第三章 圆

本章学习目标

1. 能结合图形说出圆、弧、弦、圆心角、圆周角、等圆、等弧的概念，会判断点与圆的位置关系.

*2. 探索并证明垂径定理和切线长定理，会用垂径定理解决简单的计算问题.

3. 能说出圆周角与圆心角及所对弧之间的关系，说出圆周角定理及其推论的证明思路，知道并能画出三角形的内心与外心.

4. 能说出直线与圆的位置关系及切线的概念，了解切线与过切点的半径的关系.

5. 会计算圆的弧长、扇形的面积.

6. 了解正多边形的概念及正多边形与圆的关系，并能解决简单的问题.

1. 圆

课时目标

1. 能说出圆的定义及相关概念.

2. 知道点与圆之间有三种位置关系. 已知点到圆心的距离与圆的半径，会判别点与圆的位置关系.

课内练习

1. 一般地，要把车轮做成圆形，实际上就是根据圆的特征中的 ( )

A. 同弧所对的圆周角相等

B. 直径是圆中最大的弦

C. 圆上各点到圆心的距离相等

D. 圆是中心对称图形

2. 已知⊙O的半径为 3 cm，$PO=5$ cm，则点 P 与⊙O的位置关系是 ( )

A. 点 P 在⊙O上　　B. 点 P 在⊙O外

C. 点 P 在⊙O内　　D. 不确定

3. 在 Rt△ABC 中，$\angle ABC=90^\circ$，$AB=8$ cm，$BC=6$ cm，以点 B 为圆心，以某一直角边长为半径画圆，则点 A，C 与⊙B的位置关系是 ( )

A. 若点 A 在⊙B上，则 C 在⊙B外

B. 若点 C 在⊙B上，则点 A 在⊙B外

C. 若点 A 在⊙B上，则点 C 在⊙B上

D. 以上都不正确

4. 已知点 M 在⊙O内，点 N 在⊙O外．若 $OM=5$ cm，$ON=8$ cm，则⊙O的半径 r 的取值范围是________.

5. 如图 3-1-1，AB，CD 是⊙O的两条直径，点 E，F 分别是半径 OA，OB 的中点．判断四边形 $CEDF$ 的形状并说明理由.

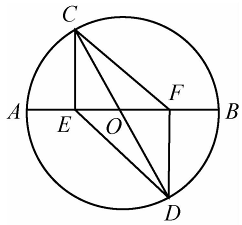


图 3-1-1

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列说法正确的有 ( )

①直径是弦；②半圆是弧；③经过圆内一定点可

以作无数条弦；④长度相等的弧是等弧.

A. ①②③　　B. ②③

C. ①②　　D. ①②④

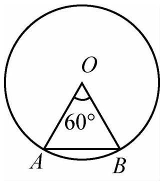


图 3-1-2

2. 如图 3-1-2，⊙O 的半径为 5，$\angle AOB=60^\circ$，则弦 AB 的长为________.

3. 已知⊙O 的直径是 10 cm，⊙O 所在的平面内有一点 P，当 PO________时，点 P 在⊙O 上；当 PO________时，点 P 在⊙O 内；当 PO________时，点 P 在⊙O 外.

数学理解

4. 如图 3-1-3，⊙O 的半径 $OM\perp ON$，随着点 A，B 分别在半径 OM，ON 上运动，以 OA，OB 为邻边的矩形 $PAOB$ 的顶点 P 在⊙O 上运动(点 P 不与 M，N 重合). 在运动过程中，对角线 AB 的长度　　(　　)

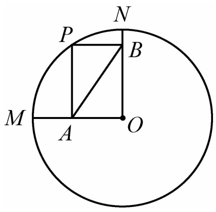


图 3-1-3

A. 不变　　B. 变小

C. 变大　　D. 不能确定

5. 战国时期数学家墨子撰写的《墨经》一书中，就有“圜(圆)，一中同长也”的记载，它的意思是圆上各点到圆心的距离都等于　　(　　)

A. 直径　　B. 半径

C. 定长　　D. 题中给出的长度

6. 菱形 $ABCD$ 的对角线相交于 O 点，$AC=5$ cm，$DB=8$ cm，以 O 为圆心，以 3 cm 长为半径作⊙O，则点 A 在⊙O__________，点 B 在⊙O__________.

整合提升

7. 在△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle B=60^\circ$，$AC=3$，以 C 为圆心，r 为半径作⊙C，如果点 B 在圆内，而点 A 在圆外，那么 r 的取值范围是________.

8. 已知点 A 到⊙O 上各点的距离中，最大值为7 cm，最小值为 1 cm，则⊙O 的半径是________.

9. 如图 3-1-4，CD 是⊙O 的直径，E 是⊙O 上一点，$\angle EOD=48^\circ$，A 为 DC 延长线上一点，且 $AB=OC$，求$\angle A$ 的度数.

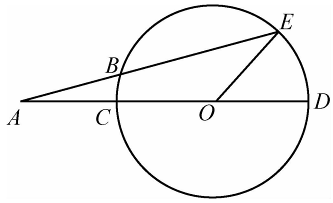


图 3-1-4

探究拓展

10. 如图 3-1-5，BD，CE 是△ABC 的高. 求证：E，B，C，D 四点在同一个圆上.

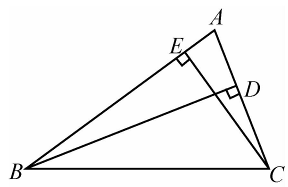


图 3-1-5

2. 圆的对称性

课时目标

1. 能解释圆的轴对称性和中心对称性，了解圆的旋转不变性.

2. 能结合图形说出圆心角、弧、弦之间的关系，并解决有关计算问题.

课内练习

1. 如图 3-2-1，已知 A，B，C，D 是⊙O 上的点，$\angle 1=\angle 2$，则下列结论中不正确的是　　(　　)

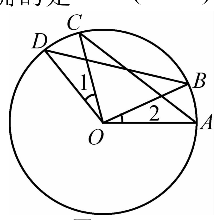


图 3-2-1

A. $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

B. $\angle BOD=\angle AOC$

C. $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AC}$

D. $\angle COB=\angle B$

2. 下列说法正确的是　　(　　)

A. 等弦所对的弧相等

B. 等弧所对的弦相等

C. 圆心角相等，所对的弦相等

D. 弦相等所对的圆心角相等

3. 圆是轴对称图形，它的对称轴是____________，圆也是中心对称图形，它的对称中心是____________.

4. 如图 3-2-2，AB，CD 为⊙O 的两条弦，$AB=CD$. 求证：$\angle AOC=\angle BOD$.

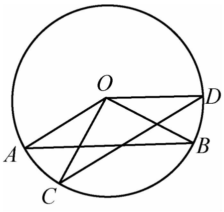


图 3-2-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-2-3，AB 为⊙O 的直径，$\angle AOD=80°$，OC 是$\angle BOD$ 的平分线，则$\angle BOC$ 的度数为 （　　）

A. 40°　　B. 45°　　C. 50°　　D. 60°

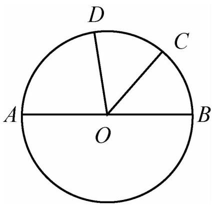


图 3-2-3

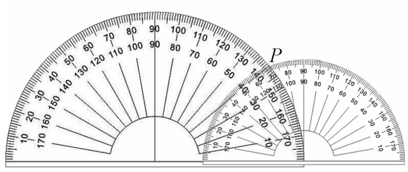


图 3-2-4

2. 如图 3-2-4，右侧量角器的 0°刻度线在左侧量角器的 0°刻度线上，且该量角器的中心在左侧量角器的外缘边上．如果它们外缘边上的公共点 P 在左侧量角器上对应的度数为 40°，那么在右侧量角器上对应的度数为（　　）(只考虑小于 90°的角度)

A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 80°

3. 如图 3-2-5，AB，CE 是⊙O 的直径，$\angle COD=60°$，且 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，那么与$\angle AOE$ 相等的角(除$\angle AOE$ 外)有__________个，与$\angle AOC$ 相等的角(除$\angle AOC$ 外)有__________.

