

第三章 图形的平移与旋转

本章学习目标

1. 通过具体实例识别图形的平移、旋转及中心对称，能根据图形说出它们的性质，利用性质解决简单的实际问题.
2. 在直角坐标系中，能写出一个已知顶点的多边形沿一个坐标轴方向和依次沿两个坐标轴方向平移后的顶点坐标，说明对应顶点坐标间的关系，提高数形结合的意识.
3. 能说明中心对称与旋转的关系及中心对称与成中心对称的两个图形间的关系，并能在几何中熟练应用其性质.
4. 能运用图形的轴对称、平移、旋转进行图案设计，增强空间观念.

1. 图形的平移

第一课时

课时目标

能解释平移前后两个图形对应点所连的线段平行(或在一条直线上)且相等，对应线段平行(或在一条直线上)且相等，对应角相等的性质.

课内练习

1. 某兴趣小组开展动手操作活动时，设计出了如图 3-1-1 所示的三种图形，现计划用铁丝按照图形制作相应的造型，则所用铁丝的长度关系是 ()

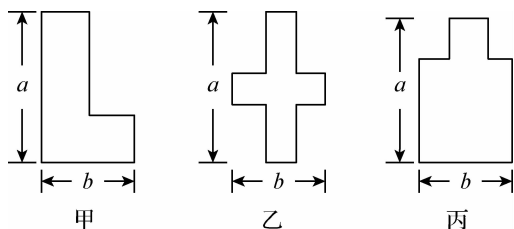


图 3-1-1

- A. 甲图形所用铁丝最长
- B. 乙图形所用铁丝最长
- C. 丙图形所用铁丝最长
- D. 三种图形所用铁丝一样长

2. 如图 3-1-2，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 5$ ， $\angle A = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ，把 $\triangle ABC$ 沿图中所示的方向平移到 $\triangle DEF$ 的位置. 若 $CF = 4$ ，则下列结论中错误的是 ()

- A. $DF = 5$
- B. $\angle DEF = 30^\circ$
- C. $AB \parallel DE$
- D. $BE = 4$

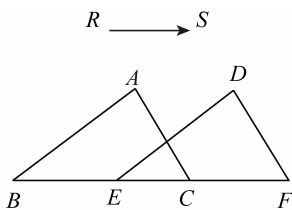


图 3-1-2

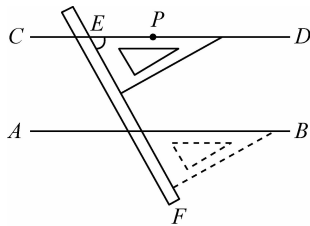


图 3-1-3

3. 如图 3-1-3，我们常用直尺和三角尺画经过直线外一点与已知直线的平行线，这种画平行线的方法利用了_____，由此我们得出的结论为_____.

4. 如图 3-1-4, $\triangle ABC$ 在正方形网格中.
- (1) 请画出 $\triangle ABC$ 向左平移 4 格后的 $\triangle A_1B_1C_1$;
 - (2) 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 向上平移 3 格后的 $\triangle A_2B_2C_2$;
 - (3) 连接 AA_2 , 此时, AA_2 的长度为 _____ 个单位长度.

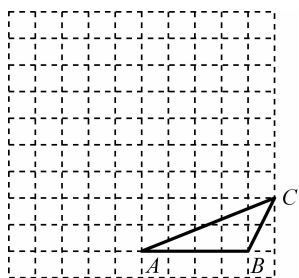


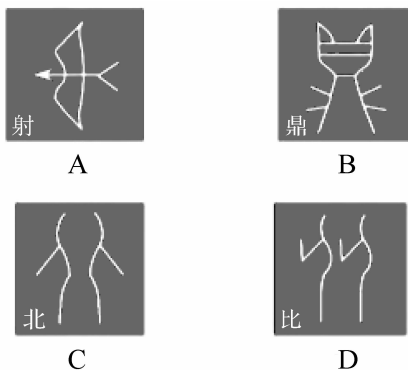
图 3-1-4

课 外 检 测

夯实基础

知识技能

1. 甲骨文是我国的一种古代文字, 它是汉字的早期形式. 下列四个甲骨文中, 可以看成经过平移得到的是 ()



2. 如图 3-1-5, 在方格纸中, 线段 a, b, c, d 的端点都在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得它们与第三条线段首尾相连组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有 ()

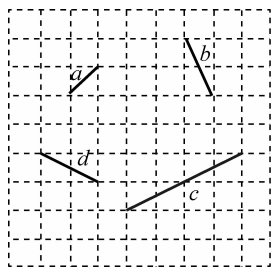


图 3-1-5

- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

3. 如图 3-1-6, 在 10×6 的网格中, 每个小方格的边长都是 1 个单位长度, 将 $\triangle ABC$ 平移到 $\triangle DEF$ 的位置, 下面正确的平移步骤是 ()

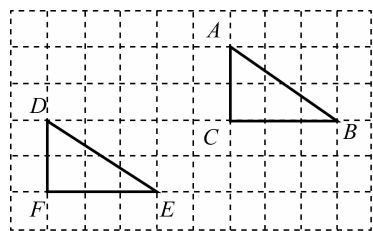


图 3-1-6

- 先向左平移 5 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
 - 先向右平移 5 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
 - 先向左平移 5 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度
 - 先向右平移 5 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
4. 将一条 2 cm 长的斜线段沿水平方向向右平移 3 cm 后, 连接对应点后所得的图形的周长为 ()
- 5 cm
 - 8 cm
 - 10 cm
 - 12 cm

数学理解

5. 如图 3-1-7, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 的方向平移 2 个单位长度后, 得到 $\triangle A'B'C'$, 连接 $A'C$, 则 $\triangle A'B'C$ 的周长为 ()

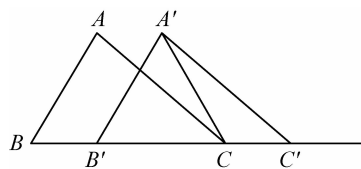


图 3-1-7

- 12
 - 10
 - 8
 - 7
6. 如图 3-1-8, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 7$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 2$ cm, $DA = 3$ cm. 将线段 AD 沿射线 AB 方向向右平移 2 cm 至 CE , 则 $\triangle BCE$ 的形状是 _____.

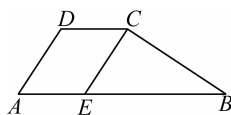


图 3-1-8

7. 如图 3-1-9, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 36, 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 平移得到 $\triangle A'B'C'$, 使点 B' 和点 C 重合, 连接 AC' , 交 $A'C$ 于点 D , 则 $\triangle C'DC$ 的面积为_____.

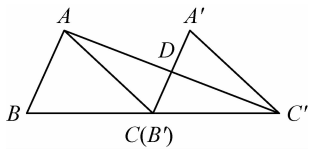


图 3-1-9

整合提升

8. 如图 3-1-10, 小船上的点 A 平移到了点 B 的位置, 请画出平移后的小船. 设正方形网格中, 小正方形的边长是 1, 求出小船平移的距离.

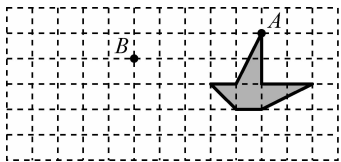


图 3-1-10

9. 如图 3-1-11, 一块边长为 8 m 的正方形土地, 在上面修了三条道路, 宽都是 1 m, 空白的部分种上各种花草.

- (1) 请利用平移的知识求出种花草的面积;
- (2) 若空白的部分种植花草共花费了 4 620 元, 则每平方米种植花草的费用是多少元?

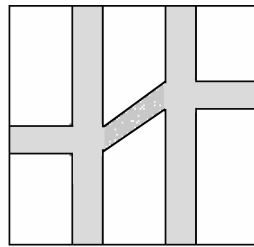


图 3-1-11

探究拓展

10. 如图 3-1-12①, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , AF 平分 $\angle CAB$, 交 CD 于点 E , 交 CB 于点 F .

(1) 求证: $CE = CF$.

(2) 将图 3-1-12①中的 $\triangle ADE$ 沿 AB 向右平移到 $\triangle A'D'E'$ 的位置, 使点 E' 落在 BC 边上, 其他条件不变, 如图 3-1-12②所示. 试猜想: BE' 与 CF 有怎样的数量关系? 请证明你的结论.

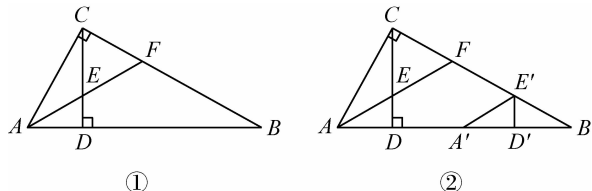


图 3-1-12

第二课时

课时目标

通过“变化的鱼”沿着 x 轴向左、向右或者沿着 y 轴向上、向下平移一次，其坐标变化的规律，能说出图形平移变换与坐标之间的内在联系。

课内练习

- 在平面直角坐标系中，将点 $M(-1, -1)$ 经过平移得到点 $N(-1, 3)$ ，则该平移实际上是把点 M ()
 - 向上平移 4 个单位长度
 - 向左平移 4 个单位长度
 - 向下平移 4 个单位长度
 - 向右平移 4 个单位长度
- 如图 3-1-13①中的 $\triangle ABC$ 经过一定的变换得到图 3-1-13②中的 $\triangle A'B'C'$ 。如果图 3-1-13①中 $\triangle ABC$ 上点 P 的坐标为 (a, b) ，那么这个点在图 3-1-13②中的对应点 P' 的坐标为 ()

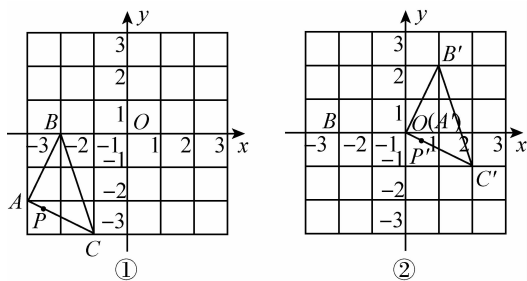


图 3-1-13

- $(a-2, b-3)$
 - $(a-3, b-2)$
 - $(a+3, b+2)$
 - $(a+2, b+3)$
- 在平面直角坐标系中，已知点 $O(0, 0)$ ， $A(1, 3)$ ，将线段 OA 沿 y 轴向上平移 3 个单位长度，得到线段 O_1A_1 ，则点 O_1 的坐标是_____，点 A_1 的坐标是_____。由此可知，在平面直角坐标系中，当点沿 y 轴向上平移 $a(a>0)$ 个单位长度时，对应的点的_____加 a ；反之，当点沿 y 轴向下平移 $a(a>0)$ 个单位长度时，对应的点的纵坐标_____。

- 如图 3-1-14，小明所在学习小组在研究平移时画出了 $\triangle OAB$ ，点 A 在 y 轴上，其坐标为 $(0, -3)$ ，点 B 在 x 轴上，其坐标为 $(-2, 0)$ 。
 - 把 $\triangle ABO$ 沿 x 轴向右平移 3 个单位长度，画出平移后的 $\triangle CDE$ ；
 - 把 $\triangle CDE$ 沿 y 轴向上平移 4 个单位长度，画出平移后的 $\triangle FGH$ ；
 - 直接写出点 C, D, E, F, G, H 的坐标。

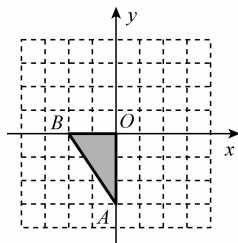


图 3-1-14

课外检测

夯实基础

知识技能

- 小明研究图形在平面直角坐标系中的运动时，他把某图形的各顶点的横坐标都减去 5，纵坐标保持不变，则在平面直角坐标系中应将该图形 ()
 - 向右平移 5 个单位长度
 - 向左平移 5 个单位长度
 - 向上平移 5 个单位长度
 - 向下平移 5 个单位长度
- 在平面直角坐标系中，将线段 AB 平移到 CD 。已知点 A 的坐标是 $(2, 1)$ ，点 B 的坐标是 $(3, 4)$ ，平移后点 A 的对应点 C 的坐标是 $(-3, 1)$ ，则点 D 的坐标是 ()
 - $(8, 4)$
 - $(-2, 4)$
 - $(3, 9)$
 - $(3, -1)$

3. 如图 3-1-15, 在平面直角坐标系中, 将点 $M(2, 1)$ 向下平移 2 个单位长度得到点 N , 则点 N 的坐标为 ()

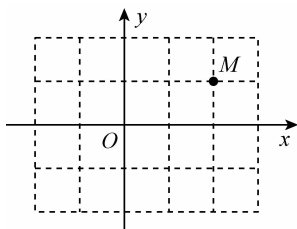


图 3-1-15

- A. $(2, -1)$ B. $(2, 3)$
 C. $(0, 1)$ D. $(4, 1)$
4. 在如图 3-1-16 所示的网格中, 每个小正方形的边长都是 1, 图中“鱼”的各个顶点都在格点上.
 (1) 画出将“鱼”向右平移 5 个单位长度后的图形;
 (2) 写出 A, B, C 三点平移后的对应点 A', B', C' 的坐标.

