

第七章 平面直角坐标系

学习导航

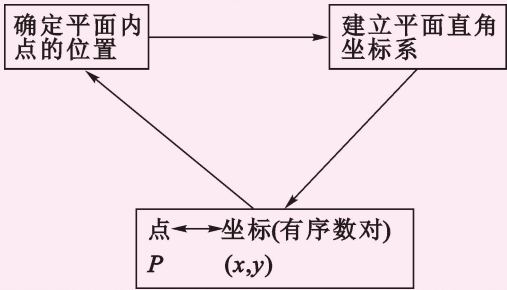
本章纵览

本章的主要内容包括平面直角坐标系的有关概念、点与坐标的对应关系、用坐标表示地理位置和用坐标表示平移等。

首先从实际生活中常见的表示位置的方法出发,引出有序数对的概念,指出利用有序数对可以确定物体位置的方法,引出平面直角坐标系,学习平面直角坐标系的有关概念,比如横轴、纵轴、原点、坐标、象限等,建立点与坐标的对应关系。

对于坐标方法的简单应用,本章主要学习平面直角坐标系在确定地理位置和表示平移变换中的应用. 用坐标表示地理位置体现了平面直角坐标系在实际生活中的应用. 本章先通过用坐标表示地图上一个地点的地理位置的方法,然后以此为出发点探讨了利用平面直角坐标系确定位置的方法. 用坐标表示平移,从数的角度刻画了第五章有关平移的内容,主要研究两方面的问题,一方面是研究点或图形的平移引起的点或图形顶点坐标的变化规律,另一方面是研究点或图形顶点坐标的变化引起的图形的平移。

知识要点



学习要求

同学们,我们去看电影或看比赛时常常会遇到根据门票上的数字去找自己座位的问题,这就涉及了数学中的有序数对. 那么什么是有序数对? 如何利用有序数对去确定平面上的一个点的位置? 这是本章学习的目标. 法国数学家笛卡儿为了解决“数”与“形”如何建立联系的问题,苦思冥想. 突然,有一天他从蜘蛛结网的现象中受到了启发,从而想到了把数与形结合起来的方法,创建了平面直角坐标系. 那么,什么是平面直角坐标系呢? 在平面直角坐标系内,点与坐标是如何对应的? 怎样在平面直角坐标系中根据坐标描出点的位置以及如何由点的位置写出点的坐标是本章学习的重点. 我们有了一个好的数学工具即平面直角坐标系,在实际生活中我们就可以用它来解决很多实际问题,比如确定地理位置,进行图形的平移. 生活中我们如何应用平面直角坐标系解决实际问题? 这也是需要我们学会的重要内容之一。

平面直角坐标系是“数”与“形”之间沟通的桥梁,它使得代数问题与几何问题之间可以进行相互转化.这种数形结合的思想是我们本章要感受和体会的一种重要的数学思想.



学法指导

1. 同学们在学习本章内容时要密切联系实际,利用身边熟悉的素材来学习本章内容,充分感受平面直角坐标系在解决实际问题中的作用.
2. 对概念的学习,不要死记硬背,要紧紧密结合坐标系去理解.
3. 注意“数形结合”地学习这一章的知识.平面直角坐标系的引入,架起了“数”与“形”之间的桥梁,加强了知识之间的相互联系,它是解决问题的一个强有力的武器.我们要在学习中用心去体会,例如:利用坐标表示平移,从数的角度刻画了平移变换,这就是用代数方法研究了几何问题.这种研究问题的方法就用到了数形结合的思想.

7.1 平面直角坐标系

7.1.1 有序数对



问题导学

如图所示,方块中有 25 个汉字,英文字母表示列,数字表示行.

只用“第 B 列”可以表示出“天”字所在位置吗? 只用“第 5 行”可以表示出“天”字所在位置吗? 那么表示“天”字的具体位置需要用几个数据呢?

5	明	天	太	阳	大
4	家	篮	球	羽	毛
3	帅	气	可	爱	数
2	字	活	泼	兄	弟
1	同	学	朋	友	好
	A	B	C	D	E

那就让我们赶快进入下面的学习吧!



自主学习



教材导读

阅读教材 p64、p65 的有关内容,并思考以下问题:

1. 同学们,你去看电影时,在电影院如何找到电影票上所指的位置?

2. 在电影票上,“6 排 3 号”与“3 排 6 号”中的“6”的含义有什么不同?

3. 你能描述出你坐在教室的位置吗? 与同学交流一下,你们的描述方式一样吗?

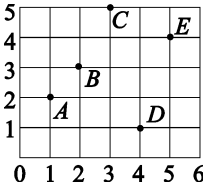
4. 电影票上所指的位置与你描述坐在教室的位置的方法有什么共同点?

5. 什么是有序数对? 有序数对在日常生活有什么应用? 你能举几个实例吗?

自主测评

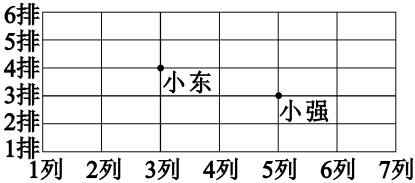
1. 如果将“8 排 3 号”简记为 $(8,3)$,那么“3 排 8 号”如何表示? $(5,6)$ 表示什么含义?

2. 如图所示,已知 $A(1,2)$,写出表示下列各点的有序数对:



B (,), C (,), D (,), E (,).

3. 如图所示,小东在 排 列,小强在 排 列. 如果先表示列数,后表示排数,那么用有序数对表示小东和小强的位置分别为 .



收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

(a,b) 与 (b,a) 表示的含义相同吗?表示的位置相同吗?



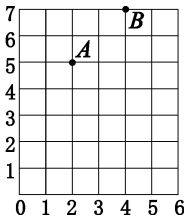
合作学习

难点探究

1. 如图是某教室中学生座位的平面图.
- (1) 说明王明和张强的位置;
- (2) 若用 $(4,8)$ 表示第4排第8列的位置,那么 $(4,6)$ 表示什么位置?这两个有序数对分别表示哪位同学的位置?
- (3) 李萍忘记了老师告诉她如何找自己的位置,只记得 $(3,4)$.你能帮她找到座位吗?请在图中标出来.
- (4) 在(2)的条件下, $(3,4)$ 和 $(4,3)$ 表示的位置相同吗?一般地,若 $a \neq b$, (a,b) 与 (b,a) 表示的位置相同吗?

第5排					张强		
第4排					吴俊		李爽
第3排			张逸				
第2排		王明					
第1排							
	1	2	3	4	5	6	7 8

2. 如图所示,如果用 $(2,5)$ 表示点A的位置,用 $(4,7)$ 表示点B的位置,写出由点A到点B的一条路径.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

将正整数按如图所示的规律排列下去,若 (n,m) 表示第 n 排,从左到右第 m 个数,如 $(4,3)$ 表示9,则 $(7,2)$ 表示的正整数是_____.

1					第一排
2	3				第二排
4	5	6			第三排
7	8	9	10		第四排
.....					



归纳梳理

通过本学时的学习,我知道了:

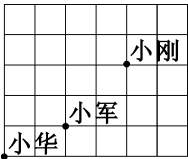
1. 把有顺序的两个数 a 与 b 组成的数对,叫做_____,记作_____.
2. 利用_____,可以准确地表示出一个位置.



深化拓展

基础反思

1. 某宾馆某楼客房是按一定规律编号的,例如:房间403号是指该大楼中第4层第3个房间,则房间815号指第_____层第_____个房间;第6层第1个房间的编号为_____.
2. 若有序数对 $(3a-1, 2b+5)$ 与 $(8,9)$ 表示的位置相同,则 $a+b$ 的值为 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
3. 课间操时,小华、小军、小刚的位置如图所示.小华对小刚说:“如果我的位置用 $(0,0)$ 表示,小军的位置用 $(2,1)$ 表示,那么你的位置可以表示成().”
- A. $(5,4)$ B. $(4,5)$
C. $(3,4)$ D. $(4,3)$

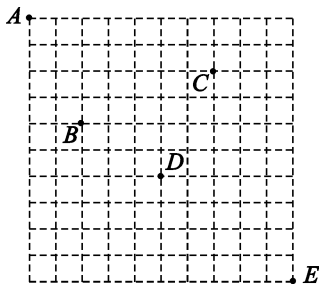


能力提升

4. 下列关于有序数对的说法正确的是 ()
- A. $(3,2)$ 与 $(2,3)$ 表示的位置相同
 - B. (a,b) 与 (b,a) 表示的位置一定不同
 - C. $(3,-2)$ 与 $(-2,3)$ 表示不同位置的两个有序数对
 - D. 有序数对 $(0,0)$ 不能表示物体的位置
5. 七年级(6)班有 35 名学生参加广播操比赛, 队伍共 7 排 5 列. 如果把第 1 排从左到右第 4 个同学的位置用 $(1,4)$ 表示, 那么站在队伍最中间的小明的位置应该表示为 _____, $(6,5)$ 表示的是 _____.

拓展创新

6. 如图, 一只甲虫在 10×10 的方格(每个小方格的边长均为 1)上沿着网格线运动. 它从 C 处出发想去看望 A, B, D, E 处的其他甲虫. 规定其向下、向左运动为正, 向上、向右运动为负. 如果从 C 到 B 记为 $C \rightarrow B(+5, +2)$ (第一个数表示左、右方向, 第二个数表示上、下方向), 请解答下列问题:



- (1) 填空: $C \rightarrow D$ (_____, _____), $C \rightarrow A$ (_____, _____), $D \rightarrow$ _____ $(+5, -6)$, $E \rightarrow$ _____ $(\text{ }, -4)$;
- (2) 若这只甲虫的行走路线是 $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$, 请计算该甲虫走过的路程;
- (3) 这只甲虫从 C 处去 P 处的行走路线依次为 $(-2, +2), (+3, -4), (-4, +2), (+7, +3)$, 请在图中标出 P 的位置, 并找出该甲虫从 C 处去 P 处最短的行走路线.

7. 将从 1 开始的连续自然数按下表规律排列:

列 \ 行	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列
第 1 行	1	2	3	4
第 2 行	8	7	6	5
第 3 行	9	10	11	12
第 4 行	16	15	14	13
...	...	...	...	...
第 m 行	...	...	...	...

规定位于第 m 行, 第 n 列的自然数记为 (m, n) . 如: 自然数 8 记为 $(2,1)$, 自然数 10 记为 $(3,2)$, 自然数 15 记为 $(4,2)$ 按此规律, 自然数 2 018 记为 _____.



7.1.2 平面直角坐标系



问题导学

据说有一天,法国哲学家、数学家笛卡儿生病卧床,病情很重,尽管如此,他还在反复思考一个问题:几何图形是直观的,而代数方程是比较抽象的,能不能把几何图形与代数方程结合起来,也就是说能不能用几何图形来表示方程呢?要想达到此目的,关键是如何把组成几何图形的点和满足方程的每一组“数”挂上钩.他苦苦思索,拼命琢磨,通过什么样的方法,才能把“点”和“数”联系起来?突然,他看见屋顶角上的一只蜘蛛拉着丝垂了下来,一会儿工夫,蜘蛛又顺着丝爬上去,在上边左右拉丝.蜘蛛的“表演”使笛卡儿豁然开朗.同学们能猜到笛卡儿是用什么方法把数和点联系起来的吗?你一定很想知道你的想法与数学家的想法是否一样吧,那就赶快进入下面的学习吧!



自主学习

教材导读

阅读教材 p65 ~ p66 的内容,并尝试解决以下问题.

- 1. 举例说明什么叫做一个点在数轴上的坐标.
- 2. 建立一个平面直角坐标系,指出各部分的名称,并举例分析如何用有序数对来表示平面内的一个点.
- 3. 写出教材 p66 图 7.1-4 中 B, C, D 三点的坐标.

4. 在你所建立的平面直角坐标系中各象限内及 x 轴上找几个点,写出它们的坐标,并思考这些点在不同位置有什么共同特点? 类比分析: y 轴上点的坐标特征. 完成下列表格.

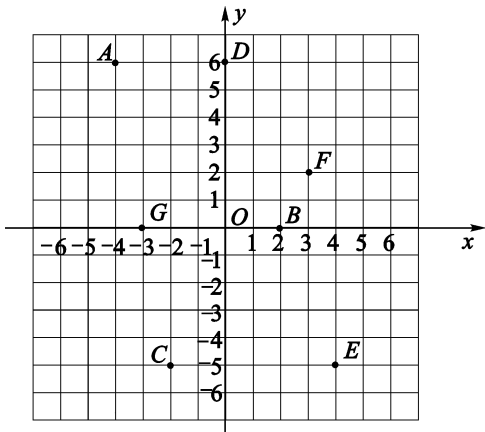
点的位置	$P(x,y)$ 的横、纵坐标符号	图示
第一象限		
第二象限		
第三象限		
第四象限		
x 轴上		
y 轴上		
原点		

5. 阅读教材 p67 的例题,举例分析如何由所给坐标描出相应的点.

6. 你是如何理解“坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的”这句话的?

自主测评

1. 写出图中点 A, B, C, D, E, F, G, O 的坐标,并说出它们所在的位置.



点	A	B	C	D	E	F	G	O
坐标								
点的位置								

2. 在第1题的坐标系中描出下列各点: $M(-6, -3), N(5, 3), P(0, -2), Q(-2, 3)$.
3. 点 $A(4, -3)$ 到 y 轴的距离为 ()
- A. 4 B. -4 C. 3 D. -3

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

平面直角坐标系中各象限内的点与坐标轴上的点的坐标有什么特征?



合作学习



难点探究

1. 在教材 p67 的例题中, A 点的坐标是 $(4, 5)$, 则点 A 到 x 轴的距离是多少? 它与点 A 的什么坐标有关? 点 A 到 y 轴的距离是多少? 它与点 A 的什么坐标有关?
2. 若点 P 到 x 轴的距离是3, 且到 y 轴的距离是4, 则这样的点 P 有几个? 画图研究, 并写出点 P 的坐标.
3. 在平面直角坐标系中描出点 $M(1, -2), N(-3, -2)$, 并作出直线 MN , 直线 MN 与 x 轴、 y 轴有什么位置关系? 直线 MN 与 x 轴、 y 轴的位置关系与点 $M(1, -2), N(-3, -2)$ 的坐标有什么关系? 由此你还能想到什么?

4. 根据上一问题中的探究, 你能说出与 x 轴平行的直线上的点的坐标有什么特点吗? 与 y 轴平行的直线上的点呢?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



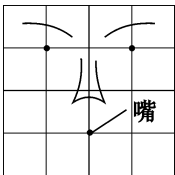
探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!

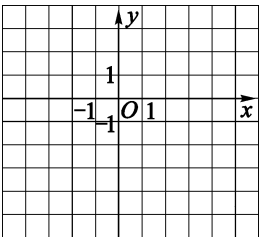


展示交流

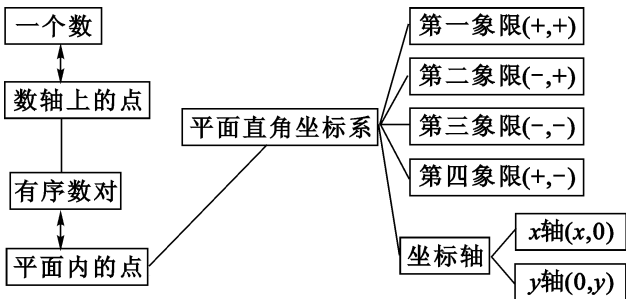
1. 如图所示是小刚画的一张脸, 他对妹妹说: “如果我用 $(0, 2)$ 表示左眼, 用 $(2, 2)$ 表示右眼, 那么嘴的位置可以表示成_____.”



2. 如图所示, 描出 $A(-3, -2), B(2, -2), C(3, 1), D(-2, 1)$ 四个点, 连接 AB, CD , 线段 AB, CD 有什么位置关系?



归纳梳理





深化拓展

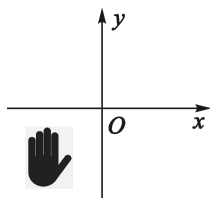
基础反思

1. 在平面直角坐标系中,下列各点在第二象限的是 ()

- A. (2,1) B. (2,-1)
C. (-2,1) D. (-2,-1)

2. 如图,小手盖住的点的坐标可能为 ()

- A. (4,5)
B. (-4,5)
C. (-4,-5)
D. (4,-5)



3. 已知点 $P(x,y)$ 在第四象限,且到 y 轴的距离为 3,到 x 轴的距离为 5,则点 P 的坐标是 _____.