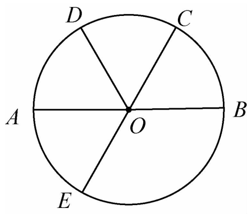


图 3-2-5

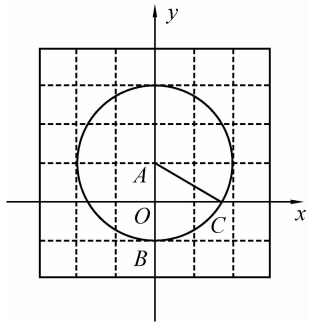


图 3-2-6

4. 如图 3-2-6，已知点 $A(0，1)$，$B(0，-1)$，以点 A 为圆心，AB 为半径作圆，交 x 轴的正半轴于点 C，则$\angle BAC$ 的度数为__________.

数学理解

5. 如图 3-2-7，在两半径不同的同心圆中，$\angle AOB=\angle A'OB'=60°$，下列说法正确的是 （　　）

A. $\overset{\frown}{AB}$的长度<$\overset{\frown}{A'B'}$的长度

B. $\overset{\frown}{AB}$的长度=$\overset{\frown}{A'B'}$的长度

C. $\overset{\frown}{AB}$的长度>$\overset{\frown}{A'B'}$的长度

D. 无法判断

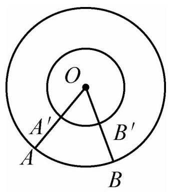


图 3-2-7

整合提升

6. 如图 3-2-8，⊙O 的半径为 $2\sqrt{2}$，动点 P 从点 A 处沿圆周以每秒 45°圆心角的速度逆时针匀速运动．第 1 秒点 P 位于如图的位置，第 2 秒中 P 点位于点 C 的位置，……则第 2 020 秒点 P 所在位置的坐标为 （　　）

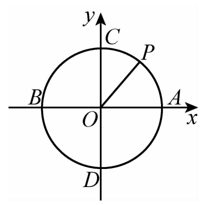


图 3-2-8

A. $(2，2)$　　B. $(0，2\sqrt{2})$

C. $(-2，2)$　　D. $(-2\sqrt{2}，0)$

7. 如图 3-2-9，AB，DE 是⊙O 的直径，点 C 是⊙O 上的一点，且$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CE}$.

(1)求证：$BE=CE$；

(2)若$\angle B=50^\circ$，求$\angle AOC$ 的度数 .

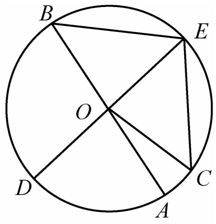


图 3-2-9

探究拓展

8. 如图 3-2-10，A，B 是⊙O 上两点，$\angle AOB=120^\circ$，C 是$\overset{\frown}{AB}$ 的中点.

(1)求证：AB 平分$\angle OAC$；

(2)延长 OA 至点 P，使得 $AP=OA$，连接 PC. 若⊙O 的半径 $R=1$，求 PC 的长.

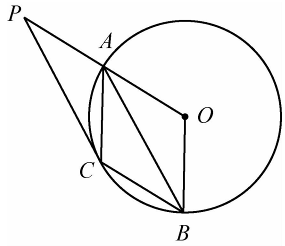


图 3-2-10

*3. 垂径定理

课时目标

1. 经历垂径定理及其逆定理的证明过程，能画出图形，并用符号语言表述定理内容.

2. 能运用垂径定理及其逆定理解决简单的计算问题.

课内练习

1. 如图 3-3-1，在 5×5 的正方形网格中，一条圆弧经过 A，B，C 三点，那么这条圆弧所在圆的圆心是 (　　)

A. 点 P　　B. 点 Q　　C. 点 R　　D. 点 M

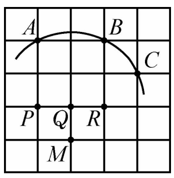


图 3-3-1

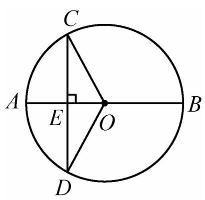


图 3-3-2

2. 如图 3-3-2，已知⊙O 的直径 $AB\perp CD$ 于点 E，则下列结论错误的是 (　　)

A. $CE=DE$　　B. $AE=OE$

C. $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$　　D. $\triangle OCE\cong\triangle ODE$

3. 如图 3-3-3，MN 是⊙O 的弦，正方形 $OABC$ 的顶点 B，C 在 MN 上，且点 B 是 CM 的中点. 若正方形 $OABC$ 的边长为 3，则 MN 的长为________.

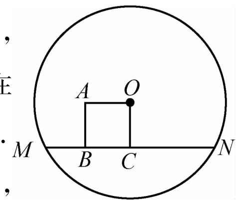


图 3-3-3

4. 图 3-3-4 是一大型圆形工件露出地表的部分. 为推测它的半径，小亮同学谈了他的想法：先量取弦 AB 的长，再量$\overset{\frown}{AB}$的中点到 AB 的距离 CD 的长，就能求出这个圆形工件的半径. 你认为他的想法合理吗？若不合理，请说明理由；若合理，请你给出具体的数值，并求出半径.

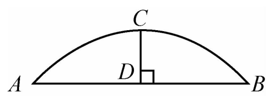


图 3-3-4

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-3-5，⊙O 的直径 AB 垂直弦 CD 于点 P，且 P 是半径 OB 的中点，$CD=6$ cm，则⊙O 的半径等于（　　）

A. $2\sqrt{3}$ cm　　B. $3\sqrt{2}$ cm

C. $4\sqrt{2}$ cm　　D. $4\sqrt{3}$ cm

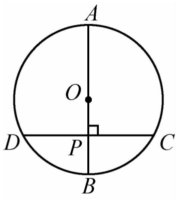


图 3-3-5

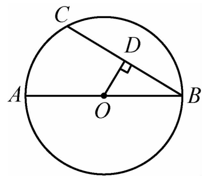


图 3-3-6

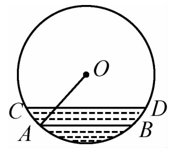


图 3-3-7

2. 如图 3-3-6，AB 为⊙O 的直径，BC 为⊙O 的一条弦，过点 O 作 BC 的垂线，且交 BC 于点 D. 若 $AB=16$，$BC=12$，则△OBD 的面积为（　　）

A. $6\sqrt{7}$　　B. $12\sqrt{7}$　　C. 15　　D. 30

3. 一根排水管的截面如图 3-3-7 所示，已知排水管的半径 $OA=1$ m，水面宽 $AB=1.2$ m. 某天下雨后，水管水面上升了 0.2 m，则此时排水管水面宽 CD 等于（　　）

A. 1.8 m　　B. 1.6 m　　C. 1.4 m　　D. 1.3 m

数学理解

4. 如图 3-3-8，在⊙O 中，弦 AB 的长为 6 cm. 圆心 O 到 AB 的距离为 4 cm，则⊙O 的半径为（　　）

A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 5 cm　　D. 6 cm

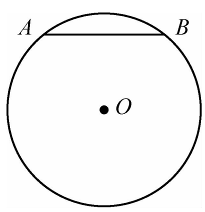


图 3-3-8

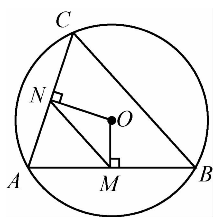


图 3-3-9

5. 如图 3-3-9，AB，AC 都是⊙O 的弦，$OM\perp AB$，$ON\perp AC$，垂足分别是点 M，N. 若 $MN=3$，则 BC 的长等于________.

6. 如图 3-3-10，某窗户由矩形和弓形组成，已知弓形的跨度 $AB=3$ m，弓形的高 $EF=1$ m. 现计划安装一块玻璃，请帮工人师傅求出弦 AB 所在⊙O 的半径．半径为________m.