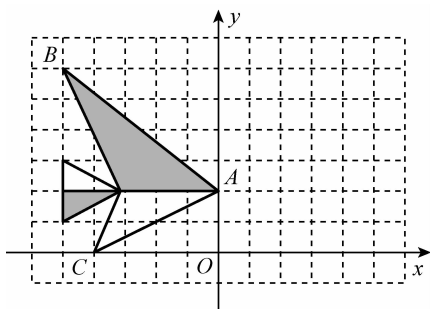


图 3-1-16

6. 在平面直角坐标系中, 将点 $A(x, y)$ 向左平移 5 个单位长度后与点 $B(-3, 5)$ 重合, 则点 A 的坐标是 ()
- A. $(2, 5)$ B. $(-8, 5)$
 C. $(-8, -1)$ D. $(2, -1)$
7. 已知等边三角形 ABC 的顶点 $A(-1, 0), B(5, 0)$, 顶点 C 在第一象限, 现将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向左平移, 使得顶点 C 与点 $D(-5, a)$ 重合, 则平移的距离为 _____, $a =$ _____.

整合提升

8. 如图 3-1-18, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=6$, 第 1 次平移将长方形 $ABCD$ 沿 AB 向右平移 5 个单位长度, 得到长方形 $A_1B_1C_1D_1$; 第 2 次平移将长方形 $A_1B_1C_1D_1$ 沿 A_1B_1 向右平移 5 个单位长度, 得到长方形 $A_2B_2C_2D_2 \dots$ 第 n 次平移将长方形 $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}D_{n-1}$ 沿 $A_{n-1}B_{n-1}$ 向右平移 5 个单位长度, 得到长方形 $A_nB_nC_nD_n (n > 2)$.
- (1) 求 AB_1 和 AB_2 的长;
 (2) 若 AB_n 的长为 56, 求 n 的值.

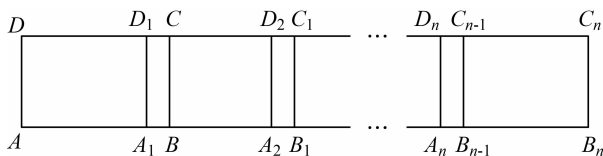


图 3-1-18

数学理解

5. 如图 3-1-17, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$, $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移后得到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 的对应点 A' 是直线 $y = \frac{4}{5}x$ 上一点, 则点 B 与其对应点 B' 间的距离等于 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

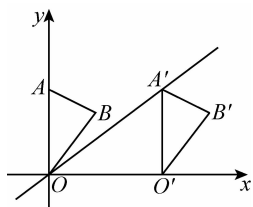


图 3-1-17

9. 如图 3-1-19, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 置于直角坐标系中, 已知 $\angle CAB=90^\circ$, $BC=5$. 点 A, B 的坐标分别为 $(1, 0), (4, 0)$. 将 $\triangle ABC$ 沿 x 轴向右平移, 点 C 落在直线 $y=2x-6$ 上.

- (1) 求 $\text{Rt}\triangle ABC$ 平移的距离;
 (2) 求线段 BC 扫过图形的面积.

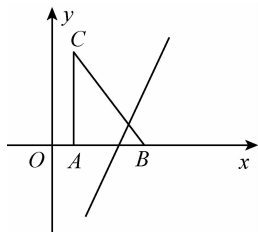


图 3-1-19

10. 在如图 3-1-20 所示的直角坐标系中, 每个小方格都是边长为 1 的正方形, $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 点 A 的坐标是 $(-3, -1)$.

- (1) 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴正方向平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 画出 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 B_1 的坐标;
 (2) $\triangle ABC$ 沿坐标轴平移一次时, 点 A 恰在象限角的角平分线上, 直接写出平移的方法.

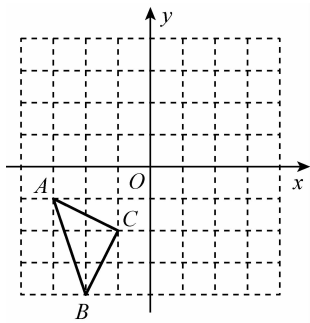


图 3-1-20

探究拓展

11. 对数轴上的点 P 进行如下操作: 先把点 P 表示的数乘 $\frac{1}{3}$, 再把所得数对应的点向右平移 1 个单位长度, 得到点 P 的对应点 P' . 点 A, B 在数轴上, 对线段 AB 上的每个点进行上述操作后得到线段 $A'B'$, 其中点 A, B 的对应点分别为 A', B' (如图 3-1-21).

(1) 若点 A 表示的数是 -3 , 则点 A' 表示的数是 _____; 若点 B' 表示的数是 2 , 则点 B 表示的数是 _____.

(2) 已知线段 AB 上的点 E 经过上述操作后得到的对应点 E' 与点 E 重合, 则点 E 表示的数是什么?

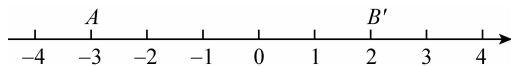


图 3-1-21

第三课时

课时目标

继续探究一次平移既有横向又有纵向时坐标的变化特点，提高用坐标解决问题的能力。

课内练习

- 已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(0, 6)$, $B(-3, -3)$, $C(1, 0)$, 将 $\triangle ABC$ 平移后点 A 的对应点 A_1 的坐标是 $(4, 10)$, 则点 B 的对应点 B_1 的坐标是 ()
 A. $(7, 1)$ B. $(1, 7)$
 C. $(1, 1)$ D. $(2, 1)$
- 如图 3-1-22, 点 A, B 的坐标为 $(2, 0)$, $(0, 1)$, 若将线段 AB 平移至 A_1B_1 , 则 $a+b$ 的值为 ()

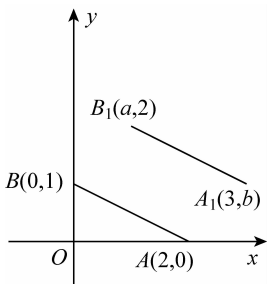


图 3-1-22

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 如图 3-1-23, 线段 AB 经过平移得到线段 $A'B'$, 其中点 A, B 的对应点分别为点 A', B' , 这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一点 $P(a, b)$, 则点 P 在 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为 ()
 A. $(a-2, b+3)$
 B. $(a-2, b-3)$
 C. $(a+2, b+3)$
 D. $(a+2, b-3)$

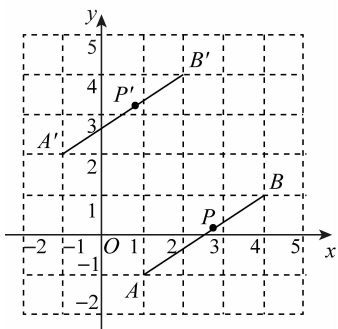


图 3-1-23

- 如图 3-1-24, 在平面直角坐标系中, 每个小方格的边长是 1, 把 $\triangle ABC$ 先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 得到 $\triangle A'B'C'$.
 (1) 在平面直角坐标系中画出 $\triangle A'B'C'$, 并直接写出 $\triangle A'B'C'$ 各顶点的坐标;
 (2) 如果把 $\triangle ABC$ 看成一次平移得到 $\triangle A'B'C'$, 请求出平移的距离.

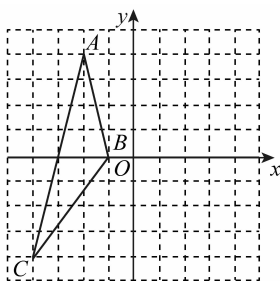


图 3-1-24

课外检测

夯实基础

知识技能

- 在平面直角坐标系中, 点 $P(-2, -3)$ 向左平移 1 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度, 则所得到的点的坐标为 ()
 A. $(-3, 0)$ B. $(-1, 6)$
 C. $(-3, -6)$ D. $(-1, 0)$
- 已知线段 CD 是由线段 AB 平移得到的, 点 $A(-1, 4)$ 的对应点为 $C(4, 7)$, 则点 $B(-4, -1)$ 的对应点 D 的坐标为 ()
 A. $(1, 2)$ B. $(2, 9)$
 C. $(5, 3)$ D. $(-9, -4)$
- 如图 3-1-25, 在平面直角坐标系中, 小王将左边的图案经过两次与坐标轴的方向一致平移得到右边的图案, 其中左图案中左、右眼睛的坐标分别是 $(-4, 2)$, $(-2, 2)$, 右图案中左眼的坐标是 $(3, 4)$.

- (1)请说出小王是怎样进行两次平移的；
 (2)右图案中右眼的坐标是_____；
 (3)按此方法，写出点在平面直角坐标系中沿坐标轴平移时，坐标的变化情况.

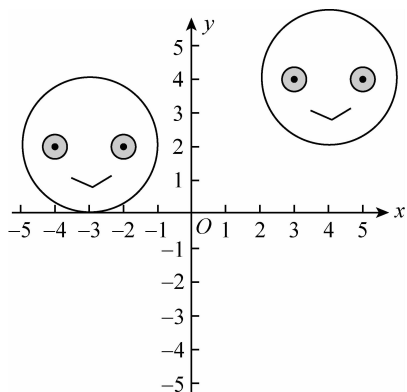


图 3-1-25

6. 如图 3-1-27, 在平面直角坐标系中, 已知点 $B(4, 2)$, $BA \perp x$ 轴于点 A , $\triangle OAB$ 经过平移后点 B 的对应点的坐标是 $(-1, 4)$, 此时点 A , O 的对应点的坐标分别是_____.

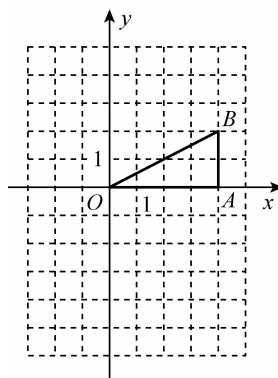


图 3-1-27

整合提升

7. 已知点 P 在平面直角坐标系中的坐标是 $(2a-4, 6-3b)$, 把点 P 先向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 3 个单位长度, 点 P 恰好落在 x 轴的负半轴上, 求 a, b 所对应的值.

数学理解

4. 已知直线 $y=2x-4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 把这条直线沿 x 轴向右平移 4 个单位长度, 此时点 A 的对应点的坐标是_____, 直线的表达式为_____.
5. 如图 3-1-26, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 经过某种变换后得到的图形, 如果 $\triangle ABC$ 中有一点 P 的坐标为 $(a, 2)$, 那么变换后它的对应点 Q 的坐标为_____.

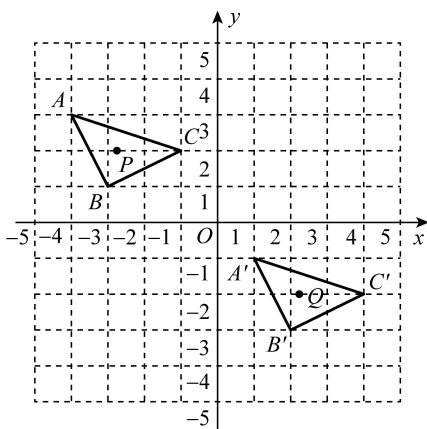


图 3-1-26

8. 如图 3-1-28, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点分别为 $A(-1, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(-2, 9)$.
 (1)画出 $\triangle ABC$, 并指出点 A 怎样平移到点 C ;
 (2)画出将 $\triangle ABC$ 先沿 x 轴向右平移 4 个单位长度, 再沿 y 轴向下平移 2 个单位长度后的图形.

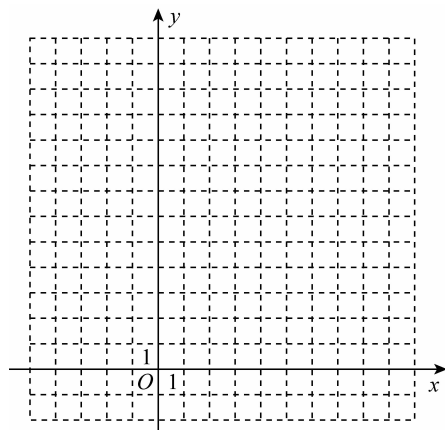


图 3-1-28

9. 如图 3-1-29, 在边长为 1 的正方形方格纸中有 $\triangle ABC$, $\triangle A_2B_2C_2$, 直线 MN .

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 说明 $\triangle A_2B_2C_2$ 是由 $\triangle A_1B_1C_1$ 经过怎样的平移得到的.

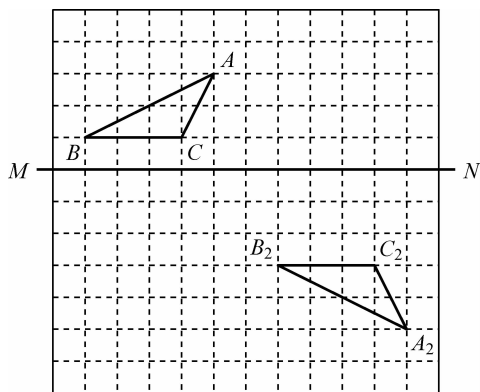


图 3-1-29

探究拓展

10. 如图 3-1-30, 在平面直角坐标系中, 直线 l_1 与 y 轴交于点 A , 点 $B(-3, 3)$ 也在直线 l_1 上, 将点 B 先向右平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度得到点 C , 点 C 恰好也在直线 l_1 上.

- (1) 求点 C 的坐标和直线 l_1 的表达式;
- (2) 若将点 C 先向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 6 个单位长度得到点 D , 请判断点 D 是否在直线 l_1 上;
- (3) 已知直线 $l_2: y = x + b$ 经过点 B , 与 y 轴交于点 E , 求 $\triangle ABE$ 的面积.

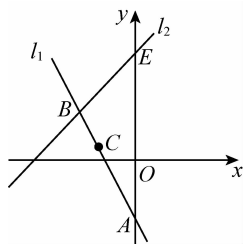


图 3-1-30

2. 图形的旋转

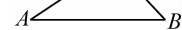
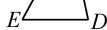
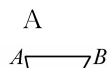
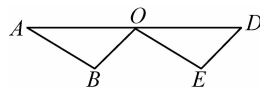
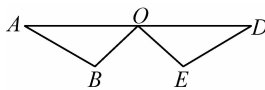
第一课时

课时目标

能解释旋转前后两个图形的对应点到旋转中心的距离相等, 对应点与旋转中心的连线所成的角相等的性质.

