第_____步开始出现错误.

(2) 错误的原因是什么?

(3)请写出正确的解题过程.



课堂·延伸

(1) 如果 $a-b < 0$, 那么 a _____ b ; 如果 $a-b = 0$, 那么 a _____ b ; 如果 $a-b > 0$, 那么 a _____ b .

(2)由(1)你能归纳出比较 a 与 b 大小的方法吗?
请用文字语言叙述出来.

(3)用(1)的方法你能否比较 $3x^2-2x+1$ 与 $4x^2-2x+3$ 的大小? 如果能,请写出比较过程.

3 不等式的解集

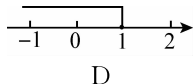
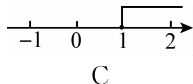
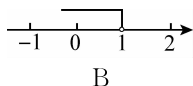
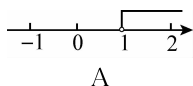
课堂·精英

1. 不等式的解:能使不等式_____的未知数的值,叫做不等式的解.一般地,不等式的解不止_____个.
2. 不等式的解集:一个含有未知数的不等式的_____,组成这个不等式的解集.
3. 解不等式:求不等式_____的过程叫做解不等式.解不等式的主要依据是_____.
4. 用数轴确定不等式的解集主要有三个步骤:
①_____;②_____;③_____.

课堂·精练

基础巩固

1. 下列不等式的一个解是 $x=3$ 的是 ()
A. $x+3>5$ B. $x+3>6$
C. $x+3>7$ D. $x+3>8$
2. 如图所示的不等式的解集是 ()
A. $a>2$
B. $a<2$
C. $a\geq 2$
D. $a\leq 2$
3. 下列说法中,错误的是 ()
A. 不等式 $-2x<8$ 的解集是 $x>-4$
B. -40 是不等式 $2x<-8$ 的一个解
C. 不等式 $x<5$ 的整数解有无数个
D. 不等式 $x<3$ 的正整数解只有一个
4. 不等式 $x+1\geq 2$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

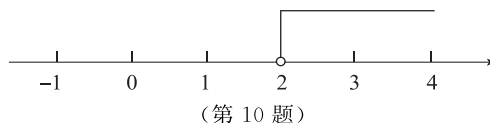


5. 不等式 $2x-4\geq 0$ 的解集是_____.
6. 不等式 $-3x+9>0$ 的解有_____个,其中非负整数解有_____个,它们是_____.
7. 在 $0, -4, -3, -2, 1, 2$ 中,_____是方程 $x+2=0$ 的解;_____是不等式 $x+2\geq 0$ 的解;_____是不等式 $x+2<0$ 的解.
8. 使不等式 $x>-\frac{3}{2}$ 和 $x\leq 2$ 同时成立的所有整数解

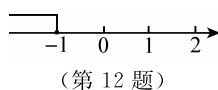
的和是_____.

强化提高

9. 不等式 $2x<6$ 的非负整数解为 ()
A. $0, 1, 2$ B. $1, 2$
C. $0, -1, -2$ D. 无数个
10. 如果关于 x 的不等式 $ax+4<0$ 的解集在数轴上表示如图,那么 ()



- A. $a>0$ B. $a<0$ C. $a=-2$ D. $a=2$
11. 写出一个解集为 $x\geq -1$ 的一元一次不等式:_____.
12. 关于 x 的不等式 $2x-a\leq -1$ 的解集如图所示,则 a 的值是_____.



13. 请在数轴上表示下列不等式的解集:
(1) $x\leq 0$; (2) $x>-3.5$;
(3) $-1\leq x<3$; (4) x 是非正数.

课堂·延伸

小华在解不等式 $x>2x-1$ 时,发现所有的负数都满足不等式,于是他有理有据地说:“如果 $x<0$,那么 $x>2x$,而 $2x>2x-1$,所以 $x>2x-1$ 成立.”小华得到了这样的结论: $x>2x-1$ 的解集是 $x<0$.小华说得对吗?说说你的观点.



4 一元一次不等式

(第1课时)



课堂·精要

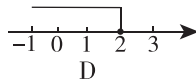
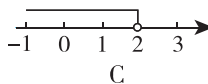
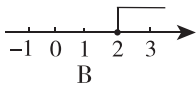
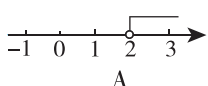
- 不等式的左右两边都是_____,且只含有_____个未知数,并且未知数的最高次数是_____,这样的不等式叫做一元一次不等式.
- 解一元一次不等式的一般步骤是_____,_____,_____,_____.



