第二十八章　锐角三角函数

学习导航

本章纵览

本章是《义务教育数学课程标准(2011 年版)》中“图形与几何”领域的重要内容.研究锐角三角函数的基础是相似三角形的一些结论,解直角三角形主要运用锐角三角函数和勾股定理等内容.掌握锐角三角函数的概念和解直角三角形的方法,是高中阶段学习三角函数和解斜三角形的重要准备.

知识要点

直角三角形中的边角关系 → 锐角三角函数 → 解直角三角形 → 实际问题

学习要求

本章的重点是锐角三角函数的概念和解直角三角形的方法.其中锐角三角函数的概念既是本章的难点,也是学习本章的关键.

学习本章知识我们要达到以下要求:

(1)了解锐角三角函数的概念,能够正确应用 $\sin A$,$\cos A$,$\tan A$ 表示直角三角形中两边的比;记忆 $30°$,$45°$,$60°$角的正弦、余弦和正切值,并会由一个特殊角的三角函数值求出这个角.

(2)能够正确地使用计算器,由已知锐角求出它的三角函数值,由已知三角函数值求出相应的锐角.

(3)理解直角三角形中边与边的关系、角与角的关系和边与角的关系,会运用勾股定理、直角三角形的两个锐角互余以及锐角三角函数解直角三角形,并会用解直角三角形的有关知识解决简单的实际问题.

(4)通过对“锐角三角函数”的学习,进一步认识函数,体会函数的变化与对应的数学思想.通过对“解直角三角形”的学习,体会数学在解决实际问题中的应用.

学法指导

1.加强知识间的纵向联系.

锐角三角函数的内容与相似三角形是密切联系的,学习中要注意加强两者之间的联系,利用“相似三角形的对应边成比例”可以解释锐角三角函数定义的合理性.

另外,锐角三角函数反映了锐角与数值之间的函数关系,这虽然与一次函数、反比例函数以及二次函数所反映的数值与数值之间的对应关系有所不同,但它们都反映了变量之间的对应关系,本质上是一致的.因此,学习时要注意体会这些不同函数之间的共同特征,更好地理解函数的概念.

2.注意数形结合,体会数与形之间的联系.

数形结合是重要的数学思想和数学方法,本章结合几何图形来定义锐角三角函数的概念,将“数”与“形”结合起来,有利于理解锐角三角函数的本质.

另外,解直角三角形在实际中有着广泛的应用,在将这些实际问题抽象成数学问题,并利用锐角三角函数解直角三角形时,都离不开几何图形,这时往往需要根据题意画出几何图形,通过分析几何图形得到边、角等元素间的关系,再通过计算、推理等使实际问题得到解决.

亲爱的同学们,通过本章的学习,你会掌握一种新的函数——锐角三角函数,它不同于一次函数、反比例函数和二次函数,它具有鲜明的几何意义,它是解决实际问题的重要工具之一.

28.1 锐角三角函数

第一学时

问题导学

我们前面学过“在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半”，由此可知，在直角三角形中，如果有一个锐角等于 30°，那么就会出现一个比值：$\frac{30°角的对边}{斜边}=\frac{1}{2}$，使它们建立了对应关系.我们可以进一步思考：在一个直角三角形中，当一个锐角的度数确定后，它的对边与斜边的比值是否也是一个固定值？怎样用所学的知识来说明呢？

相信通过本学时的学习，你一定会找到答案.

自主学习

教材导读

1.阅读教材 p61 的“问题”，体会教材中是如何将这个实际问题转化为数学问题的.对于教材 p61 第一个“思考”中提出的问题，你认为该问题的答案是多少？

2.探究教材 p61 第二个“思考”栏目中提出的问题，动手解决问题，我们可以归纳总结出的猜想是：一般地，在 Rt△ABC 中，∠A 取一个固定度数的锐角时，它的对边与斜边的比也是一个________.换句话说，这个锐角和这个固定比值是一一对应关系.

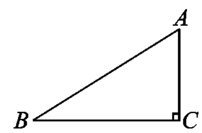
3.解答教材 p62“探究”栏目中的问题，你得出的结论是什么？

4.sin$A$ 的定义是什么？

5.阅读教材 p63 例 1，总结求一个角的正弦的方法.

自主测评

1.如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$AC=7$，则 $\sin B=$________.



2.在 Rt△ ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=12$，$BC=5$，则 sin$A$ 的值为 （　　）

A.$\frac{5}{12}$　　B.$\frac{12}{5}$

C.$\frac{12}{13}$　　D.$\frac{5}{13}$

3.在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AB=5$，求 sin$B$ 的值.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

通过自学，我们可以得到：在一个直角三角形中，如果一个锐角固定为 30°或 45°，那么这个锐角的对边与斜边的比值是一个固定值，并且不同的锐角对应不同的比值.那么，对于任意度数的锐角，它的对边与斜边的比值是否也是一个固定值呢？

合作学习

难点探究

1.在 sin$A$ 中，锐角 A 取每一个确定的值（如 30°，45°，60°…）时，sin$A$ 与其有怎样的对应关系？

2.利用“相似三角形对应边成比例”说明“在直角三角形中，当锐角 A 的度数一定时，无论这个三角形的大小如何，∠A 的对边与斜边的比都是一个固定值”.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

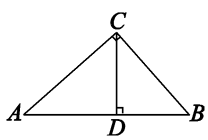
展示交流

1.已知在△ABC中,$\angle C=90°$,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别是a,b,c,且$c=\sqrt{3}$,$b=1$,则$\sin A$=________.

2.如图,在Rt△ABC中,$\angle ACB=90°$,$CD\perp AB$于点D.已知$AC=\sqrt{5}$,$BC=2$,那么$\sin\angle ACD$等于 ( )

A.$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B.$\frac{2}{3}$

C.$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D.$\frac{\sqrt{5}}{2}$



归纳梳理

1.在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别为a,b,c,$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$,叫做$\angle A$的正弦.

2.重点:正弦的概念.

3.难点:由三角形相似得出锐角A和比值$\sin A=\frac{a}{c}$对应关系的分析.

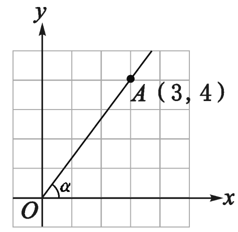
4.易错点:锐角A的对边、邻边和斜边相混淆.

深化拓展

基础反思

1.在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$AC=6$,$BC=8$,则$\sin B$=________.

2.如图,在平面直角坐标系中,点A的坐标为(3,4),那么$\sin\alpha$的值是 ( )

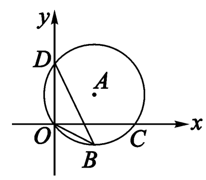


A.$\frac{3}{5}$　　B.$\frac{3}{4}$

C.$\frac{4}{5}$　　D.$\frac{4}{3}$

能力提升

3.如图,点$D(0,3)$,$O(0,0)$,$C(4,0)$在⊙A上,BD是⊙A的一条弦,则$\sin\angle OBD$等于 ( )



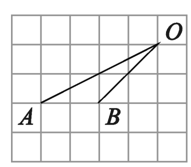
A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{3}{4}$

C.$\frac{4}{5}$　　D.$\frac{3}{5}$

4.在Rt△ABC中,$\angle ACB=90°$,CD是斜边AB上的中线,$CD=4$,$AC=6$,则$\sin B$的值是________.

拓展创新

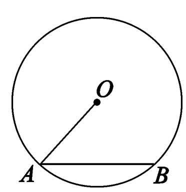
5.如图,在下列网格中,小正方形的边长均为1,点A,B,O都在格点上,则$\angle AOB$的正弦值是 ( )



A.$\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B.$\frac{1}{2}$

C.$\frac{1}{3}$　　D.$\frac{\sqrt{10}}{10}$

6.如图,⊙O的半径为3,弦AB的长为4,求$\sin A$的值.



第二学时

问题导学

通过前面的学习，我们知道在 Rt△ABC 中，当锐角 A 为 $30°$时，那么这个角的对边和斜边的比值是定值$\frac{1}{2}$.也就是说，当锐角 A 确定时，$\angle A$ 的对边和斜边的比值就随之确定.

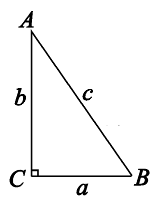
此时，请你探索：当锐角 A 确定时，其他边之间的比值也随之确定吗？为什么？

自主学习

教材导读

阅读教材 p64、p65 的有关内容，思考下列问题：

1.如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，写出$\angle A$ 的余弦和正切.



2.试着解答教材 p65 例 2，体会求锐角三角函数值的方法.

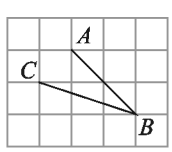
自主测评

1.在 Rt△ ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=4$，$AC=1$，则 $\cos A$ 的值是 ( )

A.$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　B.$\frac{1}{4}$

C.$\sqrt{15}$　　D.4

2.如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A，B，C 都在格点上，则$\angle ABC$ 的正切值是 ( )



A.2　　B.$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C.$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D.$\frac{1}{2}$

3.在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，$a=3$，$c=5$，求 $\cos B$，$\tan A$ 的值.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

锐角三角函数的自变量是什么？函数值是什么？

合作学习

难点探究

1.从函数的角度看，每个锐角三角函数中都有两个变量，说出每个函数中的两个变量.

2.在直角三角形中，如果锐角三角函数 $\sin A$ 的值确定，那么 $\cos A$，$\tan A$ 的值也能确定吗？

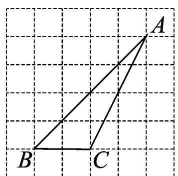
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.在正方形网格中,△ABC的位置如图所示,则$\cos B$的值为　　　(　　)



A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D.$\frac{\sqrt{3}}{3}$

2.在 Rt △ABC中,$\angle C=90°$,下列各式中一定成立的是　　　(　　)

A.$\sin A=\sin B$　　B.$\tan A=\tan B$

C.$\sin A=\cos B$　　D.$\cos A=\cos B$

归纳梳理

1.在 Rt △ABC 中,$\angle C=90°$,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$所对的边分别为a,b,c.

$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$,叫做$\angle A$ 的余弦;

$\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\frac{a}{b}$,叫做$\angle A$ 的正切.

2.重点:余弦、正切和锐角三角函数的概念.

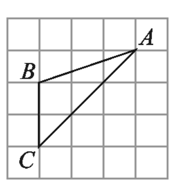
3.难点:在不同锐角三角函数中,锐角 A 和其对应的锐角三角函数值之间关系的分析.

4.易错点:锐角 A 的对边、邻边和斜边相混淆.

深化拓展

基础反思

1.如图,已知△ABC的三个顶点均在格点上,则$\cos A$ 的值为　　　(　　)



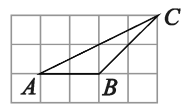
A.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B.$\frac{\sqrt{5}}{5}$

C.$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D.$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

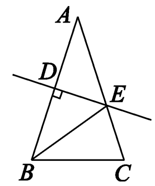
2.在 Rt △ ABC 中,$\angle C=90°$,$AC=1$,$BC=3$,则$\angle A$ 的正切值为________.

能力提升

3.如图,方格纸中每个小正方形的边长均为 1,每个小正方形的顶点叫格点.△ ABC的顶点都在方格纸的格点上,则 $\cos A=$________.



(第 3 题图)



(第 4 题图)

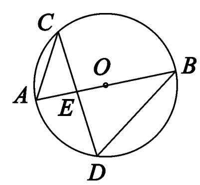
4.如图,在△ ABC 中,$AB=AC=4$,$\angle C=72°$,D 是AB 的中点,点 E 在AC 上,$DE\perp AB$,则 $\cos A$的值为　　　(　　)

A.$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

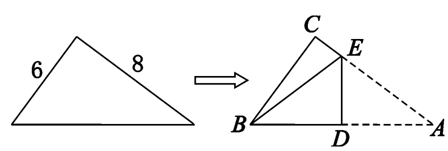
C.$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$　　D.$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

拓展创新

5.如图,在半径为 3 的⊙O 中,直径 AB 与弦 CD相交于点 E,连接 AC,BD,若 $AC=2$,则 $\tan D=$______.



6.直角三角形纸片的两直角边长分别为 6,8,现将△ABC按如图所示方式折叠,使点 A 与点 B重合,折痕为 DE,则 $\tan\angle CBE$ 的值是　　　(　　)



A.$\frac{24}{7}$　　B.$\frac{\sqrt{7}}{3}$

C.$\frac{7}{24}$　　D.$\frac{1}{3}$

第三学时

问题导学

从小学开始我们就用三角尺画图，你对三角尺了解吗？一副三角尺中有几个度数不同的特殊锐角？每个三角尺中三条边的比值分别是多少？你能写出三角尺中每个锐角的三角函数值吗？试试看.

自主学习

教材导读

1.教材 p65 图 28.1－8 的两个三角尺中有几个度数不同的锐角？每个锐角的度数分别是多少？

2.观察教材 p66 中 30°，45°，60°角的正弦值、余弦值和正切值的表格，分析每个函数中的变量，并记忆函数值.思考这些值是如何得出的.

3.写出 $\sin^2 A$ 表示的意义.

4.阅读教材 p66 例 3，体会用特殊角的三角函数值计算的一般步骤.

自主测评

1.计算：$\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ=$________.

2.计算$\cos^2 45^\circ+\tan 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$的结果是 （　　）

A.1　　B.$\sqrt{2}$

C.$\sqrt{3}$　　D.2

3.下列运算：$\cos 30^\circ=\frac{1}{2}$，$3\tan 30^\circ=\sqrt{3}$，$\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$3^{-2}=-9$，其中运算结果正确的个数为 （　　）

A.4　　B.3

C.2　　D.1

4.计算：$\sqrt{3}\sin 60^\circ-\sqrt{2}\cos 45^\circ+\sqrt[3]{8}$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

分析直角三角尺三边的比.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1.计算 $\sin^2 45^\circ+\cos 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$的结果是 （　　）

A.2　　B.1

C.$\frac{5}{2}$　　D.$\frac{5}{4}$

2.计算：$\sin^2 45^\circ-\sqrt{27}+\frac{1}{2}(\sqrt{3}-2\ 006)^0+6\tan 30^\circ$.

归纳梳理

1.特殊角的三角函数值.

锐角 α \ 三角函数	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

2.重点:求特殊角的三角函数值及利用特殊角的三角函数值进行计算.

3.难点:运用勾股定理和三角函数的定义求特殊角的三角函数值.

4.易错点:特殊角的三角函数值相混淆.

深化拓展

基础反思

1.计算:$\sqrt{18}+2^{-1}-6\sin45^\circ=$________.

2.计算:$\frac{\sin60^\circ}{\cos30^\circ}-\tan45^\circ=$________.

3.下列运算:$\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$,$\pi^0=\pi$,$2^{-2}=-4$,其中运算结果正确的个数为　(　　)

A.4　　B.3

C.2　　D.1

能力提升

4.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90^\circ$,$AB=2$,$BC=\sqrt{3}$,则 $\sin\frac{A}{2}=$________.

5.已知 α 为锐角,且 $\tan(90^\circ-\alpha)=\sqrt{3}$,则 α 的度数为　(　　)

A.30°　　B.60°

C.45°　　D.75°

6.点 $M(-\sin60^\circ,\cos60^\circ)$关于 x 轴对称的点的坐标是　(　　)

A.$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　B.$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

C.$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D.$\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

7.计算:$\sqrt{0.25}+\cos^2 45^\circ-(-2)^{-1}-|-\sin30^\circ|$.

拓展创新

8.一般地,当 α,β 为任意角时,$\sin(\alpha+\beta)$与$\sin(\alpha-\beta)$的值可以用下面的公式求得:$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$;$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$.例如 $\sin90^\circ=\sin(60^\circ+30^\circ)=\sin60^\circ\cdot\cos30^\circ+\cos60^\circ\cdot\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=1$.类似地,可以求得 $\sin15^\circ$的值是________.

9.已知坐标平面上的机器人接受指令“$[a,A]$”($a\geqslant0$,$0^\circ<A<180^\circ$)后的行动结果为:在原地按顺时针方向旋转 A 后,再向面对方向沿直线行走 a.若机器人的位置在原点,面对方向为 y 轴的负半轴,则它完成一次指令$[2,60^\circ]$后,所在位置的坐标为　(　　)

A.$(-1,-\sqrt{3})$　　B.$(-1,\sqrt{3})$

C.$(\sqrt{3},-1)$　　D.$(-\sqrt{3},-1)$

第四学时

问题导学

学习了锐角三角函数的定义后，小敏得出了一个结论："当 A，B 为锐角时，若 $A\neq B$，则 $\sin A\neq\sin B$，$\cos A\neq\cos B$，$\tan A\neq\tan B$."

小聪看了这个结论后说："在锐角三角函数中，锐角和其函数值之间是一一对应关系，根据锐角的度数可以求其对应的三角函数值，反过来，也可以根据三角函数值求得唯一对应的锐角."

你认为小敏的结论和小聪的看法正确吗？你是如何思考的？

自主学习

教材导读

1.阅读教材 p66 的例 4，总结在直角三角形中求锐角度数的方法.

2.学习了锐角三角函数的定义后，我们得到了一个新的一一对应关系，这个关系是什么？

自主测评

1.已知$\angle A$ 为锐角，且 $\cos A=\frac{1}{2}$，则$\angle A$ 的度数为________.

2.已知 α 为锐角，且 $\sin(\alpha-10^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 α 等于 （　　）

A.50°　　B.60°

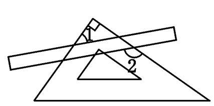
C.70°　　D.80°

3.在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{15}$，则$\angle A$ 等于 （　　）

A.90°　　B.60°

C.45°　　D.30°

4.把直尺与三角尺按如图所示的方式放置，若 $\sin\angle 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$\angle 2$ 的度数为 （　　）



A.120°　　B.135°

C.145°　　D.150°

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.已知直角三角形的两边，如何求锐角的度数？

2.在一个直角三角形中，求其中一个锐角的度数，至少需要已知哪些条件？

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

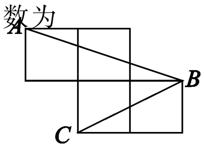
1.在△ABC 中，若$\angle A$ 和$\angle B$ 为锐角，且 $\left|\sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$，则$\angle C$ 的度数是 （　　）

A.45°　　B.60°

C.75°　　D.105°

2.如图，每个小正方形的边长均为 1，A，B，C

是小正方形的顶点,则$\angle ABC$的度数为　　(　　)



A.90°　　B.60°

C.45°　　D.30°

归纳梳理

1.当A,B为锐角时,若$A\neq B$,则$\sin A\neq\sin B$,$\cos A\neq\cos B$,$\tan A\neq\tan B$.在锐角三角函数中,锐角和其函数值之间是一一对应关系,根据锐角的度数可以求其对应的三角函数值,反过来,也可以根据三角函数值求得唯一对应的锐角.

2.重点:已知直角三角形的两边,求锐角的度数.

3.难点:在锐角三角函数中,锐角和其函数值之间是一一对应关系.

4.易错点:特殊角的三角函数值相混淆.

深化拓展

基础反思

1.在△ABC中,$\angle A$,$\angle B$都是锐角,若$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos B=\frac{1}{2}$,则$\angle C$的度数是________.

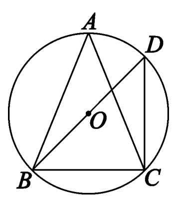
2.在Rt△ABC中,$\angle C=90^\circ$,$AC=\sqrt{15}$,$AB=2\sqrt{5}$,则$\angle A$等于　　(　　)

A.90°　　B.60°

C.45°　　D.30°

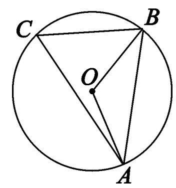
能力提升

3.如图,⊙O是等腰三角形ABC的外接圆,$AB=AC$,$\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$BD$为⊙$O$的直径,$BD=2\sqrt{2}$,连接$CD$,则$\angle D=$________°,$BC=$________.

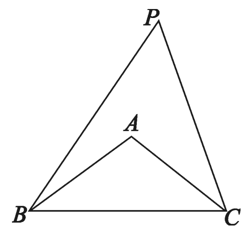


拓展创新

4.如图,⊙O的半径为5,弦$AB=5\sqrt{3}$,C是圆上一点,则$\angle ACB=$________.



5.如图,在△ABC中,$AB=AC=5$,$BC=8$.若$\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$,则$\tan\angle BPC=$________.



第五学时

问题导学

通过前面的学习,我们可以求出特殊锐角(30°,45°,60°)的三角函数值.在日常生活中,我们遇到的角大多是非特殊角,这些锐角的三角函数值通常借助计算器来求.你会利用计算器求一个锐角的三角函数值吗?会根据一个锐角的任一个三角函数值来求这个锐角吗?

自主学习

教材导读

1.按照教材 p67 的步骤操作,学习如何用计算器求锐角的三角函数值,总结其一般按键顺序.

2.按照教材 p68 的步骤操作,学习如何根据已知锐角三角函数值求其相应的锐角,总结其一般按键顺序.

自主测评

1.用计算器计算 cos44°的结果是(精确到 0.01) ( )

A.0.90　　B.0.72

C.0.69　　D.0.66

2.用计算器求下列锐角的三角函数值:

sin24°;sin35°;tan37°;cos66°;cos55°;tan63°.

3.用计算器求下列锐角的三角函数值:

sin25°32′27″;　sin55°27′;

cos22°3″;　cos55″;

tan36°22′15″;　tan36.370 833°.