课内练习

1. 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 旋转 180° 后得到 $\triangle DOE$, 下列作图中正确的是 ()



C

D

2. 如图 3-2-1, 已知 $\triangle ACB$ 与 $\triangle DFE$ 是两个全等的直角三角形, 测得它们的斜边长为 10 cm, 较

课外检测

小锐角为 30° . 将这两个三角形摆出如图 3-2-1①的形状, 点 B, C, F, D 在同一条直线上, 且点 C 与点 F 重合, 将图 3-2-1①中的 $\triangle ACB$ 绕点 C 按顺时针方向旋转到图 3-2-1②的位置, 点 E 在 AB 边上, 则旋转角的度数等于 ()

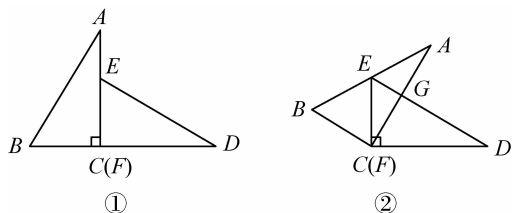


图 3-2-1

- A. 55° B. 45° C. 30° D. 25°

3. 如图 3-2-2, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$, 点 C 和点 E 是对应点. 若 $\angle CAE = 90^\circ$, $AB = 1$, 则 BD 的长为 ()

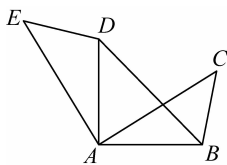


图 3-2-2

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\text{Rt}\triangle ADE$ 的位置, 点 E 在斜边 AB 上, 连接 BD , 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .

(1) 如图 3-2-3①, 若点 F 与点 A 重合, 求证: $AC = BC$;

(2) 如图 3-2-3②, 若 $\angle DAF = \angle DBA$, 当点 F 在线段 CA 的延长线上时, 判断线段 AF 与线段 BE 的数量关系, 并说明理由.

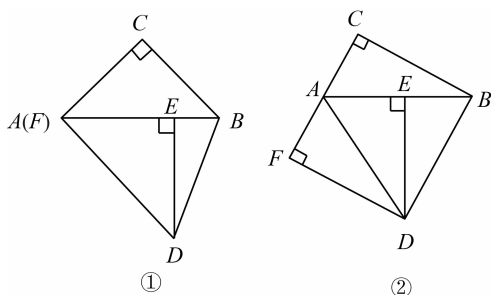


图 3-2-3

夯实基础

知识技能

- 下列生活中的四种现象, 不属于旋转的是 ()
A. 钟摆的运动 B. 大风车的转动
C. 方向盘的转动 D. 电梯的升降运动
- 如图 3-2-4, 将等边三角形 OAB 绕 O 点按逆时针方向旋转 150° 得到 $\triangle OA'B'$ (点 A', B' 分别是点 A, B 的对应点), 则 $\angle 1$ 的度数为 ()

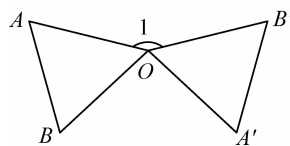


图 3-2-4

- A. 120° B. 130° C. 150° D. 170°

3. 如图 3-2-5 中的四个图案都是对某个基本图案在“几何画板”软件中拖动一点后形成的, 它们中每一个图案都可以由一个基本图案通过连续旋转得到, 则旋转的角度是 ()

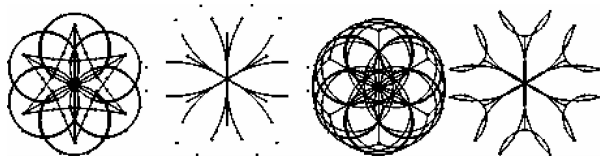


图 3-2-5

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

4. 在钟表中, 分针 1 分转 _____, 时针 1 分转 _____, 小明早晨 7:20 从家出发 7:35 到达学校, 这一过程中时针转过的角度为 _____.

数学理解

5. 如图 3-2-6, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 100° 得到 $\triangle AB_1C_1$. 若点 B_1 在线段 BC 的延长线上, 则 $\angle BB_1C_1$ 的度数为 ()

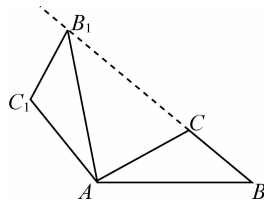


图 3-2-6

- A. 70° B. 80° C. 84° D. 86°

6. 如图 3-2-7, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$, 使点 A 的对应点 D 恰好落在边 AB 上, 点 B 的对应点为点 E , 连接 BE . 若 $\angle A = 65^\circ$, 则 $\angle CDE =$ _____, 旋转角度是 _____, $\angle BDE =$ _____.

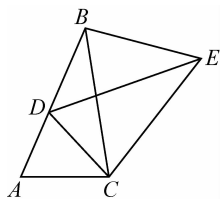


图 3-2-7

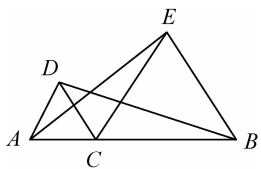


图 3-2-8

7. 如图 3-2-8, 点 C 是 AB 上一点, 以 AC, BC 为边作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE . 如果 $\triangle ACE$ 经过旋转后能与 $\triangle DCB$ 重合, 那么旋转中心是 _____, 旋转角度是 _____, 点 A 的对应点是 _____, 线段 AE 与线段 DB 的数量关系是 _____.

整合提升

8. 如图 3-2-9, 将等腰直角三角形 ABC 绕点 A 逆时针旋转 15° 得到 $\triangle AB'C'$. 若 $AC = 1$, 求图中阴影部分的面积.

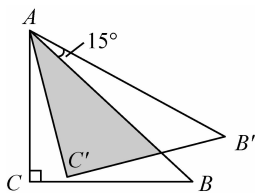


图 3-2-9

9. 如图 3-2-10, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\triangle AB'C'$ 可以由 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到(点 B' 与点 B 是对应点, 点 C' 与点 C 是对应点), 连接 CC' , 求 $\angle CC'B'$ 的度数.

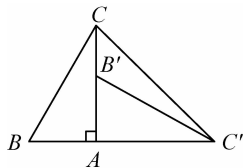


图 3-2-10

10. 如图 3-2-11, 在等边三角形 ABC 中, $AB = 6$, 点 D 是 BC 的中点, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后得到 $\triangle ACE$.

- (1) 直接指出旋转中心, 旋转角度;
(2) 判断 DE 与 AC 的关系并求出 DE 的长.

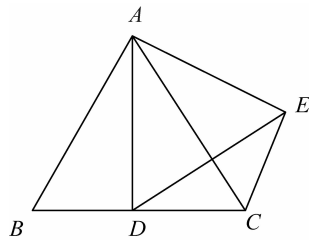


图 3-2-11

探究拓展

11. 如图 3-2-12, 点 O 是等边三角形 ABC 内一点, $\angle AOB = 110^\circ$, $\angle BOC = \alpha$, 将 $\triangle BOC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle ADC$, 连接 OD .

- (1) 求证: $\triangle COD$ 是等边三角形;
(2) 当 $\alpha = 150^\circ$ 时, 试判断 $\triangle AOD$ 的形状, 并说明理由;
(3) 探索: 当 α 为多少度时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形.

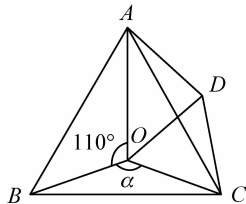


图 3-2-12

第二课时

课时目标

1. 进一步研究简单平面图形旋转后的图形的作法.
2. 理解确定一个三角形旋转后的位置的条件.

课内练习

1. 如图 3-2-13, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 65^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 在平面内绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 且 $CC' \parallel AB$, 则旋转角的度数为

- ()
 A. 35° B. 40° C. 50° D. 65°

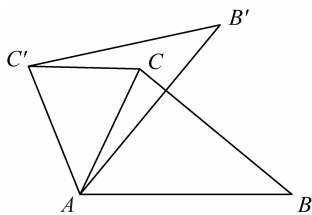


图 3-2-13

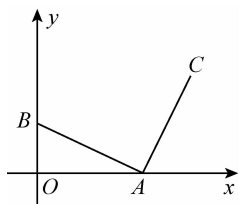


图 3-2-14

2. 如图 3-2-14, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 1)$, 线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AC , 则点 C 的坐标为
- ()
 A. $(2, 3)$ B. $(3, 2)$
 C. $(3, 3)$ D. $(4, 2)$
3. 如图 3-2-15, 如果正方形 $ABCD$ 旋转后能与正方形 $CDEF$ 重合, 那么可作旋转中心的点共有

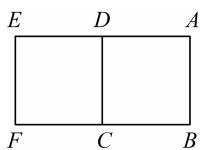


图 3-2-15

- ()
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
4. 如图 3-2-16, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 内的一点, $AP = 3$.

(1) 画出 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle ACP'$;

(2) 求 PP' 的长.

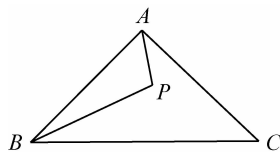


图 3-2-16

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-2-17, 把 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DEC$. 若 $\angle A = 25^\circ$, 则 $\angle CED$ 等于

- ()
 A. 55° B. 65° C. 45° D. 75°

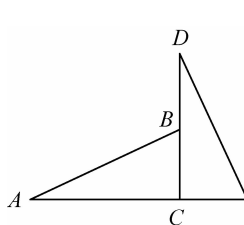


图 3-2-17

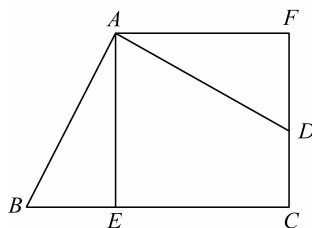


图 3-2-18

2. 如图 3-2-18, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \angle C = 90^\circ$, $AB = AD$, $AE \perp BC$ 于点 E , $\triangle BEA$ 旋转后能与 $\triangle DFA$ 重合. 若 $AE = 5$ cm, 则四边形 $AECF$ 的面积是

- ()
 A. 20 cm^2 B. 24 cm^2
 C. 25 cm^2 D. 30 cm^2

3. 如图 3-2-19, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC = 70^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 70° , 点 B, C 旋转后的对应点分别是点 B', C' , 连接 BB' , 则 $\angle BB'C'$ 的度数是

- ()
 A. 35° B. 40° C. 45° D. 50°

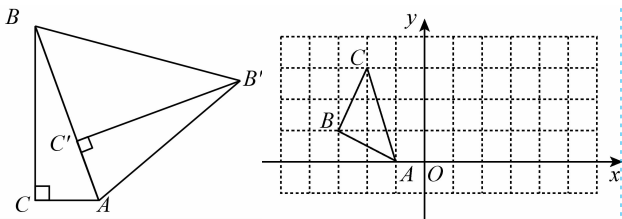


图 3-2-19

图 3-2-20

4. 如图 3-2-20, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在方格纸的格点上, 其中点 A 的坐标是 $(-1, 0)$. 现将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 旋转后点 C 的对应点是点 C' , 则线段 CC' 的长为 ()
- A. 3 B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{10}$

数学理解

5. 如图 3-2-21①, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACB$ 和 $\angle D$ 都是直角, 点 C 在 AE 上, $\triangle ACB$ 绕着点 A 经过逆时针旋转后能够与 $\triangle ADE$ 重合. 若将图 3-2-21①作为“基本图形”绕着点 A 经过逆时针旋转得到图 3-2-21②, 则两次旋转的角度分别为 ()

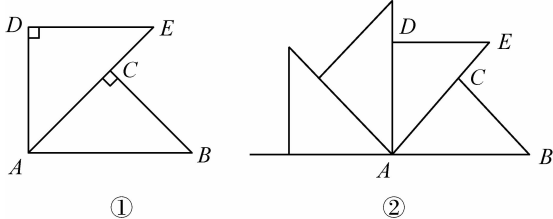


图 3-2-21

- A. $45^\circ, 90^\circ$ B. $90^\circ, 45^\circ$
 C. $60^\circ, 30^\circ$ D. $30^\circ, 60^\circ$
6. 在如图 3-2-22 所示的方格纸中, $\triangle ABC$ 经过变换得到 $\triangle DEF$, 则下列关于这种变换的说法中, 正确的是 ()

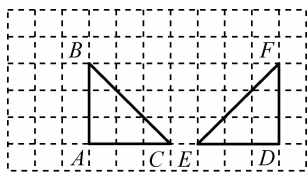


图 3-2-22

- A. 把 $\triangle ABC$ 向右平移 7 格
 B. 把 $\triangle ABC$ 向右平移 4 格, 再向上平移 1 格
 C. 把 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 再向右平移 7 格
 D. 把 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° , 再向右平移 7 格

7. 如图 3-2-23, $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle AB'C'$. 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = \sqrt{2}$, 则图中阴影部分的面积等于 _____.

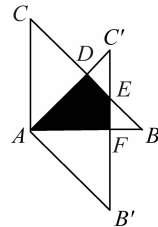


图 3-2-23

整合提升

8. 如图 3-2-24, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-6, 0)$, 点 B 在原点, $CA = CB = 5$, 把等腰三角形 ABC 沿 x 轴正半轴作无滑动顺时针翻转, 第一次翻转到位置①, 第二次翻转到位置②, ... 依此规律, 第 15 次翻转后点 C 的横坐标是 _____.