课堂·精练

基础巩固

- 下列不等式中,是一元一次不等式的是 ()
A. $\frac{1}{x} - 3 > 0$
B. $3x - 2y \geq 5$
C. $y^2 + 2 \leq 7$
D. $2x - 1 < 0$
- 解不等式 $\frac{2+x}{3} > \frac{2x-1}{5}$ 的过程中,下列错误的一步是 ()
A. $5(2+x) > 3(2x-1)$
B. $10+5x > 6x-3$
C. $5x-6x > -3-10$
D. $x > 13$
- 不等式 $x-3 \geq -1$ 的解集是 ()
A. $x \leq 2$
B. $x = -2$
C. $x \geq 2$
D. $x \geq -2$
- 不等式 $5x-1 > 2x+5$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



- 不等式 $\frac{1-2x}{3} > 5$ 的解集是_____.
- 不等式 $3(x-2) \leq -x+4$ 的非负整数解有_____个,是_____.
- 当 x _____ 时,代数式 $\frac{x+3}{2} - \frac{5x-1}{6}$ 的值是非负数.
- 不等式 $\frac{3x+2}{2} + 1 > \frac{x+9}{3}$ 的最小整数解为_____.

强化提高

- 若关于 x 的方程 $mx-1=2x$ 的解为正数,则 m 的取值范围是 ()
A. $m \geq 2$
B. $m \leq 2$
C. $m > 2$
D. $m < 2$
- 不等式 $4x-a > 7x+5$ 的解集是 $x < -1$,则 a 的值为 ()
A. -2
B. 2
C. 5
D. 8
- 若 $(m+1)x^{|m|} + 2 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式,则 $m =$ _____.
- 定义新运算:对于任意实数 a, b ,都有 $a \triangle b = a(a-b) + 1$,比如: $2 \triangle 5 = 2 \times (2-5) + 1 = -6 + 1 = -5$.若 $3 \triangle x$ 的值小于 16,则满足条件的最小整数解为_____.
- 解下列不等式,并把它们的解集表示在数轴上:
(1) $10x-3(20-x) > 70$;

$$(2) -\frac{x+1}{2} > 3;$$

$$(3) \frac{2x-1}{3} - \frac{9x+2}{6} \leq 1.$$

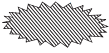
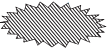


14. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=3k-1, \\ x+2y=-2 \end{cases}$ 的解满足 $x+y>1$, 求 k 的最小整数值.



课堂·延伸

下课时老师在黑板上抄了一道题: $\frac{x+2}{2} \geq \frac{2x-1}{3} +$

, 其中  是被一学生擦去的数字, 只知道其解集为 $x \leq 2$, 你知道被擦去的数字是几吗?



13. 某校为了开展“阳光体育运动”，计划购买篮球、足球共 60 个，已知每个篮球的价格为 70 元，每个足球的价格为 80 元.

- (1) 若购买这两类球的总金额为 4 600 元，求篮球、足球各买了多少个；
- (2) 若购买篮球的总金额不超过购买足球的总金额，求最多可购买多少个篮球.



课堂·延伸

某商店举行促销优惠活动，当天到该商店购买商品有两种方案，方案一：用 168 元购买会员卡成为会员后，凭会员卡购买商店内任何商品，一律按商品价格的 8 折优惠；方案二：若不购买会员卡，则购买商店内任何商品，一律按商品价格的 9.5 折优惠. 已知小敏此前不是该商店的会员.

- (1) 若小敏不购买会员卡，所购买商品的价格为 120 元时，实际应支付多少元？
- (2) 请帮小敏算一算，采用哪种方案更合算？



6 一元一次不等式与一次函数

(第1课时)



课堂·精要

1. 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$) 与一元一次不等式、一元一次方程之间的关系:

(1) 函数值 $y > 0$ 时, 图象位于_____, 对应的自变量的取值范围即为不等式 $kx+b > 0$ 的解集;

(2) 函数值 $y < 0$ 时, 图象位于_____, 对应的自变量的取值范围即为不等式 $kx+b < 0$ 的解集;

(3) 函数值 $y = 0$ 时, 图象位于_____, 对应的自变量的取值即为方程 $kx+b=0$ 的解.