4. 在平面直角坐标系中,点 $P(a,a+3)$ 的位置一定不在 ()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

5. 若 y 轴上的点 P 到 x 轴的距离为 5,则点 P 的坐标为 ()

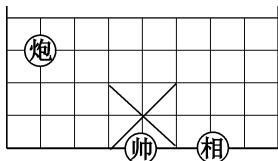
- A. (5,0) B. (5,0)或(-5,0)
C. (0,5) D. (0,5)或(0,-5)

能力提升

6. 已知点 $A(3,m+1)$ 在 x 轴上,点 $B(2-n,-2)$ 在 y 轴上,则点 $C(m,n)$ 在 ()

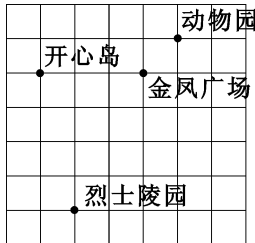
- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

7. 若在如图所示的象棋棋盘上建立平面直角坐标系,使“帅”位于点 $(1,-2)$,”相”位于点 $(3,-2)$,则“炮”位于点 _____.



8. 若点 $A(x-6,4-3x)$ 到两条坐标轴的距离相等,则点 A 的坐标为 _____.

9. 如图是某市市区四个旅游景点的示意图(图中每个小正方形的边长均为 1 个单位长度),请以某景点为原点,建立平面直角坐标系,并用坐标表示下列景点的位置:

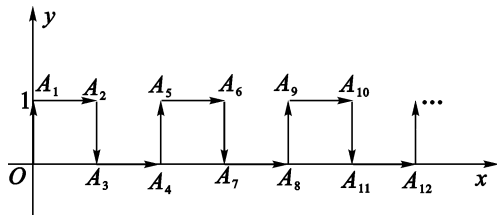


(1) 动物园 _____,烈士陵园 _____;

(2) 求由开心岛、金凤广场、烈士陵园三点构成的三角形的面积.

拓展创新

10. 在平面直角坐标系中,一只蚂蚁从原点 O 出发,按向上、向右、向下、向右的方向依次不断移动,每次移动 1 个单位长度,其行走路线如图所示.



- (1) 填写下列各点的坐标: A_4 (_____, _____), A_8 (_____, _____), A_{12} (_____, _____);
(2) 写出点 A_{4n} 的坐标(n 是正整数);
(3) 指出蚂蚁从点 A_{100} 到 A_{101} 的移动方向.

7.2 坐标方法的简单应用

7.2.1 用坐标表示地理位置



问题导学

在地图上,我们用经纬度来表示一个地方的地理位置;在生活中,我们用街道名称和门牌号码来表示一个地方所处的位置.那么同学们知道如何用坐标来表示地理位置吗?



自主学习



教材导读

1. 阅读教材 p73“探究”至 p74“思考”以上的内容,思考以下问题:

(1) 为什么要选取学校所在位置为原点?能以小刚家所在位置为原点吗?

(2) 根据“探究”题,试归纳出利用平面直角坐标系绘制区域内一些地点分布情况平面图的过程.

2. 阅读教材 p74“思考”至 p75 的内容,思考以下问题:

只知道方向能确定船的位置吗?若不能,还需知道什么才能确定船的位置.

3. 教材 p74“思考”中,由 A 处观察 B 处, B 在 A 的什么方向上?若由 B 处观察 A 处, A 在 B 的什么方向上?



自主测评

1. 根据下列表述,能确定位置的是 ()
- A. 东经 116.41° , 北纬 25.43°
B. 上杭县建设路
C. 北偏东 30°
D. 天影国际影院 2 排

2. 从车站向东走 400 m,再向北走 500 m 到小红家;从车站向北走 500 m,再向西走 200 m 到小强家,建立平面直角坐标系表示车站、小红家和小强家的位置时,选择_____为原点比较合适.

3. 在比例尺为 1 20 000 的地图上,相距 3 cm 的 A, B 两地的实际距离是_____.

4. 芳芳放学出校门向东走 400 m,再往北走 200 m 到家;丽丽出校门向东走 200 m 到家,则丽丽家在芳芳家的 ()
- A. 东南方向 B. 西南方向
C. 东北方向 D. 西北方向

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

用坐标来表示地理位置的关键是什么?



合作学习



难点探究

1. 如图,在雷达探测区域,可以建立平面直角坐标系表示位置.在某次行动中,当我方两架飞机在 $A(-1,2)$ 和 $B(3,2)$ 位置时,可疑飞机在 $C(-1,-3)$ 位置,你能找到这架飞机在平面直角坐标系中的横、纵坐标吗?把它表示出来.

B

A

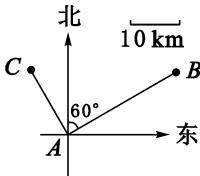


2. 如图,一艘船在 A 处遇险后向相距 25 km 位于 B 处的救生船求救,可将救生船 B 相对于遇险船 A 的位置表示为(北偏东 60° , 25).

(1) 遇险船 A 相对于救生船 B 的位置表示为_____;

(2) 货船 C 与遇险船 A 相距 15 km, 且 $AC \perp AB$, 那么货船 C 相对于遇险船 A 的位置应怎样表示?

(3) 如果小岛 D 相对于遇险船 A 的位置为(南偏东 50° , 20), 请在图中画出小岛 D.



组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

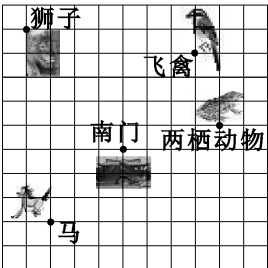


探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 下面是一个动物园的游览示意图,试设计描述这个示意图中每个景点位置的一个方法,并画图说明.

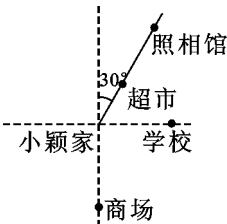


2. 如图是小颖家与周围地区的行走路线示意图,相对小颖家来说:

(1) 小颖家北偏东 30° 的方向上有_____个店铺,分别是_____;

(2) 要想确定照相馆的位置,还需要_____个数据;

(3) 要确定小颖家附近的学校的位置,需要_____个数据,是_____.



归纳梳理

用坐标表示地理位置时,一是要注意选择适当的位置作为坐标原点,这里所说的“适当”,通常要比较有名的地点,要么是所要绘制的区域内较居中的位置;二是坐标轴的方向通常是以正北为纵轴的正方向,这样可以使东西南北的方向与地理位置的方向一致;三是要注意标明比例尺和坐标轴上的单位长度.

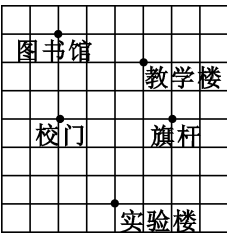
有时,由于地点比较集中,坐标平面又比较小,各地点的名称在图上可以用代号标出,在图外另附名称.



深化拓展

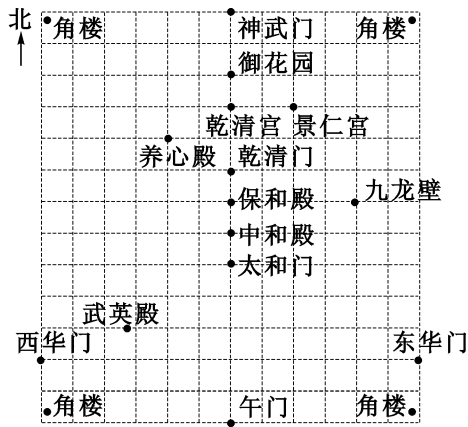
基础反思

1. 某学校的平面示意图如图所示,如果实验楼所在的位置为 $(-2, -3)$, 教学楼所在的位置为 $(-1, 2)$, 那么图书馆所在的位置为_____.



2. 某军事行动中,对军方部署的方位,采用钟代码的方式来表示,例如,北偏东 30° 方向 45 km 的位置,与钟面相结合,以钟面圆心为基准,时针指向北偏东 30° 的时刻是 1:00, 那么这个地点就用代码 010045 来表示,按这种表示方式,南偏东 45° 方向 78 km 的位置,可用代码表示为_____.

3. 如图是利用平面直角坐标系画出的故宫博物院的主要建筑分布图. 若这个坐标系分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向, 表示太和门的点的坐标为 $(0, -1)$, 表示九龙壁的点的坐标为 $(4, 1)$, 则表示下列宫殿的点的坐标正确的是 ()



- A. 景仁宫 $(4, 2)$
- B. 养心殿 $(-2, 3)$
- C. 保和殿 $(1, 0)$
- D. 武英殿 $(-3.5, -4)$

4. 小明从 A 处出发向北偏东 40° 走了 30 m , 到达 B 处; 小刚也从 A 处出发向南偏东 50° 走了 40 m , 到达 C 处.

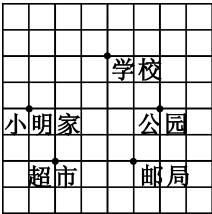
- (1) 用 0.5 cm 表示 10 m , 画图表示 A, B, C 三处的位置;
- (2) A 处在 C 处的 _____ 偏 _____ 的方向上, 距离 C 处 _____ 米;
- (3) 在图上量出 B 处与 C 处之间的距离, 再说出小明和小刚两人实际相距多少米.

能力提升

5. 根据以下条件画一幅示意图, 标出某一公园内各个景点的位置.
- 菊花园: 从中心广场向北走 150 m , 再向东走 150 m ;
 - 湖心亭: 从中心广场向西走 150 m , 再向北走 100 m ;
 - 松风亭: 从中心广场向西走 100 m , 再向南走 50 m ;
 - 育德泉: 从中心广场向北走 200 m .

6. 如图是小明家附近一些地点的分布图, 如果用 $(-2, 0)$, $(1, 2)$ 分别表示小明家和学校的位置.

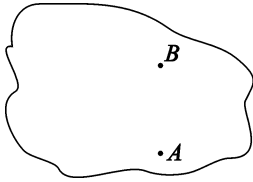
- (1) 那么 $(2, -2)$ 表示什么地点? 其余两个地点如何用对应的坐标表示出来?
- (2) 把相邻点连成线段, 五个地点就构成封闭的多边形, 试求出它的面积.



7. 定义: 在平面直角坐标系中, 把从点 P 出发沿纵或横方向到达点 Q (至多拐一次弯) 的路径长称为 P, Q 的“实际距离”. 如图, 若 $P(-1, 1)$, $Q(2, 3)$, 则 P, Q 的“实际距离”为 5 , 即 $PS + SQ = 5$ 或 $PT + TQ = 5$. 环保低碳的共享单车, 正式成为市民出行喜欢的交通工具. 设 A, B, C 三个小区的坐标分别为 $A(3, 1)$, $B(5, -3)$, $C(-1, -5)$, 若点 M 表示单车停放点, 且满足 M 到 A, B, C 的“实际距离”相等, 则点 M 的坐标为 _____.

拓展创新

8. 如图所示是某废墟的示意图, 由于雨水冲蚀, 残缺不全, 依稀可见钟楼 A 的坐标为 $(5, -2)$, 街口 B 的坐标为 $(5, 2)$. 据资料记载, 阿明先生祖居的坐标为 $(2, 1)$, 你能帮阿明先生找到他的祖居吗?

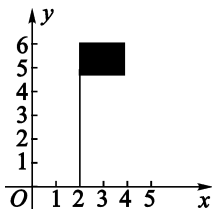


7.2.2 用坐标表示平移



问题导学

同学们,在我们的生活中,数学无处不在.例如,我们每周都要进行升降国旗的仪式.你知道若把右图中的旗子降到旗杆底部,旗子是做了什么变换?旗子下降后各顶点的坐标与下降前各顶点的坐标相比,发生了哪些变化?位置的变化与坐标的变化之间有什么联系?大家一定很想知道吧,那就赶快进入本节课的探索吧!



自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p75~p77 的有关内容,思考以下问题:

1. 通过教材 p75 的“探究”,你能说出在平面直角坐标系中,一个点的上下平移对应着这个点的什么坐标在变化?若这个点左右平移又对应它的什么坐标在变化?

2. 若点 $A(3,5)$ 向下平移 3 个单位长度后,再向左平移 4 个单位长度到点 B ,试写出点 B 的坐标.

3. 通过教材 p75 的“探究”,你能说出在平面直角坐标系中,对一个图形向下平移 7 个单位长度后,图形上所有点的坐标发生了什么变化?若将这个图形向右平移 8 个单位长度,图形上所有点的坐标又如何变化?

4. 通过对前面两个问题的研究,你能用简洁的语言总结出一个图形的上、下、左、右平移与这个图形上各点的坐标变化的关系吗?

5. 如果一个图形上的点的坐标发生某种变化,那么这个图形的位置会发生怎样的变化?例如:线段 AB 的两个端点的坐标分别为 $A(3,1)$, $B(4,2)$.

(1) 如果将它们的横坐标都减去 2,纵坐标不变,分别得到点 A_1, B_1 ,那么线段 A_1B_1 与线段 AB 的大小、形状、位置有什么关系?

(2) 如果将它们的横坐标不变,纵坐标都减去 2,分别得到点 A_2, B_2 ,那么线段 A_2B_2 与线段 AB 的大小、形状、位置有什么关系?

(3) 结合教材例题,你能归纳出两者之间的联系吗?

自主测评

1. 将点 $A(2,1)$ 向左平移 2 个单位长度得到点 A' ,则点 A' 的坐标是 ()

- A. $(0,1)$ B. $(2,-1)$
C. $(4,1)$ D. $(2,3)$

2. 把点 $A(-2,1)$ 先向上平移 2 个单位长度,再向右平移 3 个单位长度后得到点 B ,则点 B 的坐标是 ()

- A. $(-5,3)$ B. $(1,3)$
C. $(1,-3)$ D. $(-5,-1)$

3. 如图 ABC 经过一定的变换得到如图 $A'B'C'$,若如图 ABC 三个顶点的横坐标都加上 3,纵坐标都减去 2,可分别得到点 A', B', C' ,则如图 $A'B'C'$ 可以看成是由如图 ABC 先向_____平移_____个单位长度,再向_____平移_____个单位长度得到的.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

点的平移变换与点的坐标变化之间有什么关系?



合作学习



难点探究

在教材 p76 例题中, (1) 如果将 $\triangle ABC$ 先向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 那么 $\triangle ABC$ 内任意一点 $P(x, y)$ 经平移后对应点的坐标如何变化?

(2) 若 $\triangle ABC$ 内任意一点 $P(x, y)$ 经平移后对应点的坐标为 $P_2(x-3, y-2)$, 将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 则 $\triangle A_2B_2C_2$ 是由原三角形如何平移得到的? 它的三个顶点的坐标分别是什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!



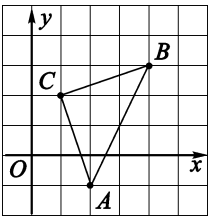
展示交流

1. 如图所示, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点都在网格格点上, 其中 C 点的坐标为 $(1, 2)$.

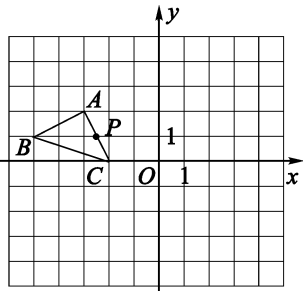
(1) 写出点 A, B 的坐标;

(2) 将 $\triangle ABC$ 先向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$, 则 $\triangle A'B'C'$ 的三个顶点的坐标分别是 _____;

(3) $\triangle ABC$ 的面积为 _____.



2. 如图所示, 在平面直角坐标系中, $P(a, b)$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, $\triangle ABC$ 经过平移后点 P 的对应点为 $P_1(a+6, b+2)$.



(1) 请画出上述平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A, C, A_1, C_1 的坐标;

(2) 求出以 A, C, A_1, C_1 为顶点的四边形的面积.



归纳梳理

1. 对一个图形进行平移, 这个图形上所有点的坐标都要发生相应的变化; 反过来, 从图形上点的坐标的某种变化, 我们也可以看出这个图形进行了怎样的平移.

2. 平移规律: 左、右移, 纵不变, 横减、加; 上、下移, 横不变, 纵加、减.