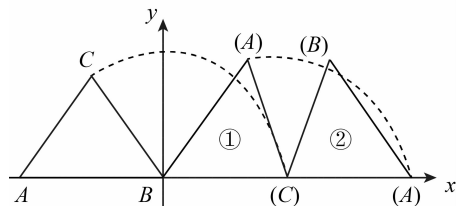


图 3-2-24

9. 如图 3-2-25, 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 60° 后得到的 $\triangle DEF$, 使点 A, B, C 的对应点分别为点 D, E, F .

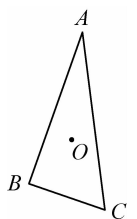


图 3-2-25

10. 如图 3-2-26, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $BC = 2$, $\triangle A'B'C$ 可以由 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到, 其中点 A' 与点 A 是对应点, 点 B' 与点 B 是对应点, 连接 AB' , 且 A, B', A' 三点在同一条直线上, 求 AA' 的长.

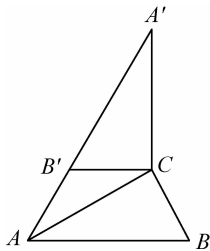


图 3-2-26

探究拓展

11. 如图 3-2-27, 把 $\triangle ABC$ 向右平移 5 个方格, 再绕点 B 按顺时针方向旋转 90° .

(1) 分别画出平移和旋转后的图形, 并标明对应点的字母.

(2) 能否把两种变换合成一种变换? 如果能, 说出变换过程(可适当在图形中标记); 如果不能, 请说明理由.

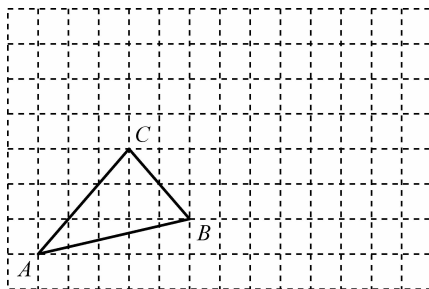


图 3-2-27

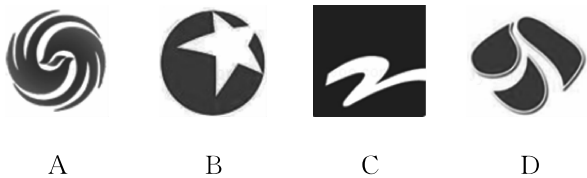
3. 中心对称

课时目标

1. 能说出中心对称、中心对称图形的概念；能识别自然界与现实生活中的中心对称图形。
2. 会利用中心对称观察、设计图案；能解释旋转与中心对称的关系。

课内练习

1. 下列四个电视台的台标中，是中心对称图形的是 ()



2. 如图 3-3-1，在 4×4 的正方形网格中，每个小正方形的顶点称为格点，左上角阴影部分是一个以格点为顶点的正方形(简称格点正方形). 若再作一个格点正方形，并涂上阴影，使这两个格点正方形无重叠面积，且组成的图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，则这个格点正方形的作法共有 ()

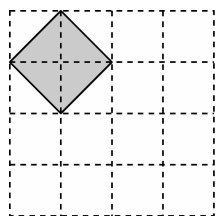


图 3-3-1

- A. 4 种 B. 3 种 C. 2 种 D. 1 种
3. 下列说法错误的是 ()
- A. 中心对称图形一定是旋转对称图形
 - B. 轴对称图形不一定是中心对称图形
 - C. 在成中心对称的两个图形中，连接对称点的线段都被对称中心平分
 - D. 旋转对称图形一定是中心对称图形
4. 如图 3-3-2，正方形 $ABCD$ 与正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 关于某点成中心对称，已知 A, D_1, D 三点的坐

- 标分别是 $(0, 4), (0, 3), (0, 2)$.
- (1) 求对称中心的坐标；
 - (2) 写出顶点 B, C, B_1, C_1 的坐标.

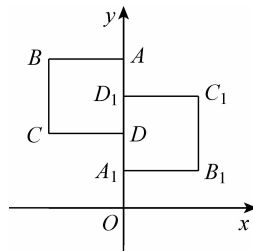


图 3-3-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列图形中，绕某个点旋转 180° 后能与自身重合的有 ()
- ①正方形；②圆；③等边三角形；④线段；⑤角；⑥长方形.
- A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个
2. 在一次游戏当中，小明将图 3-3-3 中的四张扑克牌中的一张旋转 180° 后，得到选项中的四张扑克牌，小亮看完很快知道小明旋转的扑克牌是 ()

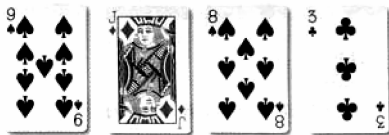


图 3-3-3



A B C D

3. 已知下列命题:

- ① 中心对称的两个图形一定不全等;
- ② 中心对称的两个图形一定全等;
- ③ 中心对称的两个图形对应点的连线一定经过对称中心;
- ④ 所有的边数为偶数的正多边形都是中心对称图形.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 如图 3-3-4, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是成中心对称的两个图形, 则下列说法不正确的是 ()

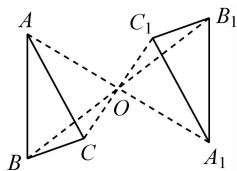


图 3-3-4

- A. $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$
- B. $AB \parallel A_1B_1$, $BC \parallel B_1C_1$
- C. $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1B_1C_1}$
- D. $\triangle ABC \cong \triangle A_1OC_1$

5. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 若线段绕着它的中点旋转 180° 后与原线段重合, 则线段是中心对称图形
- B. 若正三角形绕着它的三边中线的交点旋转 120° 后与原图形重合, 则正三角形是中心对称图形
- C. 若正方形绕着它的对角线交点旋转 90° 后与原图形重合, 则正方形是中心对称图形
- D. 若正五角星绕着它的中心旋转 72° 后与原图形重合, 则正五角星是中心对称图形

数学理解

6. 观察如图 3-3-5 所示的四个平面图形, 中心对称图形有 ()

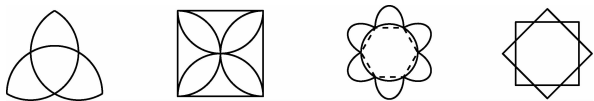


图 3-3-5

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

7. 如图 3-3-6, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABC$ 绕点 P 旋转 180° 得到 $\triangle DEF$, 则点 P 的坐标为 ()

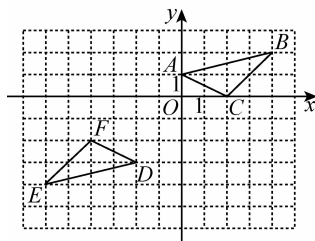


图 3-3-6

- A. $(-1, -1)$ B. $(-1, 1)$
C. $(1, -1)$ D. $(-1, -2)$

整合提升

8. 如图 3-3-7, 点 O 在 $\triangle ABC$ 外部, 作 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

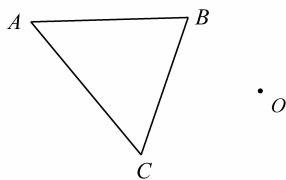


图 3-3-7

探究拓展

9. 如图 3-3-8, $\triangle ABM$ 与 $\triangle ACM$ 关于直线 AF 成轴对称, $\triangle ABE$ 与 $\triangle DCE$ 关于点 E 成中心对称, 点 E, D, M 都在线段 AF 上, BM 的延长线交 CF 于点 P .

(1) 求证: $AC=CD$;

(2) 若 $\angle BAC = 2\angle MPC$, 请你判断 $\angle F$ 与 $\angle MCD$ 的数量关系, 并说明理由.

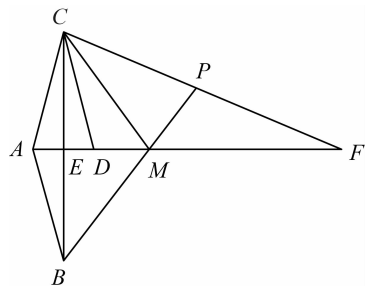


图 3-3-8

4. 简单的图案设计

课时目标

1. 了解构图常用的几种方式：轴对称、平移、旋转及中心对称。
2. 能够灵活运用轴对称、平移、旋转等组合，设计出简单的图案。

课内练习

1. 如图 3-4-1，在括号内填写从图形甲到图形乙的变换名称：

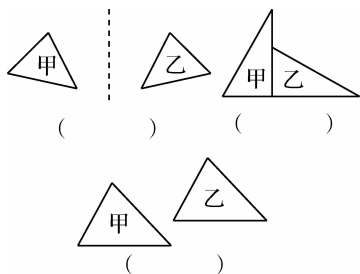


图 3-4-1

2. 如图 3-4-2，在平面直角坐标系中，点 B, C, E 在 y 轴上， $\text{Rt}\triangle ABC$ 经过变换得到 $\text{Rt}\triangle ODE$ 。若点 C 的坐标为 $(0, 1)$ ， $AC=2$ ，则这种变换可以是 ()
- A. $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° ，再向下平移 3 个单位长度
 - B. $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° ，再向下平移 1 个单位长度
 - C. $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° ，再向下平移 1 个单位长度
 - D. $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° ，再向下平移 3 个单位长度

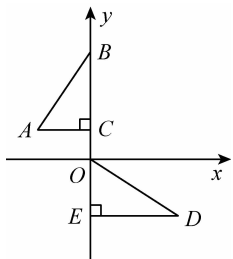


图 3-4-2

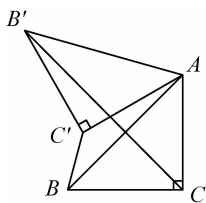


图 3-4-3

3. 如图 3-4-3，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=\sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle AB'C'$ ，连接 $C'B$ 和 CB' ，则 $\triangle AB'C'$ 的面积为 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
 - B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 - C. $\sqrt{3}-1$
 - D. $\sqrt{3}+1$
4. 如图 3-4-4，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转，使点 C 落在线段 AB 上的点 E 处，点 B 落在点 D 处，连接 BD ，求 BD 的长。

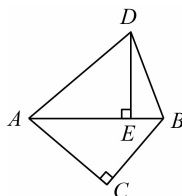


图 3-4-4

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 不能由如图 3-4-5 所示的图形经过一次平移或旋转得到的是 ()

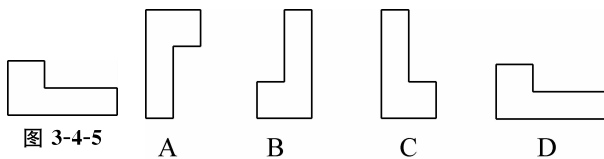


图 3-4-5


2. 如图 3-4-6，图案是由基本图形“”变换得到的，其中正确的变换方法是 ()



图 3-4-6

- A. 旋转 45° ，平移
- B. 旋转 90° ，平移
- C. 旋转 180° ，平移
- D. 旋转 270° ，平移

3. 如图 3-4-7, 在平面直角坐标系中, $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 绕着一点旋转得到的, 这点的坐标是 ()
- A. (0, 1) B. (0, -1)
- C. (-1, -1) D. (-1, 0)

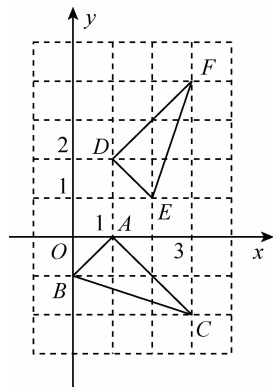


图 3-4-7

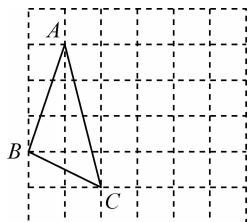


图 3-4-8

4. 如图 3-4-8, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 的三个顶点都是网格线的交点. 已知 B, C 两点的坐标分别为 $(-1, -1), (1, -2)$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° , 则点 A 的对应点的坐标为 ()
- A. (4, 1) B. (4, -1)
- C. (5, 1) D. (5, -1)

数学理解

5. 正方形 $ABCD$ 在坐标系中的位置如图 3-4-9 所示, 将正方形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90° 后, 点 B 所在的位置坐标为 ()

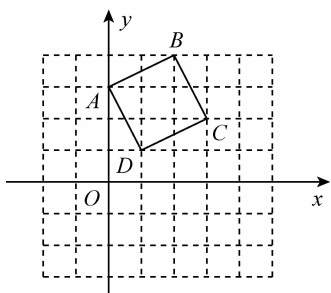


图 3-4-9

- A. (-2, 2) B. (4, 1)
- C. (3, 1) D. (4, 0)
6. 如图 3-4-10, 在 4×4 正方形网格中, 任意选取一个白色的小正方形并涂黑, 使图中黑色部分的图形构成一个轴对称图形, 则能涂黑的正方形有 ()
- A. 1 个 B. 2 个
- C. 3 个 D. 4 个

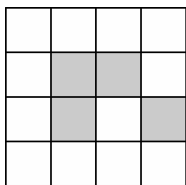


图 3-4-10

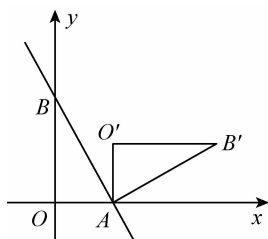


图 3-4-11

7. 如图 3-4-11, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点, 把 $\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AO'B'$, 则点 B' 的坐标是 _____.