2. 两个函数值的比较: 已知 $y_1 = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$), $y_2 = k_2x + b_2$ ($k_2 \neq 0$), 且 $k_1 \neq k_2$:

(1) 当 $y_1 = y_2$ 时, 满足条件的点有_____个, 即_____, 此时对应自变量的值是方程 $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$ 的解;

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时, 直线 y_1 的图象在 y_2 的_____, 此时对应自变量的取值范围是不等式 $k_1x + b_1 > k_2x + b_2$ 的解集;

(3) 当 $y_1 < y_2$ 时, 直线 y_1 的图象在 y_2 的_____, 此时对应自变量的取值范围是不等式 $k_1x + b_1 < k_2x + b_2$ 的解集.



课堂·精练

基础巩固

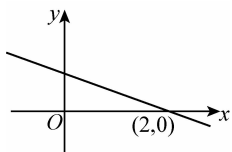
1. 函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$) 的图象如图所示, 则关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集为 ()

A. $x > 0$

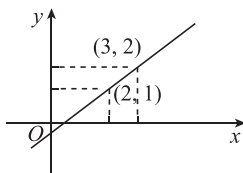
B. $x < 0$

C. $x < 2$

D. $x > 2$



(第1题)



(第2题)

2. 如图是一次函数 $y=kx+b$ 的图象, 当 $y < 2$ 时, x 的取值范围是 ()

A. $x < 1$

B. $x > 1$

C. $x < 3$

D. $x > 3$

3. 已知一次函数 $y=kx+b$, 当 x 取不同值时, y 对应的值列表如下:

x	$\cdots$	$-m^2-1$	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-2	0	n^2+1	$\cdots$

则不等式 $kx+b > 0$ (其中 k, b, m, n 为常数) 的解集为 ()

A. $x > 1$

B. $x > 2$

C. $x < 1$

D. 无法确定

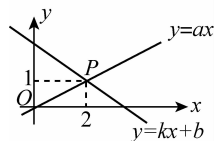
4. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k \neq 0$) 与正比例函数 $y=ax$ (a 为常数, 且 $a \neq 0$) 相交于点 P , 则不等式 $kx+b > ax$ 的解集是 ()

A. $x > 1$

B. $x < 1$

C. $x > 2$

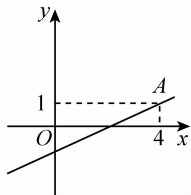
D. $x < 2$



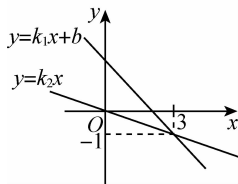
(第4题)

5. 一次函数 $y=-3x+12$ 的图象与 x 轴的交点坐标是_____, 与 y 轴的交点坐标是_____, 当 x _____ 时, 函数值大于 0, 当 x _____ 时, 函数值小于 0.

6. 如图, 一次函数 $y=ax+b$ (a, b 为常数, 且 $a > 0$) 的图象经过点 $A(4,1)$, 则不等式 $ax+b < 1$ 的解集为_____.



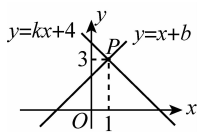
(第6题)



(第7题)

7. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=k_1x+b$ (k_1, b 均为常数) 与正比例函数 $y=k_2x$ (k_2 为常数) 的图象如图所示, 则关于 x 的不等式 $k_2x < k_1x+b$ 的解集为_____.

8. 如图, 一次函数 $y=x+b$ 与一次函数 $y=kx+4$ 的图象相交于点 $P(1,3)$, 则关于 x 的不等式 $x+b > kx+4$ 的解集是_____.



(第8题)

35



7 一元一次不等式与一次函数

(第2课时)



课堂·精要

运用一次函数解决最优化的实际问题:

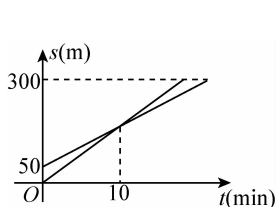
- (1) 根据题目中的数量关系列出_____;
- (2) 根据题意将函数关系转化为所有可能的情况, 转化为方程或者_____, 并进行求解;
- (3) 根据题意, 进行分析、决策, 解决实际问题.