4.已知下列锐角三角函数值,用计算器求其相应锐角的度数:

$\sin C=0.054\ 7$;

$\cos A=0.625\ 2$;

$\tan B=15.94$.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.使用计算器求锐角三角函数值或已知锐角三角函数值求相应锐角的度数时的注意事项.

2.写出求锐角三角函数值的其他方法.

3.度、分、秒之间的换算,常用的按键是什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.用“＞”或“＜”填空：

$\sin50°\times\cos40°-\frac{1}{2}$________0.(可用计算器计算)

2.计算：$\sqrt{2}-2\sin45°-3^2$.

方式一：(用计算器计算)

计算的结果是________.

按键顺序为：

□□□□□□□□□□□□□□□

方式二：(不用计算器计算)

归纳梳理

1.用计算器求任意锐角的三角函数值.

2.用计算器根据锐角三角函数值求相应锐角的度数.

3.重点：用计算器求任意角的三角函数值和根据锐角三角函数值求相应锐角的度数.

4.难点：涉及度、分、秒的求值.

5.易错点：不同计算器的按键顺序不同.

深化拓展

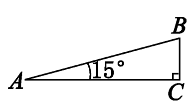
基础反思

1.用计算器计算：$\sin35°\approx$________(结果保留小数点后4位).

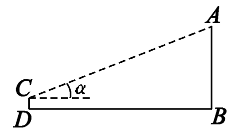
2.用计算器计算：$3\sin38°-\sqrt{2}\approx$________(结果保留小数点后3位).

能力提升

3.如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$BC=10$ m，$\angle A=15°$，用科学计算器算得AB的长约为________m.(精确到0.1 m)



4.如图，为了测量电线杆AB的高度，在离电线杆25 m的D处，用高1.20 m的测角仪CD测得电线杆顶端的仰角$\alpha=22°$，求电线杆AB的高度.(用科学计算器计算，精确到0.1 m)



拓展创新

5.用计算器求下列锐角的三角函数值，并把结果填入下表(结果保留小数点后两位)：

锐角A / 三角函数	…	15°	20°	25°	30°	…	65°	70°	75°	80°	…
$\sin A$	…					…					…
$\cos A$	…					…					…
$\tan A$	…					…					…

(1)总结随着锐角A的度数不断增大，$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$的变化趋势；

(2)你还能从表中得到什么猜想？你能根据表中数据求出$\sin10°$，$\cos10°$的值吗？

28.2 解直角三角形及其应用

28.2.1 解直角三角形

问题导学

学习了锐角三角函数的有关知识后，小敏又得出了一个结论：“已知直角三角形除直角外的两个条件(边或角)，就可以求出这个直角三角形的其他边和角.”

小聪看了教材中的例题后，认为确实是这样的.你认为他们的结论正确吗？你能举例说明吗？

自主学习

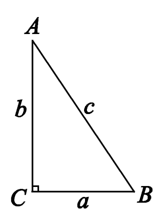
教材导读

阅读教材 p72、p73 的有关内容，回答下列问题：

1.阅读本章引言和教材 p72 有关比萨斜塔的问题，体会将实际问题抽象为数学问题的过程.这个问题是已知什么求锐角度数的问题？

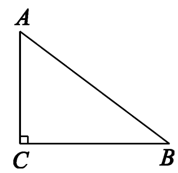
2.请简述解直角三角形的含义.

3.如图，请总结直角三角形中元素之间的关系.



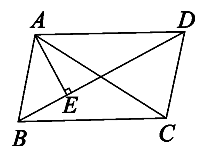
4.同学们还能写出一些有关直角三角形的结论吗？

自主测评

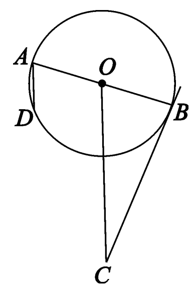


1.如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=37°$，$BC=32$，则 $AC=$________.(参考数据：$\sin37°\approx0.60$，$\cos37°\approx0.80$，$\tan37°\approx0.75$)

2.如图，在▱$ABCD$ 中，$AE\perp BD$ 于点 E，$\angle EAC=30°$，$AE=3$，则 AC 的长等于________.



(第 2 题图)



(第 3 题图)

3.如图，⊙O 的直径 $AB=4$，BC 切⊙O 于点 B，OC 平行于弦 AD，$OC=5$，则 AD 的长为 (　　)

A.$\frac{6}{5}$　　B.$\frac{8}{5}$

C.$\frac{\sqrt{7}}{5}$　　D.$\frac{2\sqrt{3}}{5}$

4.在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A=60°$，$b=4$，解这个直角三角形.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

已知直角三角形的两直角边可以解直角三角形吗？已知一条边和一个锐角呢？

合作学习

难点探究

1.解直角三角形时必需的条件是什么？

2.探究应用解直角三角形的知识解非直角三角形的一般方法.

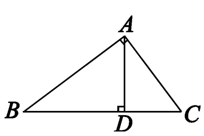
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

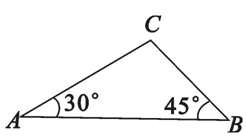
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1.如图，在 Rt $\triangle ABC$ 中，斜边 BC 上的高 $AD=4$，$\cos B=\frac{4}{5}$，则 $AC=$________.



（第 1 题图）



（第 2 题图）

2.如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$\angle B=45°$，$AC=2\sqrt{3}$，则 AB 的长为________.

归纳梳理

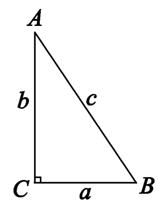
1.一般地，直角三角形中，除直角外，共有 5 个元素，即 3 条边和 2 个锐角，由直角三角形中的已知元素，求出其余未知元素的过程，叫做解直角三角形.

在如图所示的直角三角形中，

(1)三边之间的关系：$a^2+b^2=c^2$（勾股定理）.

(2)两锐角之间的关系：$\angle A+\angle B=90°$.

(3)边角之间的关系：



$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c}$，

$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}$，

$\tan A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\frac{a}{b}$.

2.重点：掌握解直角三角形的方法.

3.难点：构造直角三角形，解决非直角三角形问题.

4.易错点：直角三角形边角关系的应用.

深化拓展

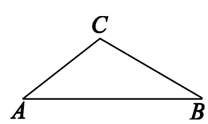
基础反思

1.在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$.若 $AC=3BC$，则 $\sin A$ 的值是　　（　　）

A.$\frac{1}{3}$　　B.3

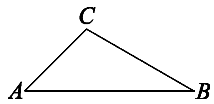
C.$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D.$\frac{\sqrt{10}}{5}$

2.如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=6$，$\tan A=\frac{3}{4}$，$\angle B=30°$.求 AC 和 AB 的长.

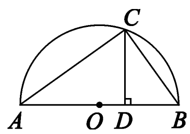


能力提升

3.如图，在△ABC 中，$\angle A=45^{\circ}$，$AC=\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{3}+1$，则边 BC 的长为________.



4.如图是以△ABC 的边 AB 为直径的半圆 O，点 C 恰好在半圆上，过点 C 作 $CD\perp AB$ 交 AB 于点 D.已知 $\cos\angle ACD=\dfrac{3}{5}$，$BC=4$，则 AC 的长为（　　）



A.1　　　　B.$\dfrac{20}{3}$

C.3　　　　D.$\dfrac{16}{3}$

拓展创新

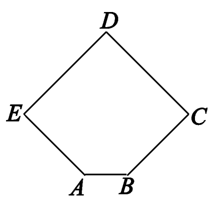
5.如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$\angle A=\angle B$，$\angle C=\angle D=\angle E=90^{\circ}$，$DE=DC=4$，$AB=\sqrt{2}$，则五边形$ABCDE$的周长是（　　）

A.$16+\sqrt{2}$

B.$14+\sqrt{2}$

C.$12+\sqrt{2}$

D.$10+\sqrt{2}$

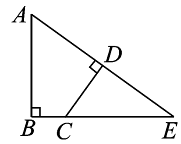


6.如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=90^{\circ}$，$\angle ADC=90^{\circ}$，$AB=6$，$CD=4$，BC 的延长线与 AD 的延长线交于点 E.

(1)若$\angle A=60^{\circ}$，求 BC 的长；

(2)若 $\sin A=\dfrac{4}{5}$，求 AD 的长.

(注意：本题中的计算过程和结果均保留根号)



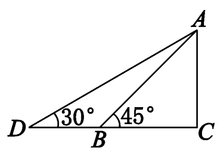
28.2.2 应用举例

第一学时

问题导学

一天,在幼儿园工作的张阿姨给刚学习了锐角三角函数的儿子小军提出了一个问题,要求儿子帮她解决.

问题:如图所示,城关幼儿园为加强安全管理,决定将园内滑梯的倾斜角由45°降为30°,已知原滑梯 AB 的长为4 m,点 D,B,C 在同一条直线上.



(1)改造后滑梯会加长多少?

(2)若滑梯的正前方有3 m长的空地就能保证安全,原滑梯的前方有6 m长的空地,像这样改造是否可行?

聪明的小军通过计算认为:改造后滑梯会加长约1.66 m,在(2)的条件下可以改造.

你能验证他的解答是否正确吗?其实数学就在我们身边,从本学时开始我们将学习解直角三角形的应用.

自主学习

教材导读

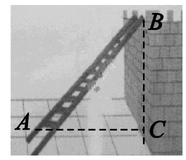
1.试着解答教材p74的例3,思考在图28.2—5中,还有表示飞船上能直接看到的地球上的最远点吗?它和点 Q 是什么关系?

2.思考教材中的例3,在地面上 P,Q 两点间的距离和平面上 P,Q 两点间的直线距离相同吗?你是如何理解的?

3.解答例3时综合运用了哪些知识?

自主测评

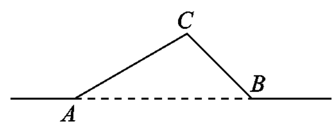
1.如图,一架梯子斜靠在墙上,若梯子底端到墙的距离 $AC=3$ m, $\cos\angle BAC=\frac{3}{4}$,则梯子长 $AB=$ ________ m.



2.如图,一条输电线路从 A 地到 B 地需要经过 C 地,图中 $AC=20$ km, $\angle CAB=30°$, $\angle CBA=45°$,因线路整改需要,将从 A 地到 B 地之间铺设一条笔直的输电线路.

(1)求新铺设的输电线路 AB 的长度;(结果保留根号)

(2)问整改后从 A 地到 B 地的输电线路比原来缩短了多少千米?(结果保留根号)



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

用解直角三角形的有关知识解决实际问题的关键是什么?

合作学习

难点探究

1.将实际问题转化为数学问题时,我们应注意哪些事项?

2.如何正确理解教材p74例3中 P,Q 两点间的距离?

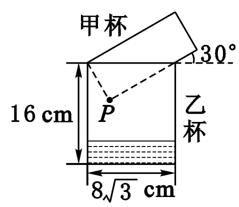
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.如图,两个高度相等且底面直径之比为 1∶2 的圆柱形水杯,甲杯装满液体,乙杯是空杯.若把甲杯中的液体全部倒入乙杯,则乙杯中的液面与图中点 P 的距离是 ( )

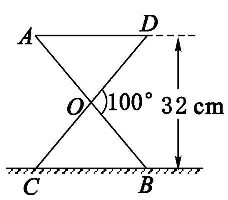


A.$4\sqrt{3}$ cm B.6 cm

C.8 cm D.10 cm

2.某学校计划为住校生配备如图①所示的折叠椅.图②是折叠椅撑开后的侧面示意图,其中椅腿 AB 和 CD 的长相等,O 是它们的中点.为使折叠椅既舒适又牢固,厂家将撑开后的折叠椅高度设计为 32 cm,$\angle DOB=100°$,那么椅腿的长 AB 和篷布面的宽 AD 各应设计为多少?(结果精确到 0.1 cm)

①



②

归纳梳理

1.通过解直角三角形解决实际问题的一般步骤:

一审:弄清题意,找出已知和未知;

二构:根据题意,画出示意图,并构造要求解的三角形,对非直角三角形通过作辅助线构造直角三角形;

三选:将题中的已知角、线段长转变为直角三角形的元素,选择恰当的元素间的关系式,解直角三角形;

四答:按照题中已知数的精确度或题中要求的精确度给出答案并注明单位;若题中未明确精确度,结果可保留最简根式.

2.重点:构造直角三角形解决问题.

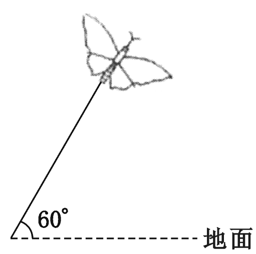
3.难点:构造适当的直角三角形.

4.易错点:解决实际问题,要考虑实际意义,数学问题的解不一定都是实际问题的解.

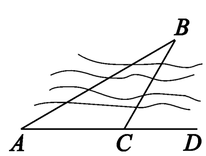
深化拓展

基础反思

1.如图所示,小芳在中心广场放风筝,已知风筝拉线长 100 m(假设拉线是直的),且拉线与水平地面的夹角为 60°,若小芳的身高忽略不计,则风筝离水平地面的高度是________m.(结果保留根号)



2.如图,要测量 B 点到河岸 AD 的距离,在 A 点测得 $\angle BAD=30°$,在 C 点测得 $\angle BCD=60°$,又测得 $AC=100$ m,则 B 点到河岸 AD 的距离为 ( )



A.100 m B.$50\sqrt{3}$ m

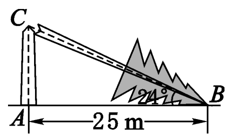
C.$\frac{200\sqrt{3}}{3}$ m D.50 m

能力提升

3.如图,一棵大树在C处折断倒下,树顶落在地面上的B处,测得B处与树的底端A相距25 m,$\angle ABC=24°$.求:

(1)大树折断倒下部分BC的长度;(精确到1 m)

(2)大树在折断之前的高度.(精确到1 m)

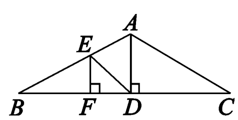


拓展创新

4.如图,一座钢结构桥梁的框架是$\triangle ABC$,水平横梁BC长18 m,中柱AD高6 m,其中D是BC的中点,且$AD\perp BC$.

(1)求$\sin B$的值;

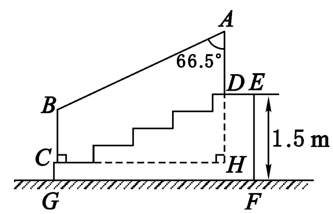
(2)现需要加装支架DE,EF,其中点E在AB上,$BE=2AE$,且$EF\perp BC$,垂足为F,求支架DE的长.



5.如图,某城市市民广场一入口处有五级高度相等的小台阶.已知台阶总高1.5 m,为了安全现要做一个不锈钢扶手AB及两根与FG都垂直且长均为1 m的不锈钢架杆AD和BC(架杆的底端分别为D,C),且$\angle DAB=66.5°$.求:

(1)点D与点C的高度差DH;

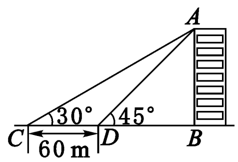
(2)所有不锈钢材料的总长度(即$AD+AB+BC$的长,结果精确到0.1 m.参考数据:$\cos 66.5°\approx 0.40$,$\sin 66.5°\approx 0.92$).



第二学时

问题导学

某中学九年级学生在学习“应用举例”的内容时,开展测量物体高度的实践活动.他们要测量学校一幢教学楼的高度.如图,他们先在点 C 处测得教学楼 AB 的顶端 A 的仰角为 $30°$,然后向教学楼前进 60 m 到达点 D 处,又测得顶端 A 的仰角为 $45°$.



你知道什么是仰角吗?你能否根据有关数据求出这幢教学楼的高度?试一试(计算过程和结果均不取近似值).

本学时我们主要学习测量物体高度的问题.

自主学习

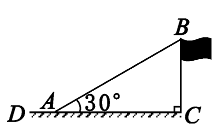
教材导读

1.试着解答教材 p75 的例 4,说出仰角和俯角的定义.

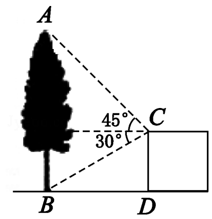
2.思考:对于教材 p75 的例 4,还可以用什么方法解答?

自主测评

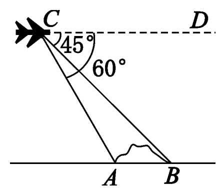
1.如图,小明利用升旗用的绳子测量学校旗杆 BC 的高度,他发现绳子刚好比旗杆长 11 m.若把绳子往外拉直,绳子接触地面 A 点并与地面形成 $30°$ 角时,绳子末端 D 距 A 点还有 1 m,那么旗杆 BC 的高度为________ m.



2.如图,在建筑平台 CD 的顶部 C 处,测得大树 AB 的顶部 A 的仰角为 $45°$,测得大树 AB 的底部 B 的俯角为 $30°$,已知平台 CD 的高度为 5 m,则大树的高度为________ m.(结果保留根号)



3.如图,某高速公路建设中需要确定隧道 AB 的长度.已知在离地面 1 500 m 的 C 处的飞机上,测量人员测得正前方 A,B 两点处的俯角分别为 $60°$ 和 $45°$.求隧道 AB 的长.(参考数据:$\sqrt{3}\approx1.73$)



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.利用直角三角形的边角关系解决实际生活中测量问题的关键是什么?

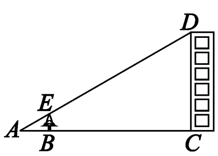
2.认真思考教材 p75 的例 4,试着从不同角度思考问题,灵活应用直角三角形各元素之间的关系解决实际问题.组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

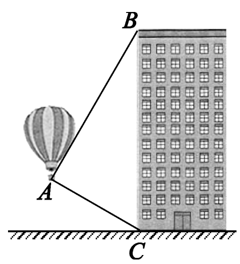
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.小敏想利用小区附近的楼房来测量同一水平线上一棵树的高度.如图,他在同一水平线上选择了一点 A,使 A 与树顶 E、楼房顶端 D 恰好在同一条直线上.小敏在 A 处测得楼顶 D 的仰角 $\angle A=30°$.已知楼房 CD 高 21 m,且与树 BE 之间的距离 $BC=30$ m,则此树的高度 BE 约为______ m.(结果精确到 0.1 m.$\sqrt{3}\approx1.732$)



(第 1 题图)



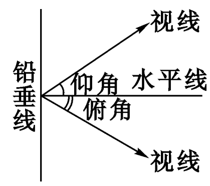
(第 2 题图)

2.如图,热气球的探测器显示,从热气球上的 A 处看一栋高楼顶部 B 的仰角为 60°,看这栋高楼底部 C 的俯角为 30°,热气球与高楼的水平距离为 66 m,这栋高楼有多高?(结果精确到 0.1 m.$\sqrt{3}\approx1.732$)

归纳梳理

1.与应用相关的概念——仰角与俯角

如图,在进行测量时,当从低处观测高处的目标时,视线和水平线所成的锐角称为仰角.当从高处观测低处的目标时,视线与水平线所成的锐角称为俯角.



2.重点:利用直角三角形的边角关系解决实际生活中的测量问题.

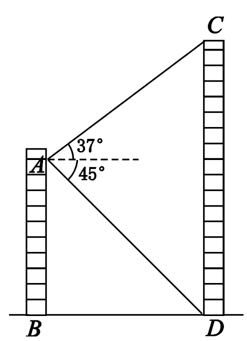
3.难点:构造适当的直角三角形.

4.易错点:构造适当的直角三角形时,破坏已知元素.

深化拓展

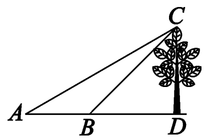
基础反思

1.如图,从楼 AB 的 A 处测得对面楼 CD 的顶部 C 的仰角为 37°,底部 D 的俯角为 45°,两楼的水平距离 BD 为 24 m,那么楼 CD 的高度约为______ m.(参考数据:$\sin37°\approx0.6$;$\cos37°\approx0.8$;$\tan37°\approx0.75$)



能力提升

2.如图,在数学活动课上,九年级(1)班数学兴趣小组的同学们测量校园内一棵大树的高度,设计的测量方案及数据如下:



(1)在大树前的平地上选择一点 A,测得由点 A 看大树顶端 C 的仰角为 $30°$;

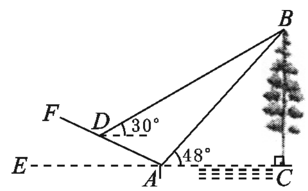
(2)在点 A 和大树之间选择一点 B(A,B,D 在同一条直线上),测得由点 B 看大树顶端 C 的仰角恰好为 $45°$;

(3)量出 A,B 间的距离为 4 m.

请你根据以上数据求出大树 CD 的高度.(结果精确到 0.1 m.参考数据:$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$)

拓展创新

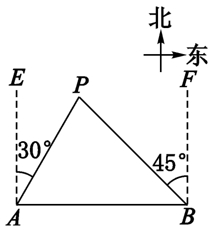
3.如图所示,某数学活动小组选定测量小河对岸大树 BC 的高度,他们在斜坡上 D 处测得大树顶端 B 的仰角是 $30°$,朝大树方向下坡走 6 m 到达坡底 A 处,在 A 处测得大树顶端 B 的仰角是 $48°$,若坡角 $\angle FAE=30°$,求大树的高度.(结果保留一位小数.参考数据:$\sin48°\approx0.74$,$\cos48°\approx0.67$,$\tan48°\approx1.11$,$\sqrt{3}\approx1.73$)



第三学时

问题导学

某工程设计师在工作中遇到了以下问题:如图所示,A,B两城市相距100 km.现计划在这两座城市间修筑一条高速公路(即线段AB),经测量,森林保护中心P在A城市的北偏东30°和B城市的北偏西45°的方向上.已知森林保护区的范围在以点P为圆心,50 km为半径的圆形区域内.请问计划修筑的这条高速公路会不会穿越保护区,为什么?(参考数据:$\sqrt{3}\approx1.732$,$\sqrt{2}\approx1.414$)



小慧通过计算认为这条高速公路不会穿越保护区,她的结论正确吗?