整合提升

8. 有一块如图 3-4-12 所示的钢板, 请你用一条直线将其分为面积相等的两部分. (要求: 不写作法, 保留作图痕迹)

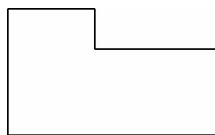


图 3-4-12

9. 如图 3-4-13①, 在 4×3 的网格中, 由个数相同的白色与黑色方块组成一幅图案, 请仿照此图案, 在图 3-4-13②, 图 3-4-13③, 图 3-4-13④ 的网格中分别设计出符合要求的图案. (注: (1) 不得与原图案相同; (2) 黑、白方块的个数要相同)

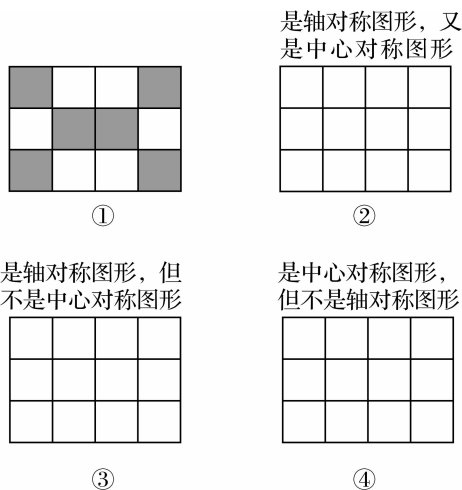


图 3-4-13

10. 如图 3-4-14 是一个 4×4 的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1. 请你在网格中以左上角的三角形为基本图形，通过平移、轴对称或旋转变换，设计一个精美图案，使其满足：

- (1) 既是轴对称图形，又是以点 O 为对称中心的中心对称图形；
 (2) 所作图案用阴影标识，且阴影部分的面积为 4.

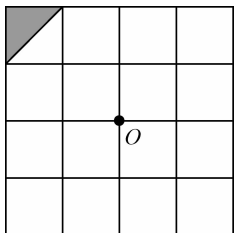


图 3-4-14

11. 请充分发挥你的想象力，任选其一完成下面的设计：

(1) 以一直角三角形为“基本图形”，利用旋转得到一个风车或风轮图案. 你能设计出几种风车或风轮图案？请将你的图案画出来，完成后与同学进行交流.

(2) 利用圆、三角形和正六边形，通过平移或旋转设计一个图案，完成后与同学交流你的作品，说明你的设计意图.

探究拓展

12. 阅读下面材料，并回答问题：

如图 3-4-15①，把 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移线段 BC 的长度，可以变到 $\triangle ECD$ 的位置；如图 3-4-15②，以 BC 为轴，把 $\triangle ABC$ 翻折 180° ，可以变到 $\triangle DBC$ 的位置；如图 3-4-15③，以点 A 为中心，把 $\triangle ABC$ 旋转 180° ，可以变到 $\triangle AED$ 的位置.

像这样，其中一个三角形是由另一个三角形按平移、翻折、旋转等方法变成的，这种只改变位置，不改变形状大小的图形变换，叫做三角形的全等变换.

(1) 在如图 3-4-15④中，可以通过平移、翻折、旋转中的哪一种方法怎样变化，使 $\triangle ABE$ 变到 $\triangle ADF$ 的位置？

(2) 写出线段 BE 与 DF 之间的关系，并说明理由.

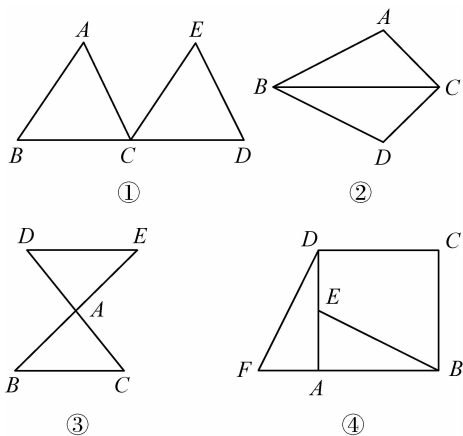


图 3-4-15

回顾与思考

课时目标

1. 知道图形的平移, 旋转, 轴对称及中心对称四种图形变换, 只是改变了图形的位置, 而其形状与大小都不变, 变化前后的两个图形是全等图形.
2. 能运用图形的四种变换进行图案设计, 解决简单的实际问题.

课内练习

1. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



A



B



C



D

2. 如图 1, 将边长为 12 cm 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 向右平移 8 cm 得到 $\triangle A'B'C'$, 两个三角形重叠部分的面积为 ()

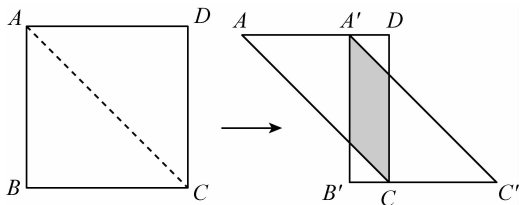


图 1

- A. 32 cm^2 B. 42 cm^2 C. 48 cm^2 D. 64 cm^2

3. 把一副三角尺按如图 2①所示放置, 其中 $\angle ACB = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $AB = 6$, $DC = 7$, 把三角尺 DCE 绕点 C 顺时针旋转 15° 得到如图 2②所示的 $\triangle D_1CE_1$, AB 与 CD_1 交于点 O , 则线段 AD_1 的长度为 ()

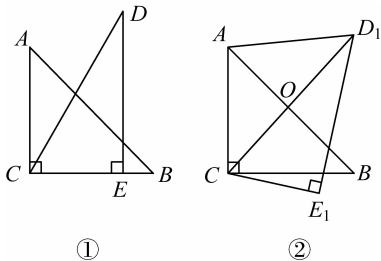


图 2

- A. $3\sqrt{2}$ B. 5 C. 4 D. $\sqrt{31}$

4. 如图 3, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(-3, 2)$, $B(0, 4)$, $C(0, 2)$.
 (1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° , 画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C_1$; 平移 $\triangle ABC$, 点 A 的对应点 A_2 的坐标为 $(0, -4)$, 画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$;
 (2) 若将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕某一点旋转可以得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请写出旋转中心的坐标;
 (3) 在 x 轴上有一点 P , 使得 $PA + PB$ 的值最小, 请直接写出点 P 的坐标.

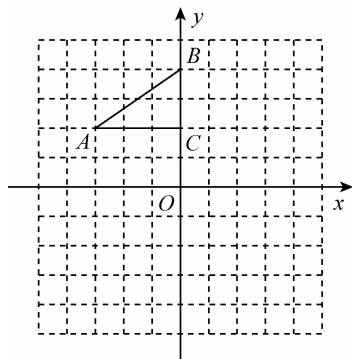


图 3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 观察图 4 并找出规律, 则第④个图形是 ()



①



②



③

④

图 4



A



B



C



D

2. 如图 5, 在 4×4 的正方形网格中, $\triangle MNP$ 绕某点旋转 90° , 得到 $\triangle M_1N_1P_1$, 则其旋转中心可以是 ()

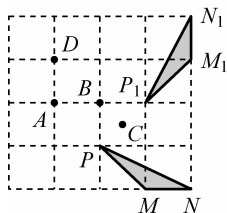


图 5

- A. 点 A B. 点 B
C. 点 C D. 点 D
3. 如图 6, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-4, -3)$, $B(0, -3)$, $C(-2, 1)$, 现将 B 点向右平移 2 个单位长度后再向上平移 4 个单位长度到达 B_1 点. 若设 $\triangle ABC$ 的面积为 S_1 , $\triangle AB_1C$ 的面积为 S_2 , 则 S_1, S_2 的大小关系为 ()

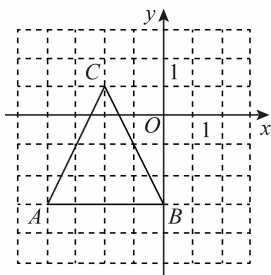


图 6

- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 = S_2$
C. $S_1 < S_2$ D. 不能确定
4. 如图 7, 把图中的圆 A 经过平移得到圆 O, 如果左图中圆 A 上一点 P 的坐标为 (m, n) , 那么平移后右图中的对应点 P' 的坐标为 ()

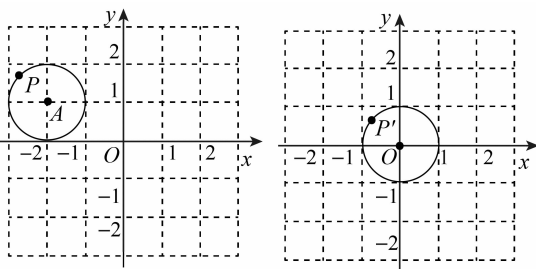


图 7

- A. $(m+2, n+1)$ B. $(m-2, n-1)$
C. $(m-2, n+1)$ D. $(m+2, n-1)$

数学理解

5. 如图 8, 将直角顶点为 A 的等腰直角三角形 ABC 沿 BC 向右平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$. 若 $BC = 3\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 重叠部分的面积为 2, 则 BB_1 的长为 ()

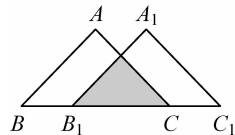


图 8

- A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. $\sqrt{3}$ D. 2
6. 如图 9, 在平面直角坐标系中, 边长为 2 的正方形 ABCD 的边 AB 在 x 轴上, AB 边的中点是坐标原点 O, 将正方形绕点 C 按逆时针方向旋转 90° 后, 点 B 的对应点 B' 的坐标是 ()

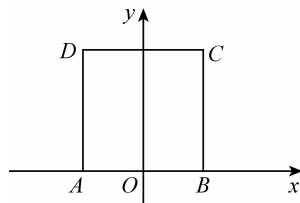


图 9

- A. $(-1, 2)$ B. $(1, 4)$
C. $(3, 2)$ D. $(-1, 0)$
7. 如图 10, $\triangle AOB$ 的顶点均在边长为 1 的小正方形网格的格点上.
- (1) 点 B 关于 y 轴的对称点坐标为 _____;
 - (2) 将 $\triangle AOB$ 向左平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1O_1B_1$, 请在图中画出 $\triangle A_1O_1B_1$;
 - (3) 在(2)中, A_1 的坐标为 _____.

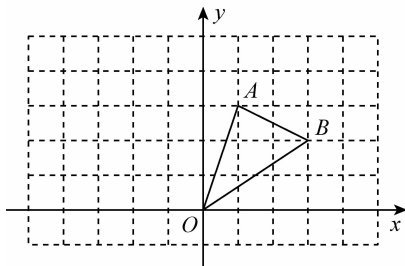


图 10

8. 如图 11 所示的 3×3 网格是由 9 个相同的小正方形组成的，每个网格图中有 3 个小正方形已涂上阴影，请在余下的小正方形中，按下列要求涂上阴影：

- (1) 选取 1 个涂上阴影，使 4 个阴影小正方形组成一个轴对称图形，但不是中心对称图形；
- (2) 选取 1 个涂上阴影，使 4 个阴影小正方形组成一个中心对称图形，但不是轴对称图形；
- (3) 选取 2 个涂上阴影，使 5 个阴影小正方形组成一个轴对称图形。

(要求：依次画在图 11①，图 11②，图 11③中，分别需画出符合条件的一种情形)

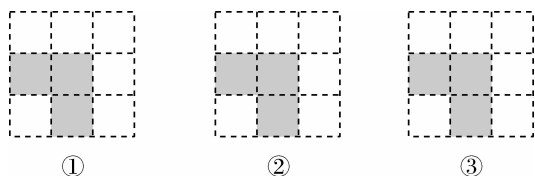


图 11

整合提升

9. 如图 12， $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 绕某点旋转得到的，请画出这个旋转中心。

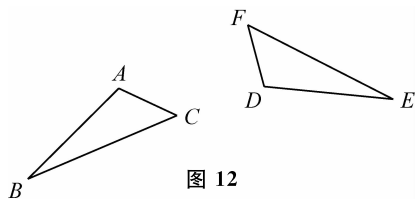


图 12

10. 如图 13，已知在平面直角坐标系中 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-3, 5)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(-1, 3)$ 。

- (1) 若 $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 C_1 的坐标为 $(4, 0)$ ，写出顶点 A_1 ， B_1 的坐标；
- (2) 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于原点 O 成中心对称，写出 $\triangle A_2B_2C_2$ 各顶点的坐标；
- (3) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_3B_3C_3$ ，写出 $\triangle A_3B_3C_3$ 各顶点的坐标。

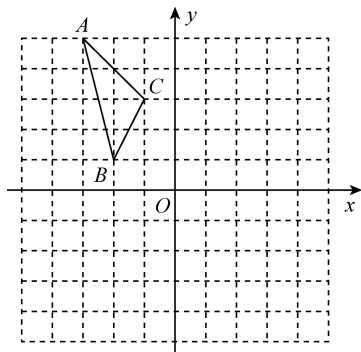


图 13

探究拓展

11. (1) 发现：如图 14①，点 A 为线段 BC 外一动点， $BC=a$ ， $AB=b$ 。当点 A 位于 _____ 时，线段 AC 的长取得最大值，最大值为 _____ (用含 a, b 的式子表示)。

(2) 应用：点 A 为线段 BC 外一动点， $BC=3$ ， $AB=1$ ，如图 14②所示，分别以 AB, AC 为边，作等边三角形 ABD 和等边三角形 ACE ，连接 CD, BE 。

- ① 请找出图中与 BE 相等的线段，并说明理由；
- ② 直接写出线段 BE 长的最大值。

(3) 拓展：如图 14③，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(2, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(5, 0)$ ，点 P 为线段 AB 外一动点， $PA=2$ ， $PM=PB$ ， $\angle BPM=90^\circ$ ，请直接写出线段 AM 长的最大值及此时点 P 的坐标。

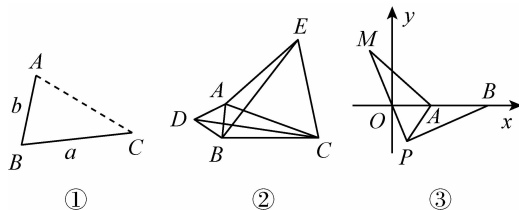


图 14

本章验收

(时间: 45 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 30 分)