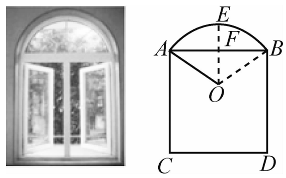


图 3-3-10

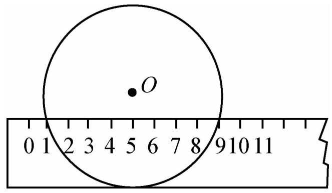


图 3-3-11

7. 当宽为 3 cm 的刻度尺的一边与圆只有一个公共点时，另一边与圆的两个交点处的读数如图 3-3-11 所示（单位：cm），那么该圆的半径为________cm.

8. 已知⊙O 的半径为 5，弦 AB 的长为 8，M 是弦 AB 上的动点，则线段 OM 的长的最小值为________，最大值为________.

整合提升

9. 如图 3-3-12，⊙O 的直径是 4 cm，C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，弦 AB，CD 相交于点 P，$CD=2\sqrt{3}$ cm. 求∠APC 的度数.

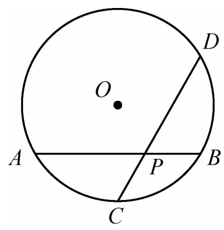


图 3-3-12

探究拓展

10. 如图 3-3-13，BC 是⊙O 的弦，直径 $AD\perp BC$，垂足为点 E，交⊙O 于点 D，过点 C 作 $CF\parallel BD$ 交直径 AD 于点 F，连接 AB，AC，BF，CD.

(1)求证：$AB=AC$；

(2)试判断四边形 $BFCD$ 的形状，并说明理由.

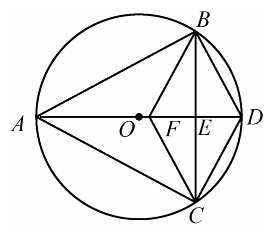


图 3-3-13

4. 圆周角和圆心角的关系

第一课时

课时目标

1. 能说出圆周角的概念，会正确找到一条弧所对的圆周角与圆心角.

2. 会用圆周角与圆心角之间的关系进行有关角的计算(转换).

课内练习

1. 图 3-4-1 中的角是圆周角的有 ( )

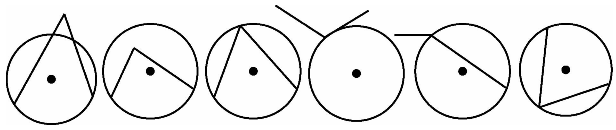


图 3-4-1

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图 3-4-2，正方形 $ABCD$ 的四个顶点都在⊙O 上，点 P 在 $\overset{\frown}{CD}$ 上(点 P 与点 C 不重合)，则 $\angle BPC$ 的度数等于 ( )

A. 45°　　B. 60°

C. 75°　　D. 90°

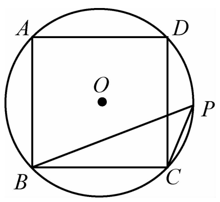


图 3-4-2

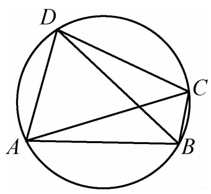


图 3-4-3

3. 如图 3-4-3，A，B，C，D 是同一个圆上的四个点，则图中相等的圆周角共有 ( )

A. 2 对　　B. 4 对

C. 8 对　　D. 16 对

4. 如图 3-4-4，点 A，B，C，D 在⊙O 上，点 O 在 $\angle D$ 的内部，四边形 $OABC$ 为平行四边形，则 $\angle D$ 的度数为________.

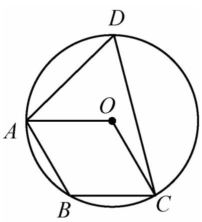


图 3-4-4

5. 如图 3-4-5，AB，AC 为⊙O 的两条弦，延长 CA 到 D，使 $AD = AB$. 若 $\angle ADB = 30^\circ$，求 $\angle BOC$ 的度数.

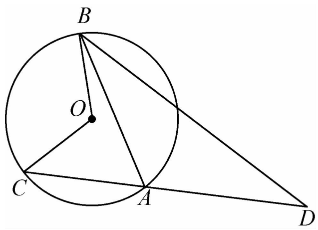


图 3-4-5

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-4-6，A，B，C 是⊙O 上的三点，$\angle BAC=30^\circ$，则 $\angle BOC$ 的度数为 ( )

A. 60°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 15°

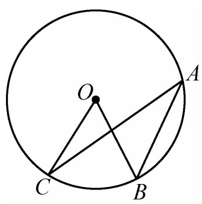


图 3-4-6

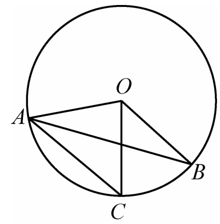


图 3-4-7

2. 如图 3-4-7，⊙O 上有 A，B，C 三点，弦 $AC // OB$，若 $\angle BOC=50^\circ$时，则 $\angle OAB$ 的度数为 ( )

A. 25°　　B. 50°　　C. 60°　　D. 30°

3. 如图 3-4-8，点 A，B，C，D 四个点都在⊙O 上. 若 $\angle BOD=100^\circ$，则 $\angle DCB$ 的度数为 ( )

A. 50°　　B. 80°　　C. 100°　　D. 130°

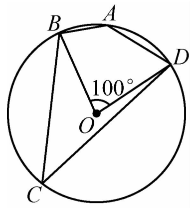


图 3-4-8

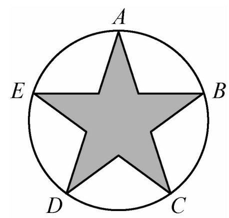


图 3-4-9

4. 图 3-4-9 是中国共产主义青年团团旗上的图案，点 A，B，C，D，E 五等分圆，则$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ 等于（　　）

A. 180°　　B. 150°

C. 135°　　D. 120°

数学理解

5. 如图 3-4-10，已知 EF 是$\odot O$ 的直径，把$\angle A=60^\circ$的三角尺 ABC 的一条直角边 BC 放在直线 EF 上，斜边 AB 与$\odot O$ 交于点 P，点 B 与点 O 重合．将三角尺 ABC 沿 OE 方向平移，直至点 B 与点 E 重合为止．设$\angle POF=x^\circ$，则 x 的取值范围是（　　）

A. $60\leqslant x\leqslant 120$　　B. $30\leqslant x\leqslant 60$

C. $30\leqslant x\leqslant 90$　　D. $30\leqslant x\leqslant 120$

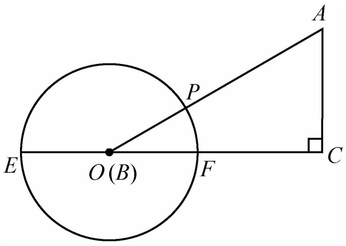


图 3-4-10

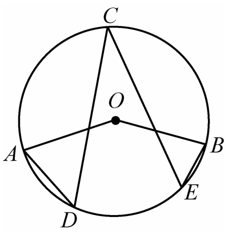


图 3-4-11

6. 如图 3-4-11，在$\odot O$ 中，$\angle AOB$ 的度数为 m，C 是$\overset{\frown}{ACB}$上一点，点 D，E 是$\overset{\frown}{AB}$上不同的两点(不与 A，B 两点重合)，则$\angle D$，$\angle E$ 的度数和为（　　）

A. m　　B. $180^\circ-\dfrac{m}{2}$

C. $90^\circ+\dfrac{m}{2}$　　D. $\dfrac{m}{2}$

7. 已知 AB 是$\odot O$ 的弦，$\angle AOB=88^\circ$，则弦 AB 所对的圆周角的度数为（　　）

A. 44°　　B. 22°

C. 44°或 136°　　D. 44°或 68°

整合提升

8. 如图 3-4-12，A，P，B，C 是半径为 8 的$\odot O$ 上的四点，且满足$\angle BAC=\angle APC=60^\circ$.

(1)求证：$\triangle ABC$ 是等边三角形；

(2)求圆心 O 到 BC 的距离 OD.