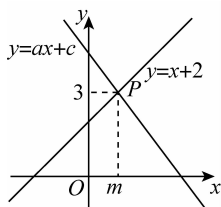
课堂·精练

基础巩固

- 一天, 小军和爸爸去登山, 已知山脚到山顶的路程为 300 m, 小军先走了一段路程爸爸才开始出发, 如图所示, 两条线段分别代表小军和爸爸离开山脚登山的路程 $s(\text{m})$ 与登山所用时间 $t(\text{min})$ 之间的关系 (从爸爸开始登山时计时). 根据图象判断, 下列说法错误的是 ()
 - 爸爸登山时, 小军已走了 50 m
 - 爸爸走了 5 min, 小军仍在爸爸的前面
 - 小军比爸爸晚到山顶
 - 爸爸前 10 min 登山的速度比小军慢, 10 min 后登山的速度比小军快

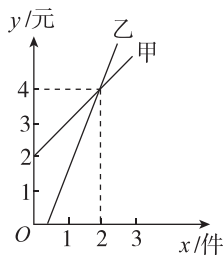


(第1题)

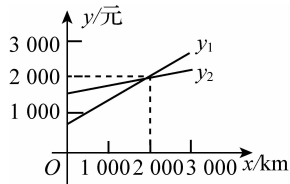


(第2题)

- 如图, 直线 $y = x + 2$ 与直线 $y = ax + c$ 相交于点 $P(m, 3)$, 则关于 x 的不等式 $x + 2 \leq ax + c$ 的解为 ()
 - $x \leq 1$
 - $x \geq 1$
 - $x \leq 5$
 - $x \geq 5$
- 如图是甲、乙两家商店销售同一种产品的销售价 $y(\text{元})$ 与销售量 $x(\text{件})$ 之间的函数图象, 下列说法: ①买 2 件时, 甲、乙两家售价一样; ②买 1 件时, 买乙家的合算; ③买 3 件时, 买甲家的合算; ④买乙家的 1 件售价为 3 元, 其中正确的说法是 ()
 - ①②
 - ②③④
 - ②③
 - ①②③

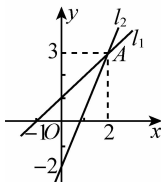


(第3题)

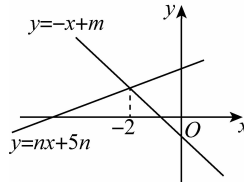


(第4题)

- 某公司准备与汽车租赁公司签订租车合同, 以每月用车路程 x km 计算, 甲汽车租赁公司每月收取的租赁费为 y_1 元, 乙汽车租赁公司每月收取的租赁费为 y_2 元. 若 y_1, y_2 与 x 之间的函数关系如图所示, 其中 $x=0$ 对应的函数值为月固定租赁费, 则下列判断错误的是 ()
 - 当月用车路程为 2 000 km 时, 两家汽车租赁公司租赁费用相同
 - 当月用车路程为 2 300 km 时, 租赁乙汽车租赁公司的车比较合算
 - 除去月固定租赁费, 甲租赁公司每公里收取的费用比乙租赁公司多
 - 甲租赁公司平均每千米收取的费用比乙租赁公司少
- 某单位要制作一批宣传材料, 甲公司提出, 每份材料收费 20 元, 另收 3 000 元设计费; 乙公司提出, 每份材料收费 30 元, 不收设计费. 设该单位要制作 x 份宣传材料, 所需费用为 y , 则 y 与 x 的函数关系式分别是 $y_{\text{甲}} =$ _____, $y_{\text{乙}} =$ _____. 当这批宣传材料_____时, 选择甲公司较合算; 当这批宣传材料_____时, 两家公司收费相同; 当这批宣传材料_____时, 选择乙公司较合算.
- 如图, 直线 l_1, l_2 相交于点 $A(2, 3)$, l_1 与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$, l_2 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -2)$, 结合图象, 解决下列问题:
 - (1) 直线 l_2 的函数表达式为_____;
 - (2) 当 x 满足_____时, 表示 l_1, l_2 的两个一次函数的函数值都大于 0.



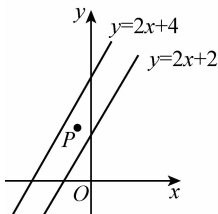
(第6题)



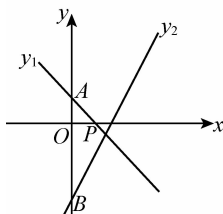
(第7题)

- 如图, 直线 $y = -x + m$ 与直线 $y = nx + 5n (n \neq 0)$ 的交点的横坐标为 -2 , 则关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 5n > 0$ 的整数解为_____.

D. $0 < a < 2$



(第 8 题)



(第 9 题)

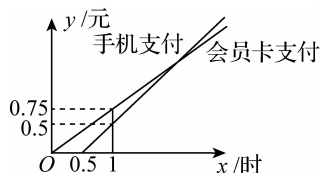
- (3) $\triangle ABP$ 的面积为_____.