自主学习

教材导读

1.试着解答教材p76的例5,思考:如果题中没有给出图28.2—7,你能画出这个图吗?体会“北偏东”“南偏东”的含义.

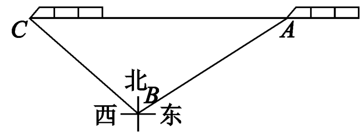
2.归纳用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程.

自主测评

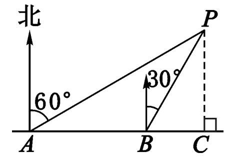
1.如图,在距离铁轨200 m的B处,观察由甲地开往乙地的动车,当动车车头在A处时,恰好位于B处的北偏东60°方向上;10 s后,动车车头到达C处,恰好位于B处的西北方向上,则这时段动车的平均速度是 ( )

A.$20(\sqrt{3}+1)$ m/s B.$20(\sqrt{3}-1)$ m/s

C.200 m/s D.300 m/s



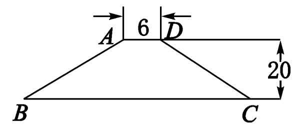
(第1题图)



(第2题图)

2.如图,小敏同学在东西方向的环海路A处,测得海中灯塔P在北偏东60°方向上,在A处正东方向500 m的B处,测得海中灯塔P在北偏东30°方向上,则灯塔P到环海路的距离$PC=$______m.(结果保留根号)

3.如图,某水库大坝的横断面是梯形$ABCD$,坝顶宽$AD=6$ m,坝高是20 m,背水坡AB的坡角为30°,迎水坡CD的坡度为1∶2,那么坝底BC的长度为______m.(结果保留根号)



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

1.如何理解方向角?

2.阅读教材p77的练习2,回答什么是坡度.

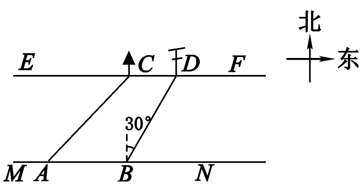
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

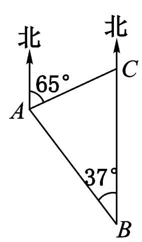
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1.在综合实践课上，小聪所在小组要测量一条河的宽度，如图，河岸 $EF \parallel MN$，小聪在河岸 MN 上的点 A 处用测角仪测得河对岸小树 C 位于东北方向，然后沿河岸走了 30 米，到达 B 处，测得河对岸电线杆 D 位于北偏东 30°方向，此时，其他同学测得 $CD=10$ 米.请根据这些数据求出河的宽度为________米.(结果保留根号)



2.如图，一巡逻艇航行至海面 B 处时，得知其正北方向上 C 处一渔船发生故障.已知港口 A 处在 B 处的北偏西 37°方向上，距 B 处 20 海里，C 处在 A 处的北偏东 65°方向上.求 B，C 之间的距离.(结果精确到 0.1 海里.参考数据：$\sin 37° \approx 0.60$，$\cos 37° \approx 0.80$，$\tan 37° \approx 0.75$，$\sin 65° \approx 0.91$，$\cos 65° \approx 0.42$，$\tan 65° \approx 2.14$)



归纳梳理

1.用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程：

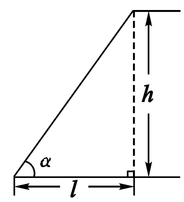
(1)将实际问题抽象为数学问题(画出平面图形，转化为解直角三角形问题)；

(2)根据问题中的条件，适当选用锐角三角函数等解直角三角形；

(3)得到数学问题的答案；

(4)得到实际问题的答案.

2.与应用相关的概念——坡度(或坡比)与坡角

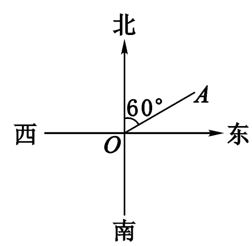


在修路、挖河、开渠和筑坝时，设计图纸上都要注明斜坡的倾斜程度.如图，坡面的铅直高度为 h，水平宽度为 l，h 与 l 的比叫做坡面的坡度(或坡比)，记作 i.用式子表示为 $i=\frac{h}{l}$.

图中坡面与水平面的夹角叫做坡角，记作 α，则 $i=\frac{h}{l}=\tan\alpha$.

3.与应用相关的概念——方向角

指南或指北的方向线与目标方向线所成的小于 90°的角，叫做方向角.如图所示，OA 表示北偏东 60°方向的一条射线.



注意：东北方向指北偏东 45°方向，东南方向指南偏东 45°方向，西北方向指北偏西 45°方向，西南方向指南偏西 45°方向.我们一般画图的方位为上北下南，左西右东.

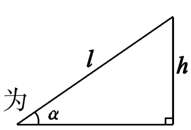
4.重点：利用解直角三角形的知识解决实际问题.

5.难点：正确绘制图形，构造适当的直角三角形.

深化拓展

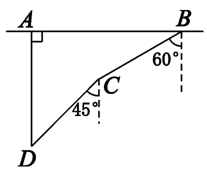
基础反思

1.如图，某游乐场一滑梯的高为 h，滑梯的坡角为 α，那么滑梯的长 l 为 (　　)



A.$\frac{h}{\sin\alpha}$　　B.$\frac{h}{\tan\alpha}$　　C.$\frac{h}{\cos\alpha}$　　D.$h\cdot\sin\alpha$

2.如图,在一次军事演习中,蓝方在一条东西走向的公路上的 A 处朝正南方向撤退,红方在公路上的 B 处沿南偏西 60°方向前进实施拦截,红方行驶 1 000 m到达 C 处后,因前方无法通行,红方决定调整方向,再朝南偏西 45°方向前进了相同的距离,刚好在 D 处成功拦截蓝方,求拦截点 D 处到公路的距离(结果保留根号).



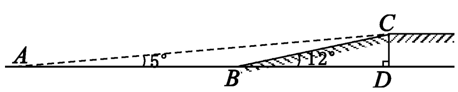
能力提升

3.如图,有一段斜坡 BC 长为 10 m,坡角$\angle CBD=12^\circ$.为方便残疾人的轮椅车通行,现准备把坡角降为 5°.求:

(1)坡高 CD;

(2)斜坡新起点 A 与原起点 B 之间的距离(结果精确到 0.1 m).

(参考数据:$\sin12^\circ\approx0.21$,$\cos12^\circ\approx0.98$,$\tan5^\circ\approx0.09$)

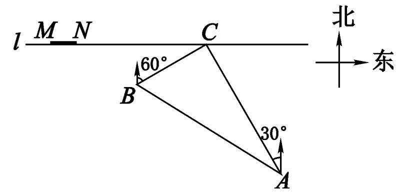


拓展创新

4.如图,在一条笔直的东西方向海岸线 l 上有一长为 1.5 km 的码头 MN 和灯塔 C,灯塔 C 距码头的东端 N 有 20 km.一轮船以 36 km/h 的速度航行,上午 10:00 在 A 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏西 30°方向,上午 10:40 在 B 处测得灯塔 C 位于轮船的北偏东 60°方向,且与灯塔 C 相距 12 km.

(1)若轮船按此速度与航向航行,何时到达海岸线?

(2)若轮船不改变航向,该轮船能否停靠在码头?并说明理由.(参考数据:$\sqrt{2}\approx1.4$,$\sqrt{3}\approx1.7$)



第二十八章　小结

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p83 的有关内容，并思考下列问题：

1.本章主要学习了锐角三角函数、解直角三角形及其应用.

请同学们回忆并思考：

(1)锐角三角函数($\sin A$，$\cos A$，$\tan A$)的定义；

(2)特殊角 30°，45°，60°角的三角函数值；

(3)使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知锐角三角函数值求相应锐角的度数；

(4)运用锐角三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题.

2.在直角三角形中，已知几个元素就可以解直角三角形？一般地，解直角三角形所用的基础知识是什么？

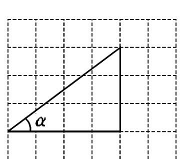
3.利用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程是什么？

自主测评

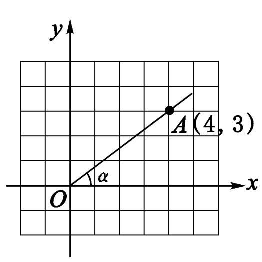
1.一直角三角形在正方形网格纸中的位置如图所示，则 $\cos\alpha$ 的值是　　(　　)

A.$\frac{3}{4}$　　B.$\frac{4}{3}$

C.$\frac{3}{5}$　　D.$\frac{4}{5}$



(第 1 题图)



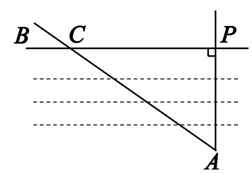
(第 2 题图)

2.如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(4,3)$，那么 $\sin\alpha$ 的值是　　(　　)

A.$\frac{3}{4}$　　B.$\frac{4}{3}$

C.$\frac{3}{5}$　　D.$\frac{4}{5}$

3.如图，要测量小河两岸相对的两点 P，A 的距离，可以在小河边取 PA 的垂线 PB 上的一点 C，测得 $PC=100$ m，$\angle PCA=35°$，则小河宽 PA 等于　　(　　)

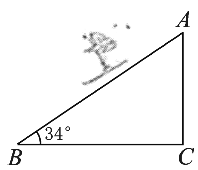


A.$100\sin35°$ m　　B.$100\sin55°$ m

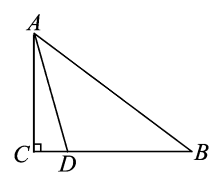
C.$100\tan35°$ m　　D.$100\tan55°$ m

4.计算：$\sin30°+\cos^2 45°-\frac{1}{3}\tan60°=$________.

5.如图，一名滑雪运动员沿着倾斜角为 34°的斜坡，从 A 滑行至 B.已知 $AB=500$ m，则这名滑雪运动员的高度下降了________m.(参考数据：$\sin34°\approx0.56$，$\cos34°\approx0.83$，$\tan34°\approx0.67$)



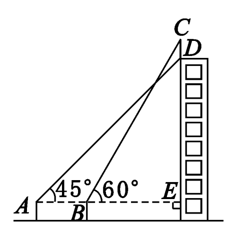
(第 5 题图)



(第 6 题图)

6.如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，D 是 BC 上一点，$AD=BD$.若 $AB=8$，$BD=5$，则 $CD=$________.

7.如图，某幢大楼顶部有一块广告牌 CD，甲、乙两人分别在相距 8 m 的 A，B 两处测得 D 点和 C 点的仰角分别为 45°和 60°，且 A，B，E 三点在同一条直线上，$AE\perp CD$ 于点 E.若 $BE=15$ m，求这块广告牌的高度.(结果保留整数，$\sqrt{3}\approx1.73$)



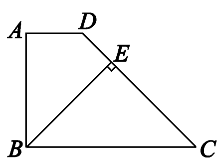
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

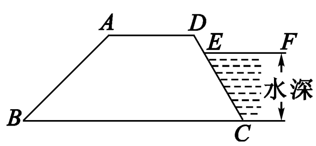
在复杂的图形中,适当选择直角三角形的边角关系解直角三角形.

1.如图,在四边形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$,$\angle ABC=90°$,$\angle C=45°$,$BE\perp CD$ 于点 E,$AD=1$,$CD=2\sqrt{2}$.求 BE 的长.



利用直角三角形的知识解决实际问题要适当构造直角三角形.

2.如图,有一水库大坝的横截面是梯形 $ABCD$,$AD\parallel BC$,EF 为水库的水面,点 E 在 DC 上.某课题小组在老师的带领下想测量水的深度,他们测得背水坡 AB 的长为 12 m,迎水坡上 DE 的长为 2 m,$\angle BAD=135°$,$\angle ADC=120°$,求水深.(结果精确到 0.1 m.$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$)



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

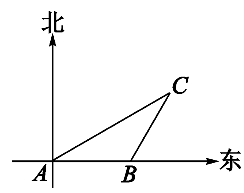
探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.计算:$2\cos45°-\sin60°+\dfrac{\sqrt{12}}{4}$.

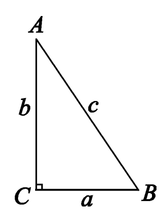
2.如图,一艘轮船自西向东航行,在 A 处测得某岛 C 在北偏东 60°的方向上,该轮船前进 8 海里后到达 B 处,再测 C 岛在北偏东 30°的方向上,轮船再前进多少海里与 C 岛最近?最近的距离是多少?



归纳梳理

1.锐角三角函数的概念

如图,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$ 所对的边分别为 a,b,c.



$\sin A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\dfrac{a}{c}$,叫做 $\angle A$ 的正弦;

$\cos A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\dfrac{b}{c}$,叫做 $\angle A$ 的余弦;

$\tan A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\dfrac{a}{b}$,叫做 $\angle A$ 的正切.

2.特殊角的三角函数值

锐角 α \ 三角函数	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

3.解直角三角形及其应用

(1)解直角三角形：由直角三角形中已知的边和角计算出未知的边和角的过程，叫做解直角三角形.

(2)解直角三角形的依据

两锐角的关系：直角三角形的两个锐角互余.

三边之间的关系（勾股定理）：在直角三角形中，两直角边的平方和等于斜边的平方，即在 Rt△ABC中，若$\angle C=90^\circ$，则 $a^2+b^2=c^2$.

边角之间的关系：在 Rt△ABC 中，若$\angle C=90^\circ$，则 $\sin A=\cos B=\frac{a}{c}$，$\cos A=\sin B=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$.

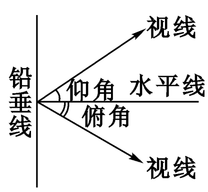
直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半.

勾股定理的逆定理：如果三角形的一条边的平方等于另外两条边的平方和，那么这个三角形是直角三角形，即在△ABC 中，若 $a^2+b^2=c^2$，则$\angle C=90^\circ$.

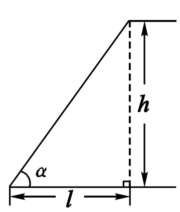
(3)与解直角三角形的应用问题相关的概念

仰角与俯角



如图，在进行测量时，当从低处观测高处的目标时，视线和水平线所成的锐角称为仰角；当从高处观测低处的目标时，视线与水平线所成的锐角称为俯角.

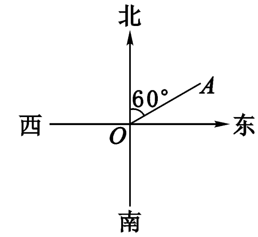
坡度(或坡比)与坡角



在修路、挖河、开渠和筑坝时，设计图纸上都要注明斜坡的倾斜程度.如图，坡面的铅直高度为 h，水平宽度为 l，h 与 l 的比叫做坡面的坡度(或坡比)，记作 i，用式子表示为 $i=\frac{h}{l}$.图中坡面与水平面的夹角叫做坡角，记作 α，则 $i=\frac{h}{l}=\tan\alpha$.

方向角

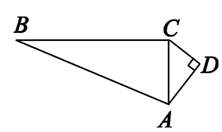
指南或指北的方向线与目标方向线所成的小于90°的角，叫做方向角.如图所示，OA 表示北偏东60°方向的一条射线.



注意：东北方向指北偏东45°方向，东南方向指南偏东45°方向，西北方向指北偏西45°方向，西南方向指南偏西45°方向.我们一般画图的方位为上北下南，左西右东.

深化拓展

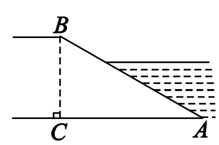
基础反思



1.如图，$AD\perp CD$，$AB=13$，$BC=12$，$CD=3$，$AD=4$，则 $\sin B$ 等于 （　　）

A.$\frac{5}{13}$　　B.$\frac{12}{13}$

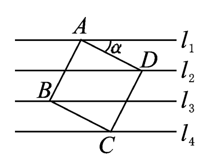
C.$\frac{3}{5}$　　D.$\frac{4}{5}$



2.河堤横截面如图所示，堤高 $BC=5$ m，迎水坡 AB 的坡比为 $1:\sqrt{3}$(坡比是坡面的铅直高度 BC 与水平宽度 AC 之比)，则 AC 的长是 （　　）

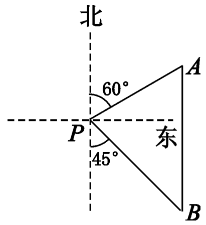
A.$5\sqrt{3}$ m　　B.10 m

C.15 m　　D.$10\sqrt{3}$ m

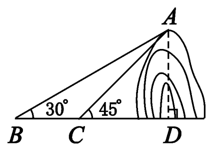


3.如图，已知直线 $l_1/\!/l_2/\!/l_3/\!/l_4$，相邻两条平行直线间的距离都是1.若正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在四条直线上，则 $\sin\alpha=$________.

4.如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东60°方向，距离灯塔 86 n mile 的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东45°方向上的 B 处，此时，B 处与灯塔 P 的距离约为________n mile.(结果取整数.参考数据：$\sqrt{3}\approx1.7$，$\sqrt{2}\approx1.4$)



(第 4 题图)

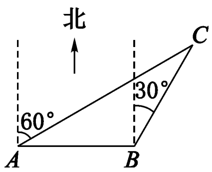


(第 5 题图)

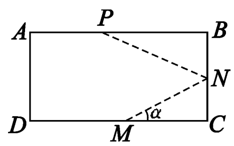
5.如图,小明在一块平地上测山高,先在 B 处测得山顶 A 的仰角为 30°,然后向山脚直行 100 m 到达 C 处,再测得山顶 A 的仰角为 45°,那么山高 AD 为________ m(结果保留整数,测角仪忽略不计,$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$).

能力提升

6.在一次夏令营活动中,小明同学从营地 A 出发,要到 A 地的北偏东 60°方向的 C 处,他先沿正东方向走了 200 m 到达 B 地,再沿北偏东 30°方向走,恰能到达目的地 C(如图),那么 B,C 两地相距________ m.



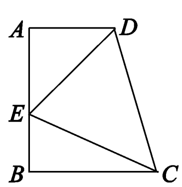
(第 6 题图)



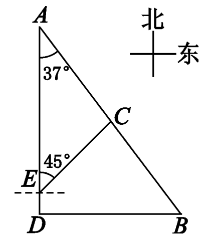
(第 7 题图)

7.如图所示是一张宽为 m 的矩形台球桌 $ABCD$,一球从点 M(点 M 在长边 CD 上)出发沿虚线 MN 射向边 BC,然后反弹到边 AB 上的 P 点.如果 $MC=n$,$\angle CMN=\alpha$,那么 P 点与 B 点间的距离为________.

8.如图,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle A=\angle B=90°$,$AB=5\sqrt{2}$,点 E 在 AB 上,$\angle AED=45°$,$DE=6$,$CE=7$.求 AE 的长及 $\sin\angle BCE$ 的值.



9.如图,港口 B 位于港口 A 的南偏东 37°方向,灯塔 C 恰好在 AB 的中点处,一艘海轮位于港口 A 的正南方向,港口 B 的正西方向的 D 处,它沿正北方向航行 5 km 到达 E 处,测得灯塔 C 在北偏东 45°方向上,这时,E 处距离港口 A 有多远?(参考数据:$\sin37°\approx0.60$,$\cos37°\approx0.80$,$\tan37°\approx0.75$)

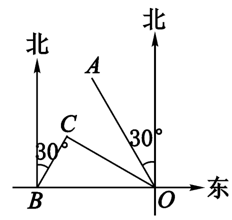


拓展创新

10.如图,港口 B 位于港口 O 正西方向 120 海里处,小岛 C 位于港口 O 北偏西 60°的方向上.一艘科学考察船从港口 O 出发,沿北偏西 30°的 OA 方向以 20 海里/时的速度驶离港口 O.同时一艘快艇从港口 B 出发,沿北偏东 30°的方向以 60 海里/时的速度驶向小岛 C,在小岛 C 用 1 小时装补给物资后,立即按原来的速度给考察船送去.

(1)快艇从港口 B 到小岛 C 需要多长时间?

(2)快艇从小岛 C 出发后最少需要多长时间才能和考察船相遇?



第二十八章　数学能力提升与评价

本章体现的数学能力主要有数学建模和几何直观.

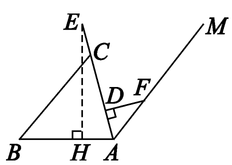
数学建模是对现实问题进行数学抽象,用数学语言表达问题、用数学知识与方法构建模型解决问题的过程.本章中通过解决实际问题的过程(先把实际问题抽象成数学问题,然后用适当的数学方法去解决),体验数学模型思想和数学建模过程,培养应用意识.

在解决实际问题时,通常要利用图形描述和分析问题,借助几何直观把复杂的数学问题变得简明、形象.