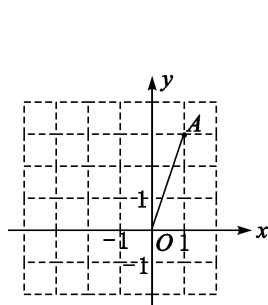




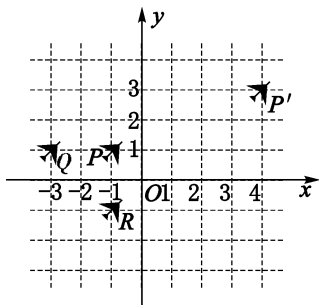
深化拓展

基础反思

1. 如图,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(1,3)$,将线段 OA 向左平移 2 个单位长度,得到线段 $O'A'$,则点 A 的对应点 A' 的坐标为_____.



(第 1 题图)



(第 3 题图)

2. 将点 P 先向左平移 2 个单位长度后,再向上平移 1 个单位长度得到点 $P'(-1,3)$,则点 P 的坐标是_____.

3. 如图所示,三架飞机 P, Q, R 保持编队飞行,某时刻在坐标系中的坐标分别为 $(-1,1), (-3,1), (-1,-1)$. 30 秒后,飞机 P 飞到 $P'(4,3)$ 位置,则飞机 Q, R 的位置 Q', R' 分别为_____.

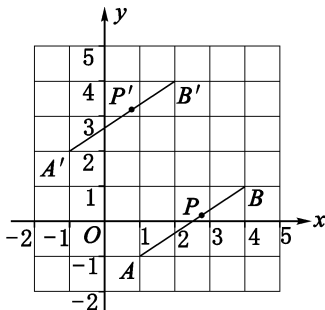
- A. $Q'(2,3), R'(4,1)$ B. $Q'(2,3), R'(2,1)$
C. $Q'(2,2), R'(4,1)$ D. $Q'(3,3), R'(3,1)$

能力提升

4. 已知平面直角坐标系中两点 $A(-1,0), B(1,2)$,连接 AB ,平移线段 AB 得到线段 A_1B_1 . 若点 A 的对应点 A_1 的坐标为 $(2,-1)$,则点 B 的对应点 B_1 的坐标为_____.

- A. $(4,3)$ B. $(4,1)$
C. $(-2,3)$ D. $(-2,1)$

5. 如图,线段 AB 经过平移得到线段 $A'B'$,其中点 A, B 的对应点分别为点 A', B' ,这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一个点 $P(a,b)$,则点 P 在 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为_____.



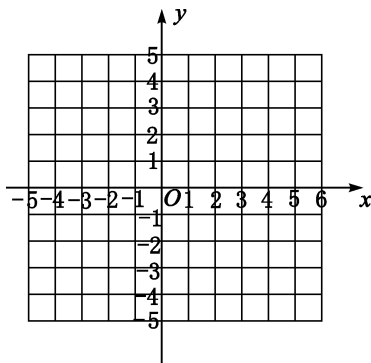
- A. $(a-2, b+3)$ B. $(a-2, b-3)$
C. $(a+2, b+3)$ D. $(a+2, b-3)$

6. 以平行四边形 $ABCD$ 的顶点 A 为原点,直线 AD 为 x 轴建立平面直角坐标系. 已知 B, D 两点的坐标分别为 $(1,3), (4,0)$,把平行四边形向上平移 2 个单位长度,那么点 C 平移后相应的点的坐标是_____.

- A. $(3,3)$ B. $(5,3)$
C. $(3,5)$ D. $(5,5)$

7. 在如图所示的平面直角坐标系中, A, B, C, D 四个点的坐标分别是 $(-4,4), (-4,1), (-1,1), (-1,3)$.

- (1) 在平面直角坐标系中标出以上四个点,并按顺序首尾连接;
(2) 求得到的图形的面积;
(3) 把这个图形先向右平移 4 个单位长度,再向下平移 1 个单位长度,画出平移后的图形.

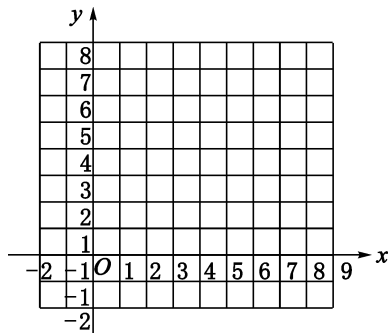


拓展创新

8. 已知 $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的,它们各顶点在平面直角坐标系中的坐标如下表所示:

$\triangle ABC$	$A(a,0)$	$B(3,0)$	$C(5,5)$
$\triangle A'B'C'$	$A'(4,2)$	$B'(7,b)$	$C'(c,7)$

- (1) 观察表中各对应点坐标的变化,并填空:
 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}};$
(2) 在如图所示的平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$ 及平移后的 $\triangle A'B'C'$;
(3) 求出 $\triangle A'B'C'$ 的面积.



第七章小结



自主学习



教材导读

请同学们阅读教材 p83 的内容,并回答下列问题.

1. 在日常生活中,我们用什么来表示物体的位置? 第五列第三行用(5,3)来表示,那么(3,5)表示什么?

2. 如何画一个平面直角坐标系? 两条坐标轴把平面分成哪几部分? 各个象限的点与坐标轴上的点分别有什么特征?

3. 举例说明平面直角坐标系在表示地理位置方面的应用.

4. 一个图形的平移与图形上点的坐标变化有密切联系,试写出变化规律.



自主测评

1. 点 B 的横坐标是-2,纵坐标是5,则点 B 的坐标为_____.

2. 点 $P(-3,-5)$ 到 x 轴的距离为_____,到 y 轴的距离为_____.

3. 若点 M 在 y 轴的左侧, x 轴的上方,到每个坐标轴的距离都是2,则点 M 的坐标为 ()

- A. (-2,2) B. (-2,-2)
- C. (2,-2) D. (2,2)

4. 若点 $P(m+3,m+1)$ 在平面直角坐标系的 x 轴上,则点 P 的坐标为_____.

5. 若点 $A(a,b)$ 在第二象限,则点 $B(ab,a-b)$ 在第_____象限.

6. 将点 $A(-3,-2)$ 先沿 y 轴向上平移5个单位长度,再沿 x 轴向左平移4个单位长度得到点 A' ,则点 A' 的坐标是_____.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习



难点探究

已知点 $A(0,4)$,点 B 在 x 轴上, AB 与坐标轴围成的三角形的面积为2,求点 B 的坐标.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!



展示交流

1. 若点 $P(a,b)$ 在第四象限,则
- (1) 点 $P_1(a,-b)$ 在第_____象限;
 - (2) 点 $P_2(-a,b)$ 在第_____象限;
 - (3) 点 $P_3(-a,-b)$ 在第_____象限.



2. 某城市中,体育场在火车站以西 4 000 m 再往北 2 000 m 处,华侨宾馆在火车站以西 3 000 m 再往南 2 000 m 处,百佳超市在火车站以南 3 000 m 再往东 2 000 m 处. 请建立适当的平面直角坐标系,分别写出各地的坐标.



归纳梳理

1. 用有序数对来表示平面内点的位置时,要注意这两个数分别表示的意义及顺序,如注意区别 $(2,3)$ 与 $(3,2)$ 的不同.

2. 对各种点的坐标特征要灵活掌握,注意数与形的结合.

3. 用坐标表示地理位置时,确定原点是关键. 坐标原点的选择应便于其他位置的叙述,并尽可能地选在中心位置.

4. 坐标变化与图形变化之间有如下规律:左、右移,纵不变,横减、加;上、下移,横不变,纵加、减.



深化拓展

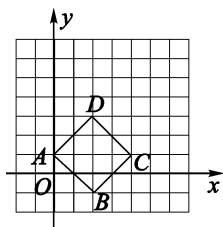
基础反思

1. 在平面中有 M, N 两点,若以点 N 为原点建立平面直角坐标系,则点 M 的坐标为 $(3,5)$,若以点 M 为原点建立平面直角坐标系,则点 N 的坐标是 ()

- A. $(-3,5)$ B. $(3,-5)$
C. $(-3,-5)$ D. $(3,5)$

2. 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 三个顶点的横坐标保持不变,纵坐标都减去 3,则得到的新三角形与原三角形相比向 _____ 平移了 3 个单位长度.

3. 如图所示,在平面直角坐标系中,正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 的坐标分别为 $(0,1), (2,-1)$. 若点 C 到 y 轴的距离为 m ,点 D 到 x 轴的距离为 n ,则 m 和 n 分别为 ()



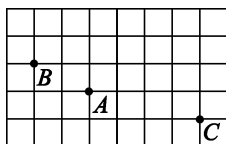
- A. 4, 3 B. 3, 4 C. 1, 2 D. 1, 3

能力提升

4. 点 $M(a, a-1)$ 不可能在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

5. 如图,小刚在玩“挖雷”游戏时,挖到的 A, B, C 三点都没有“雷”. 若 A 点的坐标是 $(-2,0)$, B 点的坐标是 $(-4,1)$,则 C 点的坐标是 _____.



拓展创新

6. 我们已经知道,两条平行线中一条直线上的点到另一条直线的垂线段的长度叫做两条平行线间的距离. 定义:平面内的直线 l_1 与 l_2 相交于点 O ,对于该平面内任意一点 M ,点 M 到直线 l_1, l_2 的距离分别为 a, b ,则称有序非负实数对 (a, b) 是点 M 的“距离坐标”. 根据上述定义,距离坐标为 $(2,3)$ 的点的个数是 _____.

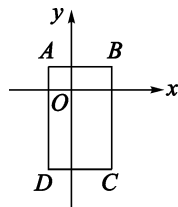
7. 如图,长方形 $ABCD$ 的各边与坐标轴都平行,点 A, C 的坐标分别为 $(-1,1), (\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$.

(1) 求点 B, D 的坐标;

(2) 一动点 P 从点 A 出发,沿长方形的边 AB, BC 运动到点 C 停止,运动速度为每秒 $\sqrt{3}$ 个单位长度,设运动时间为 t s.

① 当 $t=1$ 时,求点 P 的坐标;

② 当 $t=3$ 时,求三角形 PDC 的面积.



第七章 数学能力提升与评价

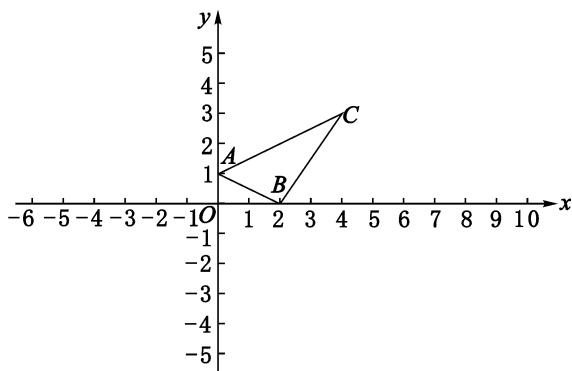
本章体现的数学能力主要有几何直观和应用意识.

一、几何直观

本章对平面直角坐标系的引入架起了数与形之间的桥梁,使得我们可以用几何的方法研究代数问题,又可以用代数的方法研究几何问题.通过本章的学习,让我们看到了平面直角坐标系的引入加强了数与形之间的联系,它是解决数学问题的一个强有力的工具.

[能力提升]

例 1 如图,已知 $A(0,1)$, $B(2,0)$, $C(4,3)$.



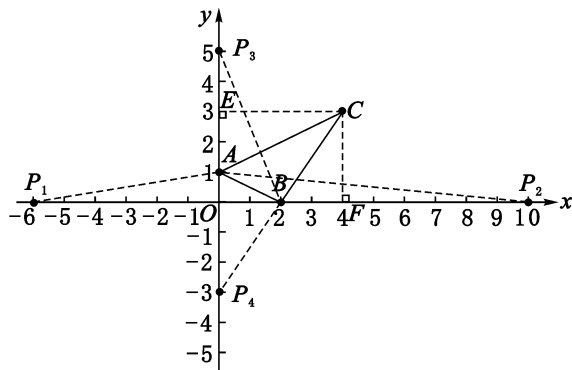
(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 设点 P 在坐标轴上,且 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等,求点 P 的坐标.

分析: (1) 过点 C 分别作 $CF \perp x$ 轴于点 F , $CE \perp y$ 轴于点 E ,由 A, B, C 三点的坐标可得 $OA=1$, $OF=4$, $OB=2$, $CF=3$, $AE=2$. 根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}EOFC} - S_{\triangle ACE} - S_{\triangle BCF} - S_{\triangle AOB}$ 计算即可.

(2) 分点 P 在 x 轴和 y 轴上两种情况讨论可得符合条件的点 P 坐标.

解: (1) 如图,过点 C 分别作 $CF \perp x$ 轴于点 F , $CE \perp y$ 轴于点 E ,由 $A(0,1)$, $B(2,0)$, $C(4,3)$ 可得 $OA=1$, $OF=4$, $OB=2$, $CF=3$, $AE=2$. 故 $S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}EOFC} - S_{\triangle ACE} - S_{\triangle BCF} - S_{\triangle AOB} = 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 4$.

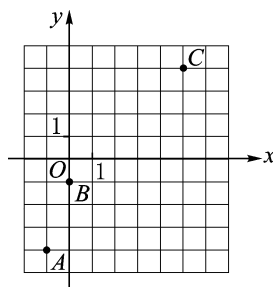


(2) 如图所示:

$P_1(-6,0)$, $P_2(10,0)$, $P_3(0,5)$, $P_4(0,-3)$.

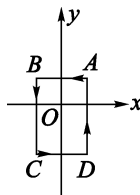
[自我评价]

1. A, B, C 三点在坐标平面上的位置如图所示. 若 A, B, C 的横坐标的数字总和为 a , 纵坐标的数字总和为 b , 则 $a-b =$ _____.



2. 线段 AB 的长为 5, 点 A 在平面直角坐标系中的坐标为 $(3, -2)$, 点 B 的坐标为 $(3, x)$, 则点 B 的坐标为 _____.

3. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, -2)$, $D(1, -2)$. 把一条长为 2 016 个单位长度且没有弹性的细线 (线的粗细忽略不计) 的一端固定在点 A 处, 并按 $A-B-C-D-A \cdots$ 的规律绕在四边形 $ABCD$ 的边上, 则细线另一端所在位置的点的坐标是 _____.



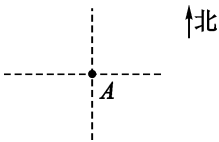
二、应用意识

用平面直角坐标系表示平面内点的位置, 用经纬度表示地理位置等等, 实际上都是利用了有序数

对与点的对应关系,将实际问题抽象成数学问题,通过对数学问题的研究解决实际问题,体会坐标系在解决实际问题中的作用,培养应用数学的意识.

[能力提升]

例 2 如图,一艘轮船从 A 港出发,沿东北方向行驶 25 海里,遇到障碍物 B 后,转向北偏西 60° 方向继续行驶 30 海里到达 C 港.

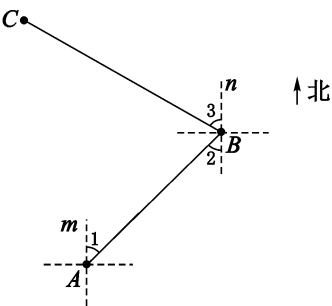


(1) 请在图中画出 C 港的位置(1 cm 代表 10 海里);

(2) 求 $\angle ABC$ 的度数.

分析: 从 A 点沿北偏东 45° 方向画 2.5 cm 线段, B 点确定;再从 B 点沿北偏西 60° 方向画 3 cm 线段, C 点确定, $\angle ABC$ 随之确定,再利用平行线的性质求得 $\angle ABC$ 的度数.

解: (1) C 港的位置如图所示.



(2) 由题意可知 $\angle 1 = 45^\circ$, $\angle 3 = 60^\circ$.