- 某商店老板现要到服装厂采购服装 30 套, 领带 $x(x \geq 30)$ 条, 请根据 x 的不同情况, 帮助商店老板选择最省钱的方案.



12. 为响应绿色出行号召,越来越多的市民选择租用共享单车出行,已知某共享单车公司为市民提供了手机支付和会员卡支付两种支付方式,如图描述了用两种方式支付金额 y (元)与骑行时间 x (时)之间的函数关系,根据图象回答下列问题.

- (1)求手机支付金额 y (元)与骑行时间 x (时)的函数关系式;
- (2)李老师经常骑行共享单车,请根据不同的骑行时间帮他确定选择哪种支付方式比较合算.



(第 12 题)

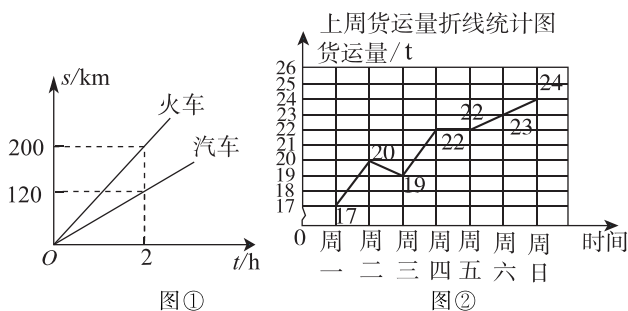


课堂·延伸

已知 A, B 两地的路程为 240 km. 某经销商每天都要用汽车或火车将 x t 保鲜品一次性由 A 地运往 B 地, 受各种因素限制, 下一周只能采用汽车和火车中的一种进行运输, 且须提前预定. 现有货运收费项目及收费标准表、行驶路程 s (km) 与行驶时间 t (h) 的函数图象(如图①)、上周货运量折线统计图(如图②)等信息如下:

货运收费项目及收费标准表

运输工具	运输费单价/ [元/(t · km)]	冷藏费单价/ [元/(t · h)]	固定费用/ (元/次)
汽车	2	5	200
火车	1.6	5	2 280



- (1)汽车的速度为 _____ km/h, 火车的速度为 _____ km/h;
- (2)设每天用汽车和火车运输的总费用分别为 $y_{汽}$ (元)和 $y_{火}$ (元), 分别求 $y_{汽}$, $y_{火}$ 与 x 的函数关系式(不必写出 x 的取值范围)及 x 为何值时 $y_{汽} > y_{火}$ (总费用 = 运输费 + 冷藏费 + 固定费用);
- (3)请你从平均数、折线图走势两个角度分析, 建议该经销商应提前为下周预定哪种运输工具, 才能使每天的运输总费用较省?

8 一元一次不等式组

(第1课时)



课堂·精要

- 一般地,关于_____的几个_____合在一起,就组成一个一元一次不等式组.
- 一元一次不等式组中各个不等式解集的_____,叫做这个一元一次不等式组的解集.
- _____的过程,叫做解不等式组.
- 解不等式组的基本步骤:
 - (1)分别求出不等式组中_____的解集;
 - (2)在_____上把各个不等式的解集表示出来;
 - (3)找出解集的_____部分,这个_____部分就是该不等式组的解集.



课堂·精练

基础巩固

- 下列不是一元一次不等式组的是 ()

A. $\begin{cases} x > 3, \\ x < 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x > 7, \\ 2x - 1 < 5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2 > 3, \\ y + 2 < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 5x - 7 > 3, \\ 2x > 1 \end{cases}$
- 不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0, \\ x + 3 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $-3 < x \leq 2$

B. $-3 \leq x < 2$

C. $x \geq 2$

D. $x < -3$
- 一个关于 x 的一元一次不等式组的解集在数轴上的表示如图所示,则该不等式组的解集是 ()



(第3题)

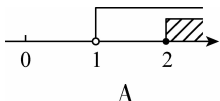
- A. $x > 1$

B. $x \geq 1$

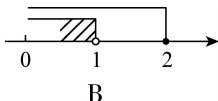
C. $x > 3$

D. $x \geq 3$

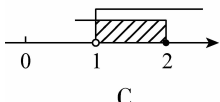
- 不等式组 $\begin{cases} x - 1 > 0, \\ 2 - x \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上可表示为 ()



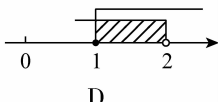
A



B



C



D

- 不等式组 $\begin{cases} 2 - x < 0, \\ 3x + 6 > 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

- 如果 $2m, m, 1 - m$ 这三个实数在数轴上对应的点从左到右依次排列,那么 m 的取值范围是_____.