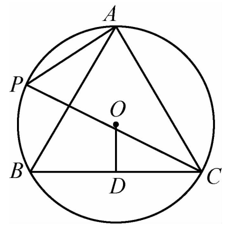


图 3-4-12

探究拓展

9. 如图 3-4-13，A，B，C 为$\odot O$ 上三点，$\angle BAC=120^\circ$，$\angle ABC=45^\circ$，M，N 分别为 BC，AC 的中点，连接 OM，ON，求 $OM:ON$ 的值.

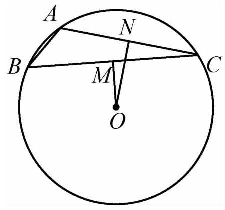


图 3-4-13

第二课时

课时目标

1. 能说出圆周角定理的两个推论，并会用图形与符号语言描述推论.

2. 能熟练运用两个推论解决有关计算问题.

课内练习

1. 如图 3-4-14，AB 是$\odot O$的直径，点 C 在$\odot O$ 上，

若$\angle A=40^\circ$，则$\angle B$的度数为　（　　）

A. 80°　　B. 60°　　C. 50°　　D. 40°

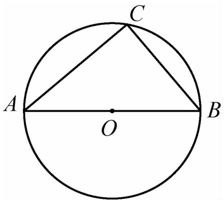


图 3-4-14

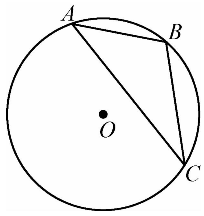


图 3-4-15

2. 如图 3-4-15，在$\odot O$中，弦$AB=1.8$ cm，圆周角$\angle ACB=30^\circ$，则$\odot O$的半径等于______cm.

3. 如图 3-4-16，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，若$\angle A=60^\circ$，则$\angle DCE$的度数为______.

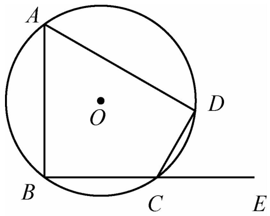


图 3-4-16

4. 如图 3-4-17，AB为$\odot O$的直径，$AB=AC$，BC交$\odot O$于点D，AC交$\odot O$于点E，$\angle BAC=50^\circ$.

(1)求$\angle EBC$的度数；

(2)求证：$BD=CD$.

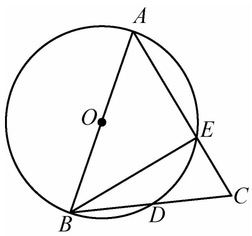


图 3-4-17

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-4-18，AB为$\odot O$的直径，已知$\angle DCB=20^\circ$，则$\angle DBA$的度数为　（　　）

A. 50°　　B. 20°　　C. 60°　　D. 70°

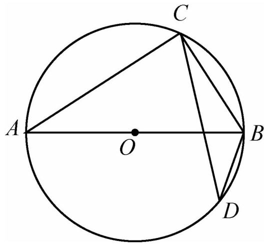


图 3-4-18

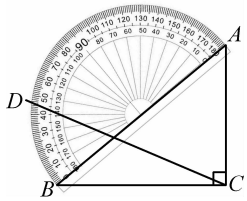


图 3-4-19

2. 如图 3-4-19，直角三角尺ABC的斜边AB与量角器的直径恰好重合，点D在46°的刻度线上，则$\angle BCD$的度数为　（　　）

A. 46°　　B. 23°　　C. 44°　　D. 67°

3. 如图 3-4-20，点B，C，D在$\odot O$上，若$\angle BCD=130^\circ$，则$\angle BOD$的度数等于　（　　）

A. 50°　　B. 60°

C. 80°　　D. 100°

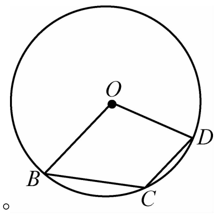


图 3-4-20

数学理解

4. 如图 3-4-21，AB是$\odot O$的直径，$\angle BOC=120^\circ$，$CD\perp AB$，则$\angle ABD$的度数为　（　　）

A. 15°　　B. 30°　　C. 40°　　D. 45°

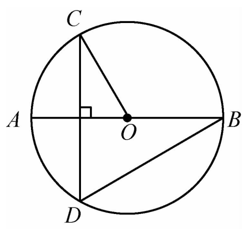


图 3-4-21

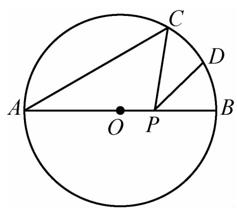


图 3-4-22

5. 如图 3-4-22，AB是$\odot O$的直径，$AB=2$，点C在$\odot O$上，$\angle CAB=30^\circ$，D为$\overset{\frown}{BC}$的中点，P是直径AB上一动点，则$PC+PD$的最小值为　（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2

6. 如图 3-4-23，AB为$\odot O$的直径，$AB=6$，$\angle CAD=30^\circ$，则弦DC的长为______.

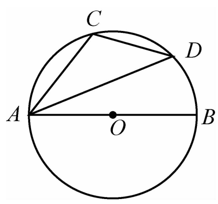


图 3-4-23

整合提升

7. 如图 3-4-24，AB是$\odot O$的一条弦，点C是$\odot O$上一动点，且$\angle ACB=30^\circ$，点E，F分别是AC，BC的中点，直线EF与$\odot O$交于G，H

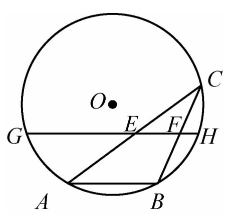


图 3-4-24

两点．若⊙O 的半径为 7，则 $GE+FH$ 的最大值为________．

8. 如图 3-4-25，AB 是⊙O 的直径，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，$\angle COD=60°$．

(1)△AOC 是等边三角形吗？请说明理由．

(2)求证：$OC /\!/ BD$．

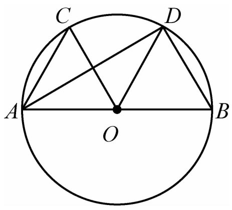


图 3-4-25

探究拓展

9. 如图 3-4-26，AB 是半圆 O 的直径，C 是半圆上一点，D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，$DH\perp AB$，H 是垂足，AC 分别交 BD，DH 于点 E，F．求证：$DF=EF$．

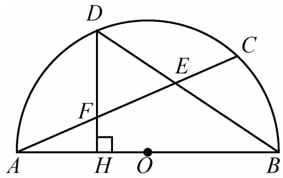


图 3-4-26

5．确定圆的条件

课时目标

1．知道圆心与半径是确定圆的条件，能够解释过不在同一直线上的三点确定一个圆的理由．

2．能画出三角形的外接圆，能说出三角形的外心的概念，了解三角形的外心与三角形的位置关系．

课内练习

1. 下列条件中能确定圆的条件的是 (　　)

A. 已知圆心

B. 已知半径

C. 过三个已知点

D. 过不在同一条直线上的三个点

2. 若△ABC 的外接圆的圆心在△ABC 的外部，则△ABC 是 (　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 无法确定

3. 若直角三角形的两直角边长分别是 5，12，则其外接圆的半径为 (　　)

A. 6　　B. 6.5

C. 7.5　　D. 12

4. 若将一个边长为 4 cm 的正方形用一个圆覆盖，则该圆的半径的最小值为 (　　)

A. 2 cm　　B. $2\sqrt{2}$ cm

C. 4 cm　　D. $4\sqrt{2}$ cm

5. 如图 3-5-1，将△ABC 放在 6×5 的小正方形网格中，小正方形的边长是 1，点 A，B，C 均落在格点上．

(1)利用网格画出△ABC 的外接圆圆心 O；

(2)现要用一个圆面去覆盖$\triangle ABC$，求能够完全覆盖这个三角形的最小圆面的半径.