$\because m \parallel n,$

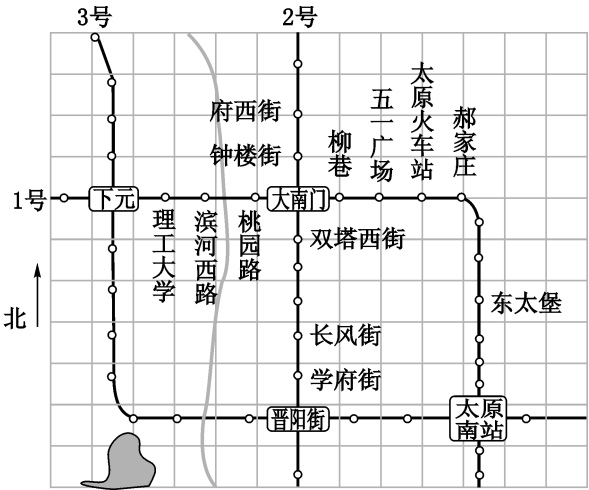
$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ.$

又 $\because \angle 3 = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ.$

[自我评价]

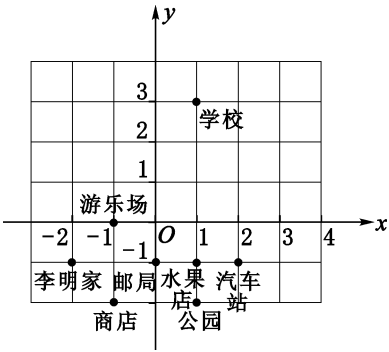
4. 如图是利用网格画出的太原市地铁 1, 2, 3 号线路部分规划示意图. 若建立适当的平面直角坐标系, 表示双塔西街点的坐标为 $(0, -1)$, 表示桃园路的点的坐标为 $(-1, 0)$, 则表示太原火车站的点(正好在网格点上)的坐标是_____.



5. 下图中标明了李明同学家附近的一些地方.

(1) 根据图中所建立的平面直角坐标系, 写出学校、邮局的坐标;

(2) 某星期日早晨, 李明同学从家里出发, 沿着 $(-1, -2), (1, -2), (2, -1), (1, -1), (1, 3), (-1, 0), (0, -1), (-2, -1)$ 的路线转了一下, 依次连接他经过的地点, 你能得到什么图形?



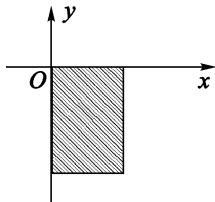
第七章测评

(测评时间:60 分钟 满分:100 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 2 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

- 下列各点中,在第二象限的是 ()
A. (5,3) B. (5,-3)
C. (-5,3) D. (-5,-3)
- 已知点 $P(x,y)$ 在第三象限,且 $|x|=5$, $|y|=6$,则点 P 的坐标为 ()
A. (-5,6) B. (5,6)
C. (-5,-6) D. (5,-6)
- 下列命题:①点 $P(0,-5)$ 在坐标平面内的位置在第三象限或第四象限内;②点 $(-x,-y)$ 在第三象限内;③坐标平面内的所有点与有序数对是一一对应的;④在直角坐标系中,点 $A(a,b)$ 与点 $A'(b,a)$ 有可能表示同一个点.其中正确的有 ()
A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

4. 在一次科学探测活动中,探测人员发现一目标在如图所示的阴影区域内,则该目标的坐标可能是 ()



- A. (7,-500)
B. (-3,400)
C. (9,600)
D. (-2,-800)
- y 轴上的点 P 到 x 轴的距离为 3,则点 P 的坐标为 ()
A. (3,0)
B. (0,3)
C. (3,0) 或 (-3,0)
D. (0,3) 或 (0,-3)
- 如果点 $P(m,2m+4)$ 在 x 轴上,那么点 P 的坐标是 ()
A. (-2,0) B. (0,-2)
C. (1,0) D. (0,1)
- 过点 $(-3,2)$ 且平行于 y 轴的直线上的点 ()

- A. 横坐标都是 -3
- B. 纵坐标都是 2
- C. 横坐标都是 2
- D. 纵坐标都是 -3

- 已知点 $A(1,0)$, $B(0,2)$,点 P 在 x 轴上,且 $\triangle PAB$ 的面积为 5,则点 P 的坐标为 ()
A. (-4,0)
B. (6,0)
C. (-4,0) 或 (6,0)
D. 无法确定

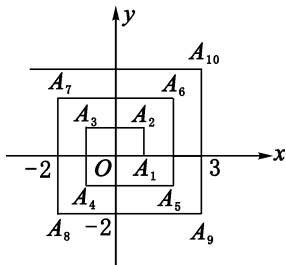
- 在平面直角坐标系中,一只电子青蛙每次向上或向下或向左或向右跳动一个单位长度.现知这只青蛙位于点 $(2,-3)$,则经两次跳动后,它不可能跳到的位置是 ()
A. (3,-2) B. (4,-3)
C. (4,-2) D. (1,-2)

- 下列各点中,平面内的点 $(2,-1)$ 通过左右平移不能与之重合的是点 ()
A. (-1,-1) B. (2,1)
C. (0,-1) D. (1,-1)

二、填空题(本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分.把答案填在题中的横线上)

- 在电影票上,如果将“15 排 25 号”记作 $(15,25)$,那么 $(8,15)$ 表示_____.
- 一只蚂蚁由点 $(0,0)$ 处先向上爬 10 个单位长度,再向右爬 5 个单位长度,再向下爬 2 个单位长度后,它所在位置的坐标是_____.
- 已知点 P 的坐标为 $(2-a,3a+6)$,且点 P 到两坐标轴的距离相等,则点 P 的坐标是_____.
- 在 y 轴左侧且到 x 轴的距离为 2,到 y 轴的距离为 3 的点的坐标为_____.
- 若 $|x+2|+|y-1|=0$,则点 $Q(2x+2,y-2)$ 在第_____象限.
- 将点 $P(a,3)$ 向左平移 2 个单位长度,得到点 $P'(-1,3)$,则点 P 的坐标是_____.
- 在平面直角坐标系中,若点 $M(1,3)$ 与点 $N(x,3)$ 之间的距离是 5,则 x 的值是_____.

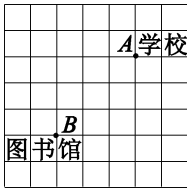
18. 如图,已知 $A_1(1,0), A_2(1,1), A_3(-1,1), A_4(-1,-1), A_5(2,-1), \dots$, 则点 A_{2007} 的坐标为_____.



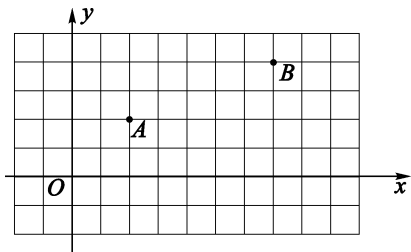
三、解答题(本大题共 6 个小题,共 56 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 8 分)
如图,方格纸中每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形. 若学校位置的坐标为 $A(2,1)$, 图书馆位置的坐标为 $B(-1,-2)$, 解答以下问题:

- (1) 在图中找出坐标系的原点, 并建立平面直角坐标系;
- (2) 若体育馆位置的坐标为 $C(2,-3)$, 请在图中标出体育馆的位置;
- (3) 顺次连接学校、图书馆、体育馆, 得到三角形 ABC , 求三角形 ABC 的面积.

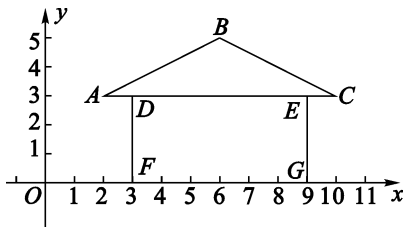


20. (本小题满分 8 分)
如图所示,已知 A, B 两村庄的坐标分别为 $(2, 2), (7, 4)$, 一辆汽车在 x 轴上行驶,从原点 O 出发.



- (1) 汽车行驶到什么位置时离 A 村最近? 写出此点的坐标;
- (2) 汽车行驶到什么位置时离 B 村最近? 写出此点的坐标.

21. (本小题满分 10 分)
如图所示.



- (1) 请写出在平面直角坐标系中的房子上的点 A, B, C, D, E, F, G 的坐标;
- (2) 小影想把房子向下平移 3 个单位长度, 你能帮他办到吗? 请作出相应图案, 并写出平移后点 A, B, C, D, E, F, G 的对应点的坐标.

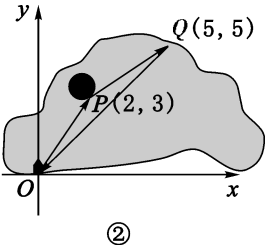
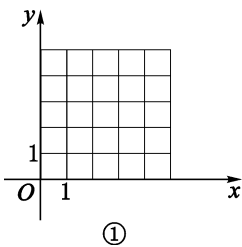
22. (本小题满分 10 分)
一动点沿着数轴向右平移 3 个单位长度, 再向左平移 2 个单位长度, 相当于向右平移 1 个单位长度. 用有理数加法表示为 $3+(-2)=1$.
若坐标平面上的点作如下平移: 沿 x 轴方向平移的数量为 a (向右为正, 向左为负, 平移 $|a|$ 个单位长度), 沿 y 轴方向平移的数量为 b (向上为正, 向下为负, 平移 $|b|$ 个单位长度), 则把有序数对 $\{a, b\}$ 叫做这一平移的“平移量”; 平移量 $\{a, b\}$ 与平移量 $\{c, d\}$ 的加法运算法则为 $\{a, b\} + \{c, d\} = \{a+c, b+d\}$.

解决问题:

(1) 计算: $\{3,1\} + \{1,2\}$; $\{1,2\} + \{3,1\}$;

(2) 动点 P 从坐标原点 O 出发,先按照平移量 $\{3,1\}$ 平移到 A ,再按照平移量 $\{1,2\}$ 平移到 B ;若先把动点 P 按照平移量 $\{1,2\}$ 平移到 C ,再按照平移量 $\{3,1\}$ 平移,最后的位置还是点 B 吗? 在图①中画出四边形 $OABC$;

(3) 如图②,一艘船从码头 O 出发,先航行到湖心岛码头 $P(2,3)$,再从码头 P 航行到码头 $Q(5,5)$,最后回到出发点 O . 请用“平移量”加法算式表示它的航行过程.



23. (本小题满分 10 分)

已知点 $A(3,1)$, $B(3,-3)$, $C(-1,-2)$.

(1) A, B 两点之间的距离为 _____;

(2) 点 C 到 x 轴的距离为 _____, 到 y 轴的距离为 _____;

(3) 求三角形 ABC 的面积;

(4) 点 P 在 x 轴上,当三角形 ABP 的面积为 10 时,求点 P 的坐标;

(5) 若点 Q 在 y 轴上运动,三角形 ABQ 的面积会发生变化吗? 若发生变化,请说明理由;若不发生变化,请求出它的面积.

24. (本小题满分 10 分)

(1) 已知点 $P(2x+3, 4x-7)$ 的横坐标减纵坐标的差为 6,求这个点到 x 轴、 y 轴的距离;

(2) 已知点 $A(2x-3, 6-x)$ 到两坐标轴的距离相等,且在第二象限,求点 A 的坐标;

(3) 已知线段 AB 平行于 y 轴,点 A 的坐标为 $(-2, 3)$,且 $AB=4$,求点 B 的坐标.

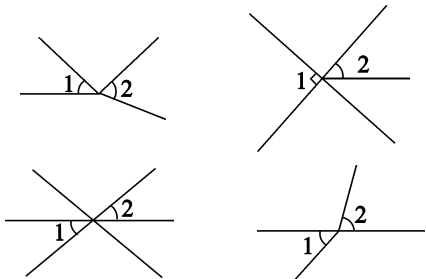


综合测评一

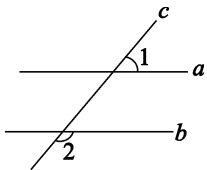
(测评时间:60 分钟 满分:100 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 2 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

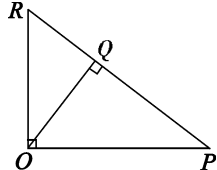
- 1. 点 $P(1,-5)$ 所在的象限是 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 2. 在下列实数中,属于无理数的是 ()
A. 0 B. -3.5
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{9}$
- 3. 下面四个图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的图形有 ()



- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个
- 4. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 ()
A. 4 B. ± 4
C. 2 D. ± 2
- 5. 如图所示,直线 $a \parallel b$,直线 c 是截线. 如果 $\angle 1 = 50^\circ$,那么 $\angle 2$ 等于 ()



第 5 题图



第 6 题图

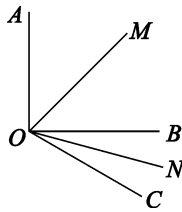
- 6. 如图所示, $PO \perp OR$, $OQ \perp PR$,则点 O 到 PR 所在直线的距离是 ()
A. 线段 PO 的长 B. 线段 RO 的长
C. 线段 OQ 的长 D. 线段 PQ 的长

- 7. 若 $\sqrt{3.4} \approx 1.844$, $\sqrt{34} \approx 5.831$,则 $\sqrt{340} \approx$ ()
A. 18.44 B. 0.1844
C. 58.31 D. 0.5831
- 8. 若点 $A(3,m+1)$ 在 x 轴上,点 $B(2-n,-2)$ 在 y 轴上,则点 $C(m,n)$ 在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 9. 在平面直角坐标系中,一个正方形三个顶点的坐标为 $(-2,-3)$, $(-2,1)$, $(2,1)$,则第四个顶点的坐标为 ()
A. $(2,2)$ B. $(3,2)$
C. $(2,-3)$ D. $(2,3)$

- 10. 下列语句中,为假命题的是 ()
A. 如果 $A(a,b)$ 在 x 轴上,那么 $B(b,a)$ 在 y 轴上
B. 如果直线 a,b,c 满足 $a \parallel b, b \parallel c$,那么 $a \parallel c$
C. 两直线平行,同旁内角互补
D. 相等的两个角是对顶角

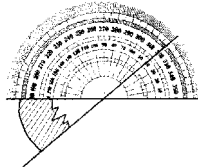
二、填空题(本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分.把答案填在题中的横线上)

- 11. 若一个数的算术平方根是 8,则这个数的立方根是_____.
- 12. 如图所示, $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle MON = 60^\circ$, OM 平分 $\angle AOB$, ON 平分 $\angle BOC$,则 $\angle AOC =$ _____.
- 13. 已知点 P 的坐标为 $(2a-7, a+4)$,且 $2a-7$ 与 $a+4$ 是一个正数的两个平方根,则点 P 的坐标是_____.



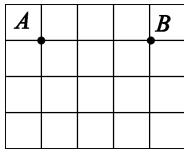
- 14. 用“ $*$ ”表示一种新运算:对于任意正实数 a,b 都有 $a * b = \sqrt{b} + 1$. 例如 $8 * 9 = \sqrt{9} + 1 = 4$,那么 $15 * 196 =$ _____, $m * (m * 16) =$ _____.

- 15. 如图所示,一个破损的扇形零件,利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数,测量的根据是_____.

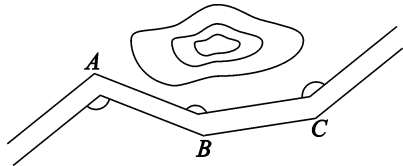


16. $\sqrt{5}-2$ 的相反数是 _____; 绝对值是 _____.

17. 如图, 在 5×4 的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 利用平面直角坐标系确定点 $A(-1,1)$ 、点 $B(2,1)$ (点 A, B 均在网格线的交点上), 在第四象限内的格点上找一点 C , 使 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 则点 C 的坐标为 _____.



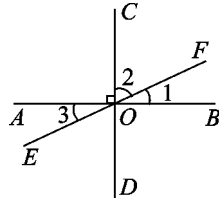
18. 如图所示, 一条公路修到湖边, 需拐弯绕湖而过. 如果第一次拐的 $\angle A$ 是 120° , 第二次拐的 $\angle B$ 是 150° , 第三次拐的是 $\angle C$, 这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行, 那么 $\angle C =$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 个小题, 共 56 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 6 分)

如图所示, $AB \perp CD$, 垂足为 O , EF 经过点 O , $\angle 1 = 25^\circ$, 求 $\angle 2, \angle 3$ 的度数.



20. (本小题满分 6 分)

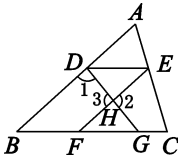
计算:

(1) $-\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \times \sqrt{16}$;

(2) $10 \times \sqrt[3]{0.027} + (-\sqrt{0.64}) \times \sqrt{400}$.

21. (本小题满分 8 分)

如图, 已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle B = \angle DEF$, 求证: $DE \parallel BC$. 请将下面的推理过程补充完整.