- 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > 2, \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 2$,则 m 的取值范围是_____.

- 若不等式组 $\begin{cases} 2x - b \geq 0, \\ x + a \leq 0 \end{cases}$ 的解集为 $3 \leq x \leq 4$,则不等式 $ax + b < 0$ 的解集为_____.

强化提高

- 不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 8, \\ 5 - \frac{1}{2}x > 2x \end{cases}$ 的最大整数解是 ()

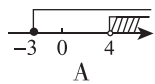
A. 1

B. 2

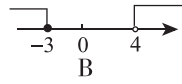
C. 0

D. -1

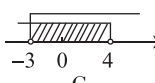
- 若点 $P(2x + 6, x - 4)$ 在平面直角坐标系的第四象限内,则 x 的取值范围在数轴上可表示为 ()



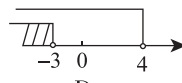
A



B



C



D

- 已知关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x > b + 2, \\ x < 3b - 2 \end{cases}$ 有解,则直线 $y = -x + b$ 不经过第_____象限.

- 解不等式组 $\begin{cases} 1 - 3(x - 1) < 8 - x, \\ \frac{x - 3}{2} + 3 \geq x + 1, \end{cases}$ 并将其解集在数轴上表示出来.



如果不等式组 $\begin{cases} 9x-a>0, \\ 8x-b<0 \end{cases}$ 的整数解仅为 $1, 2, 3$,

40

9 一元一次不等式组

(第2课时)



课堂·精要

1. 设 $a < b$, 则不等式组的解集有以下几种类型:

一元一次不等式组	解集	数轴表示	口诀
$\begin{cases} x > a, \\ x > b \end{cases}$	_____		同大取大
$\begin{cases} x < a, \\ x < b \end{cases}$	_____		同小取小
$\begin{cases} x > a, \\ x < b \end{cases}$	_____		大小小大中间找
$\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$	_____		大大小小无处找

2. 列一元一次不等式组解决实际问题的步骤:

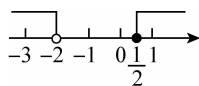
- (1) 审题, 找出 _____ 关系;
- (2) 设 _____, 列出 _____;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组的 _____ 中找出符合题意的答案, 并作答.



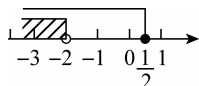
课堂·精练

基础巩固

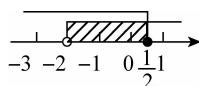
1. 不等式组 $\begin{cases} 2x \leq 1, \\ x+2 > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



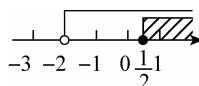
A



B

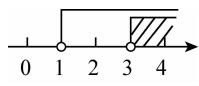


C

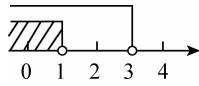


D

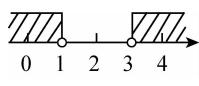
2. 已知点 $P(m-3, m-1)$ 在第二象限, 则 m 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



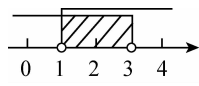
A



B



C



D

3. 如果不等式组 $\begin{cases} x+11 < 4x-1, \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 4$, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $m < 4$ B. $m \geq 4$
C. $m \leq 4$ D. 无法确定

4. 若不等式组 $\begin{cases} 2x-a < 1, \\ x-2b > 3 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x < 1$, 则 $(a-3)(b+3)$ 的值为 ()

- A. 1 B. -1
C. 2 D. -2

5. 不等式组 $\begin{cases} 3x+1 < x-3, \\ \frac{1+x}{2} \leq \frac{1+2x}{3}+1 \end{cases}$ 的所有整数解有 _____.

6. 已知钝角 $\alpha = (2x+30)^\circ$, 则实数 x 的取值范围是 _____.

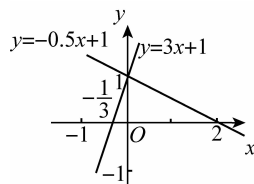
7. 有一个两位数, 其个位数字比十位数字大 2, 已知这个两位数大于 20 且小于 40, 那么这个两位数是 _____.