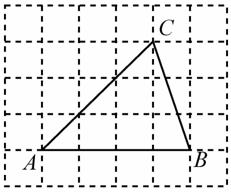


图 3-5-1

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列命题是真命题的是 (　　)
   A. 任意一个圆一定有一个内接三角形，并且只有一个内接三角形
   B. 三角形的外心是三角形三个角的平分线的交点
   C. 经过三点一定可以作圆
   D. 三角形的外心是三角形任意两边的垂直平分线的交点

2. 如图 3-5-2，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，$\angle C=45^\circ$，$AB=4$，则$\odot O$的半径为 (　　)
   A. $2\sqrt{2}$
   B. 4
   C. $2\sqrt{3}$
   D. 5

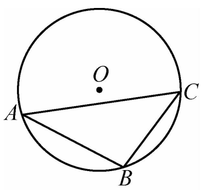


图 3-5-2

3. 在图 3-5-3 所示的四个图形中，一定有外接圆的图形有 (　　)

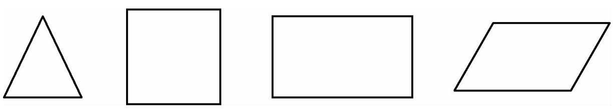


图 3-5-3

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

数学理解

4. 如图 3-5-4，P 为等边三角形 ABC 外接圆上一点，则$\angle APB$ 的度数为 (　　)
   A. 150°　　B. 135°　　C. 115°　　D. 120°

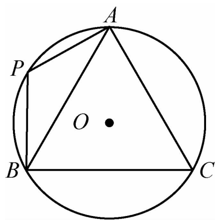


图 3-5-4

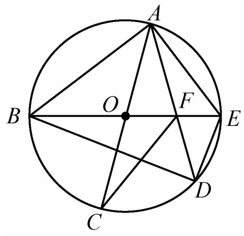


图 3-5-5

5. 如图 3-5-5，AC，BE 是$\odot O$的直径，弦 AD 与 BE 相交于点 F，连接 CF，DE，点 O 不是(　　)的外心.
   A. $\triangle ABE$　　B. $\triangle ACF$
   C. $\triangle ABD$　　D. $\triangle ADE$

6. 若等边三角形的边长为 4，则此三角形外接圆的半径为________.

整合提升

7. 如图 3-5-6，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=5$，$BC=12$，AD 平分$\angle CAB$，过 A，C，D 三点的圆与斜边 AB 交于点 E，连接 DE.
   (1)求证：$AC=AE$；
   (2)求$\triangle ACD$ 的外接圆的半径.

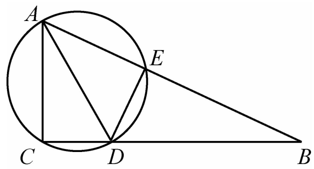


图 3-5-6

探究拓展

8. 在一节数学实践活动课上，老师拿出三个边长都为 5 cm 的正方形硬纸板，他向同学们提出了这样一个问题：若将三个正方形纸板不重叠地放在桌面上，用一个圆形硬纸板将其盖住，这样的圆形硬纸板的最小直径应有多大？问题提出后，同学们经过讨论，大家觉得本题实际上就是求将三个正方形硬纸板无重叠地适当放置，圆形硬纸板能盖住时的最小直径．老师将同学们讨论过程中探索出的三种不同摆放类型的图形画在黑板上，如图 3-5-7 所示．

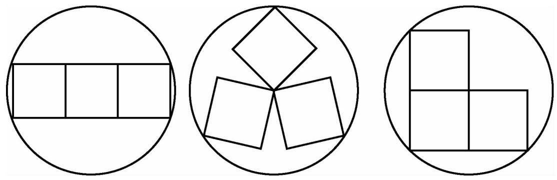
(1)通过计算(结果保留根号与 π)：

(Ⅰ)图①能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为________ cm；

(Ⅱ)图②能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为________ cm；

(Ⅲ)图③能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为________ cm.

(2)其实上面三种放置方法所需的圆形硬纸板的直径都不是最小的，请你画出用圆形硬纸板盖住三个正方形时直径最小的放置方法(只要画出示意图，不要求说明理由)，并求出此时圆形硬纸板的直径.



①　　②　　③

图 3-5-7

6. 直线和圆的位置关系

第一课时

课时目标

1. 能说出直线与圆相离、相切、相交的概念，能根据圆的半径和圆心到直线的距离判断直线与圆的位置关系．

2. 能说出圆的切线的概念，会用几何的推理方法说明一条直线是否为圆的切线．

课内练习

1. $\odot O$ 的半径为 m，直线 l 与 $\odot O$ 相离．设点 O 到 l 的距离为 d，则 d 与 m 的关系是 (　　)

A. $d=m$　　B. $d>m$

C. $d>2m$　　D. $d<m$

2. 已知 $\odot O$ 的半径为 8 cm，若圆心 O 到一条直线的距离为 8 cm，那么这条直线和这个圆的位置关系是 (　　)

A. 相离　　B. 相切

C. 相交　　D. 无法确定

3. 如图 3-6-1，AB 是 $\odot O$ 的弦，AO 的延长线交过点 B 的 $\odot O$ 的切线于点 C，如果 $\angle ABO=20^\circ$，那么 $\angle C$ 的度数等于 (　　)

A. 70°　　B. 50°　　C. 45°　　D. 20°

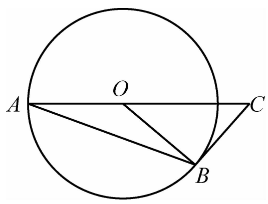


图 3-6-1

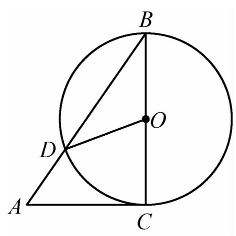


图 3-6-2

4. 如图 3-6-2，AC 是 $\odot O$ 的切线，切点为 C，BC 是 $\odot O$ 的直径，AB 交 $\odot O$ 于点 D，连接 OD. 若

$\angle BAC=55°$，则$\angle COD$的度数为（　　）

A. $70°$　　B. $60°$　　C. $55°$　　D. $35°$

5. 如图 3-6-3，$\angle PAQ$是直角，$\odot O$与AP相切于点T，与AQ交于B，C两点.

(1)判断BT是否平分$\angle OBA$，并说明理由；

(2)若$AT=4$，弦$BC=6$，求$\odot O$的半径R.

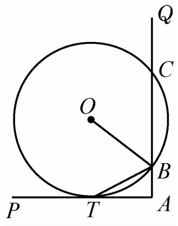


图 3-6-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-6-4，在平面直角坐标系xOy中，半径为 2 的$\odot P$的圆心P的坐标为$(-3,0)$，将$\odot P$沿x轴正方向平移，使$\odot P$与y轴相切，则平移的距离最少是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 5

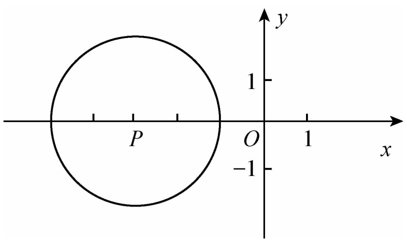


图 3-6-4

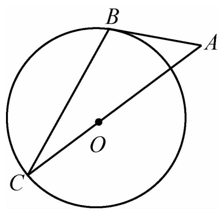


图 3-6-5

2. 如图 3-6-5，AB与$\odot O$相切于点B，AO的延长线交$\odot O$于点C，连接BC. 若$\angle A=46°$，则$\angle C$的度数为（　　）

A. $22°$　　B. $23°$　　C. $36°$　　D. $46°$

3. 如图 3-6-6，$\angle AOB=30°$，C为射线OB上一点（不与点O重合），以C为圆心，5 cm 长为半径作圆，C在OB上运动.

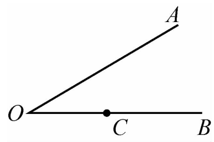


图 3-6-6

(1)当OC满足________时，$\odot C$与OA相离；

(2)当OC满足________时，$\odot C$与OA相切；

(3)当OC满足________时，$\odot C$与OA相交.