[能力提升]

例　“低碳环保,你我同行”.2017 年太原市区增设的“小黄车”“摩拜单车”等共享单车给市民出行带来了极大的方便.图①是某种共享单车的实物图,图②是该种共享单车的车架示意图,点 A,D,C,E 在同一条直线上,$CD=30$ cm,$DF=20$ cm,$AF=25$ cm,$FD\perp AE$ 于点 D,座杆 $CE=15$ cm,且 $\angle EAB=75°$.求点 E 到 AB 的距离.(参考数据:$\sin75°\approx0.97$,$\cos75°\approx0.26$,$\tan75°\approx3.73$)

①



②

解:在 Rt△ADF 中,由勾股定理,得

$AD=\sqrt{AF^2-FD^2}=\sqrt{25^2-20^2}=15$.

故 $AE=AD+CD+EC=15+30+15=60$.

如图②,过点 E 作 $EH\perp AB$ 于点 H.

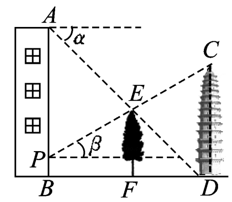
在 Rt△AEH 中,$\sin\angle EAH=\dfrac{EH}{AE}$,

故 $EH=AE\cdot\sin\angle EAH=AE\cdot\sin75°\approx60\times0.97=58.2$.

答:点 E 到 AB 的距离约为 58.2 cm.

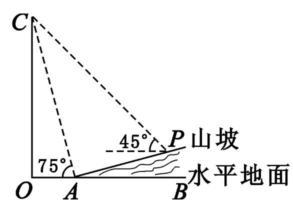
[自我评价]

1.如图,在楼房 AB 和塔 CD 之间有一棵树 EF,从楼顶 A 处经过树顶 E 点恰好看到塔的底部 D 点,且俯角 α 为 45°.从距离楼底 B 点 1 米的 P 点处经过树顶 E 点恰好看到塔的顶部 C 点,且仰角 β 为 30°.已知树高 $EF=6$ 米,求塔 CD 的高度.(结果保留根号)



2.山西绵山风景名胜区是中国历史文化名山,因春秋晋国介子推携母隐居被焚于此而著称.如图①是绵山上介子推母子的塑像,某游客计划测量这座塑像的高度,由于游客无法直接到达塑像底部,因此该游客计划借助坡面高度来测量塑像的高度.如图②,在塑像旁山坡坡脚 A 处测得塑像头顶 C 的仰角为 75°,当从 A 处沿坡面行走 10 米到达 P 处时,测得塑像头顶 C 的仰角刚好为 45°,已知山坡的坡度 $i=1∶8$,且 O,A,B 在同一条直线上,求塑像的高度.(测倾器高度忽略不计,结果精确到 0.1 米.参考数据:$\sin75°\approx1.0$,$\cos75°\approx0.3$,$\tan75°\approx3.7$,$\sqrt{2}\approx1.4$,$\sqrt{3}\approx1.7$,$\sqrt{10}\approx3.2$)

①



②

第二十八章测评

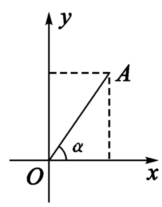
(测评时间:60 分钟　满分:100 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 2 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.在 Rt△ABC中,$\angle C=90^\circ$,$\angle B=2\angle A$,则 $\cos A$ 等于　(　　)

A.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B.$\frac{1}{2}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.$\frac{\sqrt{3}}{3}$

2.如图,点 $A(t,3)$在第一象限,OA 与 x 轴所夹的锐角为 α,$\tan\alpha=\frac{3}{2}$,则 t 的值是　(　　)



A.1　　B.1.5

C.2　　D.3

3.在 Rt△ABC 中,若 $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\tan B=\sqrt{3}$,则这个三角形一定是　(　　)

A.锐角三角形　　B.直角三角形

C.钝角三角形　　D.等腰三角形

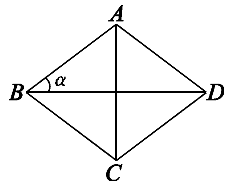
4.等腰三角形的底边长为 10 cm,周长为36 cm,那么底角的余弦值等于　(　　)

A.$\frac{5}{13}$　　B.$\frac{12}{13}$　　C.$\frac{10}{13}$　　D.$\frac{5}{12}$

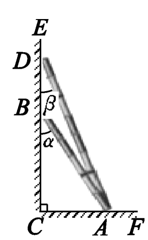
5.如图,菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC=6$,$BD=8$,$\angle ABD=\alpha$,则下列结论正确的是　(　　)

A.$\sin\alpha=\frac{4}{5}$　　B.$\cos\alpha=\frac{3}{5}$

C.$\tan\alpha=\frac{4}{3}$　　D.$\tan\alpha=\frac{3}{4}$



(第 5 题图)

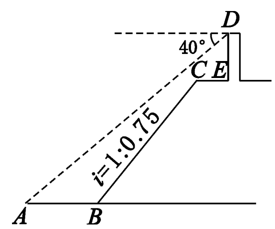


(第 6 题图)

6.如图,两根竹竿 AB 和 AD 斜靠在墙 CE 上,量得$\angle ABC=\alpha$,$\angle ADC=\beta$,则竹竿 AB 与 AD 的长度之比为　(　　)

A.$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$　　B.$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$　　C.$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$　　D.$\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$

7.如图,小王在长江边某瞭望台 D 处,测得江面上的渔船 A 的俯角为 40°,若 $DE=3$ m,$CE=2$ m,CE 平行于江面 AB,迎水坡 BC 的坡度 $i=1:0.75$,坡长 $BC=10$ m,则此时 AB 的长约为(参考数据:$\sin40^\circ\approx0.64$,$\cos40^\circ\approx0.77$,$\tan40^\circ\approx0.84$)　(　　)

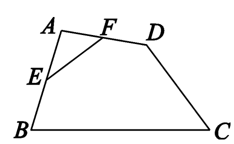


A.5.1 m　　B.6.3 m

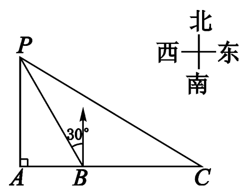
C.7.1 m　　D.9.2 m

8.如图,在四边形 $ABCD$ 中,E,F 分别是 AB,AD 的中点.若 $EF=2$,$BC=5$,$CD=3$,则 $\tan C$ 等于　(　　)

A.$\frac{3}{4}$　　B.$\frac{4}{3}$　　C.$\frac{3}{5}$　　D.$\frac{4}{5}$



(第 8 题图)



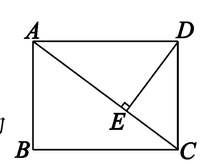
(第 9 题图)

9.如图,某海监船以 20 海里/小时的速度在某海域执行巡航任务,当海监船由西向东航行至 A 处时,测得岛屿 P 恰好在其正北方向,继续向东航行 1 小时到达 B 处,测得岛屿 P 在其北偏西 30°方向,保持航向不变又航行 2 小时到达 C 处,此时海监船与岛屿 P 之间的距离(即 PC 的长)为　(　　)

A.40 海里　　B.60 海里

C.$20\sqrt{3}$海里　　D.$40\sqrt{3}$海里

10.如图,在矩形 $ABCD$ 中,$DE\perp AC$ 于点 E.设$\angle ADE=\alpha$,且 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$,$AB=4$,则 AD 的长为　(　　)



A.3　　　　B.$\frac{16}{3}$

C.$\frac{20}{3}$　　　　D.$\frac{16}{5}$

二、填空题(本大题共8个小题,每小题3分,共24分.请把答案填在题中的横线上)

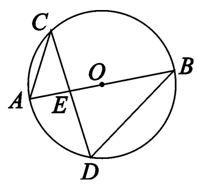
11.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$BC=5$,$AC=12$,那么 $\cos A$ 的值等于________.

12.若 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则锐角 $\alpha=$________.

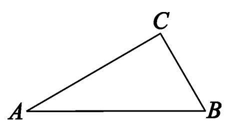
13.在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,$BC=20$,$AB=20\sqrt{2}$,则$\angle B=$________.

14.若$\angle A$ 是锐角,且 $\cos A=\frac{3}{5}$,则 $\cos(90°-A)=$________.

15.如图,在半径为3的⊙O 中,直径 AB 与弦 CD 相交于点 E,连接 AC,BD,若 $AC=2$,则 $\tan D=$________.



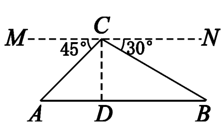
(第15题图)



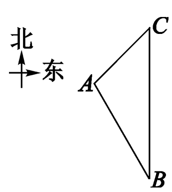
(第16题图)

16.如图,在△ABC 中,$\angle A=30°$,$\angle B$ 为锐角,且 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$AC=2\sqrt{3}$,则 $AB=$________.

17.如图,某景区的两个景点 A,B 处于同一水平地面上,一架无人机在空中沿 MN 方向水平飞行进行航拍作业,MN 与 AB 在同一铅直平面内,当无人机飞行至 C 处时,测得景点 A 的俯角为45°,景点 B 的俯角为30°,此时 C 到地面的距离 CD 为100 m,则两景点 A,B 间的距离为________ m(结果保留根号).



(第17题图)



(第18题图)

18.我国海域辽阔,渔业资源丰富.如图,现有渔船 B 在海岛 A,C 附近捕鱼作业,已知海岛 C 位于海岛 A 的北偏东45°方向上.在渔船 B 上测得海岛 A 位于渔船 B 的北偏西30°方向上,此时海岛 C 恰好位于渔船 B 的正北方向 $18(1+\sqrt{3})$ n mile 处,则海岛 A,C 之间的距离为________ n mile.

三、解答题(本大题共7个小题,共56分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19.(本题满分6分)

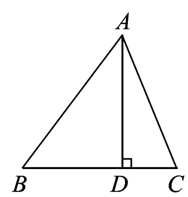
计算:

(1)$6\tan^2 30°-\sqrt{3}\sin 60°-2\sin 45°$;

(2)$2\sin 60°-3\tan 30°+\left(\frac{1}{3}\right)^0+(-1)^{2009}$.

20.(本题满分6分)

如图,在△ABC 中,$AD\perp BC$,垂足为 D,若 $BC=14$,$AD=12$,$\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$,求 $\sin C$ 的值.

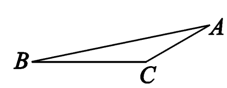


21.(本题满分7分)

如图,在△ABC 中,$\angle C=150°$,$AC=4$,$\tan B=\frac{1}{8}$.

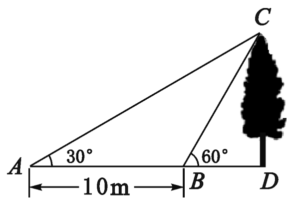
(1)求 BC 的长;(结果保留根号)

(2)利用此图形求 $\tan 15°$ 的值.(结果精确到0.1.参考数据:$\sqrt{2}\approx1.4$,$\sqrt{3}\approx1.7$,$\sqrt{5}\approx2.2$)



22.(本题满分 7 分)

如图,某数学兴趣小组想测量一棵树 CD 的高度,他们先在点 A 处测得树顶 C 的仰角为 $30°$,然后沿 AD 方向前行 10 m,到达 B 点,在 B 处测得树顶 C 的仰角为 $60°$(A,B,D 三点在同一直线上).请你根据他们的测量数据计算这棵树 CD 的高度.(结果精确到 0.1 m.参考数据:$\sqrt{2}\approx1.414$,$\sqrt{3}\approx1.732$)

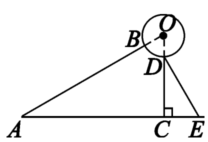


23.(本题满分 8 分)

某太阳能热水器的横截面示意图如图所示.已知真空热水管 AB 与支架 CD 所在直线相交于点 O,且 $OB=OD$,支架 CD 与水平线 AE 垂直,$\angle BAC=\angle CDE=30°$,$DE=80$ cm,$AC=165$ cm.

(1)求支架 CD 的长;

(2)求真空热水管 AB 的长.(结果保留根号)

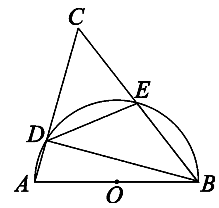


24.(本题满分 10 分)

如图,以△ABC 的一边 AB 为直径的半圆与其他两边 AC,BC 的交点分别为 D,E,且 $\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$.

(1)试判断△ABC 的形状,并说明理由;

(2)已知半圆的半径为 5,$BC=12$,求 $\sin\angle ABD$ 的值.

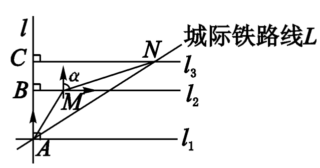


25.(本题满分 12 分)

如图为某区域部分交通线路图,其中直线 $l_1\parallel l_2\parallel l_3$,直线 l 与直线 l_1,l_2,l_3 都垂直,垂足分别为点 A,点 B 和点 C(道路右侧边缘),l_2 上的点 M 位于点 A 的北偏东 $30°$ 方向上,且 $BM=\sqrt{3}$ km,l_3 上的点 N 位于点 M 的北偏东 α 方向上,且 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{13}}{13}$,$MN=2\sqrt{13}$ km,点 A 和点 N 是城际铁路线 L 上的两个相邻的站点.

(1)求 l_2 和 l_3 之间的距离;

(2)若城际火车的平均速度为 150 km/h,市民小强乘坐城际火车从站点 A 到站点 N 需要多少小时?(结果用分数表示)



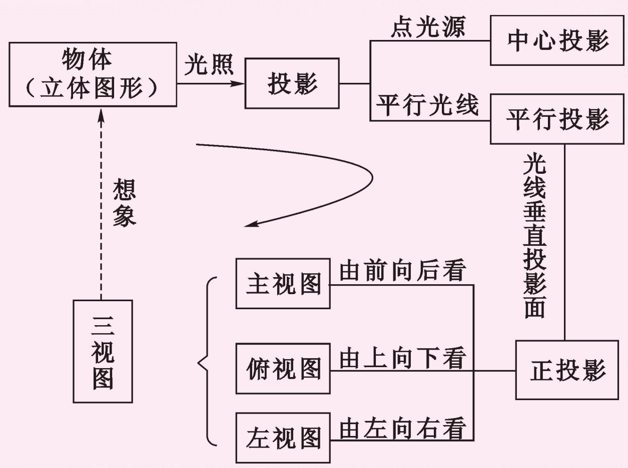
第二十九章　　投影与视图

学习导航

本章纵览

本章的主要内容是投影与视图.以分析实际例子为背景,认识投影与视图的基本概念和基本性质,通过讨论简单立体图形与它的三视图间的相互转化,让我们经历画图、识图等过程,分析立体图形和平面图形之间的联系;还通过制作立体模型的课题学习,在实际动手中进一步加深对投影和视图知识的认识,同时加强了我们在实践活动中动手、动脑、理论结合实际的能力.

知识要点



学习要求

本章的重点是了解中心投影和平行投影的含义及其简单应用,了解三视图,会画三视图.

本章的难点是通过对中心投影与平行投影的认识进行物体与投影之间的互相转化等,通过画三视图来实现几何体与三视图之间的互相转化,其设计意图不仅在于丰富对常见几何体的视图及投影的认识,使我们掌握操作、画图等技能,而且还可以进一步培养观察、操作、推理、想象、交流等数学活动的习惯和经验,发展空间观念.

学习中应注意的问题:

(1)画三视图时应注意三视图的位置要准确,看得见部分的轮廓通常用实线,看不见部分的轮廓通常画成虚线,这是画三视图的一种规定.

(2)太阳光线可以看成平行光线,利用平行光线作图.

(3)投影与视图是培养空间观念很重要的章节之一.因此在学习本章时,要注意知识之间的相互联系,多观察、操作、推理、想象、交流,提高提出问题、分析问题、解决问题的能力.

学法指导

本章内容与立体图形的关系密切,需要在图形形状方面进行想象和判断,要完成的题目大多属于识图、画图、制作模型等类型,涉及计算的问题不多.

29.1 投　　影

第一学时

问题导学

皮影戏是中国的一门传统艺术，老北京人都叫它“驴皮影”.它是一种用灯光照射兽皮或纸板做成的人物剪影以表演故事的民间戏剧.表演时，艺人们在白色幕布后面，一边操纵戏曲人物，一边用当地流行的曲调唱述故事，同时配以打击乐器和弦乐，有浓厚的乡土气息.在河南、山西等地，这种拙朴的民间艺术形式很受人们的欢迎.

你知道它的原理吗？

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p87、p88 的有关内容，并思考下列问题：

1.我们都知道物体在光的照射下会形成影子，那么在太阳光和灯光照射下形成的影子一样吗？从早晨到晚上，你在太阳光下的影子是如何变化的？

2.平行投影与中心投影的区别是什么？

自主测评

1.下列命题中，正确的有　　(　　)

①太阳光线可以看作平行光线，由这样的光线形成的投影是平行投影；

②路灯发出的光可以看作平行光，形成的投影是平行投影；

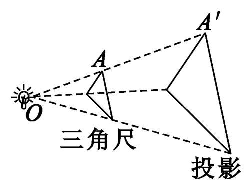
③物体投影的长短，在任何情况下都只与物体的长短有关；

④物体在任何光线的照射下，其投影的方向都是相同的.

A.1 个　　B.2 个

C.3 个　　D.4 个

2.三角尺在灯泡 O 的照射下，在墙上形成的影子如图所示.现测得 $OA=20$ cm，$OA'=50$ cm，这个三角尺的周长与它在墙上形成的影子的周长的比是________.



3.如图分别是两根木杆及其影子的图形.

(1)哪个图形反映了阳光下影子的情形？哪个图形反映了路灯下影子的情形？

(2)请你画出图中表示小树影长的线段.

①

②

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如何在看不见光源的情况下区分平行投影与中心投影呢？

合作学习

难点探究

区别平行投影与中心投影的关键是什么？

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

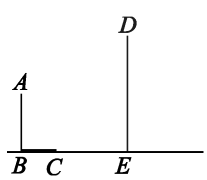
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

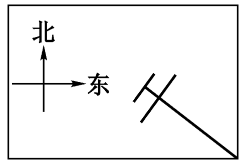
1.如图，AB 和 DE 是直立在水平地面上的两根柱子，$AB=5$ m，某一时刻 AB 在阳光下的投影 $BC=3$ m.

(1)请你在图中画出此时 DE 在阳光下的投影；

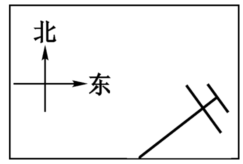
(2)在测量 AB 的投影时，同时测量出 DE 在阳光下的投影长为 6 m，请你计算 DE 的长.



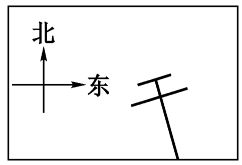
2.如图所示的四个图是某同学在某地某一天中不同时间的同一位置观察到的电线杆的影长图.请通过观察，说出这位同学观察的时间顺序，并说明理由.



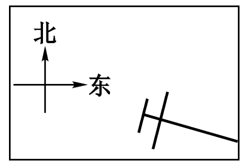
①



②



③



④

归纳梳理

1.平行投影的投影线是平行光线，通常的平行光线有太阳光、月光等；中心投影的投影线是有公共端点的射线，这个端点是点光源，通常情况下，灯泡的光线、手电筒的光线等都可以看作是从某一点发出的光线.

2.在解决有关投影问题时，必须先判断是平行投影还是中心投影，然后再根据它们的特点进一步解决问题.

(1)等高的物体垂直于地面放置时，同一时刻，它们在太阳光下的影子一样长；等长的物体平行于地面放置时，同一时刻，它们在太阳光下的影子一样长，并且都等于物体本身的长度；不等高的物体垂直于地面放置时，同一时刻，它们在太阳光下的物高与影长对应成比例，即

$$\frac{\text{甲物体的高}}{\text{甲物体的影长}}=\frac{\text{乙物体的高}}{\text{乙物体的影长}}.$$

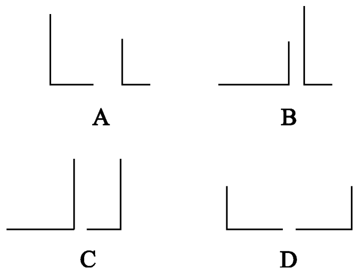
(2)在灯光下，等高的物体垂直于地面放置时，距离点光源近的物体的影子短，距离点光源远的物体的影子长；等长的物体平行于地面放置时，距离点光源越近，影子越长，距离点光源越远，影子越短，但不会比物体本身的长度短；物体上任何一点

与其影子上对应点的连线一定经过光源所在的点.

深化拓展

基础反思

1.下列图中是太阳光下形成的影子的是（　　）



2.下列哪种光源发出的光线形成的投影不是中心投影（　　）

A.节能灯　　B.太阳

C.手电筒　　D.路灯

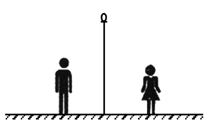
3.某天同时同地，A 同学测得 1 m 长的竹竿在地面上的影子长为 0.8 m，B 同学测得旗杆在地面上的影子长为 9.6 m，则旗杆的长为（　　）

A.10 m　　B.12 m

C.13 m　　D.15 m

能力提升

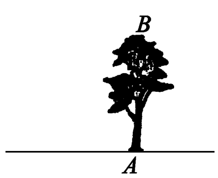
4.如图，小军、小珠之间的距离为 2.7 m，他们在同一盏路灯下的影长分别为 1.8 m，1.5 m.已知小军、小珠的身高分别为 1.8 m，1.5 m，则路灯的高为________ m.