8. 我们定义 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 例如 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 3 \times 4 = -2$, 则不等式组 $1 < \begin{vmatrix} 1 & x \\ 3 & 4 \end{vmatrix} < 3$ 的解集是 _____.

强化提高

9. 观察如图所示的图象, 可以得出不等式组 $\begin{cases} 3x+1 > 0, \\ -0.5x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -\frac{1}{3}$
B. $x < 2$
C. $-\frac{1}{3} < x < 2$
D. $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 2$



(第9题)

10. 某校学生志愿服务小组在“学雷锋”活动中购买了一批牛奶到敬老院慰问老人. 如果分给每位老人 4 盒, 那么剩下 28 盒; 如果分给每位老人 5 盒, 那么最后一位老人分得的牛奶不足 4 盒, 但至少 1 盒, 则这个敬老院的老人最少有 ()
- A. 29 人 B. 30 人
C. 31 人 D. 32 人

11. 若不等式组 $\begin{cases} x-a > 2, \\ b-2x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$, 则 $(a+b)^{2019} =$ _____.

12. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 0, \\ 1-x > 0 \end{cases}$ 的整数解有 3 个, 则 a 的取值范围是 _____.

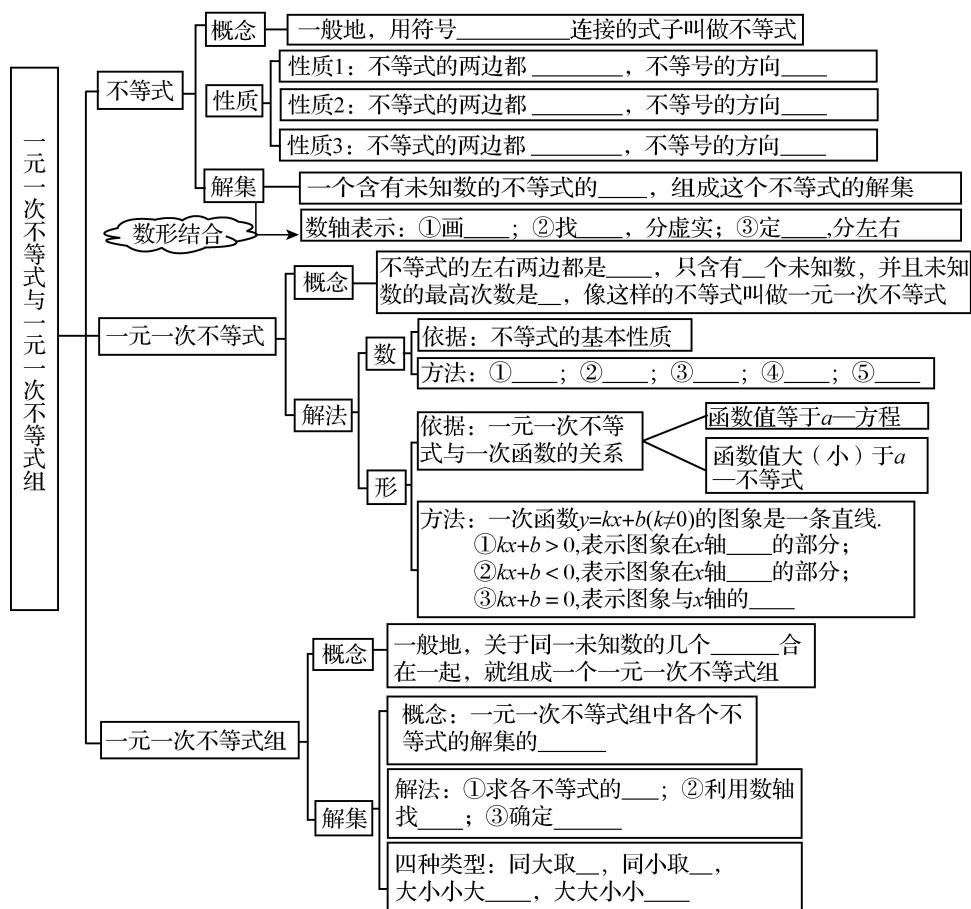


(2) 化简: $|m-3| + |m+1|$.


$$(2) \frac{x-4}{1+x} < 0.$$

10 整理与复习

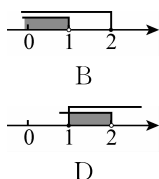
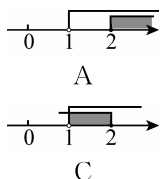
知识梳理