证明: $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),
 $\angle 2 = \angle 3$ (_____),
 $\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.
 $\therefore$ _____ $\parallel$ _____ (_____).
 $\therefore \angle B =$ _____ (_____).
 $\because \angle B = \angle DEF$ (已知),
 $\therefore \angle DEF =$ _____ (_____).
 $\therefore DE \parallel BC$ (内错角相等, 两直线平行).

22. (本小题满分 8 分)

化简:

(1) $|2 - \sqrt{2}| - (1 - \sqrt{2})$;

(2) $|\sqrt{6} - \sqrt{2}| + |\sqrt{2} - 1| - |3 - \sqrt{6}|$.

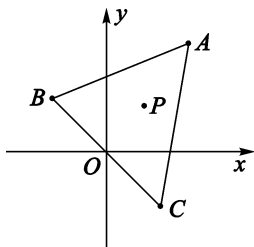


23. (本小题满分 8 分)

如图, $P(x_0, y_0)$ 为 $\triangle ABC$ 内任意一点, 若将 $\triangle ABC$ 作平移变换, 使点 A 落在点 B 的位置上. 已知 $A(3, 4), B(-2, 2), C(2, -2)$.

(1) 请直接写出点 B, C, P 的对应点 B_1, C_1, P_1 的坐标;

(2) 连接 OA , 求 $\triangle AOC$ 的面积.



24. (本小题满分 10 分)

先阅读下面的例题, 然后解答提出的问题:

设 a, b 是有理数, 且满足 $a + \sqrt{2}b = 3 - 2\sqrt{2}$, 求 b^a 的值.

解: 由题意, 得 $(a - 3) + (b + 2)\sqrt{2} = 0$. 因为 a, b 都是有理数, 所以 $a - 3, b + 2$ 也是有理数, 由于 $\sqrt{2}$ 是无理数, 所以 $b + 2 = 0, a - 3 = 0$. 所以 $b = -2, a = 3$. 所以 $b^a = (-2)^3 = -8$.

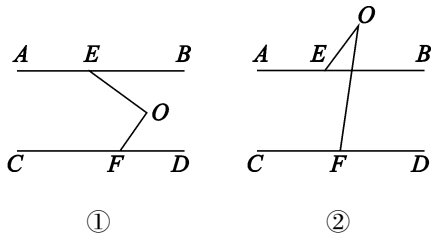
问题: 设 x, y 都是有理数, 且满足 $x^2 - 2y + \sqrt{5}y = 10 + 3\sqrt{5}$, 求 $x + y$ 的值.

25. (本小题满分 10 分)

已知直线 $AB \parallel CD$, 点 E, F 分别在直线 AB 和 CD 上.

(1) 如图①, 点 O 在直线 AB 和 CD 之间. 试猜想 $\angle BEO, \angle EOF, \angle DFO$ 之间的关系, 并说明理由.

(2) 若点 O 在直线 AB 和 CD 的外部. 如图②, (1) 中的猜想还成立吗? 若不成立, $\angle BEO, \angle EOF, \angle DFO$ 之间又有怎样的关系? 并说明理由.



第八章 二元一次方程组

学习导航

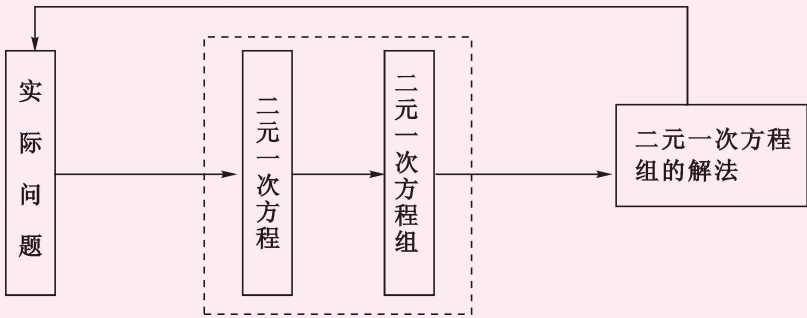
本章纵览

一日,小明在读《一千零一夜》时发现了这样一段文字:有一群鸽子,其中一部分在树上欢歌,另一部分在地上觅食,树上的一只鸽子对地上觅食的鸽子说:“若从你们中飞来一只,则地上的鸽子就是整个鸽群的三分之一;若从树上飞下去一只,则树上、地上的鸽子就一样多.”读完这段文字后,小明心想:树上、地上究竟各有多少只鸽子呢?经过反复思考,他终于用二元一次方程组的知识解决了上面的问题.于是,他感叹道:“童话里面也有数学啊!数学真是无处不在!”

亲爱的同学,涉及求多个未知数的问题是普遍存在的,而方程组是解决这些问题的有力工具.在本章的学习中,我们要经历建立二元一次方程组这种数学模型并运用它解决实际问题的过程,体会方程组的特点和作用,掌握运用方程组解决问题的一般方法,提高分析问题、解决问题的能力,增强创新精神和运用数学知识的意识.

相信通过本章的学习,我们不仅能解决众多实际问题,而且会因我们认真钻研、深刻思考而产生新的问题,我们收获的不仅仅是知识,更有对方法的领悟和能力的提升.

知识要点



学习要求

- 1. 在含有多个未知数的实际问题情境中,我们将经历分析数量关系—设未知数—列方程组—解方程组—检验结果的过程,从而体会方程组是刻画现实世界中含有多个未知数问题的数学模型.
- 2. 认真了解二元一次方程组及其相关概念,我们要灵活地设两个未知数并列方程组表示实际问题中的两种相关的等量关系.
- 3. 在具体了解解二元一次方程组的基本目标(使方程组逐步转化为 $x=a, y=b$ 的形式)的基础上,深刻体会消元思想,真正掌握解二元一次方程组的代入消元法和加减消元法,并且能根据二元一次方程组的具体形式选择适当的解法.

4. 通过探究实际问题,我们将进一步理清利用二元一次方程组解决实际问题的基本过程,体会数学的应用价值,我们分析问题、解决问题的能力会得到进一步的提高.



学法指导

1. 重视数学与实际的关系,体会其中蕴含的建模思想.

在本章的学习中,实际问题情境贯穿始终,而方程组是解决含有多个未知数问题的重要数学工具. 因此,设未知数、列方程组是本章中用数学模型表示和解决实际问题的关键步骤. 而正确地理解问题情境,分析其中的多种等量关系是设未知数、列方程的基础. 我们可以从多种角度思考,借助图形、表格、式子等进行分析,寻找等量关系.

2. 重视多元到一元的转化,体会消元思想.

解多元方程组的基本策略是“消元”,即逐步减少未知数的个数,使方程组化归为一元方程,先解出一个未知数,然后逐步解出其他未知数. 因此,在本章的学习过程中,我们不能仅仅着眼于具体题目的具体解题过程,而应不断加深对“消元”思想的领会,从整体上认识问题的本质.

8.1 二元一次方程组



问题导学

看到本章的标题,小聪认为这一章的学习内容应该和一元一次方程那一章类似;小明马上质疑:那么“组”又将产生什么新的问题呢?

聪明的同学,还记得我们在七年级上册学习的一元一次方程吗?根据你的学习经验,你认为这一学时我们将解决二元一次方程的哪些问题?你能尝试回答自己提出的什么问题?



自主学习

教材导读

1. 请同学们阅读教材 p87 的章引言.

(1) 初步了解本章我们将要学习的内容.

(2) 体会借助表格分析问题的优势.

2. 请同学们阅读教材 p88 的内容.

(1) 什么是二元一次方程?请自己尝试写出一个二元一次方程.

(2) 什么是二元一次方程组?请尝试写出一个二元一次方程组,别忘了用大括号哦!

3. 请同学们阅读教材 p89 的内容.

(1) 什么是二元一次方程的解?仿照“探究”中的方法,试着找出自己写出的方程的一些解.

(2) 什么是二元一次方程组的解?看清楚了,方程组的解与方程组一样,也要用大括号哦!

(3) 如何检验一对数值是否是一个二元一次方程组的解?

4. 按照教材中分析篮球赛问题的思路及方法,完成教材 p89 的练习.

自主测评

1. 方程 $xy=2$, $m+\frac{2}{n}=3$, $x^2+2y-7=0$, $2a-3b=5$, $5x-4y+3z=0$, $3x+4y=2+4z$ 中,是二元一次方程的有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

2. 下列方程组是二元一次方程组的是 ()

- A. $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x+y=5, \\ 3x-z=4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x+\frac{1}{y}=1, \\ y=2x \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=4, \\ xy=1 \end{cases}$

3. 方程组 $\begin{cases} x-y=3, \\ 3x-8y=14 \end{cases}$ 的解为 ()

- A. $\begin{cases} x=-1, \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1, \\ y=-2 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=-2, \\ y=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2, \\ y=-1 \end{cases}$

4. 若关于 x, y 的二元一次方程 $3x-ay=1$ 有一个解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=2, \end{cases}$ 则 $a=$ _____.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

$m+\frac{2}{n}=3$ 是不是二元一次方程?



合作学习

难点探究

1. 观察方程 $2x-y=1$, $y-4=x$, $5x+2y=x-3y$ 与

$\frac{1}{x}+2y=3$ 有何本质不同? $\frac{1}{x}+2y=3$ 不能称为二元一次方程的原因是什么? 写出几个一元一次方程, 观察并思考: 哪类方程是用“元”和“次”来定义的?

2. 根据什么知识可以验证一对数值是不是某个二元一次方程或二元一次方程组的解? 如何验证?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!

展示交流

1. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x-y=m, \\ x+my=n \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases}$ 则 $|m-n|$ 的值是 ()
- A. 5 B. 3
C. 2 D. 1

2. “方程”是现实生活中十分重要的数学模型. 请你结合你的生活实际编写一道二元一次方程组的应用题, 使所列出的二元一次方程组为 $\begin{cases} x=2y, \\ x+y=60. \end{cases}$

3. 下列说法中正确的是 ()

A. 方程 $2x+5y=15$ 的所有解是方程组

$$\begin{cases} 2x+5y=15, \\ 3x+2y=1 \end{cases} \text{ 的解}$$

B. 方程 $2x+5y=15$ 的所有解不是方程组

$$\begin{cases} 2x+5y=15, \\ 3x+2y=1 \end{cases} \text{ 的解}$$

C. 方程组 $\begin{cases} 2x+5y=15, \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ 的解不是方程 $2x+5y=15$ 的解

D. 方程组 $\begin{cases} 2x+5y=15, \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ 的解是方程 $2x+5y=15$ 的解



归纳梳理

1. 结合具体实例认识二元一次方程和二元一次方程组. 一般地, 方程中的“元”是指未知数, “次”是指含未知数的项的最高次数. 二元一次方程就是含两个未知数, 并且含未知数的项的次数都是 1 的方程. 将两个二元一次方程结合在一起, 就组成了二元一次方程组. 在二元一次方程组中共有两个未知数.

2. 二元一次方程的解是使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值, 是一对数. 一般情况下, 二元一次方程有无数个解.

3. 二元一次方程组的解是二元一次方程组中两个方程的公共解. 二元一次方程组的解应同时满足二元一次方程组中的每一个方程.



深化拓展

基础反思

1. 某次知识竞赛共有 20 道题, 规定: 每答对一道题得 +5 分, 每答错一道题得 -2 分, 不答的题得 0 分, 已知圆圆这次竞赛得了 60 分, 设圆圆答对了 x 道题, 答错了 y 道题, 则 ()

- A. $x-y=20$ B. $x+y=20$
C. $5x-2y=60$ D. $5x+2y=60$

2. 有一个两位数, 它的十位数字与个位数字之和为 6, 则符合条件的两位数有 ()

- A. 5 个 B. 6 个
C. 7 个 D. 8 个

3. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作,书中有一个问题:“今有黄金九枚,白银一十一枚,称之重适等. 交易其一,金轻十三两. 问金、银一枚各重几何?”意思是:甲袋中装有黄金 9 枚(每枚黄金重量相同),乙袋中装有白银 11 枚(每枚白银重量相同),称重两袋相等. 两袋互相交换 1 枚后,甲袋比乙袋轻了 13 两(袋子重量忽略不计). 问黄金、白银每枚各重多少两? 设每枚黄金重 x 两,每枚白银重 y 两,根据题意,得 ()

- A. $\begin{cases} 11x=9y, \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} 10y+x=8x+y, \\ 9x+13=11y \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 9x=11y, \\ (8x+y)-(10y+x)=13 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} 9x=11y, \\ (10y+x)-(8x+y)=13 \end{cases}$

能力提升

4. 若关于 x, y 的方程 $(a-2)x^2+3ax+2y=4$ 是二元一次方程,当 $x=\frac{1}{2}$ 时,求相应的 y 的值.

5. 为安置 100 名地震灾民,需要同时搭建可容纳 6 人和 4 人的两种帐篷,问有多少种搭建方案? 请逐一写出来.

拓展创新

6. 已知二元一次方程 $2x+y=8$.

(1) 填表:

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

(2) 请写出方程 $2x+y=8$ 的正整数解;

(3) 以表格中的数值 x, y 分别作为点的横坐标和纵坐标,在直角坐标系内描出各点,再顺次连接各点,得到怎样的图形?



8.2 消元——解二元一次方程组

第一学时



问题导学

二元一次方程 $2x+3y=20$ 有无数对解,如果我们知道 $x=2$,你能求出此时 y 的值吗?你的思路是什么?如果我们不知道 x 的具体数值,但知道 $x=2y-1$,根据刚才的思路,你能做什么?你这样做出现了什么“奇迹”?这个“奇迹”对你理解标题中的“消元”有何帮助?你是否找到了一种“消元”的途径?



自主学习



教材导读

1. 请同学们阅读教材 p91 例 1 之前的内容.

(1) 认真体会什么是消元思想.

(2) 以方程组 $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x+y=16 \end{cases}$ 为例,说说怎样实现消元.

(3) 什么是代入消元法?

2. 根据你对代入消元法的理解,请试着完成例 1,相信你一定能行!

3. 请同学们思考教材 p92 例 1 的解题过程.

(1) 把③代入①出现了什么结果?为什么会出现这种结果?

(2) 把 $y=-1$ 代入①或②都可以求出 x ,为什么要代入③?

(3) 反思自己解题的思路是否正确,过程是否规范.

4. 请同学们思考教材 p92 的例 2.

(1) 方程 $5x=2y$ 是依据题目中哪个相等关系得到的?为什么不写成 $x \dot{y}=2 \dot{5}$ 或 $\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$? 这样的方程是二元一次方程吗?

(2) 瓶装消毒液的单位与生产消毒液的单位一致吗?

自主测评

1. 方程组 $\begin{cases} y=2x, \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=4, \\ y=3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=4, \\ y=8 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=3, \\ y=6 \end{cases}$

2. 由方程组 $\begin{cases} 2x+m=1, \\ y-3=m \end{cases}$ 可得出 x 与 y 的关系是 ()

A. $2x+y=4$

B. $2x-y=4$

C. $2x+y=-4$

D. $2x-y=-4$

3. 六一儿童节,某幼儿园用 100 元钱给小朋友买了甲、乙两种不同的玩具共 30 个,单价分别为 2 元和 4 元,则该幼儿园购买了甲、乙两种玩具的个数分别为_____、_____.

4. 解方程组:
$$\begin{cases} x+3y=-1, \\ 3x-2y=8. \end{cases}$$

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

代入消元法中“代入”的依据是什么?



合作学习

难点探究

1. 同学们在用代入消元法解方程组
$$\begin{cases} 3x+4y=2, & \text{①} \\ 2x-y=5 & \text{②} \end{cases}$$
 时,出现四种不同的变形思路:

A. 由①,得 $x = \frac{2-4y}{3}$

B. 由①,得 $y = \frac{2-3x}{4}$

C. 由②,得 $x = \frac{5+y}{2}$

D. 由②,得 $y = 2x-5$

对这四种思路,你更赞同哪一种?为什么?

2. 用含其中一个未知数的式子表示另一个未知数时,如何确保变形的正确?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

1. 已知关于 x, y 的方程组
$$\begin{cases} ax-by=4, \\ 3x-y=5 \end{cases}$$
 与方程组

$$\begin{cases} ax+by=6, \\ 4x-7y=1 \end{cases}$$
 的解相同,求 a, b 的值.

2. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{x-3}{2}-3y=0, \\ 2(x-3)-11=2y. \end{cases}$$



归纳梳理

1. 解二元一次方程组的基本思想是消元.