数学理解

4. 如图 3-6-7，$\odot O$的半径为 2，点O到l的距离为 3，点P是直线l上的一个动点，PB切$\odot O$于点B，则PB长度的最小值是（　　）

A. $\sqrt{13}$

B. $\sqrt{5}$

C. 3

D. 21

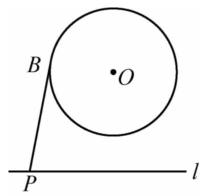


图 3-6-7

5. 如图 3-6-8，已知$\odot O$过正方形$ABCD$的顶点A，B，且与边CD相切. 若正方形的边长为 2，则圆的半径为（　　）

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{5}{4}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. 1

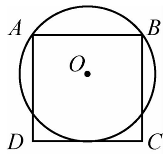


图 3-6-8

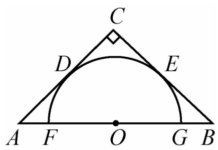


图 3-6-9

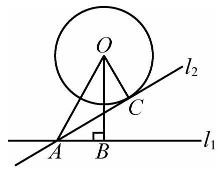


图 3-6-10

6. 如图 3-6-9，半圆O与等腰直角三角形两腰CA，CB分别切于D，E两点，直径FG在AB上. 若$BG=\sqrt{2}-1$，则$\triangle ABC$的周长为（　　）

A. $4+2\sqrt{2}$　　B. 6

C. $2+2\sqrt{2}$　　D. 4

7. 如图 3-6-10，$\odot O$与直线l_1相离，圆心O到直线l_1的距离$OB=2\sqrt{3}$，$OA=4$，将直线l_1绕点A逆时针旋转$30°$后得到的直线l_2刚好与$\odot O$相切于点C，则OC的长为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

整合提升

8. 如图 3-6-11，AB是半圆O的直径，点C在半圆O上，过点C作半圆的切线与AB的延长线相交于点D，过点A作$AF\perp CD$于点F.

(1)求证：AC 平分$\angle FAD$；

(2)若 $OB=BD=2$，求 CF 的长.

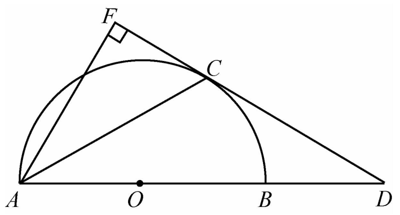


图 3-6-11

探究拓展

9. 如图 3-6-12，⊙O 的半径为 1，等腰直角三角形 ABC 的顶点 B 的坐标为$(\sqrt{2}，0)$，$\angle CAB=90°$，$AC=AB$，顶点 A 在⊙O 上运动.

(1)当点 A 运动到 x 轴的负半轴上时，试判断直线 BC 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

(2)当直线 AB 与⊙O 相切时，求点 A 的坐标.

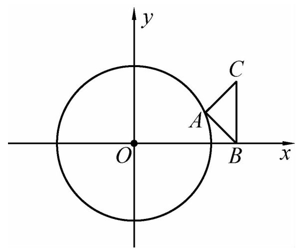


图 3-6-12

第二课时

课时目标

1. 能够结合图形说出切线的判定定理，会判断已知直线是否为圆的切线.

2. 能画出三角形的内切圆，知道三角形的内心是其三条内角平分线的交点.

课内练习

1. 已知点 O 是$\triangle ABC$ 的内心，若$\angle BOC=110°$，则$\angle BAC$ 的度数为 (　　)

A. $40°$　　B. $55°$　　C. $65°$　　D. $70°$

2. 若直角三角形的两条直角边长分别为 3 cm，4 cm，则它的内切圆的半径为 (　　)

A. 1 cm　　B. 2 cm　　C. 3 cm　　D. 4 cm

3. 下列直线中，能判定为圆的切线的是 (　　)

A. 与圆有公共点的直线

B. 垂直于圆的半径且与圆有公共点的直线

C. 过圆的直径的一端，并且垂直于这条直径的直线

D. 过圆的半径的一端，并且垂直于这条半径的直线

4. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=60°$，$\angle ACB=80°$. 若点 O 是$\triangle ABC$ 的内心，则$\angle BOC$ 的度数为_________.

5. 如图 3-6-13，BC 是半圆 O 的直径，点 P 是 BC 延长线上一点，$CP=\frac{1}{2}BC$，$\angle B=30°$.

(1)求证：PA 是⊙O 的切线；

(2)若 $PA=\sqrt{3}$，求半圆 O 的直径.

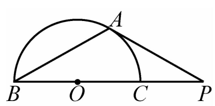


图 3-6-13

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 给出下列命题：

①任意一个三角形一定有一个外接圆，并且只有一个外接圆；

②任意一个圆一定有一个内接三角形，并且只有一个内接三角形；

③任意一个三角形一定有一个内切圆，并且只有一个内切圆；

④任意一个圆一定有一个外切三角形，并且只有一个外切三角形.

其中真命题共有 ( )

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

2. 如图 3-6-14，$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$，$AB=5$，点 D 为 BC 边的中点，以 AD 上一点 O 为圆心的$\odot O$ 与 AB，BC 均相切，则$\odot O$ 的半径为 ( )

A. 1

B. $\frac{6}{7}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{4}{5}$

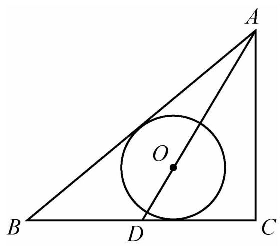


图 3-6-14

3. 已知$\triangle ABC$ 的内切圆$\odot O$ 与三边分别相切于点 D，E，F，那么点 O 是$\triangle DEF$ 的 ( )

A. 三条中线的交点

B. 三条高的交点

C. 三条角平分线的交点

D. 三条边的垂直平分线的交点

数学理解

4. 如图 3-6-15，AB 为$\odot O$ 的直径，直线 l 与$\odot O$ 相切于点 C，$AD\perp l$，垂足为 D，AD 交$\odot O$ 于点 E，连接 OC，BE. 若 $AE=6$，$OA=5$，则线段 DC 的长为________.

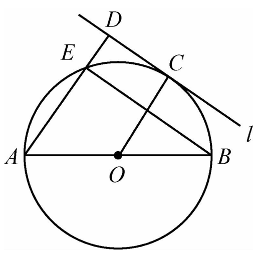


图 3-6-15

5. 若三角形的内心与它的外心重合，则这个三角形是________三角形，它的内切圆半径与它的一边长的比值为________.

整合提升

6. 如图 3-6-16，$\triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle ACB=90^\circ$.

(1)实践与操作

利用尺规按下列要求作图，并在图中标明相应的字母(保留作图痕迹，不写作法).

①作$\triangle ABC$ 的外接圆，圆心为 O；

②以线段 AC 为一边，在 AC 的右侧作等边三角形 ACD；

③连接 BD，交$\odot O$ 于点 E，连接 AE.

(2)综合与运用

在你所作的图中，若 $AB=4$，$BC=2$，则：

①AD 与$\odot O$ 的位置关系是________；

②线段 AE 的长为________.

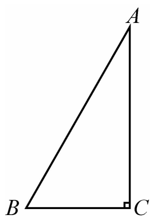


图 3-6-16

7. 如图 3-6-17，$\odot D$ 交 y 轴于 A，B 两点，交 x 轴于点 C，过点 C 的直线 $y=-2\sqrt{2}x-8$ 与 y 轴交于点 P.

(1)判断 PC 与$\odot D$ 的位置关系并说明理由；

(2)在直线 PC 上是否存在点 E，使得 $S_{\triangle EOP}=4S_{\triangle CDO}$，若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由 .

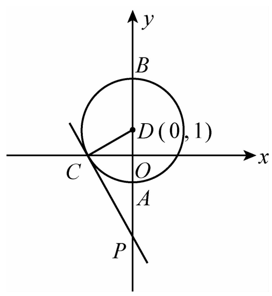


图 3-6-17

探究拓展

8. 已知任意三角形的三边长，如何求三角形面积？古希腊的几何学家海伦解决了这个问题，在他的著作《度量》一书中给出了计算公式：海伦公式 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$（其中 a，b，c 是三角形的三边长，$p=\frac{a+b+c}{2}$，S 为三角形的面积），并给出了证明.