5.为了利用太阳光线或其他方法测量一棵大树的高度，准备了如下测量工具：①镜子；②皮尺；③长为 2 m 的标杆；④高为 1.5 m 的测角仪.请根据你所设计的测量方案，回答下列问题：

(1)在你的设计方案中，选用的测量工具是________(填工具序号).

(2)在图中画出你的设计方案的示意图.

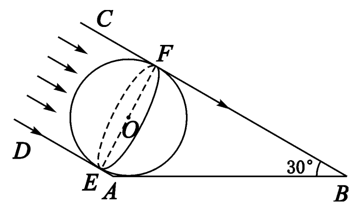


(3)你要测量示意图中的哪些数据，并用 a，b，c 表示测得的数据：________.

(4)写出求树高的算式：$AB=$________ m.

拓展创新

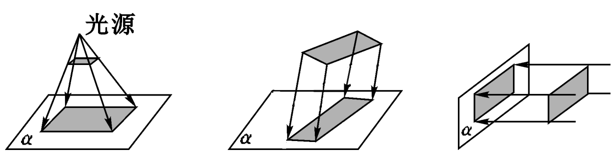
6.在生活中需测量一些球(如足球、篮球……)的直径，某校研究性学习小组，通过实验发现下面的测量方法：如图所示，将球放在水平的桌面上，在阳光的斜射下，得到球的影子长度为 AB.设光线 DA，CB 分别与球相切于点 E，F，则线段 EF 即为球的直径.若测得 $AB=40$ cm，$\angle ABC=30°$，请你计算球的直径.



第二学时

问题导学

下面三个图表示一个矩形在光线照射下形成的投影，其中图①与图②、图③的投影线有什么区别？图②、图③的投影线与投影面的位置关系有什么区别？



① ② ③

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p88～p91 的有关内容，并完成下面几个问题：

1.将一个正三角形纸板放在三个不同的位置：

①纸板平行于投影面；

②纸板倾斜于投影面；

③纸板垂直于投影面.

三种情况下纸板的正投影各是什么形状？

2.物体的一个面与它的正投影完全相同的条件是什么？

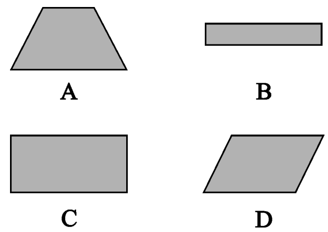
自主测评

1.一根笔直的小木棒(记为线段 AB)，它的正投影为线段 CD，则下列各式中一定成立的是 ( )

A.$AB=CD$　　B.$AB\leqslant CD$

C.$AB>CD$　　D.$AB\geqslant CD$

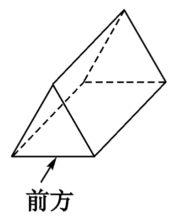
2.在一个晴朗的上午，小丽拿着一块矩形木板在阳光下做投影实验，矩形木板在地面上形成的投影不可能是 ( )



3.圆片形物体在阳光下的投影不可能是 ( )

A.圆形　B.线段　C.矩形　D.椭圆形

4.画出如图所示的物体(正三棱柱)在下列投影情况下的正投影.



(1)投影线由物体前方照射到后方；

(2)投影线由物体左方照射到右方；

(3)投影线由物体上方照射到下方.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

一个等腰梯形在阳光下的正投影可能是什么形状？菱形呢？

合作学习

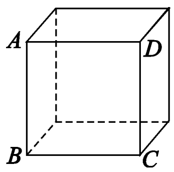
难点探究

画出如图摆放的正方体在投影面上的正投影(从前向后看).

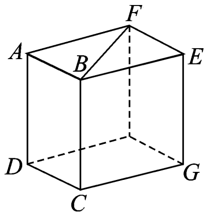
(1)正方体的一个面 $ABCD$ 平行于投影面(如图①).

(2)正方体的一个面 $ABCD$ 倾斜于投影面，上底面 $ABEF$ 垂直于投影面，并且上底面的对角线 BF 垂直于投影面(如图②).

(3)思考：一个平面的正投影的形状一定是一个平面吗？它的正投影的形状与什么有关系？



①



②

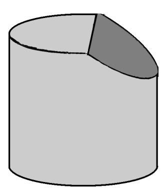
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

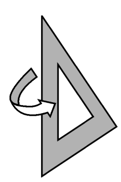
1.沿圆柱体上底面直径截去一部分的物体如图摆放：



(1)画出投影线由物体上方向下方照射的正投影；

(2)画出投影线由物体前方向后方照射的正投影.

2.将一个直角三角尺(如图)绕它的斜边所在的直线旋转一周形成一个几何体，请你画出投影线由前方向后方照射这个几何体的正投影.



归纳梳理

1.投影线垂直于投影面产生的投影叫做正投影.

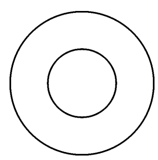
2.当物体的某个面平行于投影面时，这个面的正投影与这个面的形状、大小完全相同.

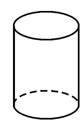
3.正投影是特殊的平行投影，不是中心投影.同时，平面图形、立体图形的正投影作图是点、线段的正投影作图的综合.因此，平面图形、立体图形的正投影作图可转化成点与线段的正投影作图.

深化拓展

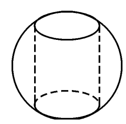
基础反思

1.如左图所示为某个物体由光线从上向下照射时形成的投影，则这个物体不可能是　　(　　)

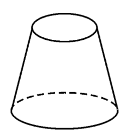




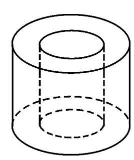
A



B

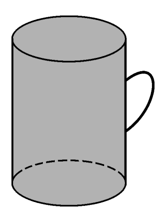


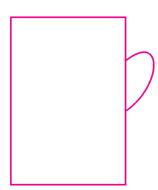
C



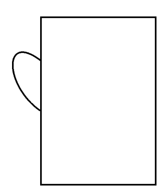
D

2.当投影线由上向下照射如图所示的水杯时，形成的正投影是　　(　　)

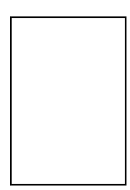




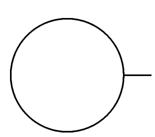
A



B



C



D

3.把一个正方形平行于投影面放置时,以一组对边中点的连线为轴将其按顺时针方向旋转 180°,则它的正投影的面积 (　　)

A.不变化

B.由大变小

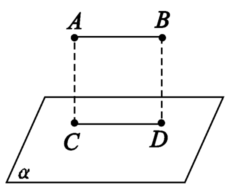
C.先由小变大,再由大变小

D.先由大变小,再由小变大

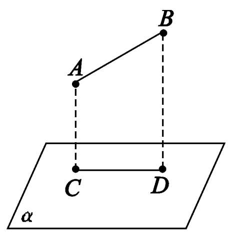
4.一个三角形的正投影是________.

能力提升

5.如图,已知线段 AB 的长度为 1,投影面为 α.



①



②

(1)当 AB 平行于投影面 α 时,它的正投影 CD 的长是多少?

(2)在(1)的基础上,点 A 不动,线段 AB 绕着点 A 在垂直于 α 的平面内逆时针旋转 30°,这时 AB 的正投影 CD 将比原来缩短,试求出此时 CD 的长度.

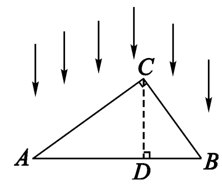
拓展创新

6.如图,在 Rt $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90^\circ$,投影方向如图所示,点 C 在斜边 AB 上的正投影为点 D.

(1)试写出边 AC,BC 在 AB 上的投影;

(2)试探究线段 AC,AB 和 AD 之间的关系;

(3)线段 BC,AB 和 BD 之间也有类似的关系吗?请直接写出结论.



29.2　三视图

第一学时

问题导学

“横看成岭侧成峰，远近高低各不同.不识庐山真面目，只缘身在此山中.”

同学们都学过《题西林壁》这首诗，诗人面对雄伟壮丽的庐山，不胜感叹地说：从正面看庐山，它是一道横长的山岭；从侧面看庐山，它是一座高耸的山峰.为什么不能确切完整地表达庐山的真实面貌呢？难道说，诗人真的是看不清吗？

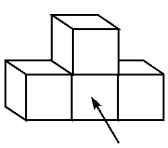
聪明的同学，你能说说这首诗中蕴含的数学道理吗？

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p94、p95 的内容，并完成下面的问题：

1.如图，从不同方向看这个几何体，得到的图形一样吗？



正面

2.从不同方向观察同一个几何体，你有什么体会？

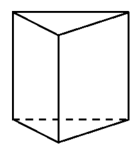
3.当我们分别从正面、左面、上面观察一个物体时，得到的分别是这个物体的什么平面图形？从不同的方向观察同一物体，得到的平面图形一定不一样吗？

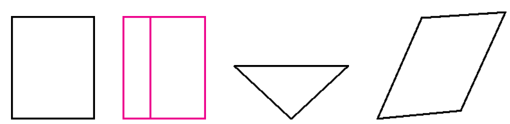
4.在画三视图时我们要注意什么？

自主测评

1.举出一个三种视图都一样的几何体：________.

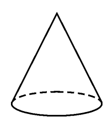
2.如图是一个三棱柱的立体图形，它的主视图是　　　　(　　)

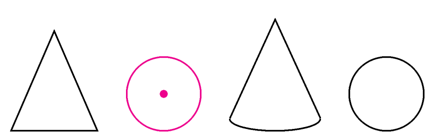




A　　B　　C　　D

3.如图所示的圆锥的主视图是　　　　(　　)





A　　B　　C　　D

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

合作学习

难点探究

请画出圆锥的三视图.

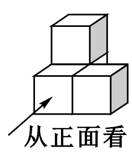
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

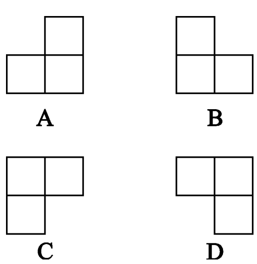
探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

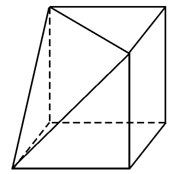
展示交流

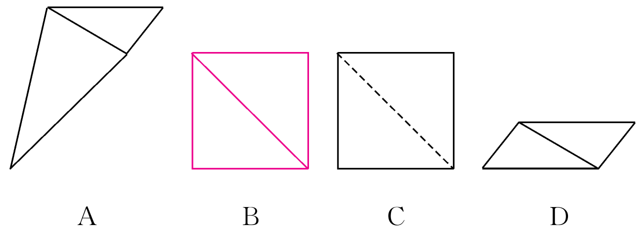
1.如图是由四个大小相同的小正方体拼成的几何体,则这个几何体的左视图是 ( )





2.过正方体上底面的对角线和下底面一顶点的平面截去一个三棱锥后所得到的几何体如图所示,它的俯视图为 ( )





归纳梳理

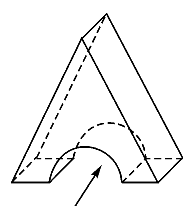
1.能画出简单几何体的三视图.

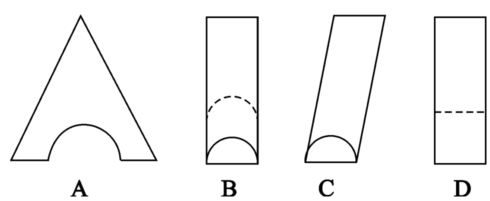
2.三视图的位置规定:主视图要在上边,它的下方是俯视图,右边是左视图.画三视图时,主视图和俯视图的长对正,主视图和左视图的高平齐,左视图和俯视图的宽相等;看得见的轮廓线画成实线,因被其他部分遮挡而看不见的轮廓线画成虚线.

深化拓展

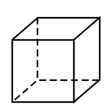
基础反思

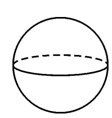
1.如图所示的几何体的左视图为 ( )

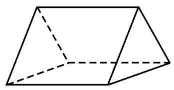


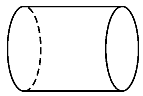


2.如图,下列四个几何体中,其主视图、左视图、俯视图中只有两个相同的是 ( )

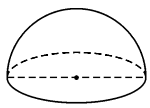

A.正方体

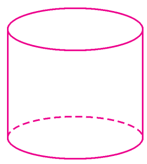

B.球

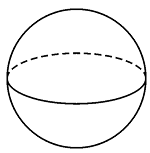

C.直三棱柱

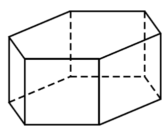

D.圆柱

3.如图所示,下列几何体中主视图、左视图、俯视图都相同的是 ( )

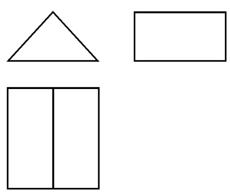

A


B


C

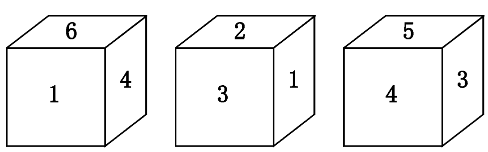

D

4.如图是一个几何体的三视图,则这个几何体是________.



能力提升

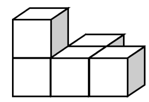
5.在一个正方体的六个面上分别写有数字 1,2,3,4,5,6,有三位同学从不同的角度观察的结果如图所示.如果记 6 的对面数字为 a,2 的对面数字为 b,那么 $a+b$ 的值为 ( )



A.3　　B.7　　C.8　　D.11

拓展创新

6.试画出下面几何体的三视图.

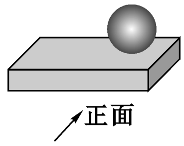


第二学时

问题导学

1.画一个立体图形的三视图时要注意什么?

2.画出如图所示组合体的三视图.



3.你知道正投影与三视图的关系吗?

自主学习

教材导读

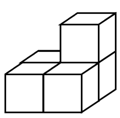
请同学们阅读教材 p97 的例 2,并回答下列问题:

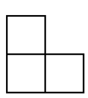
1.画组合体的三视图时,对于三视图的位置与大小应注意什么?

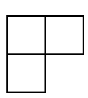
2.组合体的三视图与简单几何体的三视图的画法相同吗?

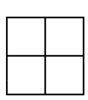
自主测评

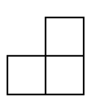
1.如图所示的几何体是由 5 个大小相同的小正方体搭成,则它的俯视图是 (　　)



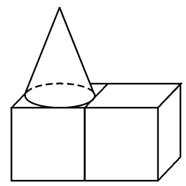

A

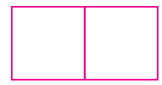

B

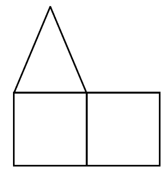

C

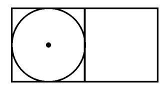

D

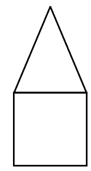
2.如图所示是由两个相同的小正方体和一个圆锥体组成的立体图形,则其俯视图是 (　　)



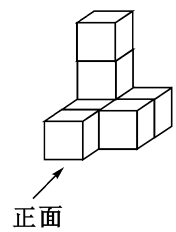

A

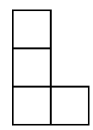

B

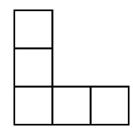

C

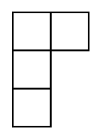

D

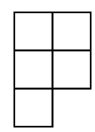
3.如图所示是由 7 个小正方体组合而成的几何体,则它的主视图是 (　　)




A


B


C


D

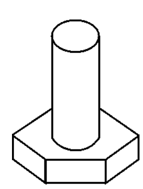
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

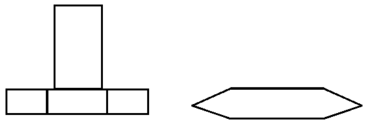
组合体的三视图反映的长、宽、高的关系与简单几何体的三视图反映的长、宽、高的关系一致吗?

合作学习

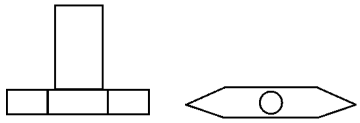
难点探究

1.如图是一个六角螺栓,它的主视图和俯视图是 (　　)

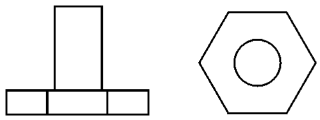




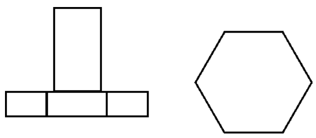
A



B

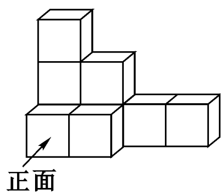


C



D

2.画出如图所示几何体的三视图.



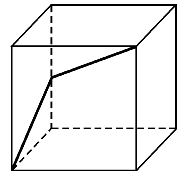
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

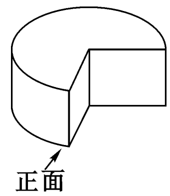
问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.如图所示,粗线表示嵌在玻璃正方体内的一根铁丝,请画出该正方体的三视图.



2.如图所示是一个圆柱被截去四分之一后得到的几何体,以如图所示的一个截面为正面,请你画出它的三视图.



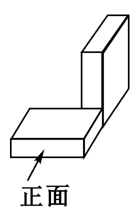
归纳梳理

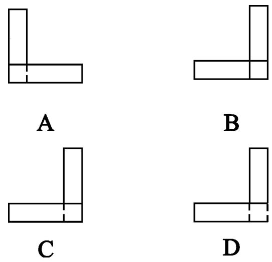
在画组合体的三视图时,三视图的位置:主视图要在上边,它的下方是俯视图,右边是左视图.三视图的大小:主视图和俯视图的长对正,主视图和左视图的高平齐,左视图和俯视图的宽相等.

深化拓展

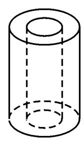
基础反思

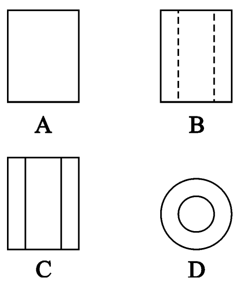
1.有两个完全相同的长方体,按下面图示方式摆放,则其主视图是　　　　(　　)



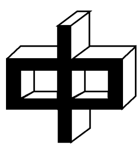


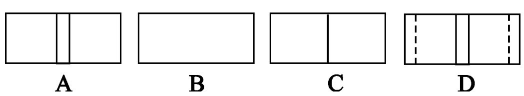
2.如图是一个空心圆柱体,则其主视图是 ( )





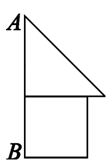
3.如图所示,该几何体的俯视图是 ( )

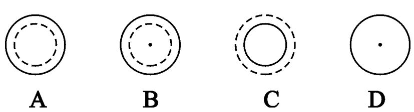




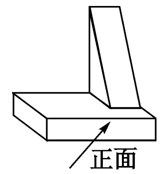
能力提升

4.将下列图形绕 AB 边所在的直线旋转一周,所得几何体的俯视图为 ( )



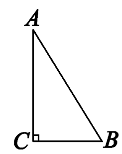


5.画出如图所示的立体图形的三视图.



拓展创新

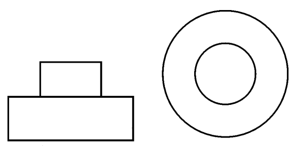
6.如图,$\triangle ABC$ 为直角三角形,请你画出它绕各边旋转后得到的几何体的三视图.



第三学时

问题导学

一天，小明的爸爸送给小明一个礼物，小明很高兴，打开包装后，他利用所学的知识画出了它的视图(如图所示).小明的爸爸送给小明的礼物是光盘、生日蛋糕、钢笔还是衣服？



主视图　俯视图

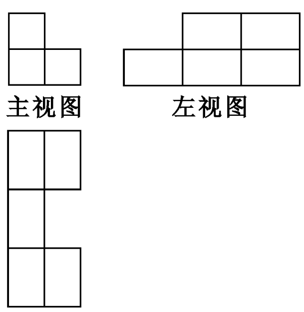
你用了我们学过的哪些数学知识？

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p98 的例 3、例 4，并完成下面的问题：

1.根据下面的三视图你能描述出这个几何体的形状吗？



主视图　左视图

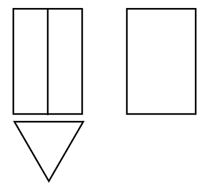
俯视图

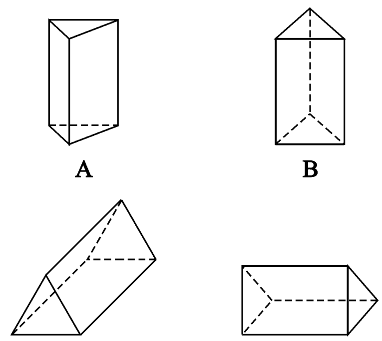
2.由三视图想象立体图形时，可以由三视图想象到立体图形的哪些面？

3.三视图中的虚线代表什么线？

自主测评

1.图中三视图对应的正三棱柱是　　(　　)





A　B

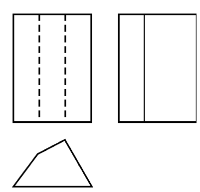
C　D

2.若一个几何体的主视图、左视图、俯视图分别是三角形、三角形、圆，则这个几何体可能是 (　　)

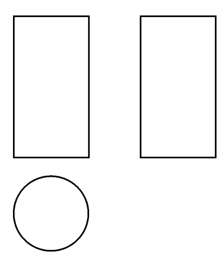
A.球　　B.圆柱

C.圆锥　　D.棱锥

3.一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体是____________.