2. 用代入消元法解二元一次方程组时,我们应选择一个未知数的系数为 1 或 -1 的方程来变形.

3. 对于复杂的方程组,应先将方程组化简(如去分母、去括号等)后,再求解.





深化拓展

基础反思

1. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} x+y=5, \\ 2x+3y=11; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y=2x-3, \\ 3x+2y=8. \end{cases}$$

2. 若 $|3x-2y-1| + \sqrt{x+y-2} = 0$, 则 x, y 的值为

A. $\begin{cases} x=1, \\ y=4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2, \\ y=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=0, \\ y=2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$

能力提升

3. 若二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ 3x-5y=4 \end{cases}$ 的解为

$$\begin{cases} x=a, \\ y=b, \end{cases} \text{ 则 } a-b =$$

A. 1

B. 3

C. $-\frac{1}{4}$

D. $\frac{7}{4}$

4. 若 $\begin{cases} x=4, \\ y=2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x=-2, \\ y=1 \end{cases}$ 都满足方程 $y=kx+b$.

(1) 求 k 和 b 的值;

(2) 当 $x=8$ 时, 求 y 的值;

(3) 当 $y=3$ 时, 求 x 的值.

拓展创新

5. 先阅读下面给出的材料, 然后再解方程组.

$$\text{解方程组} \begin{cases} \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 3, \\ \frac{3}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 10. \end{cases}$$

解: 设 $\frac{1}{x+y} = m, \frac{1}{x-y} = n$, 则原方程组可化为

$$\begin{cases} 2m-n=3, \\ 3m+4n=10, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=2, \\ n=1, \end{cases}$$

$$\text{即 } \begin{cases} x+y=\frac{1}{2}, \\ x-y=1. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=\frac{3}{4}, \\ y=-\frac{1}{4}. \end{cases}$$

这种解方程组的方法叫做“换元法”. 试用这种

$$\text{方法解方程组: } \begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{3} = 7, \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = -1. \end{cases}$$

第二学时



问题导学

课间,小聪和小明看到两个同学在玩新发明的“吞项”游戏,也称“ $2+1=1$ ”游戏.游戏规则是:一个同学写出一个式子,如 $2x-3y+\square$,另一个同学从旁边待选纸片中随机摸一张纸片,放到方框内.若纸片上的单项式能使三项瞬间变成一项(即吞项),则胜;否则输.在其他同学议论待选纸片中必须含有哪些项才可能赢时,小聪却顿生灵感:不是也可以这样消元吗?

亲爱的同学们,这个游戏对你有何启发?还可以怎样消元?



自主学习

教材导读

1. 请同学们阅读教材 p94 的第 1 个“思考”.

(1) 教材中是通过什么方法消去一个未知数的?

(2) 两个方程中同一个未知数的系数满足什么条件时,适合用此方法?

(3) 教材中②-①指的是什么?怎样减?

(4) 教材 p94 第二个“思考”中的方程组哪个未知数的系数有特点?如何消元?

2. 请同学们阅读教材 p95 的例 3.

(1) 两个方程中同一个未知数的系数既不相等也不相反,教材中是通过① $\times 3$,② $\times 2$ 进行转化的,这样转化的依据是什么?目的是什么?

(2) 请你用同样的思路及方法,消去 x 解此方程组. 要注意模仿例题,规范书写哦!

3. 请同学们阅读教材 p95 的例 4 及 p96 的内容.

(1) 3.6 hm^2 小麦是 2 台大收割机和 5 台小收割机同时工作几小时收割的?由此得到的相等关系是什么?

(2) 8 hm^2 小麦是 3 台大收割机和 2 台小收割机同时工作几小时收割的?由此得到的相等关系是什么?

(3) 例 4 的解题中,为什么要先去括号?

(4) 通过对框图的阅读、思考,再次明确用加减消元法解二元一次方程组的解题思路.

4. 未知数的系数具有什么特征的二元一次方程组用代入消元法更简单?未知数的系数具有什么特征的二元一次方程组用加减消元法更简单?请完成教材 p97 的“思考”.

自主测评

1. 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=7, \\ x+2y=8, \end{cases}$ 则 $x-y =$ _____, $x+y =$ _____.

2. 二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $\begin{cases} x=0, \\ y=2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2, \\ y=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=3, \\ y=-1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$

3. 解方程组① $\begin{cases} y=x-3, \\ 7x+5y=-9, \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x+5y=12, \\ 3x-15y=-6, \end{cases}$ 比较简单的方法是 ()

- A. 均用代入消元法
B. 均用加减消元法
C. ①用代入消元法, ②用加减消元法
D. ②用代入消元法, ①用加减消元法

4. 解方程组:

(1) $\begin{cases} x-y=5, \\ 2x+y=4; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-2y=3, \\ 3x+4y=-1. \end{cases}$

5. 为迎接新春佳节的到来, 利达超市购进甲、乙两种商品共 160 件, 其进价和售价如下表:

	甲	乙
进价(元/件)	15	35
售价(元/件)	20	45

该超市按表中售价将这批产品销售完后可获利 1 100 元, 则甲、乙两种商品分别购进多少件?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

多项式 $8x-3y$ 中各项的系数是什么? 这个问题与今天所学的知识有关系吗?



合作学习



难点探究

1. 有同学在解方程组 $\begin{cases} 8x-3y=9, \text{①} \\ 8x+4y=5 \text{ ②} \end{cases}$ 时, 得到以

下结果, 请辨析正误:

- A. ①-②, 得 $-y=4$;
B. ②-①, 得 $y=-4$;
C. ①-②, 得 $-7y=4$;
D. ②-①, 得 $7y=-4$.

2. 列方程解应用题, 寻找相等关系是难点. 请以下题为例, 与同学分享找相等关系的方法.

《孙子算经》是中国古代重要的数学著作, 其中有一段文字的大意是: 甲、乙两人各有若干钱, 如果甲得到乙所有钱的一半, 那么甲共有钱 48 文; 如果乙得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$, 那么乙也共有钱 48 文, 甲、乙两人原来各有多少钱? 设甲原有 x 文钱, 乙原有 y 文钱, 可列方程组是_____.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

若用加减消元法解方程组 $\begin{cases} 2x+3y=14, \text{①} \\ \text{_____} \text{②} \end{cases}$ 时, 得到 $4y=20$, 则方程②可能是什么?



探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!



展示交流

1. 请写出一个以 x, y 为未知数的二元一次方程组, 且同时满足下列两个条件: ①由两个二元一次方程组成; ②方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$ 这样的方程组可以是_____.

2. 某宾馆有单人间和双人间两种房间, 入住 3 个单人间和 6 个双人间共需 1 020 元, 入住 1 个单人间和 5 个双人间共需 700 元, 则入住单人间和双人间各 5 个共需_____元.



归纳梳理

1. 方程组中有一个未知数的系数为-1 或 1 时, 解方程组时用代入消元法较简单.
2. 方程组的两个方程中某个未知数的系数相反或相等时, 把这两个方程的两边分别相加或相减即可消去这个未知数.
3. 对于复杂的方程组, 应先将方程组化简(如去分母、去括号)后再求解.



深化拓展

基础反思

1. 方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ 3x-y=3 \end{cases}$ 的解是 _____.
2. 已知 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=7, \\ ax-by=1 \end{cases}$ 的一组解, 则 $a+b=$ _____.
3. 某班学生去看演出, 甲种票每张 30 元, 乙种票每张 20 元. 36 名学生购票恰好用去 860 元. 设甲种票买了 x 张, 乙种票买了 y 张, 根据题意, 可列方程组为 _____.
4. 若 x, y 互为相反数, 且 $x+3y=4$, 则 $3x-2y=$ _____.

能力提升

5. 松鼠妈妈采松子, 晴天每天可采 20 粒, 雨天每天可采 12 粒, 它一连几天共采了 112 粒松子, 平均每天采 14 粒. 求这几天中有几天晴天, 几天雨天?

6. 某厂准备生产甲、乙两种商品共 8 万件销往一些国家和地区. 已知 2 件甲种商品与 3 件乙种商品的销售收入相同, 3 件甲种商品比 2 件乙种商品的销售收入多 1 500 元. 甲种商品与乙种商品的销售单价各多少元?

拓展创新

7. 某商店将巧克力包装成方形、圆形礼盒出售, 且每盒方形礼盒的价钱相同, 每盒圆形礼盒的价钱相同. 阿郁原先想购买 3 盒方形礼盒和 7 盒圆形礼盒, 但他身上的钱会差 240 元, 如果改成购买 7 盒方形礼盒和 3 盒圆形礼盒, 他身上的钱会剩下 240 元. 若阿郁最后购买 10 盒方形礼盒, 则他身上的钱会剩下多少元?



8.3 实际问题与二元一次方程组

第一学时



问题导学

课间,小明对小聪说:“我用 8 元钱买单价为 2 元钱的中性笔和单价为 1 元钱的铅笔,你知道我各买了几支吗?”小聪略一沉思,说有三种可能.

亲爱的同学,小聪是如何分析的?我们怎样才能得到唯一确定的答案呢?



自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p99“探究 1”的内容.

1. 要想回答这个实际问题,我们需要知道哪些数据?

2. 675 kg 饲料是几头大牛、几头小牛一天所需?
940 kg 饲料是几头大牛、几头小牛一天所需?

3. 这个实际问题中的相等关系有几个?请找出来,并用简洁的文字表达.

4. 完成教材“探究 1”的分析.

自主测评

1. 5 月份,甲、乙两个工厂用水量共为 200 吨. 进入夏季用水高峰期后,两工厂积极响应国家号召,采取节水措施. 6 月份,甲工厂用水量比 5 月份减少了 15%,乙工厂用水量比 5 月份减少了 10%,

两个工厂 6 月份用水量共为 174 吨,求两个工厂 5 月份的用水量各是多少. 设甲工厂 5 月份用水量为 x 吨,乙工厂 5 月份用水量为 y 吨,根据题意列关于 x, y 的方程组为_____.

2. 某校八年级师生共 466 人准备参加社会实践活动. 现已预备了 49 座和 37 座两种客车共 10 辆,刚好坐满. 设 49 座客车 x 辆,37 座客车 y 辆,根据题意可列出方程组 ()

A. $\begin{cases} x+y=10, \\ 49x+37y=466 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+y=10, \\ 37x+49y=466 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=466, \\ 49x+37y=10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+y=466, \\ 37x+49y=10 \end{cases}$

3. 某体育用品专卖店销售 7 个篮球和 9 个排球的总利润为 355 元,销售 10 个篮球和 20 个排球的总利润为 650 元. 求每个篮球和每个排球的销售利润分别是多少元.

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

“问题导学”中的问题与“自主测评”中的第 3 题的异同是……



合作学习

难点探究

1. 对于“问题导学”中小聪的回答,小明马上说他共买了 5 支笔. 这次小聪的答案又是什么?

2. 对于“问题导学”中的问题,你能替小明增加一个条件,再考考小聪吗?

3. 求出两个未知量的关键是什么?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!

展示交流

团体购买公园门票的收费标准如下:

购票人数	1~50	51~100	100人以上
每人门票/元	13	11	9

今有甲、乙两个旅行团,已知甲团人数不超过 50 人,乙团人数不超过 100 人. 若分别购票,两团共计应付门票费 1 392 元;若合在一起作为一个团体购票,总计应付门票费 1 080 元.

- (1) 请你判断乙团的人数是否也不超过 50 人?
- (2) 求甲、乙两旅行团各有多少人?



归纳梳理

二元一次方程组是解决两个未知数问题的有效模型. 运用二元一次方程组解决实际问题的步骤:

- (1) 弄清题意和题目中的数量关系,用字母(如 x, y) 表示题目中的两个未知数;
- (2) 找出能够表示应用题全部含义的两个相等关系;
- (3) 根据这两个相等关系列出需要的代数式,从而列出方程并组成方程组;
- (4) 解这个方程组,求出未知数的值;
- (5) 根据应用题的实际意义,检查求得的结果是否合理,写出答案.



深化拓展

基础反思

1. 甲地到乙地的高速公路全长 420 千米,一辆小汽车和一辆客车同时从甲、乙两地相向开出,经过 2.5 小时相遇,相遇时,小汽车比客车多行驶 70 千米. 设小汽车和客车的平均速度分别为 x 千米/时和 y 千米/时,则下列方程组正确的是 ()

- A. $\begin{cases} x+y=70, \\ 2.5x+2.5y=420 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x-y=70, \\ 2.5x+2.5y=420 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+y=420, \\ 2.5x-2.5y=70 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} 2.5x+2.5y=420, \\ 2.5x-2.5y=70 \end{cases}$

2. 我国古代数学著作《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题,译文为:“现有几个人共同购买一个物品,每人出 8 元,则多 3 元;每人出 7 元,则差 4 元. 这个物品的价格是多少元?” 请你解答该题.



能力提升

3. 某水产养殖大户一次性收购了 20 000 kg 淡水鱼, 计划养殖一段时间后再出售. 已知每天放养的费用相同, 放养 10 天的总成本为 30.4 万元; 放养 20 天的总成本为 30.8 万元 (总成本 = 放养总费用 + 收购成本). 设每天的放养费用是 a 万元, 收购成本为 b 万元, 求 a 和 b 的值.

4. 如图, 两根铁棒直立于桶底水平的木桶中, 在桶中加入水后, 一根露出水面的长度是它的 $\frac{1}{3}$, 另一根露出水面的长度是它的 $\frac{1}{5}$. 两根铁棒长度之和为 220 cm, 此时木桶中水的深度是多少?



拓展创新

5. 某商场计划拨款 9 万元从厂家购进 50 台电视机. 已知厂家生产三种不同型号的电视机, 出厂价分别为甲种每台 1 500 元, 乙种每台 2 100 元, 丙种每台 2 500 元.

(1) 若商场同时购进其中两种不同型号的电视机 50 台, 用去 9 万元, 请你研究一下商场的进货方案;

(2) 若商场销售一台甲种电视机可获利 150 元, 销售一台乙种电视机可获利 200 元, 销售一台丙种电视机可获利 250 元. 在同时购进两种不同型号电视机的方案中, 为使销售利润较多, 你选择哪一种进货方案?

第二学时



问题导学

手工课上,老师让学生用一块长方形的硬纸板(如图),裁去四个小正方形,做一个无盖的长方体小盒(不计接缝).若纸板的周长为90 cm,做成的长方体纸盒的长比宽的2倍少2 cm,聪明的你能求出纸盒的体积吗?



自主学习

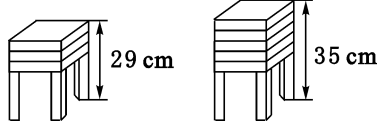
教材导读

请同学们阅读教材 p99 的“探究 2”.
1. 甲、乙两种作物的单位面积产量的比是 1 2, 换一种表述可以是:乙种作物单位面积的产量是甲种作物单位面积产量的多少倍?

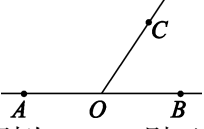
- 2. 单位面积产量和总产量有何关系?
- 3. 为解决这个问题,你找到的能表达本题全部含义的相等关系是什么?
- 4. 完成教材中对本题的解答.

自主测评

1. 商店里把塑料凳整齐地叠放在一起,根据图中的信息,当有 10 张塑料凳整齐地叠放在一起时,其高度是_____ cm.



2. 如图所示,射线 OC 的端点 O 在直线 AB 上,∠AOC 的度数比 ∠BOC 的度数的 2 倍多 10°. 设 ∠AOC 和 ∠BOC 的度数分别为 x° , y° , 则正确的方程组是 ()



- A. $\begin{cases} x+y=180, \\ x=y+10 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x+y=180, \\ x=2y+10 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+y=180, \\ x=10-2y \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x+y=90, \\ x=10-2y \end{cases}$

3. 小强同学生生日的月数减去日数为 2, 月数的两倍和日数相加为 31, 则小强同学生生日的月数和日数的和是多少?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

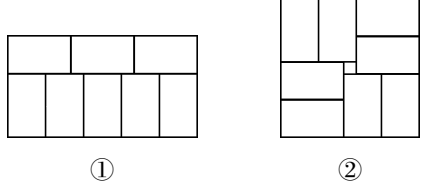
“探究 2”中划分土地的方法是唯一的吗?