例如：在△ABC 中，$a=3$，$b=4$，$c=5$，那么它的面积可以这样计算

$\because a=3$，$b=4$，$c=5$，$\therefore p=\frac{a+b+c}{2}=6$.

$\therefore S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{6\times3\times2\times1}=6$.

如图 3-6-18，在△ABC 中，$BC=5$，$AC=6$，$AB=9$.

(1)用海伦公式求△ABC 的面积；

(2)求△ABC 的内切圆半径 r.

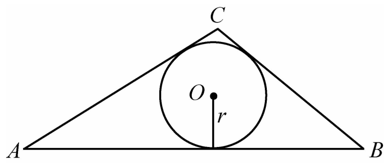


图 3-6-18

*7. 切线长定理

课时目标

1 能结合图形说出切线长定义，会画出过圆外一点圆的两条切线.

2. 能证明切线长定理，并能运用切线长相等的结论解决简单的数学问题.

课内练习

1. 如图 3-7-1，PA，PB 分别切⊙O 于点 A，B，点 E 是⊙O 上一点，且∠$AEB=60°$，则∠P 的度数为 (　　)

A. 60°　　B. 80°　　C. 100°　　D. 120°

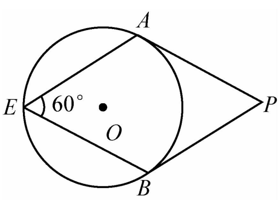


图 3-7-1

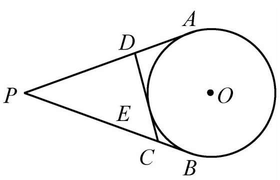


图 3-7-2

2. 如图 3-7-2，圆外一点 P，PA，PB 分别切⊙O 于点 A，B，$PA=8$ cm，点 E 为$\overset{\frown}{AB}$上一点，过点 E 作⊙O 的切线交 PA 于点 D，交 PB 于点 C，则△PCD 的周长为 (　　)

A. 12 cm　　B. 14 cm　　C. 16 cm　　D. 18 cm

3. 一个钢管放在 V 形架内，图 3-7-3 是其截面图，O 为钢管截面的圆心. 若钢管截面的半径为 25 cm，∠$MPN=60°$，则 OP 的长为 (　　)

A. 50 cm

B. $25\sqrt{3}$ cm

C. $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ cm

D. $50\sqrt{3}$ cm

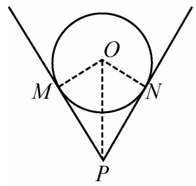


图 3-7-3

4. 若▱$ABCD$ 的四条边都与⊙O 相切，则▱$ABCD$ 一定是________.

5. 如图 3-7-4，P 为⊙O 外一点，PA，PB 为⊙O 的切线，A 和 B 是切点，BC 是⊙O 的直径. 求证：AC∥OP.

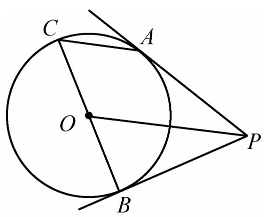


图 3-7-4

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-7-5，在△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=8$，△ABC 的内切圆⊙O 的半径为 1，则△ABC 的周长等于（　　）

A. 21　　B. 20　　C. 19　　D. 18

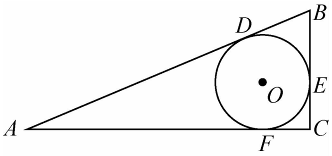


图 3-7-5

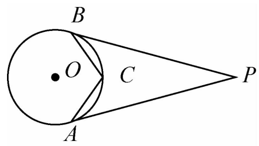


图 3-7-6

2. 如图 3-7-6，PA，PB 分别切⊙O 于 A，B 两点，C 为劣弧 AB 上一点．若 $\angle APB=30^\circ$，则 $\angle ACB$ 的度数为（　　）

A. 60°　　B. 75°　　C. 105°　　D. 120°

3. 如图 3-7-7，AB，AC 为⊙O 的切线，B，C 是切点，延长 OB 到点 D，使 $BD=OB$，连接 AD．若 $\angle DAC=78^\circ$，则 $\angle ADO$ 的度数等于（　　）

A. 70°　　B. 64°　　C. 62°　　D. 51°

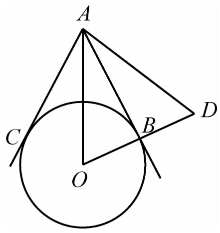
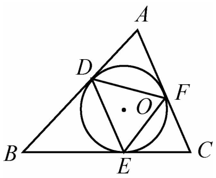


图 3-7-7



3-7-8

数学理解

4. 如图 3-7-8，已知△DEF 是⊙O 的内接三角形，过点 D，E，F 分别作⊙O 的切线，相邻的两条切线相交于点 A，B，C，则点 O 是△ABC 的（　　）

A. 三条中线的交点

B. 三条高的交点

C. 三条边的垂直平分线的交点

D. 三条角平分线的交点

5. 如图 3-7-9，点 P 为⊙O 的直径 BA 延长线上的一点，PC 与⊙O 相切，切点为 C，点 D 是⊙O 上一点，连接 PD．已知 $PC=PD=BC$．下列结论：①PD 与⊙O 相切；②四边形 $PCBD$ 是菱形；③$PO=AB$；④$\angle PDB=120^\circ$．

其中正确的有（　　）

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

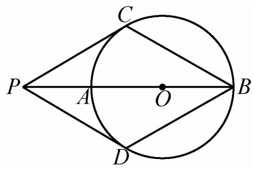


图 3-7-9

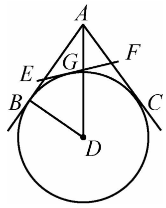


图 3-7-10

6. 如图 3-7-10，⊙D 的半径为 3，点 A 是⊙D 外一点，且 $AD=5$，AB，AC 分别与⊙D 相切于点 B，C．点 G 是劣弧 BC 上任意一点，过点 G 作⊙D 的切线，交 AB 于点 E，交 AC 于点 F，则△AEF 的周长为________，$\tan\angle BDA$ 的值等于________．

整合提升

7. 如图 3-7-11，AB 为半圆 O 的直径，AD，BC，CD 为半圆 O 的切线，切点分别是 A，B，E，则有下列正确结论：(1) $CO\perp DO$；(2) 四边形 $OFEG$ 是矩形．试说明理由．

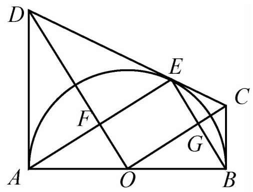


图 3-7-11

探究拓展

8. 如图 3-7-12，在△ABC 中，已知 $\angle ABC=90^\circ$，在 AB 上取一点 E，以 BE 为直径的⊙O 恰与 AC 相切于点 D．若 $AE=2$，$AD=4$．求：

(1) ⊙O 的直径 BE 的长；

(2) △ABC 的面积．

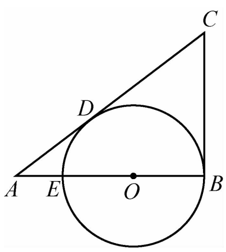


图 3-7-12

8. 圆内接正多边形

课时目标

1. 能说出正多边形的中心、半径、中心角、边心距等概念，会作出圆内接正多边形(三角形、六边形等).

2. 能运用正多边形的有关知识解决与圆有关的计算问题.