4. 如图所示的三视图所表示的物体是________.



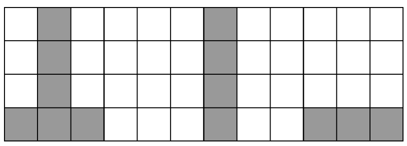
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如果已知几何体的两种视图，那么你能准确地描述这个几何体的形状吗？

合作学习

难点探究

1.如图是由若干个大小相同的正方体搭成的几何体的三视图(阴影部分),该几何体所用的正方体的个数是　　(　　)

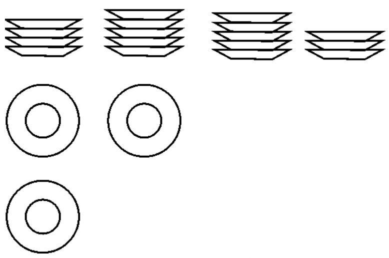


主视图　　左视图　　俯视图

A.6　　B.4

C.3　　D.2

2.一张桌子上摆放有若干个大小、形状完全相同的碟子,现从三个方向看,其三种视图如图所示,则这张桌子上碟子的总数为　　(　　)



A.11　　B.12　　C.13　　D.14

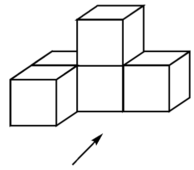
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1.如图,一个几何体由5个大小相同、棱长均为1的正方体搭成,则下列关于这个几何体的说法正确的是　　(　　)



A.主视图的面积为5

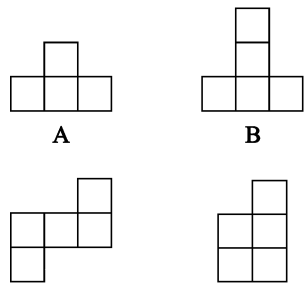
B.左视图的面积为3

C.俯视图的面积为3

D.三种视图的面积都是4

2.如图是某几何体的俯视图,小正方形中的数字为该位置小正方体的个数,则该几何体的主视图是　　(　　)

1	3	1
	2	1



归纳梳理

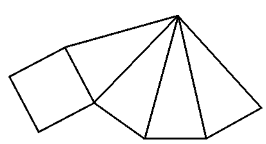
1.本学时学习的重点内容是由三视图想象立体图形,要先分别根据主视图、俯视图和左视图想象立体图形的前面、上面和左面,然后再综合起来考虑整体图形.

2.由物画图与由图想物是相互联系的两类问题,前者是"分解",后者是"综合".我们要体会如何由三视图想象立体图形,感受"综合"思考的过程.

深化拓展

基础反思

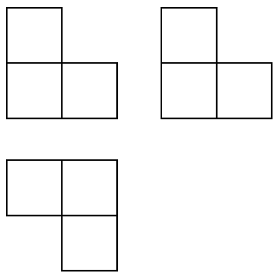
1.一个几何体的表面展开图如图所示,则这个几何体是　　(　　)



A.四棱锥　　B.四棱柱

C.三棱锥　　D.三棱柱

2.如图所示是由几个相同的小正方体搭成的几何体的三视图，则搭成这个几何体的小正方体的个数是　　　　（　　）



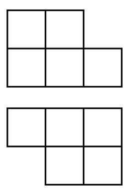
A.3　　　　B.4

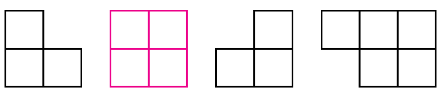
C.5　　　　D.6

3.如图所示是由 8 个大小相同的正方体组成的几何体的主视图和俯视图，则这个几何体的左视图是　　　　（　　）

主视图

俯视图

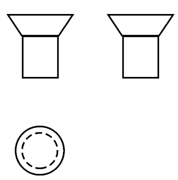


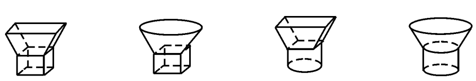


A　　B　　C　　D

能力提升

4.一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的形状可能是　　　　（　　）





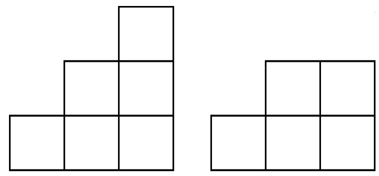
A　　B　　C　　D

拓展创新

5.如图所示是一个由若干个相同的小正方体组成的几何体的主视图和俯视图.

(1)请你画出这个几何体的一种左视图；

(2)若组成这个几何体的小正方体的个数为 n，请你写出 n 的所有可能的值.

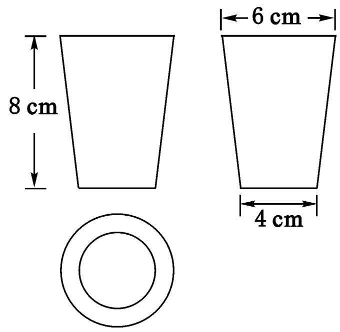


主视图　　俯视图

第四学时

问题导学

如图所示是工厂生产的一种纸杯的三视图.现在工人们想知道这种纸杯能装多少水,聪明的你能帮工人师傅计算吗?(不计纸杯的厚度)



自主学习

教材导读

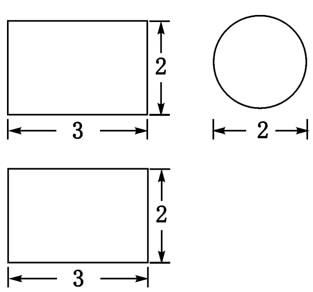
请同学们阅读教材 p99、p100 的例 5,并完成下面的问题:

1.简述三视图的作用.

2.如何由几何体的三视图计算几何体的表面积和体积?

自主测评

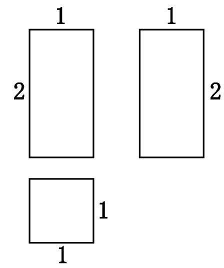
1.某几何体的主视图、左视图和俯视图分别如下,则该几何体的体积为　(　　)



A.3π　　B.2π

C.π　　D.12

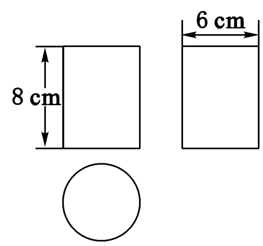
2.如图所示是一个几何体的三视图,根据图中提供的数据,可求得这个几何体的体积为　(　　)



A.2　　B.4

C.6　　D.8

3.如图所示是一个包装盒的三视图,则这个包装盒所对应的几何体是________.求出这个包装盒的表面积与体积.



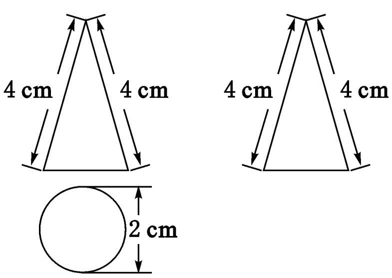
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

已知几何体三视图中的两种视图,我们能准确计算出这个几何体的表面积与体积吗?

合作学习

难点探究

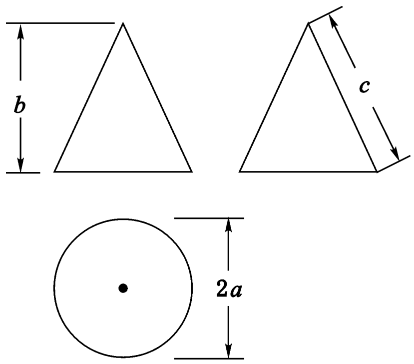
1.一个几何体的三视图如图所示,则这个几何体的侧面积为　(　　)



A.$2\pi\ cm^2$　　B.$4\pi\ cm^2$

C.$8\pi\ cm^2$　　D.$16\pi\ cm^2$

2.如图所示是某几何体的三视图及相关数据，则下列说法正确的是 ( )



A.$a>c$　　B.$b>c$

C.$4a^2+b^2=c^2$　　D.$a^2+b^2=c^2$

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

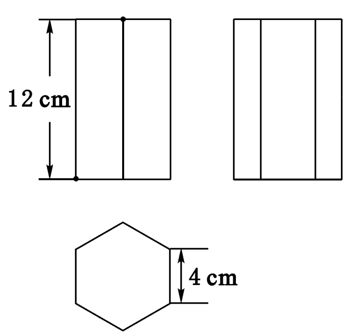
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

如图所示是一个包装盒的三视图.

(1)请你猜想这个包装盒是什么几何体，并写出这个几何体的名称；

(2)根据图中所提供的数据计算这个几何体的体积.



归纳梳理

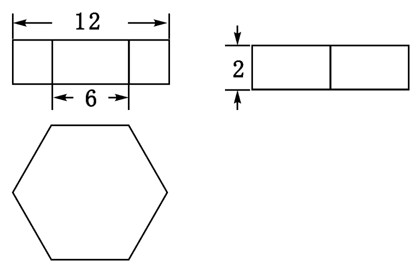
1.本学时主要学习由三视图想象立体图形，及根据主视图、俯视图和左视图分别想象立体图形的前面、上面和左面，然后再综合起来考虑整体图形.由三视图中所提供的数据，分析立体图形的有关数据并计算它的表面积和体积.

2.学习过程中体现了数形结合思想.在数学中，数和形是两个最主要的研究对象，它们之间有着十分密切的联系.在一定条件下，数和形可以相互转化，相互渗透.把图形性质的问题转化成数量关系的问题，或把数量关系的问题转化成图形性质的问题，能使抽象问题具体化，化难为易，获得简便易行的解决方法.

深化拓展

基础反思

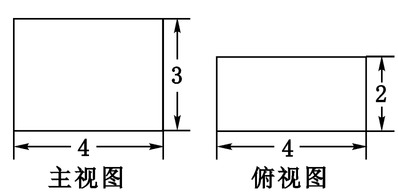
1.如图是某几何体的三视图，则该几何体的体积是 ( )



A.$10\sqrt{3}$　　B.$54\sqrt{3}$

C.$108\sqrt{3}$　　D.$216\sqrt{3}$

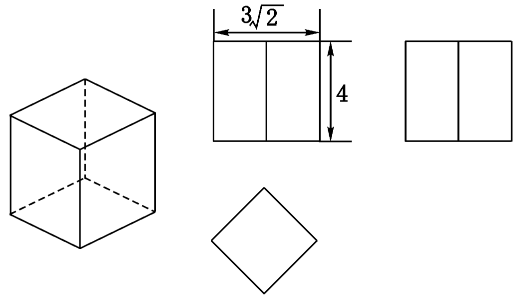
2.某长方体的主视图与俯视图如图所示，则这个长方体的体积是 ( )



A.52　　B.32

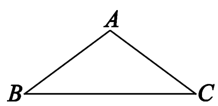
C.24　　D.9

3.一个长方体的三视图如图所示，若其俯视图为正方形，则这个长方体的表面积为________.



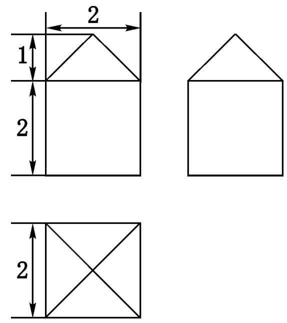
能力提升

4.如图，$\triangle ABC$ 是一个圆锥的左视图，其中$AB=AC=5$，$BC=8$，则这个圆锥的侧面积是________.



拓展创新

5.一个几何体的三视图如图所示(单位：cm)，求此几何体的表面积.



29.3　课题学习　制作立体模型

第一学时

问题导学

同学们都玩过橡皮泥吧，你能用橡皮泥制作图中的几何体吗？

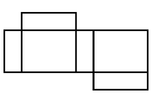
请说出这些几何体是由哪些基本的几何体组成的.如果有一块足够大的纸板，聪明的你能用纸板制作这些几何体的模型吗？

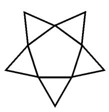
自主学习

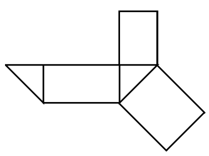
教材导读

请同学们阅读教材 p105、p106 的内容，并完成下面的问题：

1.下列图形是某些几何体的平面展开图，你能说出这些几何体的名称吗？如果能，请画出这些几何体的三视图.







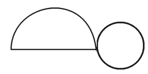
________　________　________

2.简述同一几何体的立体图形、三视图和立体图形的平面展开图的关系.

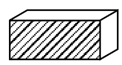
自主测评

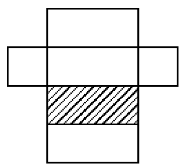
1.工人师傅要制作某一种工件，要想知道工件的高，他需要看到工件三视图中的________.

2.如图所示的平面图形可能制成的立体图形是________.

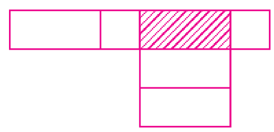


3.下列展开图可以折成如图所示的长方体的是　　(　　)

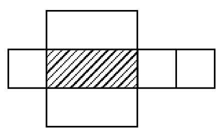




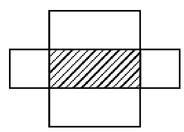
A



B

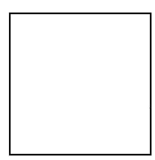


C

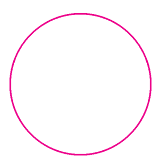


D

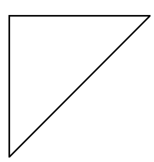
4.某几何体的主视图与左视图都是边长为 1 的正方形，且体积为 $\frac{1}{2}$，则该几何体的俯视图可以是　　(　　)



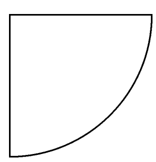
A



B



C



D

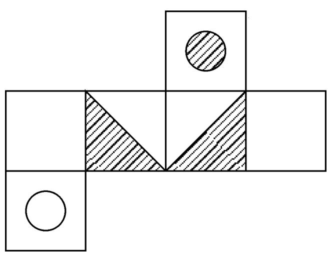
收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

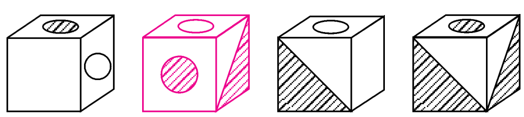
由几何体的平面展开图画其三视图时,如何体现“长对正,高平齐,宽相等”?

合作学习

难点探究

在一个正方体的平面展开图上画一些图案(如图),如果将这个图形折叠起来围成一个正方体,应该得到图中的 (　　)





A　　B　　C　　D

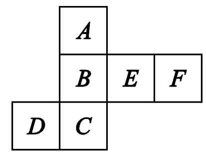
组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

如图所示是一个正方体的平面展开图,每个面上都标上了字母,请根据要求回答问题:



(1)如果字母 A 在上面,那么哪一面会在下面?

(2)如果字母 F 在上面,从右边看是 E,那么哪一个面会在下面?

(3)如果从左边看是字母 C,从前面看是字母 B,那么哪一个面会在后面?

归纳梳理

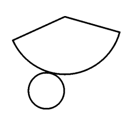
1.本学时学习的重点是几何体的立体图形、三视图与其平面展开图之间的相互转化.由三视图可以得到立体图形的形状,由立体图形可以转化成三视图和平面展开图,三视图和平面展开图是平面图形.立体图形、三视图、平面展开图三者知其一,我们就能确定另外两种图形,即三者之间可以互相转化.

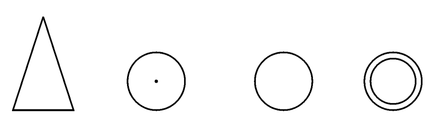
2.不是所有的几何体都有平面展开图,例如:球.对同一立体图形,展开方式不同,展开图也不同.能根据展开图判断和制作立体图形.

深化拓展

基础反思

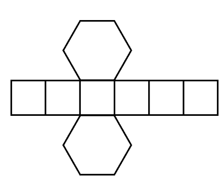
1.如图是某个几何体的展开图,则把该几何体平放在桌面上时,其俯视图为 (　　)

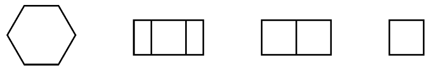




A　　B　　C　　D

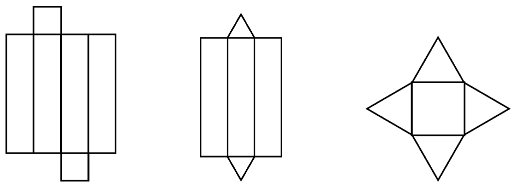
2.如图是一个几何体的展开图,下面哪个平面图形不是它的三视图中的一个视图 (　　)





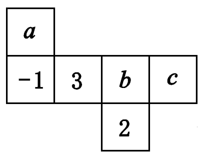
A　　B　　C　　D

3.下列各平面图形是某些几何体的平面展开图,请写出对应几何体的名称.



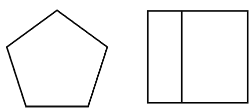
______　　______　　______

4.如图所示是一个正方体的平面展开图,每个面上有一个数,且正方体表面相对的两个面上的数互为相反数,则 $a+b+c=$________.

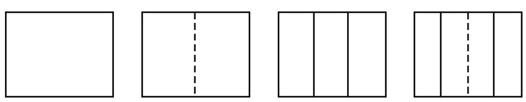


能力提升

5.已知一个正棱柱的俯视图和左视图如图所示,则其主视图为　　(　　)

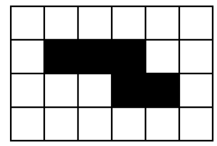


俯视图　　左视图



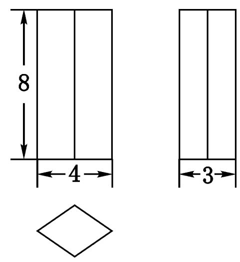
A　　B　　C　　D

6.如图,某同学在制作正方体模型的时候,在方格纸上画出几个小正方形(图中阴影部分),但是一不小心,少画了一个.请你给他补上一个,使所画小正方形可以围成正方体.你有几种画法?在图中用阴影画出来.



拓展创新

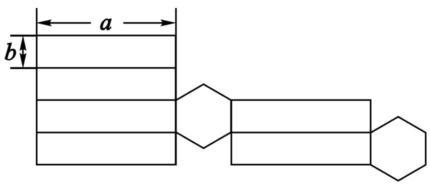
7.一个几何体的三视图如图所示,它的俯视图为菱形.请写出该几何体的名称,并根据图中的数据求出它的侧面积与体积.



第二学时

问题导学

如图所示是一个食品包装盒的平面展开图.你能由这个展开图说出这个几何体的形状吗？如果能,请你画出它的三视图,并根据图中所标数据,计算这个几何体的侧面积和表面积.



自主学习

教材导读

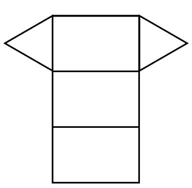
思考下列问题：

1.由三视图计算几何体的体积与表面积,一般分为哪几步？

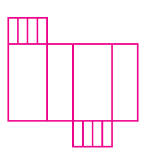
2.三视图与几何体的平面展开图之间如何进行转换？

自主测评

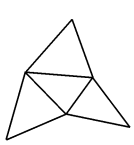
1.下列四个图形中,经过折叠不能围成一个多面体的是 (　　)



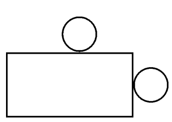
A



B

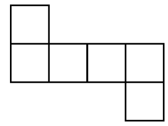


C

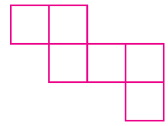


D

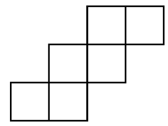
2.下列不是正方体的平面展开图的是 (　　)



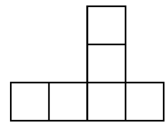
A



B

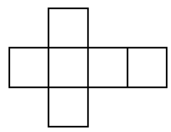


C

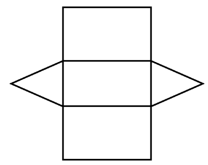


D

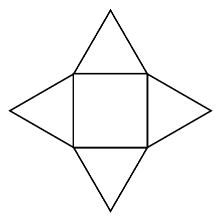
3.图中四个图形是多面体的平面展开图,你能说出这些多面体的名称吗？



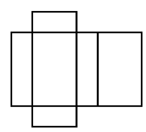
______



______



______



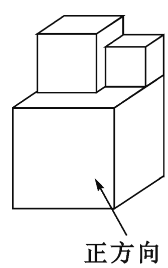
______

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

能根据一个几何体的两种视图及已知视图的大小制作这个几何体吗？

合作学习

难点探究



如图是由三个大小不相等的正方体拼成的几何体,其中两个较小正方体的棱长之和等于大正方体的棱长.该几何体的主视图、俯视图和左视图的面积分别是 S_1, S_2, S_3,则

S_1, S_2, S_3 的大小关系是　（　　）

A. $S_1 > S_2 > S_3$　　B. $S_3 > S_2 > S_1$

C. $S_2 > S_3 > S_1$　　D. $S_1 > S_3 > S_2$ 组内

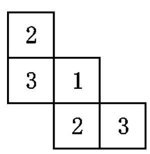
问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

探究展示

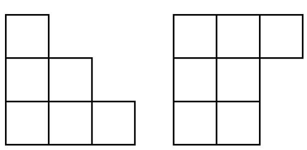
问题共析 要积极发言，及时总结哦！

展示交流

1.一个几何体由大小相同的小正方体搭成，从上面看到的几何体的形状如图所示，其中小正方形中的数字表示在该位置小正方体的个数.请画出这个几何体的主视图和左视图.