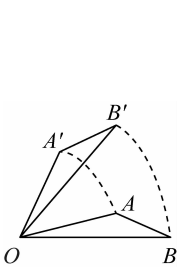
1. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



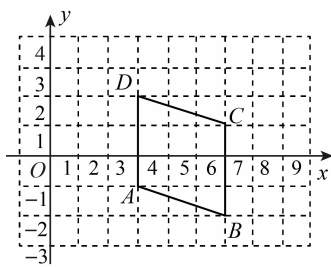
A B C D

2. 如图, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle A'OB'$. 若 $\angle AOB = 15^\circ$, 则 $\angle AOB'$ 的度数是 ()

- A. 25° B. 30°
C. 35° D. 40°



(第 2 题)



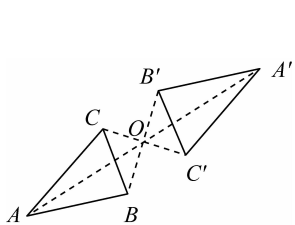
(第 3 题)

3. 将四边形 $ABCD$ 先向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 那么点 A 的对应点 A' 的坐标是 ()

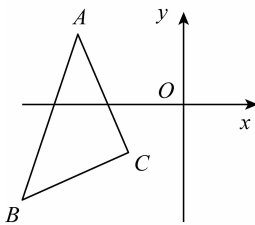
- A. $(6, 1)$ B. $(0, 1)$
C. $(0, -3)$ D. $(6, -3)$

4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于点 O 成中心对称, 下列结论中不正确的是 ()

- A. $OC = OC'$
B. $OA = OA'$
C. $BC = B'C'$
D. $\angle ABC = \angle A'C'B'$



(第 4 题)



(第 5 题)

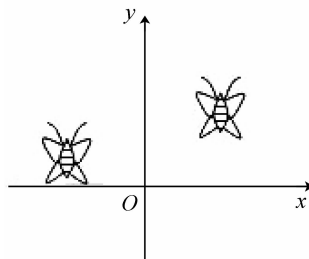
5. 如图, 将 $\triangle ABC$ 的三个顶点的横坐标乘 -1 , 纵坐标不变, 则所得图形与原图的关系是 ()

- A. 关于 x 轴对称
B. 关于 y 轴对称
C. 关于原点对称
D. 将原图沿 x 轴的负方向平移了 1 个单位长度

6. 如图, 在平面直角坐标系中, 右边的蝴蝶是由左边的蝴蝶飞过去以后得到的, 左边蝴蝶的左、右翅尖的坐标分别是 $(-4, 2)$, $(-2, 2)$, 右边蝴蝶的左翅尖的坐标是

$(3, 4)$, 则右边蝴蝶的右翅尖的坐标是

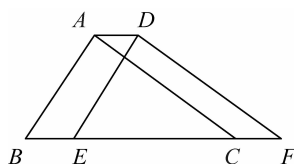
- ()
A. $(6, 4)$
B. $(5, 4)$
C. $(4, 4)$
D. $(4, 5)$



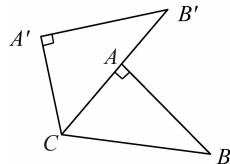
(第 6 题)

二、填空题(每小题 5 分, 共 30 分)

7. 如图, 将周长为 8 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 向右平移 1 个单位长度得到 $\triangle DEF$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为 _____.



(第 7 题)



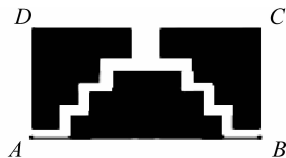
(第 8 题)

8. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 48° 得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C$, 点 A 在边 $B'C$ 上, 则 $\angle B'$ 的大小为 _____.

9. 在平面直角坐标系中, 已知线段 AB 的两个端点的坐标分别是 $A(4, -1)$, $B(1, 1)$, 将线段 AB 平移后得到线段 $A'B'$. 若点 A' 的坐标为 $(-2, 2)$, 则点 B' 的坐标为 _____.

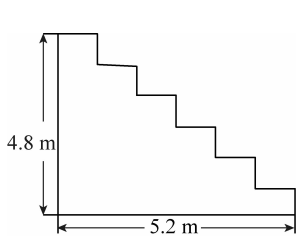
10. 如图是一块长方形 $ABCD$ 的场地, 长 $AB = m$ m, 宽 $AD = n$ m, A, B 两处入口小路的宽都为 1 m, 两小路汇合处的路宽为 2 m, 其余部分种

植草坪,则草坪面积为_____.

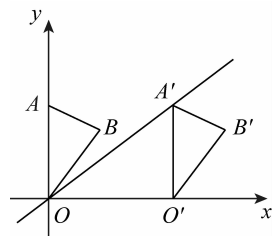


(第 10 题)

11. 要在台阶上铺设某种红地毯,已知这种红地毯每平方米的售价是 40 元,台阶宽为 3 m,侧面如图所示,购买这种红地毯至少需要_____元.



(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 (0, 4), $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移后得到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 的对应点 A' 是直线 $y = \frac{4}{5}x$ 上一点, 则点 B 与其对应点 B' 间的距离为_____.

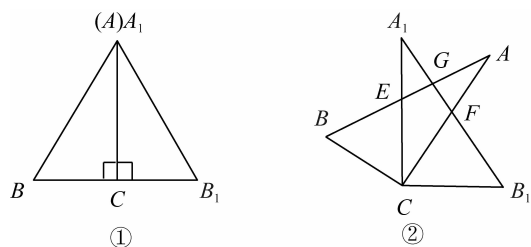
三、解答题(共 40 分)

13. (本题 12 分)

将两块大小相同的含 30° 角的直角三角板 ($\angle BAC = \angle B_1A_1C = 30^\circ$) 按图①的方式放置, 固定三角板 A_1B_1C , 然后将三角板 ABC 绕直角顶点 C 顺时针旋转(旋转角小于 90°) 至图②所示的位置, AB 与 A_1C 交于点 E, AC 与 A_1B_1 交于点 F, AB 与 A_1B_1 交于点 G.

(1) 求证: $\triangle BCE \cong \triangle B_1CF$.

(2) 当旋转角等于 30° 时, AB 与 A_1B_1 垂直吗? 请说明理由.



(第 13 题)

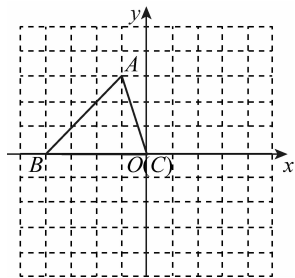
14. (本题 14 分)

如图,在平面直角坐标系中,小正方形网格的边长为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-1, 3)$, $B(-4, 0)$, $C(0, 0)$.

(1) 画出将 $\triangle ABC$ 向上平移 1 个单位长度, 再向右平移 5 个单位长度后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 画出将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到的 $\triangle A_2B_2O$;

(3) 在 x 轴上存在一点 P, 满足点 P 到点 A_1 与点 A_2 的距离之和最小, 求出点 P 的坐标.



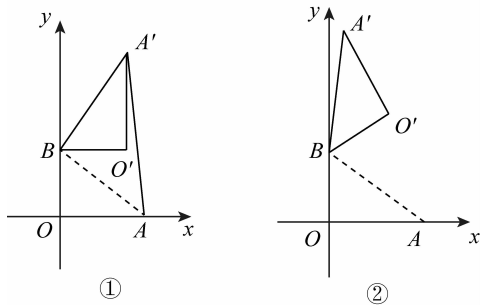
(第 14 题)

15. (本题 14 分)

在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(4, 0)$, 点 $B(0, 3)$, 把 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle A'BO'$, 点 A, O 旋转后的对应点分别为 A' , O' , 记旋转角为 α .

(1) 如图①, 若 $\alpha = 90^\circ$, 求 AA' 的长;

(2) 如图②, 若 $\alpha = 120^\circ$, 求点 O' 的坐标.



(第 15 题)

第四章 因式分解

本章学习目标

1. 能解释整式乘法与因式分解的关系，体会因式分解的意义。
2. 能用提公因式法、平方差公式和完全平方公式(直接利用公式不超过两次)进行因式分解，或者简便运算。

1. 因式分解

课时目标

1. 能类比因数分解说出整式因式分解的意义，体会因式分解与整式乘法之间的关系。
2. 能用几何图形解释因式分解的意义。

课内练习

1. 连一连：

$a^2 - 1$	—————	$(a+1)(a-1)$
$a^2 + 6a + 9$		$(3a+1)(3a-1)$
$a^2 - 4a + 4$		$a(a-b)$
$9a^2 - 1$		$(a+3)^2$
$a^2 - ab$		$(a-2)^2$

2. 观察下列各式中从左到右的变形。

- ① $x^2 - 2 = (x+1)(x-1) - 1$;
- ② $(x-3)(x+2) = x^2 - x - 6$;
- ③ $3m^2n - 6mn = 3mn(m-2)$;
- ④ $ma + mb + mc = m(a+b) + mc$;
- ⑤ $a^2 - 4ab + 4b^2 = (a-2b)^2$.

其中属于因式分解的是_____。(只填序号)

3. 若 $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$ ，则将多项式 $x^2 - 4$ 因式分解的结果是_____。
4. 若多项式 $x^2 - kx - 15$ 因式分解的结果是 $(x+5) \cdot (x-3)$ ，则 k 等于_____。

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列各式从左到右的变形中，属于因式分解的是 ()
A. $x^2 - 9 + 6x = (x+3)(x-3) + 6x$
B. $(x+5)(x-2) = x^2 + 3x - 10$
C. $x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$
D. $(x-2)(x+3) = (x+3)(x-2)$
2. 下列各式从左到右的变形：① $15x^2y = 3x \cdot 5xy$ ；
② $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ ；③ $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$ ；
④ $x^2 + 4x + 1 = x(x+4 + \frac{1}{x})$ 。其中属于因式分解的共有 ()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
3. 把一个多项式化成几个_____的_____的形式，这种变形叫做因式分解。
4. (1) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ 从左到右的变形是_____ (填“因式分解”或“整式乘法”)；
(2) $4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$ 从左到右的变形是_____ (填“因式分解”或“整式乘法”)。
5. 若一个多项式因式分解的结果为 $(2x+5)(2x-5)$ ，则这个多项式是_____。

数学理解

6. 下列各式由左到右的变形中, 属于因式分解的是 ()
- A. $a(m+n)=am+an$
 B. $a^2-b^2-c^2=(a-b)(a+b)-c^2$
 C. $10x^2-5x=5x(2x-1)$
 D. $x^2-16+6x=(x+4)(x-4)+6x$
7. 已知多项式 x^2+mx+5 因式分解的结果是 $(x+5)(x+n)$, 则 m, n 的值分别为 ()
- A. $m=1, n=5$ B. $m=5, n=1$
 C. $m=1, n=6$ D. $m=6, n=1$
8. 计算(1)~(3)题, 并根据计算结果将(4)~(6)题进行因式分解.
- (1) $(x-2)(x-1)=$ _____ ;
 (2) $3x(x-2)=$ _____ ;
 (3) $(x-2)^2=$ _____ ;
 (4) $3x^2-6x=$ _____ ;
 (5) $x^2-4x+4=$ _____ ;
 (6) $x^2-3x+2=$ _____ .
9. 用简便方法计算: $59 \times 5.82 - 16 \times 5.82 + 23 \times 5.82 + 34 \times 5.82$.
10. 已知 $x^2+2x-2=0$, 求代数式 $3x^2+6x+1$ 的值.

整合提升

11. 观察下面计算 $962 \times 95 + 962 \times 5$ 的解题过程, 其中最简便的方法是 ()
- A. $962 \times 95 + 962 \times 5 = 91\,390 + 4\,810 = 96\,200$
 B. $962 \times 95 + 962 \times 5 = 962 \times 5 \times (19+1) = 962 \times (5 \times 20) = 96\,200$
 C. $962 \times 95 + 962 \times 5 = 5 \times (962 \times 19 + 962) = 5 \times (18\,278 + 962) = 96\,200$
 D. $962 \times 95 + 962 \times 5 = 962 \times (95+5) = 962 \times 100 = 96\,200$

12. 若关于 x 的多项式 $3x^2+mx+n$ 因式分解的结果为 $(3x+2)(x-1)$, 求 m, n 的值.

13. 两位同学将一个含有 x 的二次三项式因式分解, 甲同学因看错了一次项系数而分解成 $(x-1)(x-9)$, 乙同学因看错了常数项而分解成 $(x-2)(x-4)$, 求原多项式.

探究拓展

14. 计算 $(-2)^{2\,019} + (-2)^{2\,020}$ 的结果是 ()
- A. $-2^{2\,019}$ B. $-2^{2\,020}$ C. $2^{2\,019}$ D. -2
15. 如图 4-1-1 是一个边长为 a 的正方形与一个长、宽分别为 a, b 的长方形组成的大长方形 $ABCD$, 整个图形可以表达出一个关于多项式因式分解的等式, 则这个等式是_____.

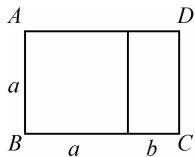


图 4-1-1

16. 已知 n 为正整数, 试判断 n^2+n 是奇数还是偶数, 请说明理由.
17. 通过计算说明: 25^5+5^{11} 能被 30 整除.