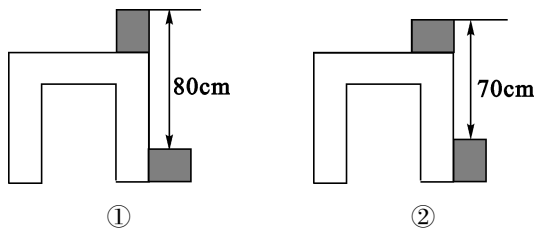
合作学习

难点探究

1. 小明在拼图时,发现 8 个一样大小的长方形恰好可以拼成一个大长方形,如图①所示. 小红看见了,说:“我来试一试.”结果小红七拼八凑,拼成了如图②所示的正方形,但是中间还留一个小洞,小洞恰好是边长为 2 cm 的正方形! 你能算出小长方形的长和宽分别是多少吗?



2. 利用两个长方体木块测量一张桌子的高度, 首先按图①所示方式放置, 再交换两木块的位置, 按图②所示方式放置. 测量的数据如图, 则桌子的高度是 ()



- A. 73 cm B. 74 cm
C. 75 cm D. 76 cm

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!

展示交流

1. 某专卖店有 A, B 两种商品. 已知在打折前, 买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1 080 元, 买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元; A, B 两种商品打相同折以后, 某人买 500 件 A 商品和 450 件 B 商品一共比不打折少花 1 960 元, 计算打了多少折?

2. 某校为七年级学生安排宿舍, 若每间宿舍住 5 人, 则有 4 人住不下; 若每间宿舍住 6 人, 则有 1 间宿舍住 4 人, 且空 2 间宿舍. 求该校七年级寄宿生人数及宿舍间数.



归纳梳理

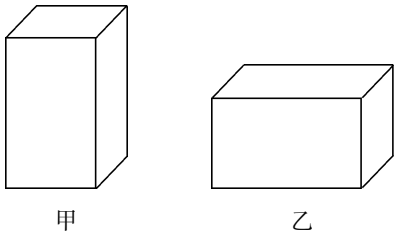
1. 与几何图形有关的问题, 常以图形的性质、周长、面积等作相等关系.
2. 产品配套问题中, 常以加工总量成比例作为相等关系.
3. 分析盈亏问题时, 一定要从盈(过剩)、亏(不足)两个角度来把握事物的总量.



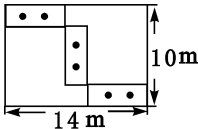
深化拓展

基础反思

1. 某纸品厂为了制作甲、乙两种无盖的长方体纸盒(如图), 利用边角料裁出正方形和长方形两种硬纸片, 长方形的宽和正方形的边长相等. 现将 150 张正方形硬纸片和 300 张长方形硬纸片全部用于制作这两种纸盒, 可以制成甲、乙两种纸盒各多少个?



2. 如图, 在长为 14 m, 宽为 10 m 的长方形展厅, 设计三个形状、大小完全一样的小长方形摆放水仙花, 则每个小长方形的周长是多少?



能力提升

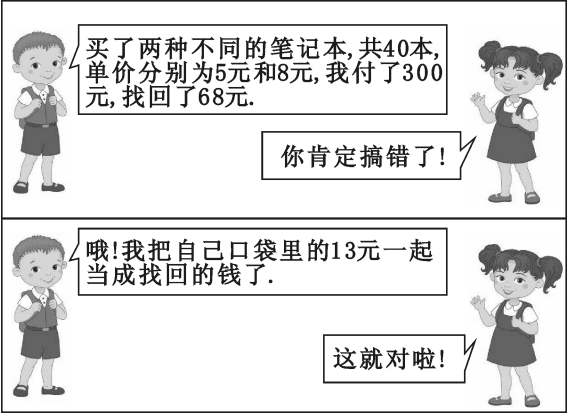
3. 滴滴快车是一种便捷的出行工具,计价规则如下表:

计费项目	里程费	时长费	远途费
单价	1.8 元/千米	0.3 元/分钟	0.8 元/千米
注:车费由里程费、时长费、远途费三部分组成,其中里程费按行车的实际里程计算;时长费按行车的实际时间计算;远途费的收取方式为:行车里程7千米以内(含7千米)不收远途费,超过7千米的,超出部分每千米收0.8元.			

小王与小张各自乘坐滴滴快车,行车里程分别为6千米与8.5千米,如果下车时两人所付车费相同,那么这两辆滴滴快车的行车时间相差 ()

A. 10 分钟 B. 13 分钟
C. 15 分钟 D. 19 分钟

4. 某班将举行“数学知识竞赛”活动.班长安排小明购买奖品,下面两幅图是小明买回奖品时与班长的对话情境:



请根据上面的信息,解决下列问题:

(1) 试计算两种笔记本各买了多少本?

(2) 请你解释:找回的钱为什么不可能是68元?

拓展创新

5. 观察下表:

序号	1	2	3	...
图形			$x \ x \ x \ x$	
		$x \ x \ x$	$y \ y \ y$	
	$x \ x$	$y \ y$	$x \ x \ x \ x$	
	y	$x \ x \ x$	$y \ y \ y$	...
	$x \ x$	$y \ y$	$x \ x \ x \ x$	
		$x \ x \ x$	$y \ y \ y$	
			$x \ x \ x \ x$	

我们把某格中字母和所得到的多项式称为特征多项式,例如第1格的“特征多项式”为 $4x+y$. 回答下列问题:

- (1) 第3格的“特征多项式”为 _____, 第4格的“特征多项式”为 _____, 第 n 格的“特征多项式”为 _____;
- (2) 若第1格的“特征多项式”的值为-10, 第2格的“特征多项式”的值为-16, 求 x, y 的值.



第三学时



问题导学

进入汛期,七年级(1)班的同学们到水库去调查汛情.水库一共有 10 个泄洪闸,现在水库的水位已超过安全线,上游的河水仍以一个不变的速度流入水库.

同学们经过一天的观察和测量,做了如下记录:上午打开 1 个泄洪闸,在 2 小时内水位继续上涨了 0.06 m;下午再打开 2 个泄洪闸后,4 小时内水位下降了 0.1 m. 目前水位仍超过安全线 1.2 m.

如果打开 5 个泄洪闸,还需几小时水位可降到安全线?

聪明的你能解决这个问题吗? 若有困难,别着急,相信通过本学时的学习,你一定能找到解决问题的突破口.



自主学习



教材导读

请同学们阅读教材 p100、p101 的有关内容.

1. “探究 3”问题中的一些条件是用示意图给出的,这种表达形式的好处是什么? 你从中获取了哪些信息? 这些信息能帮助我们表示出哪些量?

2. 你能说出教材中设产品数量、原料数量的理由吗? 这样设未知数对你有何启发?

3. 题中公路运价为 1.5 元/(t · km) 的含义是什么? 公路总运费由几部分组成? 铁路总运费呢? 运价与哪些量有关?

4. 试着完成教材 p101 的表格. 这个表格对你解决诸如此类的问题有何启发?

5. 完成教材中的解题过程.

自主测评

1. 我国明代数学《算法统宗》一书中有这样一道题:一支竿子一条索,索比竿子长一托,对折索子来量竿,却比竿子短一托. 如果 1 托为 5 尺,那么索长为 _____ 尺,竿子长为 _____ 尺.

2. 为解决中小学大班额问题,某市各县区今年将改扩建部分中小学,某县计划对 A、B 两类学校进行改扩建,根据预算,改扩建 2 所 A 类学校和 3 所 B 类学校共需资金 7 800 万元,改扩建 3 所 A 类学校和 1 所 B 类学校共需资金 5 400 万元. 改扩建 1 所 A 类学校和 1 所 B 类学校所需资金分别是多少万元?

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

解决“问题导学”中的问题直接设未知数可以吗?



合作学习



难点探究

1. 分析“问题导学”中的问题材料,水位的高低与哪几个量有关,降到安全线的条件是什么?

2. 基于上述分析,我们应先求出单位时间内河水的流入使水位上升的高度及每个闸门泄洪可使水位下降的高度. 因此,我们应设什么? 题中的两个相等关系是什么? 据此可列的方程组是什么? 所列方程组的解是多少?

3. 现在你能回答“问题导学”中的问题了吗?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!



展示交流

1. 小明在某商店购买商品 A, B 共三次,只有一次购买时,商品同时打折,其余两次均按标价购买,

三次购买商品 A, B 的数量和费用如下表:

	购买商品 A 的数量/个	购买商品 B 的数量/个	购买总费 用/元
第一次购物	6	5	1 140
第二次购物	3	7	1 110
第三次购物	9	8	1 062

(1) 小明以折扣价购买商品是第_____次购物;

(2) 求商品 A, B 的标价;

(3) 若商品 A, B 的折扣相同,则商店是打几折出售这两种商品的?

2. 某足球协会举办了一次足球联赛,其计分规则及奖励方案如下:

	胜一场	平一场	负一场
积分	3	1	0
奖金/(元/人)	1 500	700	0

当比赛进行到第 12 轮结束(每队均需比赛 12 场)时, A 队共积得 19 分. 每赛一场,每个参赛队员均得出场费 500 元. 设 A 队其中一名参赛队员所得的奖金与出场费的和为 W (元).

(1) 试说明 W 是否等于 17 500 元;

(2) 请通过计算,判断 A 队胜、平、负各几场,并说明 W 可能取到的最大值.



归纳梳理

- 1. 工程问题
基本关系式: 工作量 = 工作效率 × 工作时间.
分类:
(1) 一般的工程问题.
(2) 工作量为 1 的工程问题.
- 2. 增长率问题
关系式: (1) 增长量 = 原有量 × 增长率.
(2) 原有量 = 现有量 - 增长量.
(3) 现有量 = 原有量 × (1 + 增长率).
- 3. 数字问题
有关两位数的基本相等关系式: 两位数 = 十位数字 × 10 + 个位数字.
- 4. 行程问题
基本关系式: 路程 = 速度 × 时间.
相遇问题: 甲行程 + 乙行程 = 总路程.
追及问题:
(1) 同时不同地: 前者行程 + 两者间的距离 = 追者行程.
(2) 同地不同时: 前者所用的时间 - 多用时间 = 追者所用时间.
- 5. 产品配套问题
相等关系: 加工总量成比例.
- 6. 盈亏问题
关键从盈(过剩)、亏(不足)两个角度来把握事情的总量.
- 7. 几何图形问题
基本关系: 有关几何图形的性质、周长、面积等计算公式.



深化拓展

基础反思

1. 某中学为打造书香校园, 计划购进甲、乙两种规格的书柜放置新购进的图书. 调查发现, 若购买甲种书柜 3 个、乙种书柜 2 个, 共需资金 1 020 元; 若购买甲种书柜 4 个、乙种书柜 3 个, 共需资金 1 440 元. 甲、乙两种书柜每个的价格分别是多少元?

能力提升

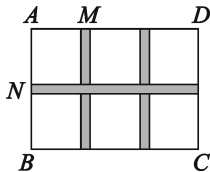
2. 电脑中有一种游戏——蜘蛛纸牌, 开始游戏前有 500 分的基本分, 游戏规则如下: ①操作一次减 x 分; ②每完成一列加 y 分. 有一次小明在玩这种“蜘蛛纸牌”游戏时, 随手用表格记录了两个时段的电脑显示:

	第一时段	第二时段
完成列数	2	5
分数	634	898
操作次数	66	102

- (1) 求 x, y 的值;
- (2) 若小明最终完成此游戏(即完成 10 列), 分数是 1 182, 则他一共操作了多少次?

拓展创新

3. 某校规划在一块长 AD 为 18 m, 宽 AB 为 13 m 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD, AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮. 如图, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比为 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?



* 8.4 三元一次方程组的解法



问题导学

为确保信息安全,信息需加密传输,发送方由明文→密文(加密),接收方由密文→明文(解密).假设加密规则为:明文 x, y, z 对应密文 $2x+3y, 3y+4z, 4z+2x$. 例如:明文 1, 2, 3 对应密文 8, 18, 14. 现已知接收方收到的密文为 23, 39, 32, 你知道解密后得到的明文是什么吗?

学习了三元一次方程组的解法后,上述问题就可以迎刃而解了.



自主学习

教材导读

请同学们阅读教材 p103~p105 的有关内容.

1. 什么是三元一次方程组?

2. 解三元一次方程组的基本思路是什么? 基本思想呢?

3. 教材例 1 中为何先由②③消去 y ? 你获得的解题经验是什么? 该题还可以怎样解?

4. 教材例 2 中为何先消 c ?

自主测评

1. 下列方程组为三元一次方程组的是 ()

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \begin{cases} x+2y=3, \\ -y+z=3, \\ z-3c=1 \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} 4a-3b=5, \\ 5a-2b=7, \\ 2a-b=3 \end{cases} \\ \text{C. } \begin{cases} xy-2z=4, \\ 2x-2yz=5, \\ 3xz+2y=7 \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} a=1, \\ \frac{1}{2}b=2, \\ b-c=7 \end{cases} \end{array}$$

2. 解方程组 $\begin{cases} 3x+2y-z=3, \\ 2x-3y+z=11, \\ x+y+z=12 \end{cases}$ 时, 宜先消去 _____, 得到关于 _____ 的二元一次方程组.

3. 解三元一次方程组:

$$\begin{cases} 2x+3y+z=38, \\ 3x+4y+2z=56, \\ 4x+5y+z=66. \end{cases}$$

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面

由三元一次方程组到二元一次方程组, 应先消去一个未知数, 选择先消哪个未知数, 有无规律可循呢?



合作学习

难点探究

1. 只有一个方程是二元一次方程的三元一次方

程组, 如 $\begin{cases} x-2y=9, \\ x+y-z=7, \\ 2x-3y+z=12, \end{cases}$ 我们通常将方程组中的两个

三元一次方程通过代入消元法或加减消元法消去二元一次方程中缺少的未知数, 得到一个二元一次方程, 并与方程组中的二元一次方程联立组成一个二元一次方程组, 并解之. 那么有两个方程都是二元一次方程的三元一次方程组, 我们又该如何确定

先消哪个未知数呢? 请以 $\begin{cases} 2x-3y=1, & \textcircled{1} \\ 2x-z=5, & \textcircled{2} \\ x+3y+z=4 & \textcircled{3} \end{cases}$ 为例进行探究, 你有几种解法?

2. 若方程组中每个方程都是三元一次方程时, 我们又该如何确定先消哪个未知数? 请以 $\begin{cases} 2x+4y-3z=9, \\ 3x-2y-4z=8, \\ 5x-6y-5z=7 \end{cases}$ 为例进行探究.

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面

可否将 $x+3y=y-2z=x+z=5$ 改写成方程组的形式?



探究展示

问题共析 要积极发言, 及时总结哦!

展示交流

解方程组: $\begin{cases} x-y=32, & \textcircled{1} \\ y-z=54, & \textcircled{2} \\ x+y+z=66. & \textcircled{3} \end{cases}$



归纳梳理

与解二元一次方程组类似, 解三元一次方程组的思想也是消元, 即运用代入消元法或加减消元法, 先将三元一次方程组中的一个未知数消去, 使之转化为二元一次方程组, 再消去一个未知数转化为一元一次方程. 学习本学时知识时, 同学们应注意体会“三元→二元→一元”的消元方法和“化未知为已知”的化归思想.



深化拓展

基础反思

1. 已知方程组 $\begin{cases} 2x-y+z=5, \\ 5x+8y-z=9, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的值为

()

A. 14 B. 2 C. -14 D. -2

2. 某校组织课外活动, 一共 50 人, 分 A, B, C 三组, B 组人数是 A, C 两组人数和的 $\frac{1}{4}$, A 组人数恰好是 B, C 两组人数之和, 则 A, B, C 三组人数分别为_____.

3. 解方程组: $\begin{cases} 2x+y-3z=3, \\ 3x-y+2z=-1, \\ x-y-z=5. \end{cases}$

能力提升

4. 三个实数按从小到大的顺序排列为 a, b, c , 把其中每两个数作和得到的三个数分别是 11, 17, 38, 则 $b=$ _____.

拓展创新

5. 某步行街摆放有若干盆甲、乙、丙三种造型的盆景. 甲种盆景由 15 朵红花、24 朵黄花和 25 朵紫花搭配而成, 乙种盆景由 10 朵红花和 12 朵黄花搭配而成, 丙种盆景由 10 朵红花、18 朵黄花和 25 朵紫花搭配而成. 这些盆景一共用了 2 900 朵红花, 3 750 朵紫花, 则黄花一共用了_____朵.