2.用小正方体搭成一个几何体，使得它的主视图和俯视图如图所示，这样的几何体只有一种吗？它最少要几个小正方体？最多要几个小正方体？



主视图　俯视图

归纳梳理

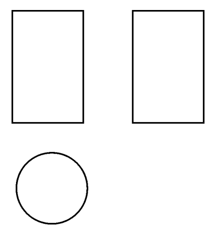
1.观察三视图，并综合考虑各视图所表示的意义以及视图间的联系，可以想象出三视图所表示立体图形的形状，这是由视图转化成立体图形的过程.

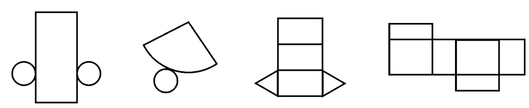
2.能熟练地根据三视图中已知的数据计算其所对应的几何体的表面积与体积.

深化拓展

基础反思

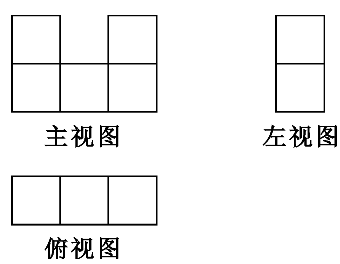
1.如图是一个几何体的三视图，则该几何体的展开图可以是　（　　）





A　B　C　D

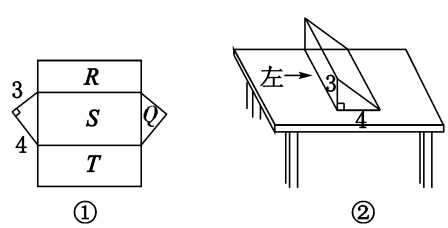
2.一个物体由多个完全相同的小正方体组成，它的三视图如图所示，那么组成这个物体的小正方体的个数为　（　　）



A.2　　B.3

C.5　　D.10

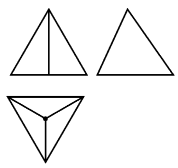
3.把如图①所示的纸片折成一个三棱柱，放在桌面上如图②所示，则从左侧看到的面为　（　　）

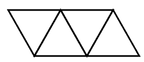


A. Q　　B. R

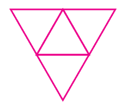
C. S　　D. T

4.已知一个立体图形的三视图如图所示，现沿它的同一顶点的三条棱将其剪开展成平面图形，则所得到的平面展开图是下列图中的　　(　　)

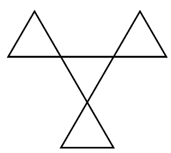




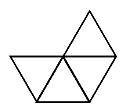
A



B



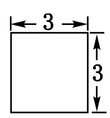
C



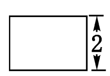
D

能力提升

5.如图所示是一个长方体的主视图和俯视图，由图中数据(单位:cm)可以得出该长方体的体积是________cm³.

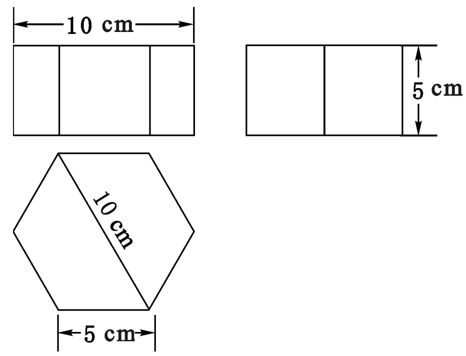


主视图



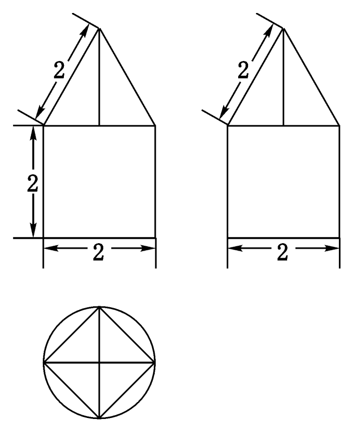
俯视图

6.如图所示是一个包装纸盒的三视图，则做这样的一个纸盒所需纸板的面积是(不考虑缝隙)__________.



拓展创新

7.一个几何体的三视图如图所示，求该几何体的体积.



第二十九章　小结

第一学时

自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p108 的有关内容，并思考下列问题：

1.什么叫做投影？什么是平行投影？什么是中心投影？平行投影与中心投影的区别是什么？

2.什么是三视图？它是怎样得到的？画三视图时要注意什么？

自主测评

1.下列结论正确的有（　　）

①物体在阳光照射下，影子的方向是相同的；

②物体在任何光线照射下，影子的方向是相同的；

③物体在路灯照射下，物体的影子的方向与路灯的位置有关；

④物体在光线照射下，影子的长短仅与物体的长短有关.

A.1 个　　B.2 个

C.3 个　　D.4 个

2.某同学利用影子的长度测量操场上旗杆的高度.在同一时刻，他测得自己在阳光下的影子长为 0.8 m，旗杆在阳光下的影子长为 7 m.已知他自己的身高为 1.6 m，则旗杆的高度为________.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

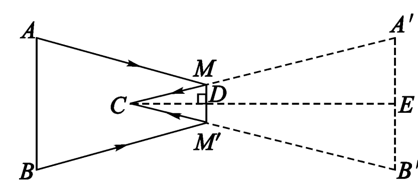
如何区分平行投影和中心投影？

合作学习

典型例题

平行投影与中心投影.有关中心投影的问题可利用相似三角形的有关性质求解.

例　检查视力时，规定人与视力表之间的距离为 5 m，现因房间两墙壁之间的距离为 3 m，因此借助平面镜来解决房间小的问题.若使镜子能呈现出完整的视力表，由平面镜成像的原理作出了如图所示的光线图，其中视力表 AB 的上、下边缘 A，B 发出的光线经平面镜 MM' 的上、下边缘反射到眼睛 C 处.若视力表的全长是 0.8 m，请计算出镜长至少为多少？



分析：根据平面镜的成像原理，作出视力表 AB 关于平面镜 MM' 所成的像.由检查视力的要求可知，C 到 $A'B'$ 的距离应等于 5 m，$A'B'$ 的长为 0.8 m.由中心投影的特征可知，$\triangle CMM' \backsim \triangle CA'B'$，因此可利用相似三角形的性质求解.

解：过点 C 作 $CD\perp MM'$ 于点 D，并延长交 AB 的像 $A'B'$ 于点 E.

$\because$ $AB \parallel MM' \parallel A'B'$，

$\therefore$ $CE\perp A'B'$，$\triangle CMM' \backsim \triangle CA'B'$.

$\therefore$ $\dfrac{MM'}{A'B'}=\dfrac{CD}{CE}$.

$\because$ $CD=5-3=2$，$CE=5$，$A'B'=0.8$，

$\therefore \quad \dfrac{MM'}{0.8}=\dfrac{2}{5}.$

$\therefore \quad MM'=0.32.$

$\therefore$ 镜长至少为 0.32 m.

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

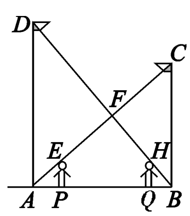
1.某同学想测量一古塔的高度,这个古塔的西边是一平坦的绿地,古塔在阳光下的影子清楚地映在了地面上.这位同学身边没有带任何测量工具,但他知道自己的身高是 168 cm,而双脚的长度均是 25 cm,于是这位同学利用这些条件把问题顺利解决了.你知道这位同学是如何解决这一问题的吗?

2.如图,小明在晚上由路灯 A 走向路灯 B,当他行至 P 处时发现,他在路灯 B 下影长为 2 m 且头顶的影子在 A 处,接着他又走了 6.5 m 至 Q 处(已知小明的身高 1.8 m,路灯 B 高 9 m),发现头顶在路灯 A 下的影子在 B 处.

(1)指出小明站在 P 处时在路灯 B 下的影子;

(2)求小明站在 Q 处时在路灯 A 下的影长;

(3)求路灯 A 的高度.



归纳梳理

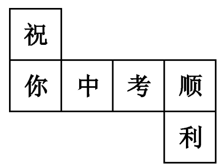
掌握平行投影、中心投影的特征,并能利用它们的特征解决实际问题.

会画三视图,会由三视图想象立体图形.

深化拓展

基础反思

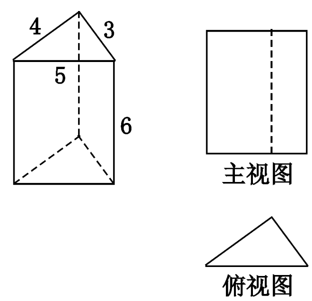
1.把下列图形折成一个正方体的盒子,折好后与“中”相对的字是 ( )



A.祝　　B.你

C.顺　　D.利

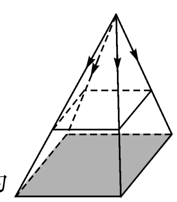
2.如图是一个直三棱柱的立体图和主视图、俯视图,根据立体图上的尺寸标注,它的左视图的面积为 ( )



A.24　　B.30

C.18　　D.14.4

3.如图,方桌正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射方桌后,在地面上形成阴影,已知方桌边长 1.2 m,桌面离地面 1.2 m,灯泡离地面 3.6 m,则地面上阴影部分的面积为 ( )

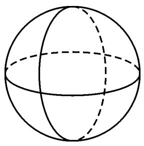


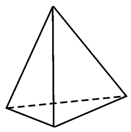
A.3.24 m^2　　B.0.36 m^2

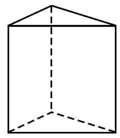
C.1.8 m^2　　D.1.44 m^2

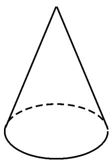
能力提升

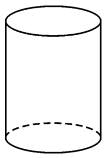
4.将如图所示的几何体进行两种不同的分类,并画出各个图形的三视图.

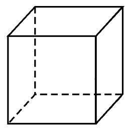

①


②


③

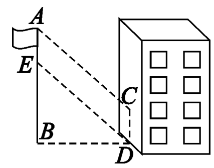

④


⑤


⑥

拓展创新

5.某同学想测量旗杆的高度,他在某一时刻测得 1 m 长的木杆竖直放置时影长是 1.5 m,在同一时刻测旗杆的影长时,因旗杆靠近一幢楼房,影子不全落在地面上,他测得落在地面上的影长是 21 m,留在墙上的影子高是 2 m(如图所示).求旗杆的高度.



第二学时

自主学习

教材导读

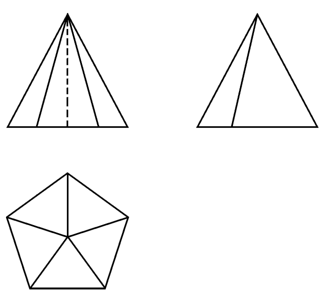
请同学们阅读教材 p124 的内容,思考并回答下列问题:

1.怎样根据三视图想象物体的形状?

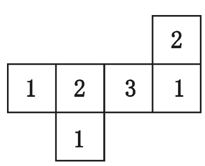
2.说明立体图形与其三视图和平面展开图是如何转化的,体会平面图形与立体图形之间的联系.

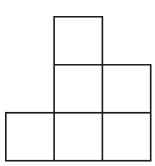
自主测评

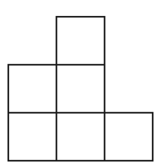
1.如图所示的三视图所表示的物体是________.

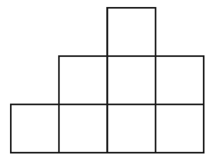


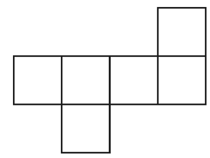
2.下图是一个由多个相同小正方体堆积而成的几何体的俯视图,图中所示数字为该位置小正方体的个数,则这个几何体的左视图是 (　　)




A


B


C


D

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

如果一个三棱柱的放置方法不同,得到的三视图相同吗?圆柱呢?

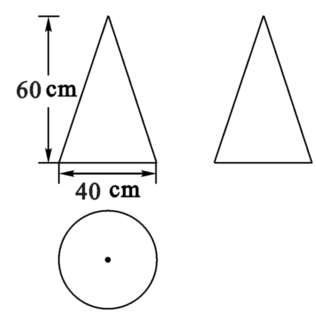
对于同一个几何体,放置方法不同,得到的三视图相同吗?

合作学习

典型例题

三视图的有关计算以及数形结合思想.

例　如图所示是某工件的三视图,求此工件的全面积.



分析:由三视图先确定该工件是圆锥体,再由三视图上的数据分别求出圆锥体的高和底面的半径,从而求出圆锥的全面积.

解:由三视图可以知道,这个工件是底面半径为 20 cm,高为 60 cm 的圆锥体.这个圆锥的母线长为

$\sqrt{60^2+20^2}=20\sqrt{10}$ (cm).

∴　圆锥的侧面积为

$\frac{1}{2}\times 40\pi\times 20\sqrt{10}=400\sqrt{10}\pi(cm^2)$.

圆锥的底面积为 $20^2\pi=400\pi(cm^2)$.

∴　圆锥的全面积为

$400\pi+400\sqrt{10}\pi$

$=400\pi(1+\sqrt{10})(cm^2)$.

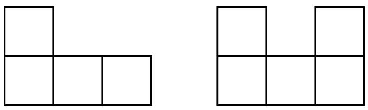
∴　此工件的全面积为 $400\pi(1+\sqrt{10})cm^2$.

探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

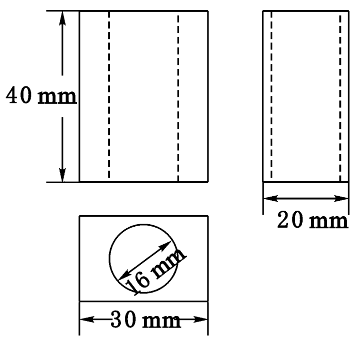
展示交流

1.如图所示是由许多小正方体堆成的几何体的主视图及左视图,则要摆这样的几何体至少要________个小正方体,最多要________个小正方体.



主视图　　左视图

2.根据如图所示的三视图,求它所表示的几何体的表面积和体积.



归纳梳理

1.从几何体的三视图到几何体.

由几何体的三视图到几何体要有较强的联想能力和空间想象能力,我们根据三视图提供的信息:主视图反映物体的长和高,俯视图反映物体的长和宽,左视图反映物体的高和宽.综合各个视图所反映的信息,联想视图之间的关系,可以想象出几何体的形状和大小.

2.三视图的有关计算.

三视图的计算常与侧面展开图、面积、体积等内容联系起来,要掌握三视图中一些线段的长与侧面展开图中对应的线段长的内在联系.

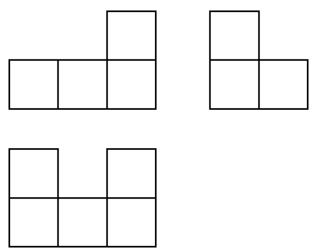
3.数形结合思想.

运用数形结合思想能使抽象问题具体化,化难为易,获得简单易行的解决问题的方法.

深化拓展

基础反思

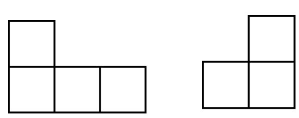
1.如图是由棱长为 1 的正方体搭成的几何体的三视图,则搭成该几何体需要棱长为 1 的正方体的个数是　　(　　)



A.4　　B.5

C.6　　D.7

2.如图是由若干个相同的小立方体搭成的几何体的俯视图和左视图,则搭成该几何体的小立方体的个数可能是　　(　　)



俯视图　　左视图

A.5 或 6　　B.5 或 7

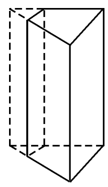
C.4 或 5 或 6　　D.5 或 6 或 7

3.已知一圆锥的主视图与左视图都是边长为 4 的等边三角形,则该圆锥的侧面展开图所对应扇形的圆心角是　　(　　)

A.90°　　B.120°

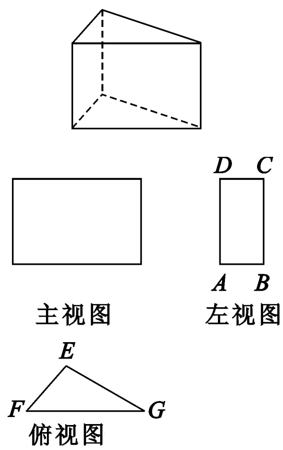
C.150°　　D.180°

4.如图,正三棱柱的底面周长为 9,截去一个底面周长为 3 的正三棱柱,所得几何体的俯视图的周长是________.

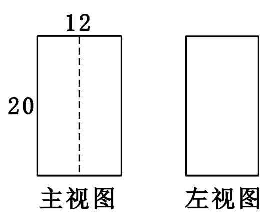


能力提升

5.三棱柱的三视图如图所示,在 $\triangle EFG$ 中,$EF=8$ cm,$EG=12$ cm,$\angle EGF=30°$,则 AB 的长为________cm.

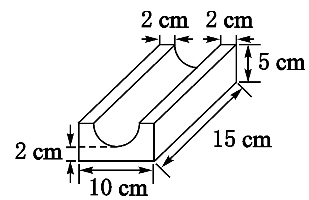


6.如图所示是一个几何体的主视图和左视图,其俯视图是一个等边三角形,求该几何体的体积和表面积.



拓展创新

7.画出图中几何体的三视图,并求该几何体的表面积和体积.

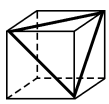


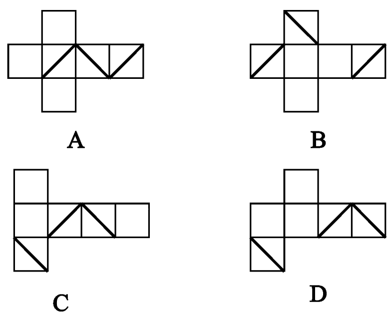
第二十九章　数学能力提升与评价

本章学习了从不同方向观察立体图形、立体图形的展开图、平面图形与立体图形之间的关系等知识.从空间直觉的基础上由实物的形状想象出几何图形,由几何图形想象出实物的形状,进行几何体与展开图之间的转化,并能根据条件制作立体模型或画出图形.要通过观察和动手实践,体会、理解、掌握图形间的相互联系,形成正确的认知结构,初步建立空间观念,提高空间想象能力.

[能力提升]

例 1　如图,正方体盒子的外表面上有 3 条粗黑线,将这个正方体盒子的表面展开(外表面朝上),展开图可能是　(　　)

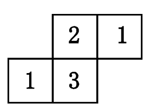




分析:解决这个问题,需要抓住 3 条粗黑线所在面的位置及相互位置来确定,也可以利用实物动手操作.在活动中体验图形的变化过程,发展空间观念.

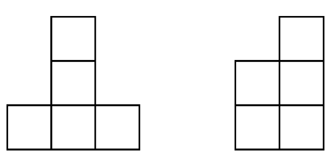
答案:D

例 2　如图表示一个从上往下看到的由相同小立方块搭成的几何体,小正方形中的数字表示该位置上小立方块的个数,请你分别画出从正面和左面看到的这个几何体的形状图.



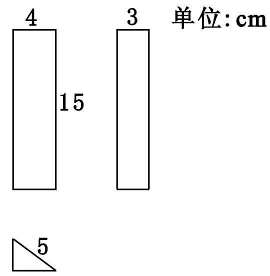
分析:由几何体的俯视图及小正方形中的数字,可知从正面看有 3 列,每列小正方体的数目为俯视图中该列小正方形数字中的最大数字,分别为 1,3,1;从左面看有 2 列,每列小正方体的数目分别为 2,3,据此可画出图形.

解:



从正面看　　从左面看

例 3　如图是一个包装盒的三视图:



(1)请你猜想这个包装盒是什么几何体,并写出这个几何体的名称;

(2)根据图中所提供的数据计算这个几何体的体积.

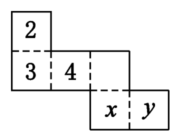
分析:由三视图想象立体图形时,要先分别根据主视图、俯视图和左视图想象立体图形的前面、上面和左面,然后再综合起来考虑整体图形;再由三视图分别反映的长、宽、高,分析立体图形的长、宽、高,并计算它的体积.

答案:(1)三棱柱

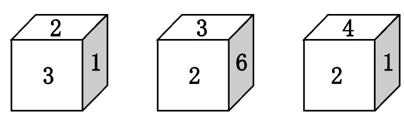
(2)$90\ cm^3$

[自我评价]

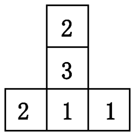
1.如图所示,要使图中表面展开图按虚线折叠成正方体后,相对面上的两数之积为 24,则 $x-2y=$________.

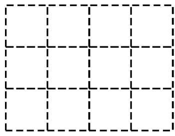


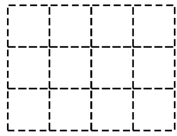
2.如图,小正方体上都有按相同规律排列的数字 1,2,3,4,5,6,由于摆放位置的不同,看到的数字就不一样,根据下面三种不同的摆放形式,数字“2”对面所标的数字是________.



3.一个几何体由大小相同的小立方体搭成,从上面看到的几何体形状如图所示,其中小正方形中的数字表示该位置上小立方体的个数,请你分别画出从正面和左面看到的这个几何体的形状图.