2. 提公因式法

第一课时

课时目标

1. 能说出公因式的概念，并能确定一个多项式中各项的公因式。
2. 会用提公因式法把一个公因式是单项式多项式进行因式分解。

课内练习

1. 下列因式分解结果正确的是 ()
 - A. $12abc - 9a^2b^2 = 3abc(4 - 3ab)$
 - B. $3x^2y - 3xy + 6y = 3y(x^2 - x + 2y)$
 - C. $-a^2 + ab - ac = -a(a - b + c)$
 - D. $x^2y + 5xy - y = y(x^2 + 5x)$
2. 把 $4a^2b + 10ab^2$ 因式分解时，应提取的公因式是_____。
3. 若多项式 $a^3 - 3a^2 + a$ 有一个因式是 a ，则它的另一个因式是_____。
4. 把 $4ab^2 - 2ab + 8a$ 因式分解的结果是_____。
5. 把下列各式因式分解：
 - (1) $3a^2 - 6a$;
 - (2) $2m^3 - 2m^2 - 6m$;
 - (3) $-2x^2y + 4xy^2 - 2xy$;
 - (4) $-12x^3y^2 + 12x^2y - 3xy^2$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列多项式的公因式是 a 的是 ()
 - A. $ax + ay + 5$
 - B. $3ma - 6ma^2$
 - C. $4a^2 + 10ab$
 - D. $a^2 - 2a + ma$
2. 下列因式分解正确的是 ()
 - A. $a^2b + 7ab - b = b(a^2 + 7a)$
 - B. $3x^2y - 3xy + 6y = 3y(x^2 - x + 2)$
 - C. $8xyz - 6x^2y^2 = 2xyz(4 - 3xy)$
 - D. $-2a^2 + 4ab - 6ac = -2a(a - 2b - 3c)$
3. 一个多项式因式分解的结果是 $3x(x + 1)$ ，那么这个多项式是 ()
 - A. $3x^2 + 1$
 - B. $3x^2 + x$
 - C. $3x^2 + 3x$
 - D. $4x$
4. $7ab^4 + 14a^2b^2 - 49a^3b^2 = 7ab^2(\quad)$.
5. 一个多项式各项都含有的_____，叫做这个多项式各项的公因式。
6. 多项式 $a^2b - 2ab^2 + ab$ 各项的公因式是_____。
7. 若 $a - b = 1$ ， $ab = 12$ ，则 $a^2b - ab^2$ 的值为_____。
8. 把下列各式因式分解：
 - (1) $m^2 - m$;
 - (2) $x^2y - 3xy$;
 - (3) $3a^2b - 6ab^2$;
 - (4) $a^2b - 2ab^2 + ab$;

(5) $3x^2y - 6xy$;

(6) $5x^2y^3 - 25x^3y^2 + 10x^2y^2$.

数学理解

9. 下列多项式中, 不含公因式 $5a^2b$ 的是 ()

A. $15a^2b - 20a^2b^2$

B. $30a^2b^3 - 15ab^4 - 10a^3b^2$

C. $10a^2b^2 - 20a^2b^3 + 50a^4b^5$

D. $5a^2b^4 - 10a^3b^3 + 15a^4b^2$

10. 多项式 $-4a^3 + 4a^2 - 16a$ 因式分解的结果是 ()

A. $-a(4a^2 - 4a + 16)$ B. $a(-4a^2 + 4a - 16)$

C. $-4(a^3 - a^2 + 4a)$ D. $-4a(a^2 - a + 4)$

11. 多项式 $-\frac{1}{5}abc + \frac{1}{5}ab^2 - a^2bc$ 的一个因式是 $-\frac{1}{5}ab$, 另一个因式是 ()

A. $c - b + \frac{1}{5}ac$ B. $c + b - 5ac$

C. $c - b + 5ac$ D. $c + b - \frac{1}{5}ac$

12. 已知 $2x - y = \frac{1}{8}$, $xy = 2$, 求 $2x^4y^3 - x^3y^4$ 的值.

13. 把下列多项式因式分解:

(1) $15a^3b^2 + 5a^2b$;

(2) $15x^3y^2 + 5x^2y - 20x^2y^3$;

(3) $56a^3bc + 14a^2b^2c - 21ab^2c^2$;

(4) $-5a^2b^3 + 20ab^2 - 5ab$.

14. 利用因式分解的方法进行计算:

(1) $2\ 018^2 + 2\ 018 - 2\ 019^2$;

(2) $0.582 \times 8.69 + 1.136 \times 8.69 + 8.282 \times 8.69$.

整合提升

15. (1) 求代数式 $ma + mb + mc$ 的值, 其中 $m = -25.6$, $a = 53.2$, $b = 66.4$, $c = -19.6$;(2) 已知串联电路的电压 $U = IR_1 + IR_2 + IR_3$, 当 $R_1 = 12.9\ \Omega$, $R_2 = 18.5\ \Omega$, $R_3 = 18.6\ \Omega$, $I = 2.3\ \text{A}$ 时, 求 U 的值.

探究拓展

16. 通过计算说明: $3^{2\ 017} - 4 \times 3^{2\ 016} + 10 \times 3^{2\ 015}$ 能被 7 整除.

第二课时

课时目标

会用提公因式法把一个公因式是多项式
的多项式进行因式分解,进一步体会因式分解与
整式乘法互为逆变形.

课内练习

- 下列各式成立的是 ()
A. $-x-y=-(x-y)$ B. $y-x=x-y$
C. $(x-y)^2=(y-x)^2$ D. $(x-y)^3=(y-x)^3$
- 多项式 $3(x-y)^3-(y-x)^2$ 因式分解的结果是 ()
A. $(x-y)^2(3x-3y+1)$ B. $3(x-y)^2(x-y+1)$
C. $(x-y)^2(3x-3y)$ D. $(x-y)^2(3x-3y-1)$
- 多项式 $xy^2(x+y)^3-x(x+y)^2$ 各项的公因式是_____.
- 把下列各式进行因式分解:
(1) $(x+y)(x-y)-(x+y)^2$;

(2) $8a(x-y)^2-4b(y-x)$;

(3) $3m(x-y)-2(y-x)^2$;

(4) $6x(x+y)-4y(x+y)$.

课外检测

夯实基础

知识技能

- 观察下列多项式: ① $2a+b$ 和 $a+b$; ② $5m(a-b)$ 和 $-a+b$; ③ $3(a+b)$ 和 $-a-b$; ④ x^2-y^2 和 x^2+y^2 . 其中有公因式的是 ()
A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ①④

- 将多项式 $b^2(x-2)+b(2-x)$ 因式分解, 正确的是 ()
A. $(x-2)(b^2+b)$
B. $b(x-2)(b+1)$
C. $(x-2)(b^2-b)$
D. $b(x-2)(b-1)$
- 多项式 $(3a-4b)(7a-8b)+(11a-12b)(8b-7a)$ 因式分解的结果是 ()
A. $8(7a-8b)(a-b)$ B. $2(7a-8b)^2$
C. $8(7a-8b)(b-a)$ D. $-2(7a-8b)$
- 多项式 $(x-y)^2-(y-x)$ 因式分解的结果为 ()
A. $(x-y)(x-y-1)$
B. $(y-x)(x-y-1)$
C. $(y-x)(y-x-1)$
D. $(y-x)(y-x+1)$
- 下列因式分解正确的是 ()
A. $6(x-2)+x(2-x)=(x-2)(6+x)$
B. $x^3+2x^2+x=x(x^2+2x)$
C. $a(a-b)^2+ab(a-b)=a(a-b)$
D. $3x^{n+1}+6x^n=3x^n(x+2)$
- 在括号内填上适当的因式: (1) $-x-1=-(\quad)$; (2) $a-b+c=a-(\quad)$.
- 因式分解 $x(x-y)-y(y-x)$ 的结果是_____.
- 因式分解: $2(a-b)^3-4(b-a)^2=2(a-b)^2 \cdot (\quad)$.
- 因式分解: $(a-b)^2(x-y)-(b-a)(y-x)^2=(a-b)(x-y) \cdot (\quad)$.
- 把下列各式因式分解:
(1) $2x(a+b)-3(a+b)$;

(2) $m(2a-b)+n(2a-b)$.

数学理解

11. 将多项式 $m^2(a-2b)+m(2b-a)$ 因式分解, 正确的是 ()

A. $(a-2b)(m^2-m)$ B. $m(a-2b)(m+1)$

C. $m(a-2b)(m-1)$ D. $m(2b-a)(m-1)$

12. 下列因式分解正确的是 ()

A. $10ab^2c+6ac^2+2ac=2ac(5b^2+3c)$

B. $(a-b)^3-(b-a)^2=(a-b)^2(a-b+1)$

C. $x(b+c-a)-y(a-b-c)-a+b-c=(b+c-a)(x+y-1)$

D. $(a-2b)(3a+b)-5(2b-a)^2=(a-2b) \cdot (11b-2a)$

13. 多项式 $ab(a-b)^2+a^2(b-a)^2-ac(a-b)^2$ 因式分解时, 所提取的公因式应是_____.

14. 把下列各式因式分解:

(1) $15x(a-b)^2-3y(b-a)$;

(2) $(a-3)^2-(2a-6)$;

(3) $(m+n)(p-q)-(m+n)(q+p)$;

(4) $a(x-a)+b(a-x)-c(x-a)$.

16. 在下列横线上填“+”或“-”.

(1) $(a-b)=\underline{\quad}(b-a)$;

(2) $(a-b)^2=\underline{\quad}(b-a)^2$;

(3) $(a-b)^3=\underline{\quad}(b-a)^3$;

(4) $(a-b)^4=\underline{\quad}(b-a)^4$;

(5) $(a-b)^5=\underline{\quad}(b-a)^5$;

(6) $(a-b)^6=\underline{\quad}(b-a)^6$.

通过填空发现: 当 n 为什么数时, $(a-b)^n=(b-a)^n$? 当 n 为什么数时, $(a-b)^n=-(b-a)^n$ (其中 n 为正整数)?

探究拓展

17. 先阅读下列因式分解的过程, 再回答提出的问题:

$$1+x+x(1+x)+x(1+x)^2=(1+x)+x(1+x)+x(1+x)^2=(1+x)[(1+x)+x(1+x)]=(1+x)^2(1+x)=(1+x)^3.$$

(1) 上述因式分解的方法是_____, 共连续用了_____次;

(2) 若因式分解 $1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\cdots+x(1+x)^{2016}$, 则需要上述方法_____次, 因式分解的结果是_____;

(3) 直接写出将多项式 $1+x+x(1+x)+x(1+x)^2+\cdots+x(1+x)^n$ (n 为正整数) 因式分解的结果.

整合提升

15. 不解方程组 $\begin{cases} 2x+y=6, \\ x-3y=1, \end{cases}$ 求代数式 $7y(x-3y)^2-$

$2(3y-x)^3$ 的值.

3. 公式法

第一课时

课时目标

1. 会将整式乘法中的平方差公式逆变形得出因式分解的平方差公式.
2. 会用平方差公式进行因式分解.

课内练习

1. 下列多项式中, 能用平方差公式因式分解的是 ()
 - A. $x^2y - xy$
 - B. $x^2 + xy + y^2$
 - C. $x^2 - y^2$
 - D. $x^2 + y^2$
2. 下列将多项式 $x^4 - 16$ 因式分解正确的是 ()
 - A. $(x^2 + 8)(x^2 - 8)$
 - B. $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$
 - C. $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$
 - D. $(x^2 + 8)(x + 4)(x - 4)$
3. 因式分解 $x^2y - 9y$ 的结果是 _____.
4. 把下列各式因式分解:
 - (1) $p^2 - 36$;
 - (2) $m^2n^2 - 81$;
 - (3) $4x^2y^2 - x^2$;
 - (4) $-3xy^3 + 27x^3y$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列各式中能用平方差公式进行因式分解的是 ()
 - A. $4x^2 + y^2$
 - B. $-a^2 + 81$
 - C. $-25m^2 - n^2$
 - D. $p^2 - 2p + 1$

2. 多项式 $a^3 - a$ 因式分解的结果是 ()
 - A. $a(a^2 - 1)$
 - B. $a(a - 1)^2$
 - C. $a(a + 1)(a - 1)$
 - D. $(a^2 + a)(a - 1)$
3. 多项式 $-a^2 + b^2$ 因式分解的结果是 ()
 - A. $(a + b)(a - b)$
 - B. $(a + b)(-a - b)$
 - C. $(a + b)(b - a)$
 - D. $(a - b)(b - a)$
4. (1) 写出整式乘法的平方差公式: _____;
 (2) 写出因式分解的平方差公式: _____.
5. 因式分解: $x^2 - y^2 =$ _____,
 $9x^2 - 4 =$ _____, $4x^2 - 9y^2 =$ _____.
6. 若一个多项式因式分解的结果是 $(b + 2)(b - 2)$, 则这个多项式是 _____.
7. 如图 4-3-1①, 在边长为 a 的正方形的左下角剪去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$), 把余下部分沿虚线剪开拼成一个长方形 (如图 4-3-1②), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证一个因式分解的公式, 这个公式是 _____.

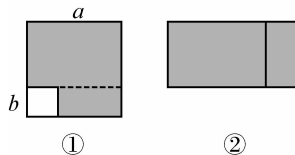


图 4-3-1

8. 把下列各式因式分解:
 - (1) $x^2 - 25$;
 - (2) $4x^2 - 49$;
 - (3) $9m^2 - 64n^2$;
 - (4) $x^2y^2 - 9$;

(5) $1. 21x^2 - 2. 25y^2$;

(6) $\frac{25}{4}a^2 - \frac{64}{9}b^2$.

数学理解

9. 若一个多项式因式分解的结果是 $(b^3 + 2)(2 - b^3)$, 则这个多项式是 ()

- A. $b^6 - 4$ B. $4 - b^6$
C. $b^6 + 4$ D. $4 - b^9$

10. 把多项式 $4m^2 - 25$ 因式分解, 结果正确的是 ()

- A. $(4m + 5)(4m - 5)$ B. $(2m + 5)(2m - 5)$
C. $(m - 5)(m + 5)$ D. $m(m - 5)(m + 5)$

11. 请你写出一个二项式, 使它能先提公因式后、再运用平方差公式进行因式分解. 你写的二项式是 _____, 因式分解的结果是 _____.