第八章小结



自主学习



教材导读

1. 请同学们阅读教材 p110 的有关内容. 以下题为例, 认识本章知识结构图, 加深对数学建模思想和列、解二元一次方程组的基本过程的理解.

请你阅读下面的诗句, 并解决诗句中提出的问题. “一群老人去赶集, 半路买了一堆梨. 一人一个多一个, 一人两个少两梨. 请问君子知道否, 几位老人几个梨?”

2. 解方程组中的消元思想, 即逐步使方程中未知数的个数减少, 直至化为一元, 是解方程组的基本指导思想. 在这种思想的指导下, 我们可以通过哪几种方法实现消元? 请以下题为例, 说明使用这些方法的具体解题思路.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} x+y=5, & \text{①} \\ 2x-y=1. & \text{②} \end{cases}$$



自主测评

1. 篮球比赛中, 每场比赛都要分出胜负, 每队胜一场得 2 分, 负一场得 1 分, 艾美所在的球队在 8 场比赛中得 14 分. 若设艾美所在的球队胜 x 场, 负 y 场, 则可列出方程组为 _____.

2. 方程组 $\begin{cases} x+y=10, \\ 2x+y=16 \end{cases}$ 的解是 ()

- A. $\begin{cases} x=6, \\ y=4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=5, \\ y=6 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=3, \\ y=6 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2, \\ y=8 \end{cases}$

3. 方程 $x+2y=5$ 的非负整数解有 ()

- A. 0 组 B. 1 组
C. 2 组 D. 3 组

收获与问题 请把自主学习环节中的收获与问题记录在下面



合作学习



难点探究

准确理解二元一次方程、二元一次方程组的概念.

1. 方程 $\blacksquare x+3y=x-1$ 是二元一次方程, “ $\blacksquare$ ”是被弄污的 x 的系数, 请你推断“ $\blacksquare$ ”的值 ()

- A. 不可能是 -1
B. 不可能是 -2
C. 不可能是 1
D. 不可能是 2

解多元方程组的基本指导思想是消元, 基本方法是代入消元法和加减消元法.

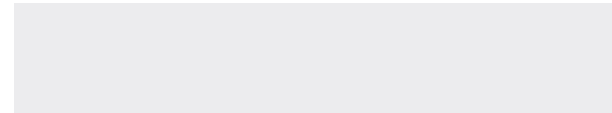
2. 已知 $\begin{cases} x-3y+2z=0, \\ 3x-3y-4z=0, \end{cases}$ 则 $x:y:z$ 的值是多少?

组内问题归结 请把组内不能解决的问题记录在下面



探究展示

问题共析 要积极发言,及时总结哦!



展示交流

李明同学早上骑自行车上学,中途因道路施工步行一段路,到学校共用时 15 min,他骑自行车的平均速度是 250 m/min,步行的平均速度是 80 m/min,他家离学校的距离是 2 900 m. 如果他骑车和步行的时间分别为 x min, y min,那么列出的方程组是 ()

A. $\begin{cases} x+y=\frac{1}{4}, \\ 250x+80y=2\,900 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=15, \\ 80x+250y=2\,900 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=\frac{1}{4}, \\ 80x+250y=2\,900 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=15, \\ 250x+80y=2\,900 \end{cases}$



归纳梳理

我们应该从以下三个方面掌握本章所学知识:

1. 概念——二元一次方程、二元一次方程的解;二元一次方程组、二元一次方程组的解.

2. 解法——在消元化归思想的指引下,我们可以通过代入消元法或加减消元法实现消元,从而将多元方程转化为一元方程.

3. 应用——列方程组解决实际问题最关键的是要在认真审题的基础上找出能表示本题全部含义的相等关系,这是列方程的依据.



深化拓展

基础反思

1. 为庆祝儿童节,某小学组织师生共 360 人参加游园活动,有 A, B 两种型号的车可供租用,两种客车载客量分别为 45 人和 30 人,要求每辆车必须满载,则师生一次性全部到达公园的租车方案有 ()

- A. 3 种 B. 4 种
C. 5 种 D. 6 种

2. 某年级学生共有 246 人,其中男生人数 y 比女生人数 x 的 2 倍少 2 人,则下面所列的方程组中符合题意的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=246, \\ 2y=x-2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=246, \\ 2x=y+2 \end{cases}$

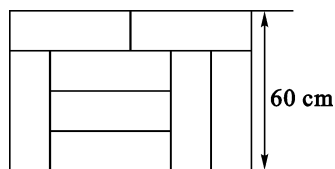
C. $\begin{cases} x+y=246, \\ y=2x+2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=246, \\ 2y=x+2 \end{cases}$

3. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2ax+by=3, \\ ax-by=1 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases}$ 则 $a-2b$ 的值是 ()

- A. -2 B. 2
C. 3 D. -3

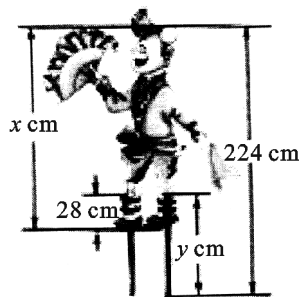
能力提升

4. 如图所示,用 8 块相同的长方形地砖拼成一个长方形,求每块长方形地砖的长和宽分别是多少.



拓展创新

5. 如图,在踩高跷表演中,已知演员身高是高跷长度的 2 倍,高跷与腿重合部分的长度是 28 cm,演员踩在高跷上时,头顶距离地面的高度为 224 cm. 设演员的身高为 x cm,高跷的长度为 y cm,求 x, y 的值.



第八章 数学能力提升与评价

本章体现的数学能力主要有应用意识和模型思想.

一、应用意识

学了本章,要求我们要有敏锐的应用意识,要善于从实际生活中发现问题,进而剖析问题的实质:这个问题能用哪些数学知识和方法解决?强烈的应用意识,将有助于养成我们思考问题的好习惯,提高我们解决实际问题的能力.

[能力提升]

例 1 某校计划为学校足球队购买一批足球,已知购买 2 个 A 品牌的足球和 3 个 B 品牌的足球共需 380 元;购买 4 个 A 品牌的足球和 2 个 B 品牌的足球共需 360 元. 求 A, B 两种品牌足球的单价.

分析: 设 A 品牌足球的单价为 x 元, B 品牌足球的单价为 y 元, 根据“购买 2 个 A 品牌的足球和 3 个 B 品牌的足球共需 380 元; 购买 4 个 A 品牌的足球和 2 个 B 品牌的足球共需 360 元”列出方程组并解答.

解: 设 A 品牌足球的单价为 x 元, B 品牌足球的单价为 y 元, 依题意, 得
$$\begin{cases} 2x+3y=380, \\ 4x+2y=360. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=40, \\ y=100. \end{cases}$$

答: A 品牌足球的单价为 40 元, B 品牌足球的单价为 100 元.

[自我评价]

1. 学校准备租用一批汽车, 现有甲、乙两种大客车, 甲种客车每辆载客量 45 人, 乙种客车每辆载客量 30 人. 已知 1 辆甲种客车和 3 辆乙种客车共需租金 1 240 元, 3 辆甲种客车和 2 辆乙种客车共需租金 1 760 元. 求 1 辆甲种客车和 1 辆乙种客车的租金分别是多少元?

二、模型思想

一张 100 元人民币兑换成 10 元、20 元、50 元的人民币, 你有几种兑换方式? 生活中司空见惯的一个问题, 若能变成简洁的数学问题, 建立三元或二元一次方程组的模型, 我们就会为各种兑换方式找到依据, 并罗列出所有兑换方式. 这就是数学模型的魅力! 通过建立数学模型, 可以更好地体会和理

解二元或三元方程(组)与外部世界的联系, 利用方程组可更加有效、高效地解决实际问题.

[能力提升]

例 2 有若干只鸡和兔关在一个笼子里, 从上面数, 有 30 个头; 从下面数, 有 84 条腿, 问笼中各有几只鸡和兔?

分析: 设有鸡 x 只, 兔 y 只, 用含 x, y 的式子表示出鸡和兔的腿, 即 $2x, 4y$, 依据两个相等关系: 鸡头+兔头=30, 鸡腿+兔腿=84, 即可得到方程组, 问题得以解决.

解: 设这个笼中的鸡有 x 只, 兔有 y 只,

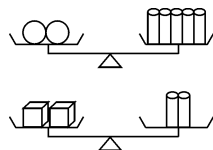
根据题意, 得
$$\begin{cases} x+y=30, \\ 2x+4y=84. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=18, \\ y=12. \end{cases}$$

答: 笼子里鸡有 18 只, 兔有 12 只.

[自我评价]

2. 如图, 两个天平都平衡, 则与 2 个球体质量相等的正方体的个数为 ()



- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

第八章测评

(测评时间:60分钟 满分:100分)

一、选择题(本大题共10个小题,每小题3分,共30分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的)

1. 下列方程组中是二元一次方程组的是

()

A. $\begin{cases} xy=1, \\ x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x-2y=3, \\ \frac{1}{x}+y=3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x+z=0, \\ 3x-y=\frac{1}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x-2y-4=0, \\ x+y-5=0 \end{cases}$

2. 二元一次方程 $x-2y=1$ 有无数多组解,下列四组值中不是该方程的解的是

()

A. $\begin{cases} x=0, \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1, \\ y=1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1, \\ y=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1, \\ y=-1 \end{cases}$

3. 用代入法解方程组 $\begin{cases} y=1-x, \\ x-2y=4 \end{cases}$ 时,代入正确的是

()

A. $x-2-x=4$ B. $x-2-2x=4$
C. $x-2+2x=4$ D. $x-2+x=4$

4. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=5k, \\ x-y=9k \end{cases}$ 的解也是二元一次方程 $2x+3y=6$ 的解,则 k 的值是

()

A. $k=-\frac{3}{4}$ B. $k=\frac{3}{4}$

C. $k=\frac{4}{3}$ D. $k=-\frac{4}{3}$

5. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x+6y=12, \\ 3x-2y=8, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的值为

()

A. 9 B. 7

C. 5 D. 3

6. 方程 $3x+y=7$ 的正整数解有

()

A. 1组 B. 2组
C. 3组 D. 4组

7. 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x+m=4, \\ y-5=m, \end{cases}$ 则无论 m 取

何值, x, y 恒有关系式 ()

A. $x+y=1$

B. $x-y=-1$

C. $x-y=9$

D. $x+y=9$

8. 一个长方形的周长是 200 cm, 长比宽的 3 倍少 4 cm, 则长、宽各是多少? 设长为 x cm, 宽为 y cm, 由题意列出方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=100, \\ 3y+4=x \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=200, \\ x=3y-4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2(x+y)=200, \\ x+4=3y \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=100, \\ x-3y=4 \end{cases}$

9. 成渝路内江至成都段全长 170 千米, 一辆小汽车和一辆客车同时从内江、成都两地相向开出, 经过 1 小时 10 分钟相遇. 相遇时, 小汽车比客车多行驶 20 千米. 设小汽车和客车的平均速度分别为 x 千米/时和 y 千米/时, 则下列方程组正确的是

()

A. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-y=20, \\ \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{7}{6}x-\frac{7}{6}y=170 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{7}{6}x+\frac{7}{6}y=170, \\ \frac{7}{6}x-\frac{7}{6}y=20 \end{cases}$

10. 阅读理解: a, b, c, d 是实数, 我们把符号

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称为 2×2 阶行列式, 并且规定: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$

$a \times d - b \times c$, 例如: $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \times (-2) - 2 \times (-1) =$

$-6+2=-4$. 二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解可以

利用 2×2 阶行列式表示为: $\begin{cases} x=\frac{D_x}{D}, \\ y=\frac{D_y}{D}; \end{cases}$ 其中 $D =$

$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$. 问题:对于用

上面的方法解二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=1, \\ 3x-2y=12 \end{cases}$ 时,下面

说法错误的是 ()

A. $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -7$

B. $D_x = -14$

C. $D_y = 27$

D. 方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=-3 \end{cases}$

二、填空题 (本大题共 8 个小题,每小题 3 分,共 24 分. 把答案填在题中的横线上)

11. 小明带 7 元钱去买中性笔和橡皮(两种文具都买),中性笔每支 2 元,橡皮每块 1 元,那么中性笔能买_____支.

12. 若 $a-3b=2, 3a-b=6$, 则 $b-a=$ _____.

13. 方程组 $\begin{cases} x+y=1, \\ 3x-y=3 \end{cases}$ 的解是_____.

14. 设实数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} \frac{1}{3}x-y=4, \\ \frac{1}{3}x+y=2, \end{cases}$ 则 $x+$

$y=$ _____.

15. 写出一个解为 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2 \end{cases}$ 的二元一次方程组_____.

16. 父子二人并排垂直站立于游泳池中时,爸爸露出水面的高度是他自身身高的 $\frac{1}{3}$, 儿子露出水面的

高度是他自身身高的 $\frac{1}{7}$, 父子二人的身高之和为

3.2 米. 则父子两人的身高分别是_____.

17. 某气象台发现:在某段时间里,如果早晨下雨,那么晚上是晴天;如果晚上下雨,那么早晨是晴天,已知这段时间有 9 天下了雨,并且有 6 天晚上是晴天,7 天早晨是晴天,则这一段时间有_____天.

18. 若 $a-b=2, a-c=\frac{1}{2}$, 则 $(b-c)^3 - 3(b-c) + \frac{9}{4}$ =_____.

三、解答题 (本大题共 5 个小题,共 46 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本小题满分 10 分)

解方程组:

$$(1) \begin{cases} 3x-y=7, \\ x+3y=-1; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x-5y=3, \\ \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1. \end{cases}$$

20. (本小题满分 8 分)

对于实数 a, b , 定义运算 “ $\blacklozenge$ ”: $a \blacklozenge b =$

$\begin{cases} \sqrt{a^2+b^2}, a \geq b, \\ ab, a < b, \end{cases}$ 例如 $4 \blacklozenge 3$, 因为 $4 > 3$, 所以 $4 \blacklozenge 3 =$

$\sqrt{4^2+3^2}=5$. 若 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 4x-y=8, \\ x+2y=29, \end{cases}$ 则 $x \blacklozenge y$

的值是多少?

21. (本小题满分 9 分)

根据要求,解答下列问题:

(1) 解下列方程组:(直接写出方程组的解即可)

① $\begin{cases} x+2y=3, \\ 2x+y=3 \end{cases}$ 的解为_____;

② $\begin{cases} 3x+2y=10, \\ 2x+3y=10 \end{cases}$ 的解为_____;

③ $\begin{cases} 2x-y=4, \\ -x+2y=4 \end{cases}$ 的解为_____.

(2) 以上每个方程组的解中, x 值与 y 值的大小关系为_____.





(3) 请你构造一个具有以上外形特征的方程组,并直接写出它的解.

22. (本小题满分 9 分)

为了满足市民对优质教育的需求,某中学决定改善办学条件,计划拆除一部分旧校舍、建造新校舍. 拆除旧校舍每平方米需 80 元,建造新校舍每平方米需 700 元. 计划在年内拆除旧校舍与建造新校舍共 7 200 平方米,在实施中为扩大绿化面积,新建校舍只完成了计划的 80%,而拆除校舍超过了 10%,结果恰好完成了原计划的拆、建总面积.

(1) 求原计划拆、建面积各是多少平方米?

(2) 若绿化 1 平方米需 200 元,那么在实际完成的拆建工程中将节约的资金用来绿化,绿化面积大约是多少平方米?

23. (本小题满分 10 分)

阅读以下内容:

已知实数 x, y 满足 $x+y=2$, 且 $\begin{cases} 3x+2y=7k-2, \\ 2x+3y=6, \end{cases}$ 求

k 的值.

三位同学分别提出了以下三种不同的解题思路:

甲同学:先解关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x+2y=7k-2, \\ 2x+3y=6, \end{cases}$ 再求 k 的值.

乙同学:先将方程组中的两个方程相加,再求 k 的值.

丙同学:先解方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ 2x+3y=6, \end{cases}$ 再求 k 的值.

你最欣赏甲、乙、丙哪种思路? 先根据你所选的思路解答此题,再对你选择的思路进行简要评价. (评价参考建议:基于观察到题目的哪些特征设计的相应思路,如何操作才能实现这些思路,运算的简洁性,以及你依此可以总结出哪些解题策略等等)