从正面看

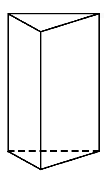

从左面看

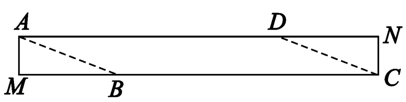
4.如图①是一个三棱柱包装盒,它的底面是边长为 10 cm 的正三角形,三个侧面都是矩形.现将宽为 15 cm 的彩色矩形纸带 $AMCN$ 裁剪成一个平行四边形 $ABCD$(如图②),然后用这条平行四边形纸带按如图③的方式把这个三棱柱包装盒的侧面进行包贴(要求包贴时没有重叠部分),纸带在侧面缠绕三圈,正好将这个三棱柱包装盒的侧面全部包贴满.在图③中,将三棱柱沿过点 A 的侧棱剪开,得到如图④的侧面展开图.为了得到裁剪的角度,我们可以根据展开图拼接出符合条件的平行四边形进行研究.

(1)画出三棱柱包装盒的三视图;

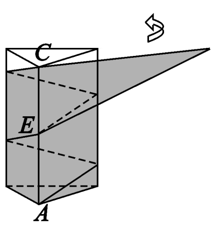
(2)请在图④中画出拼接后符合条件的平行四边形;

(3)请在图②中计算裁剪的角度(即$\angle ABM$ 的度数).

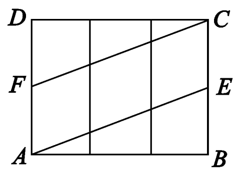

①



②



③



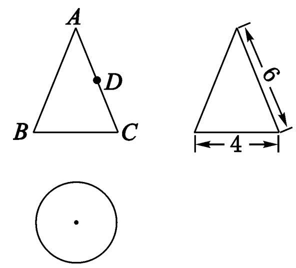
④

5.如图所示是一个几何体的三视图(单位:cm).

(1)写出这个几何体的名称;

(2)根据图中所给的数据计算这个几何体的表面积;

(3)如果一只蚂蚁要从这个几何体中的点 B 出发,沿表面爬到 AC 的中点 D,请你求出这条路线的最短路程.



第二十九章测评

（测评时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1.一个几何体的主视图和左视图都是相同的长方形，俯视图是圆，则这个几何体为（　　）

A.圆柱　　B.圆锥

C.圆台　　D.球

2.一天晚上，小亮从一盏亮着的路灯下经过时，落在地面上的影子的变化规律是（　　）

A.先变长，后变短

B.先变短，后变长

C.方向改变，长短不变

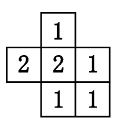
D.以上都不正确

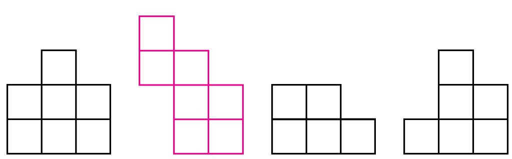
3.在同一时刻，身高 1.6 m 的小强在阳光下的影长是 1.2 m，旗杆的影长是 15 m，则旗杆的高为（　　）

A.16 m　　B.18 m

C.20 m　　D.22 m

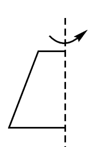
4.如图所示是一个由相同小立方体搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置上小立方体的个数，那么该几何体的主视图为（　　）

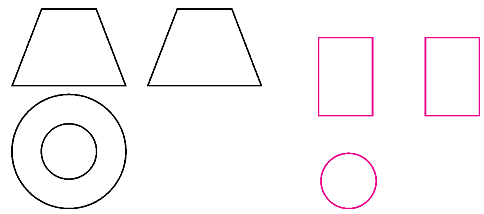




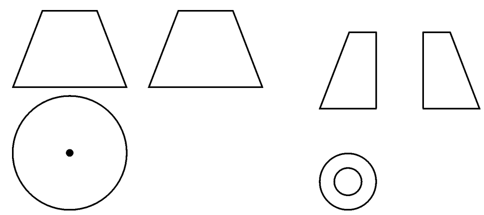
A　　B　　C　　D

5.下面的平面图形（如图所示）经过旋转（以虚线所在直线为轴）可以形成的几何体的三视图是（　　）



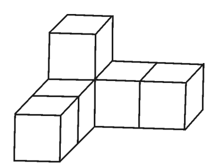


A　　B



C　　D

6.六个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，则关于它的视图说法正确的是（　　）



A.主视图的面积最大

B.左视图的面积最大

C.俯视图的面积最大

D.三个视图面积一样大

7.正方形在太阳光下的投影一定是（　　）

A.正方形　　B.平行四边形

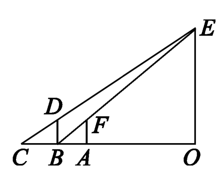
C.矩形　　D.菱形

8.同一灯光下两个物体的影子可以是（　　）

A.同一方向　　B.不同方向

C.相反方向　　D.以上都有可能

9.如图，一位同学身高 $AF=1.6$ m，晚上站在路灯（线段 OE）下，他在地面上的影长 $AB=2$ m，若他沿着影子的方向移动 2 m 到 B 点站立时，影长增加了 0.5 m，则路灯的高度是（　　）



A.6 m　　B.8 m

C.10 m　　D.12 m

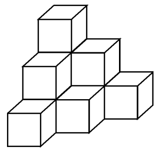
10.棱长是 1 cm 的小立方体组成如图所示的几何体，那么这个几何体的表面积是（　　）

A.36 cm^2

B.33 cm^2

C.30 cm^2

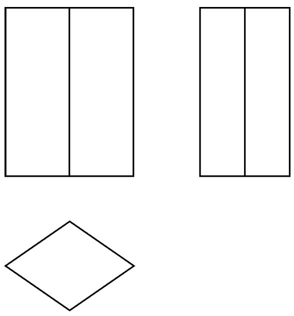
D.27 cm^2



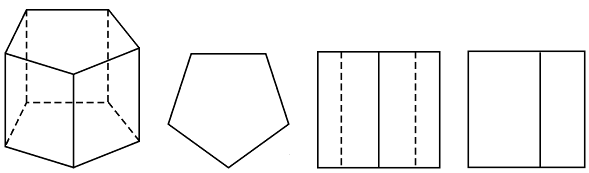
二、填空题(本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分.请把答案填在题中的横线上)

11.举两个俯视图为圆的几何体的例子:________,________.

12.如图所示是一个立体图形的三视图,请根据三视图说出该立体图形的名称:________.



13.请将如图所示的五棱柱的三视图的名称填在相应的横线上.



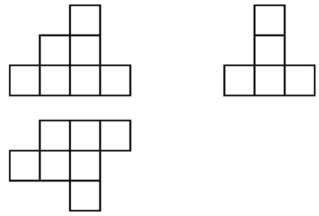
________　________　________

14.当你走向路灯时,你的影子在你的________,并且影子越来越________.

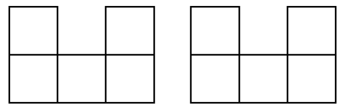
15.小明希望测量出电线杆 AB 的高度,于是在阳光明媚的一天,他在电线杆旁的点 D 处立一标杆 CD,使标杆的影子 DE 与电线杆的影子 BE 部分重叠(即点 E,C,A 在同一条直线上),量得 $ED=2$ m,$DB=4$ m,$CD=1.5$ m,则电线杆 AB 的高为________.

16.小军晚上到中心广场去玩,他发现有两人的影子一个向东,一个向西,于是他肯定地说:“广场上的大灯泡一定位于两人的________.”

17.如图是由一些小立方块所搭几何体的三种视图,若在所搭几何体的基础上(不改变原几何体中小立方块的位置),继续添加相同的小立方块,以搭成一个大正方体,至少还需要________个小立方块.



18.在桌上摆着一个由若干个相同正方体组成的几何体,其主视图和左视图如图所示,设组成这个几何体的小正方体的个数为 n,则 n 的最小值为________.

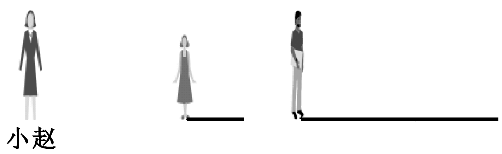


主视图　　左视图

三、解答题(本大题共 7 个小题,共 56 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

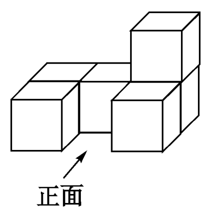
19.(本题满分 6 分)

确定图中路灯灯泡的位置,并画出小赵在灯光下的影子.



20.(本题满分 6 分)

把棱长为 2 cm 的 6 个相同正方体摆成如图所示的形式.



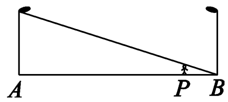
(1)画出该几何体的主视图、左视图、俯视图;

(2)试求出其表面积;

(3)如果在这个几何体上再添加一些相同的小正方体,并保持这个几何体的左视图和俯视图不变,那么最多可以再添加________个小正方体.

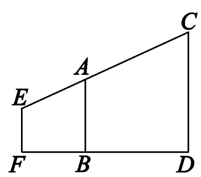
21.(本题满分 7 分)

如图,在晚上,小亮同学由路灯 A 走向路灯 B,当他走到点 P 时,发现他的身影顶部正好接触路灯 B 的底部,这时他离路灯 A 25 m,离路灯 B 5 m.如果小亮的身高为 1.6 m,则路灯 A 的高度是多少?



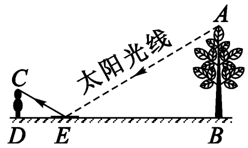
22.(本题满分 7 分)

如图,要测量旗杆 CD 的高,在 B 处立标杆 AB,$AB=2.5$ m,人在 F 处,眼睛 E、标杆顶端 A、旗杆顶端 C 在同一条直线上.已知 $BD=3.6$ m,$FB=2.2$ m,$EF=1.5$ m,求旗杆的高度.



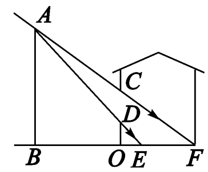
23.(本题满分 8 分)

为了测量校园内一棵不可攀的树的高度,学校数学应用实践小组根据《自然科学》中的反射定律,利用一面镜子和一根皮尺,设计了如图所示的测量方案:把镜子放在离树(AB)8.7 m 的点 E 处,然后沿着直线 BE 后退到点 D,这时恰好在镜子里看到树的顶端 A,再用皮尺量得 $DE=2.7$ m,观察者目高 $CD=1.6$ m.请你计算树(AB)的高度(结果精确到 0.1 m).



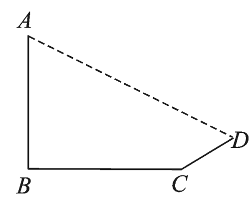
24.(本题满分 10 分)

如图,小明家窗外有一堵围墙 AB,由于围墙的遮挡,清晨太阳光恰好从窗户的最高点 C 射进房间的地板 F 处,中午太阳光恰好能从窗户的最低点 D 射进房间的地板 E 处,小明测得窗户距地面的高度 $OD=0.8$ m,窗高 $CD=1.2$ m,并测得 $OE=0.8$ m,$OF=3$ m,求围墙 AB 的高度.



25.(本题满分 12 分)

小阳发现电线杆 AB 的影子落在地面 BC 和土坡的坡面 CD 上,测得 $CD=8$ m,$BC=20$ m,CD 与地面成 30°角,且此时测得 1 m 长的杆竖直放置时的影长为 2 m,求电线杆的高度.



综合测评二

(测评时间:90 分钟　满分:100 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1.计算$\sqrt{2}\sin45°$的结果等于　　(　　)

A.$\sqrt{2}$　　B.1

C.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D.$\frac{1}{2}$

2.若反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象位于第二、第四象限,则 k 的取值可以是　　(　　)

A.0　　B.1

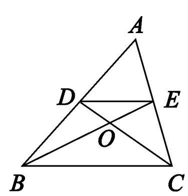
C.2　　D.以上都不是

3.在 Rt△ABC 中,$\angle A=90°$,$AC=5$,$AB=12$,那么 $\tan B$ 等于　　(　　)

A.$\frac{5}{13}$　　B.$\frac{12}{5}$

C.$\frac{13}{12}$　　D.$\frac{5}{12}$

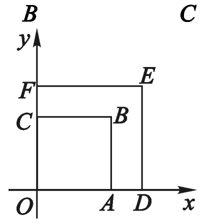
4.如图,在△ABC中,两条中线 BE,CD 相交于点 O,则 $S_{\triangle DOE}∶S_{\triangle COB}$等于　　(　　)



A.1∶4　　B.2∶3

C.1∶3　　D.1∶2

5.如图,正方形 $OABC$ 与正方形$ODEF$ 是位似图形,O 为位似中心,相似比为 1∶$\sqrt{2}$,点 A 的坐标为(1,0),则点 E 的坐标为　　(　　)



A.($\sqrt{2}$,0)　　B.$\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

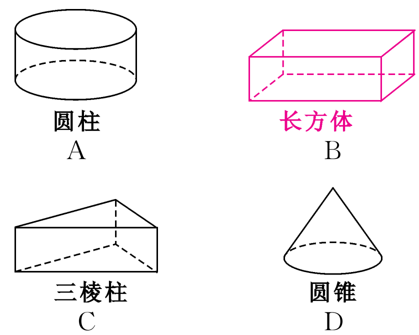
C.($\sqrt{2}$,$\sqrt{2}$)　　D.(2,2)

6.已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$,当 $1<y\leqslant2$ 时,x 的取值范围是　　(　　)

A.$3\leqslant x<6$　　B.$3<x\leqslant6$

C.$\frac{1}{3}\leqslant x<\frac{1}{6}$　　D.$\frac{1}{3}<x\leqslant\frac{1}{6}$

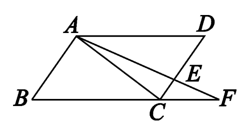
7.下列水平放置的几何体中,俯视图是矩形的是　　(　　)



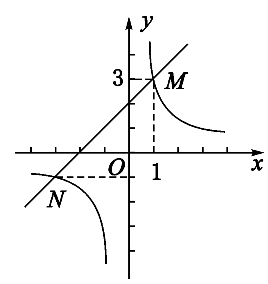
8.如图,在▱$ABCD$ 中,AF 交 DC 于点 E,交 BC 的延长线于点 F,连接 AC,则图中的相似三角形共有　　(　　)

A.2 对　　B.3 对

C.4 对　　D.5 对



(第 8 题图)



(第 9 题图)

9.如图,双曲线 $y=\frac{m}{x}$与直线 $y=kx+b$ 交于点 M,N,并且点 M 的坐标为(1,3),点 N 的纵坐标为-1.根据图象信息可得关于 x 的不等式$\frac{m}{x}>kx+b$ 的解集为　　(　　)

A.$x<-3$ 或 $0<x<1$　　B.$x<-3$

C.$0<x<1$　　D.$-3<x<0$ 或 $x>1$

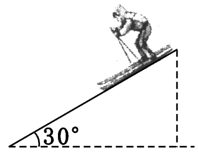
10.一名滑雪者沿如图所示的斜坡笔直滑下,滑下的距离 s(m)与时间 t(s)之间的函数解析式为 $s=10t+t^2$.若滑到坡底的时间为 2 s,则此人下滑的高度为　　(　　)

A.24 m

B.12 m

C.$12\sqrt{3}$ m

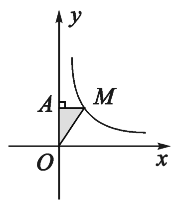
D.6 m



二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.请把答案填在题中的横线上）

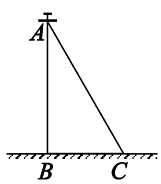
11.在△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=6$ cm，$\sin A=\frac{3}{5}$，则 AB 的长是________ cm.

12.如图，M 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上的一点，MA 垂直于 y 轴，垂足为 A，△MAO的面积为 2，则 k 的值为________.

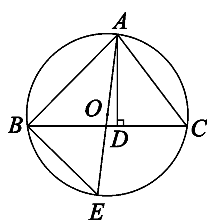


13.在平面直角坐标系内，一点光源位于 $A(0,4)$处，线段 $CD\perp x$ 轴，D 为垂足，$C(3,1)$，则 CD 在 x 轴上的影长为________.

14.如图，在一次数学课外活动中，测得电线杆底部 B 与钢缆固定点 C 的距离为 4 m，钢缆与地面的夹角为 60°，则这条钢缆在电线杆上的固定点 A 到地面的距离 AB 是______ m.(结果保留根号)



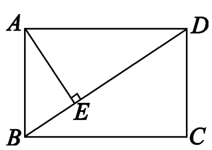
（第 14 题图）



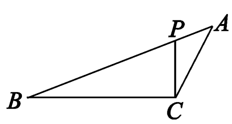
（第 15 题图）

15.如图，AD 是△ABC的高，AE 是△ABC的外接圆⊙O 的直径，且 $AB=4\sqrt{2}$，$AC=5$，$AD=4$，则⊙O 的直径 $AE=$________.

16.如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AE\perp BD$ 于点 E.若$BE=4$，$DE=9$，则矩形的面积是________.



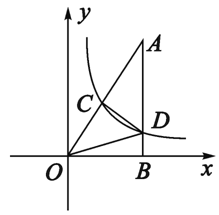
（第 16 题图）



（第 17 题图）

17.如图，在△ABC 中，P 为 AB 上一点，在下列三个条件中：①$\angle APC=\angle ACB$，②$AC^2=AP\cdot AB$，③$AB\cdot CP=AP\cdot CB$，能满足△APC 与△ACB 相似的条件是________（填序号）.

18.如图，Rt△AOB的一条直角边 OB 在 x 轴上，双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$经过斜边 OA 的中点 C，与另一直角边交于点 D.若 $S_{△OCD}=9$，则 $S_{△OBD}$的值为________.



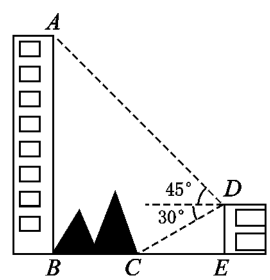
三、解答题（本大题共 6 个小题，共 46 分.解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（本题满分 6 分）

计算：$(-1)^{2\,008}+\sin^2 30°+\cos^2 45°-(\pi-3)^0+\sqrt{2}\sin 60°\cdot\tan 45°$.

20.（本题满分 6 分）

如图，大楼 AB 右侧有一障碍物，在障碍物的旁边有一幢小楼 DE，在小楼的顶端 D 处测得障碍物边缘点 C 的俯角为 30°，测得大楼顶端 A 的仰角为 45°（点 B，C，E 在同一条水平直线上）.已知 $AB=80$ m，$DE=10$ m，求障碍物 B，C 两点间的距离.（结果精确到 0.1 m.参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



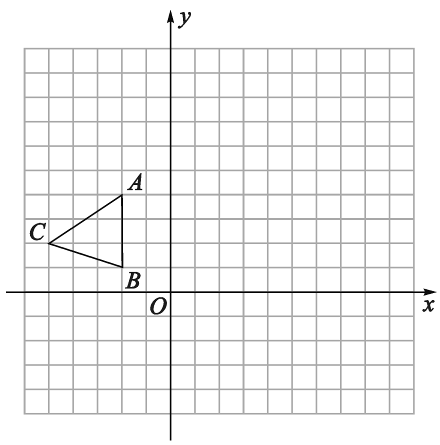
21.(本题满分 7 分)

如图,在平面直角坐标系中,△ABC三个顶点的坐标分别为$A(-2,4)$,$B(-2,1)$,$C(-5,2)$.

(1)请画出△ABC关于x轴对称的△$A_1B_1C_1$;

(2)将△$A_1B_1C_1$的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘-2,得到对应的点A_2,B_2,C_2,请画出△$A_2B_2C_2$;

(3)求△$A_1B_1C_1$与△$A_2B_2C_2$的面积比,即$S_{\triangle A_1B_1C_1} ∶ S_{\triangle A_2B_2C_2}=$________.(不写解答过程,直接写出结果)

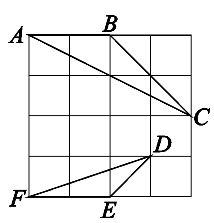


22.(本题满分 7 分)

如图所示,在 4×4 的正方形网格中,△ABC和△DEF的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点上.

(1)填空:$\angle ABC=$________,$BC=$________;

(2)判断△ABC与△DEF是否相似,并证明你的结论.

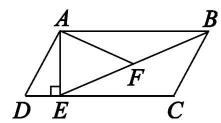


23.(本题满分 8 分)

如图,在▱$ABCD$中,过点A作$AE\perp DC$,垂足为E,连接BE,F为BE上一点,且$\angle AFE=\angle D$.

(1)求证:△ABF∽△BEC;

(2)若$AD=5$,$AB=8$,$\sin D=\frac{4}{5}$,求AF的长.

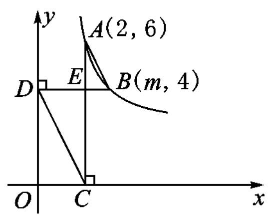


24.(本题满分12分)

如图①,点$A(2,6)$,$B(m,4)$是反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象上两点,$AC\perp x$轴,$BD\perp y$轴,垂足分别为C,D,AC,BD相交于点E,连接AB,CD.

(1)反比例函数的表达式为________;m的值等于________;

(2)求证:$AB\parallel CD$;

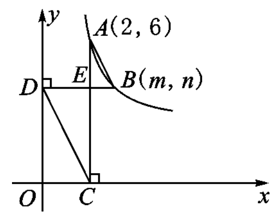


①

(3)如图②,若点$B(m,n)$是图①中双曲线$y=\frac{k}{x}(x>0)$上的动点,且$m>2$,其余条件不变.

①判断AB与CD的位置关系,并说明理由;

②在点B运动的过程中,连接AD,BC,若$AD=BC$,直接写出点B的坐标.



②