综合提升

1. 若 $(a+1)x < a+1$ 的解集是 $x > 1$, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $a < 0$
B. $a < -1$
C. $a > -1$
D. a 是任意有理数

2. 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0, \\ 1-2x \leq -3 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()

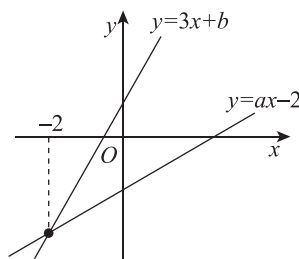


3. 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3, \\ \frac{x+1}{2} \leq 2 \end{cases}$ 的解集是 ()
- A. $x > 2$

- B. $x \leq 3$
C. $2 < x \leq 3$
D. 无解

4. 不等式组 $\begin{cases} x > -2, \\ 2x-1 < 5 \end{cases}$ 的非负整数解有 ()
- A. 6 个
B. 5 个
C. 4 个
D. 3 个

5. 如图, 已知直线 $y=3x+b$ 与 $y=ax-2$ 的交点的横坐标为 -2 , 根据图象有下列 3 个结论:



(第 5 题)

① $a > 0$;



② $b > 0$;

③ $x > -2$ 是不等式 $3x + b > ax - 2$ 的解集.

其中正确的个数是

()

A. 0

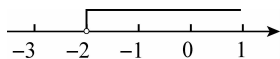
B. 1

C. 2

D. 3

6. 不等式组 $\begin{cases} -2x - 1 \leq 7, \\ -\frac{1}{2}x > 1 \end{cases}$ 的整数解为_____.

7. 已知关于 x 的不等式 $3x + mx > -8$ 的解集如图所示, 则 m 的值为_____.



(第 7 题)

8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 \geq 1, \\ x - a < 0 \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

9. 某次知识竞赛试卷有 20 道题, 评分办法是答对一道记 5 分, 不答记 0 分, 答错一道扣 2 分, 小明有 3 道题没答, 但成绩超过 60 分, 则小明至少答对_____道题.

10. 如图, 规定程序运行到“判断结果是否大于 190”为一次运算, 若运算进行了 3 次才停止, 则 x 的取值范围是_____.



(第 10 题)

11. 解下列不等式(组), 并把解集在数轴上表示出来:

(1) $\frac{2x-1}{3} - 4 < -\frac{x+4}{2}$;

(2) $\begin{cases} 3a - 2 < a + 2, \\ 5a + 5 > 2a - 7. \end{cases}$

12. 在保护地球爱护家园活动中, 校团委把一批树苗分给九(1)班同学去栽种, 如果每人分 2 棵, 还剩 42 棵; 如果前面每人分 3 棵, 那么最后一人得到的树苗少于 5 棵(但至少分得一棵).

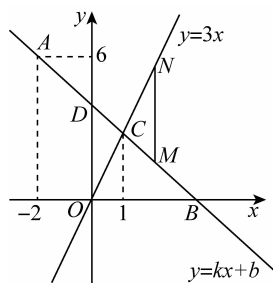
(1) 设九(1)班有 x 名同学, 则这批树苗有多少棵 (用含 x 的代数式表示)?

(2) 九(1)班最少有多少名同学? 最多有多少名同学?



13. 如图,在平面直角坐标系中,一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(-2,6)$,且与 x 轴相交于点 B ,与 y 轴交于点 D ,与正比例函数 $y=3x$ 的图象交于点 C ,点 C 的横坐标为 1.

- (1)求 k, b 的值;
- (2)请直接写出不等式 $kx+b-3x>0$ 的解集;
- (3) M 为射线 CB 上一点,过点 M 作 y 轴的平行线交直线 $y=3x$ 于点 N ,当 $MN=OD$ 时,求点 M 的坐标.



(第 13 题)

14. 某服装店老板到厂家选购 A, B 两种品牌的服装,若购进 A 品牌服装 5 套, B 品牌服装 6 套,需要 950 元;若购进 A 品牌服装 3 套, B 品牌服装 2 套,需要 450 元.

- (1)求 A, B 两种品牌服装每套进价分别为多少元;
- (2)若销售 1 套 A 品牌服装可获利 30 元,销售 1 套 B 品牌服装可获利 20 元,服装店老板决定,购进 B 品牌服装的数量比购进 A 品牌服装数量的 2 倍还多 4 套,且 B 品牌服装最多可购进 40 套,这样服装全部售出后,可使总获利不少于 1 200 元,问:有几种进货方案? 如何进货?