12. 把下列各式因式分解:

(1) $x^2y - y$;

(2) $4x^2 - (y - z)^2$;

(3) $4a^2x^2 - 16a^2y^2$;

(4) $16(a - b)^2 - (a + b)^2$;

(5) $(a + 2)(a - 8) + 6a$;

(6) $x^4 - y^4$.

整合提升

13. (1) 如果 $a + b = 2016$, $a - b = 1$, 那么 $a^2 - b^2$ 等于 _____;

(2) 已知 $a + b = 2$, 则 $a^2 - b^2 + 4b$ 的值等于 _____.

14. (1) 利用因式分解进行简便计算: $201^2 - 199^2$;

(2) 通过计算说明: $99^3 - 99$ 能被 98 和 100 整除.

探究拓展

15. 若 n 为整数, $(n + 11)^2 - n^2$ 的值总能被 k 整除, 则 k 的值是 ()

- A. 11 B. 22
C. 11 或 22 D. 11 的倍数

16. 因式分解: $x^{m+3} - x^{m+1} =$ _____.
(m 为正整数)

第二课时

课时目标

1. 会将整式乘法的完全平方公式逆向变形得出因式分解的完全平方公式.
2. 会用完全平方公式进行因式分解.

课内练习

1. 把多项式 $x^2 - 4x + 4$ 因式分解, 结果正确的是 ()

A. $(x-4)^2$ B. $(x+2)^2$
C. $(x+2)(x-2)$ D. $(x-2)^2$
2. 下列因式分解正确的是 ()

A. $2x^2 - 2 = 2(x+1)(x-1)$
B. $x^2 + 2x - 1 = (x-1)^2$
C. $x^2 + 1 = (x+1)^2$
D. $x^2 - x + 2 = x(x-1) + 2$
3. 多项式 $3a^2 - 6a + 3$ 因式分解的结果是_____.
4. 把下列各式因式分解:

(1) $x - 4x^2 + 4x^3$;

(2) $-4x^2y + 12xy^2 - 9y^3$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列各式是完全平方的是 ()

A. $x^2 + 2x - 1$ B. $x^2 - 3x + 9$
C. $x^2 + xy + y^2$ D. $x^2 + x + \frac{1}{4}$
2. 下列各式中, 能用完全平方公式因式分解的是 ()

A. $a^2 + ab + b^2$ B. $9y^2 - 4y$
C. $4a^2 + 1 - 4a$ D. $q^2 + 2q - 1$

3. 写出整式乘法的完全平方公式:

(1) _____;

(2) _____.
4. 写出因式分解的完全平方公式:

(1) _____;

(2) _____.
5. 在括号内填上适当的整式:

(1) $x^2 + 4x + (\quad) = (x + \quad)^2$;

(2) $1 - 2b + b^2 = (\quad)^2$.
6. 把下列各式因式分解:

(1) $a^2 + 8a + 16$;

(2) $4x^2 + 4x + 1$;

(3) $x^2 + 2xy + y^2$;

(4) $m^2 - 2mn + n^2$;

(5) $2x^2 - 4x + 2$;

(6) $ax^2 + 2ax + a$.

数学理解

7. 已知 $x^2 - 4x + a^2$ 是完全平方, 那么 a 的值等于 ()

A. 4 B. 2 C. ± 4 D. ± 2
8. 下列多项式中, 不能用公式法因式分解的是 ()

A. $-x^2 + 16y^2$ B. $-x^2 + 2xy - y^2$
C. $-a^2 + 14a + 49$ D. $4x^2 - 4x + 1$
9. 若多项式 $x^2 + mx + 4$ 能用完全平方公式因式分解, 则 m 的值等于 ()

A. 4 B. -4 C. ± 4 D. ± 2

10. 若非零实数 a, b 满足 $a^2 + 4b^2 = 4ab$, 则 a, b 的关系是 ()

A. $a=b$ B. $a=2b$ C. $a=-2b$ D. $2a=b$

11. 多项式 x^2-9 与 x^2+6x+9 的公因式是_____.

12. 因式分解: (1) $1-x+\frac{1}{4}x^2=$ _____;

(2) $-x^3+2x^2-x=$ _____.

13. 把下列各式因式分解:

(1) $-4a^2+4a-1$;

(2) $3-6x+3x^2$;

(3) $-a+2a^2-a^3$;

(4) $(x-y)^2+2(x-y)+1$;

(5) $x^2y^2-4xy+4$;

(6) $x(x+2)+1$.

整合提升

14. 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 满足 $(b^2-c^2) \cdot (a^2-2ab+b^2)=0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是()

A. 直角三角形 B. 等腰三角形

C. 等腰直角三角形 D. 等边三角形

15. 已知 $a-b=1, ab=2$, 求代数式 $a^3b-2a^2b^2+ab^3$ 的值.

探究拓展

16. 因式分解: $-2x^{5n-1}y^n+4x^{3n-1}y^{n+2}-2x^{n-1}y^{n+4}$.

17. 不论 x, y 为何数, 代数式 $x^2+y^2+2x-4y+7$ 的值总大于或等于 2. 请说明理由.

回顾与思考

课时目标

1. 在因式分解的过程中, 进一步体会因式分解与整式乘法的联系, 增强符号意识和提高运算能力.

2. 能熟练运用提公因式法、平方差公式和完全平方公式(直接利用公式不超过两次)进行因式分解, 并能解决简单的问题.

课内练习

- 下列多项式能因式分解的是 ()
 A. $x^2 + y^2$ B. $-x^2 - y^2$
 C. $-x^2 + 2xy - y^2$ D. $x^2 - xy + y^2$
- 因式分解 $2x^2y - 8y$ 的结果是_____.
- 若多项式 $x^2 + mx + 15$ 因式分解的结果是 $(x+5) \cdot (x+n)$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.
- 把下列各式因式分解:
 (1) $x^5 - x^3$;
 (2) $(2x-21)(3x-7) - (3x-7)(x-13)$;
 (3) $-2x^2y + 12xy - 18y$;
 (4) $5x^3 - 10x^2 + 5x$.

课外检测

夯实基础

知识技能

- 下列等式从左到右的变形, 属于因式分解的是 ()
 A. $a(x-y) = ax - ay$
 B. $x^2 + 2x + 1 = x(x+2) + 1$
 C. $(x+1)(x+3) = x^2 + 4x + 3$
 D. $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$

- 下列各式中, 与 $(a-1)^2$ 相等的是 ()
 A. $a^2 - 1$ B. $a^2 - 2a + 1$
 C. $a^2 - 2a - 1$ D. $a^2 + 1$
- 把 $a^3 - 4ab^2$ 因式分解, 结果正确的是 ()
 A. $a(a+4b)(a-4b)$ B. $a(a^2 - 4b^2)$
 C. $a(a+2b)(a-2b)$ D. $a(a-2b)^2$
- 下列多项式能用公式法因式分解的是 ()
 A. $x^2 + 1$ B. $x^2 - x$
 C. $x^2 - 1$ D. $2x^2 + 1$
- 下列各式从左到右的变形正确的是 ()
 A. $x^2 + y^2 = (x+y)(x-y)$
 B. $-x^2 - y^2 = -(x+y)(x-y)$
 C. $-x^2 + 2xy - y^2 = -(x-y)^2$
 D. $x^2 - xy + y^2 = (x-y)^2$
- 观察下列式子从左到右的变形:
 ① $x^2 - 4y^2 = (x-2y)(x+2y)$;
 ② $2x(x-3y) = 2x^2 - 6xy$;
 ③ $(5a-1)^2 = 25a^2 - 10a + 1$;
 ④ $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$;
 ⑤ $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$;
 ⑥ $m^2 - 4 = (m+2)(m-2)$.
 其中属于整式乘法的是_____, 属于因式分解的是_____.(只填序号)
- 因式分解: (1) $8 - 2x^2 =$ _____;
 (2) $3ax^2 - 6axy + 3ay^2 =$ _____.
- 把下列各式因式分解:
 (1) $2x^2 - 4x$;
 (2) $x^2y^2 - y^2$;
 (3) $3a^2 - 6a + 3$;
 (4) $x(x-y) + y(y-x)$;

(5) $(a-2b)^2 - 8(a-2b) + 16$;

(6) $(a^2+b^2)^2 - 4a^2b^2$.

数学理解

9. 若多项式 $4x^2 - mx + 9$ 能用完全平方式因式分解, 则 m 的值等于 ()
A. 3 B. 4 C. 12 D. ± 12
10. 多项式: ① $x^2 + y^2$, ② $-x^2 + y^2$, ③ $-x^2 - y^2$, ④ $x^2 + xy + y^2$, ⑤ $x^2 + 2xy - y^2$, ⑥ $-x^2 + 4xy - y^2$, 其中能用公式法因式分解的有 ()
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
11. 在边长为 a 的正方形的左下角剪去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图 1①), 把余下部分沿虚线剪开拼成一个长方形 (如图 1②), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证因式分解的平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$, 这种验证方法体现的数学思想是 ()

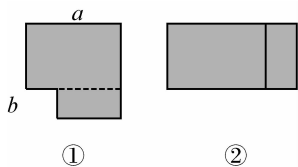


图 1

- A. 转化思想 B. 函数思想
C. 数形结合思想 D. 方程思想
12. 若 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $a^2 - 2ab + b^2 = 0$ 且 $b^2 - c^2 = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等边三角形
13. 把下列各式因式分解:
(1) $4x - x^3$;
(2) $x^2y^4 - x^4y^2$;
(3) $2a^3 - 8a^2 + 8a$;

(4) $m^2(3x-2y) - n^2(3x-2y)$;

(5) $x^2 - 4(x-1)$;

(6) $x^4 - 16y^4$.

整合提升

14. 计算: $2^{10} - 2^9 - 2^8 - \dots - 2^2 - 2$.
15. 在三个整式 $x^2 + 2xy, y^2 + 2xy, x^2$ 中, 请你任意选出两个进行加(或减)运算, 使所得整式可以因式分解, 并进行因式分解.
16. 通过计算说明: 对于任意整数 n , $(n+13)^2 - n^2$ 一定能被 13 整除.

探究拓展

17. 已知 $a+b=-3, ab=2$, 则 $(a-b)^2$ 的值等于 ()
A. 1 B. 4 C. 16 D. 9
18. 计算: $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2 + 101^2$.

本章验收

(时间: 45 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 30 分)

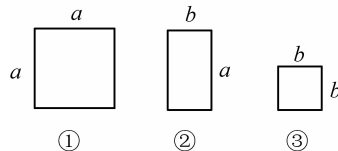
1. 下列各式从左到右的变形中, 是因式分解的为 ()
- A. $x(a-b)=ax-bx$
 B. $x^2-1+y^2=(x-1)(x+1)+y^2$
 C. $x^2-1=(x+1)(x-1)$
 D. $ax+bx+c=x(a+b)+c$
2. 将多项式 $-6a^3b^2-3a^2b^2+12a^2b^3$ 因式分解时, 应提取的公因式是 ()
- A. $-3a^2b^2$ B. $-3ab$ C. $-3a^2b$ D. $-3a^3b^3$
3. 多项式 $4x^2-4$ 与多项式 x^2-2x+1 的公因式是 ()
- A. $x-1$ B. $x+1$
 C. x^2-1 D. $(x-1)^2$
4. 若 $ab=-3$, $a-2b=5$, 则 a^2b-2ab^2 的值是 ()
- A. 15 B. -15 C. 2 D. -8
5. 把代数式 $ax^2-4ax+4a$ 因式分解, 下列结果中正确的是 ()
- A. $a(x+2)(x-2)$ B. $a(x+2)^2$
 C. $a(x-4)^2$ D. $a(x-2)^2$
6. 下列各式中能用完全平方公式因式分解的是 ()
- A. a^2-ab+b^2 B. a^2-b^2
 C. a^2+9b^2-6ab D. $a^2-2ab-b^2$

二、填空题(每小题 5 分, 共 30 分)

7. 因式分解 $16a^2-9$ 的结果是_____.
8. 当 $x+y=-4$, $x-y=8$ 时, 那么代数式 x^2-y^2 的值等于_____.
9. 将多项式 $-x^2+y^2$ 因式分解的结果是_____.
10. 将多项式 $(x+3)^2-(x+3)$ 因式分解的结果是_____.
11. 因式分解: $x^3y-2x^2y^2+xy^3=_____$.
12. 观察下列各式: $1^2+1=1\times 2$, $2^2+2=2\times 3$, $3^2+3=3\times 4$, \dots , 请你猜想第 $n(n\geq 1)$ 个式子可表示为_____.

三、解答题(共 40 分)

13. (本题 10 分)
- (1) 利用因式分解计算: $7.6\times 99.9+4.3\times 99.9-1.9\times 99.9$;
- (2) 已知 $a+b=2$, $ab=2$, 求 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值.
14. (本题 20 分)
- 把下列各式因式分解:
- (1) x^2-25y^2 ; (2) $16x^2-8x+1$;
- (3) $4ax^2-16ay^2$; (4) x^3-4x^2+4x ;
- (5) $-4x^2y+12xy^2-9y^3$.
15. (本题 10 分)
- 现有若干张如图所示的正方形和长方形卡片, 请你用拼图的方法拼成一个大长方形, 使它的面积等于 $a^2+6ab+5b^2$, 请你画出所拼图形并根据你拼成的图形将多项式 $a^2+6ab+5b^2$ 进行因式分解.



(第 15 题)