课内练习

1. 下列命题是真命题的是 ( )

A. 各边相等的多边形是正多边形

B. 各角相等的多边形是正多边形

C. 既是轴对称图形又是中心对称图形的多边形是正多边形

D. 各边相等，各角也相等的多边形是正多边形

2. 如图 3-8-1，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O，则$\angle ADB$ 的度数等于 ( )

A. 60° B. 45° C. 30° D. 22.5°

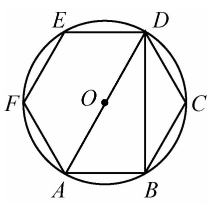


图 3-8-1

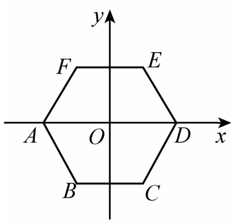


图 3-8-2

3. 若一个正多边形的每个外角都等于 36°，则该多边形是( )

A. 正六边形 B. 正八边形

C. 正十边形 D. 正十二边形

4. 如图 3-8-2，正六边形 $ABCDEF$ 的中心与坐标原点 O 重合，$A(-2,0)$. 把正六边形绕原点顺时针旋转 120°，则点 A 的对应点 A'的坐标是 ( )

A. $(1,\sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3},1)$

C. $(1,-\sqrt{3})$ D. $(-1,\sqrt{3})$

5. 如图 3-8-3，把一根圆柱形的木头锯成正方体形状的柱子，使截面正方形的四个顶点均在圆上.

(1)正方形的对角线与圆的直径有什么关系?

(2)设⊙O 的半径为 2，求图中阴影部分的面积.

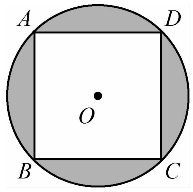


图 3-8-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 正三角形的边心距、半径和高的比是 ( )

A. $1:2:3$ B. $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

C. $1:\sqrt{2}:3$ D. $1:2:\sqrt{3}$

2. 一个平面封闭图形内(含边界)任意两点距离的最大值称为该图形的“直径”，封闭图形的周长与直径之比称为图形的“周率”，如图 3-8-4 所示的四个平面图形(依次为正三角形、正方形、正六边形、圆)的周率从左到右依次记为 a_1，a_2，a_3，a_4，则下列关系中正确的是 ( )

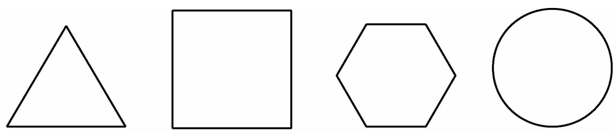


图 3-8-4

A. $a_4>a_2>a_1$ B. $a_4>a_3>a_2$

C. $a_1>a_2>a_3$ D. $a_2>a_3>a_4$

数学理解

3. 如图 3-8-5，⊙O 与正五边形 $ABCDE$ 的两边 AE，CD 分别相切于 A，C 两点，则$\angle OCB$ 的度数为 ( )

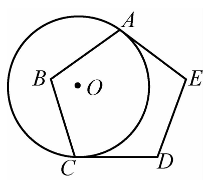


图 3-8-5

A. 18° B. 36°

C. 54° D. 72°

4. 如图 3-8-6，已知边长为 2 的正三角形 ABC 顶点 A 的坐标为(0，6)，BC 的中点 D 在 y 轴上，且在点 A 下方，点 E 是边长为 2、中心在原点的正六边形的一个顶点，把这个正六边形绕中心旋转一周，在此过程中 DE 长度的最小值为 （　　）

A. 3　　　　B. $4-\sqrt{3}$

C. 4　　　　D. $6-2\sqrt{3}$

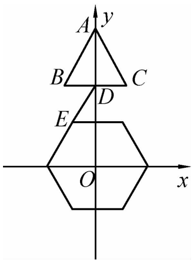


图 3-8-6

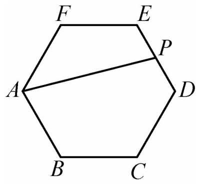


图 3-8-7

5. 如图 3-8-7，在正六边形 $ABCDEF$ 中，$AB=2$，点 P 是 ED 的中点，连接 AP，则 AP 的长为 （　　）

A. $2\sqrt{3}$　　　　B. 4

C. $\sqrt{13}$　　　　D. $\sqrt{11}$

整合提升

6. 如图 3-8-8，在⊙O 中，小明作直径 AC，再作 $BD\perp AC$，分别交⊙O 于点 B，D，连接 AD，作 AD 的垂直平分线交⊙O 于点 M，连接 AM，MD，依次截取 $AE=AM=BF=CG$，交⊙O 于点 E，F，G，连接 AE，BE，BF，CF，CG，DG，则该多边形 $AEBFCGDM$ 的每一个内角的度数为 （　　）

A. 120°　　　　B. 125°

C. 130°　　　　D. 135°

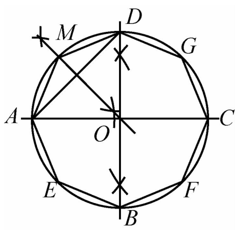


图 3-8-8

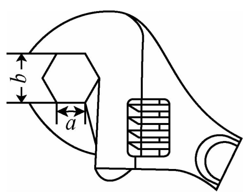


图 3-8-9

7. 如图 3-8-9，要拧开一个边长为 $a=6$ mm 的正六边形螺帽，扳手张开的开口 b 至少为 （　　）

A. $6\sqrt{3}$ mm　　　　B. 12 mm

C. 6 mm　　　　D. 4 mm

探究拓展

8. 如图 3-8-10，⊙O 的半径为 3 cm，作出⊙O 的内接正六边形 $ABCDEF$(不必写作法，但要保留作图痕迹)，并求出它的面积.

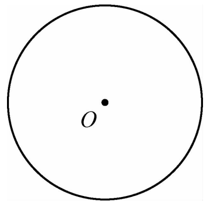


图 3-8-10

9. 如图 3-8-11，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为 $\overset{\frown}{CD}$ 上任意一点，连接 DE，AE.

(1)求$\angle AED$ 的度数；

(2)过点 B 作 $BF\parallel DE$ 交⊙O 于点 F，连接 AF，$AF=1$，$AE=4$，求 DE 的长 .

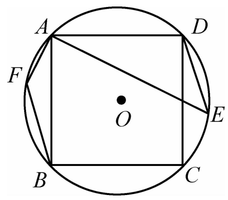


图 3-8-11

9. 弧长及扇形的面积

课时目标

1. 能由圆的周长公式推出所对圆心角为 $n°$ 的弧长公式，由圆的面积公式得到圆心角为 $n°$ 的扇形的面积公式.

2. 能准确运用弧长公式、扇形面积公式进行计算，解决简单的实际问题.

课内练习

1. 在半径为 12 cm 的圆中，150°的圆心角所对弧的长为（　　）

A. 34π cm　　B. 12π cm

C. 10π cm　　D. 5π cm

2. 若一扇形的弧长为 20π cm，面积为 200π cm^2，则该扇形的半径为（　　）

A. 20 cm　　B. 15 cm

C. 12 cm　　D. 10 cm

3. 如图 3-9-1，扇形 AOB 的半径为 1，$\angle AOB=90°$，以 AB 为直径画半圆，则图中阴影部分的面积为（　　）

A. $\frac{1}{4}\pi$

B. $\pi-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}\pi+\frac{1}{2}$

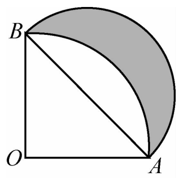


图 3-9-1

4. 如图 3-9-2，在扇形 BAD 中，点 C 在 $\overset{\frown}{BD}$ 上，$\angle BDC=30°$，$AB=2\sqrt{2}$，$\angle BAD=105°$，过点 C 作 $CE\perp AD$ 于点 E，求图中阴影部分的面积.

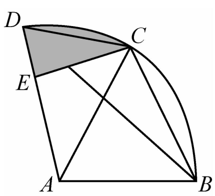


图 3-9-2

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 已知钟面上的分针长为 1，从 9 时到 9 时 30 分，分针在钟面上扫过的面积为（　　）

A. $\frac{1}{2}\pi$　　B. $\frac{1}{4}\pi$　　C. $\frac{1}{8}\pi$　　D. π

2. 如图 3-9-3，AB 是 $\odot O$ 的直径，分别以 OA，OB 为直径作半圆. 若 $AB=4$，则图中阴影部分的面积等于（　　）

A. 8π　　B. 6π　　C. 4π　　D. 2π

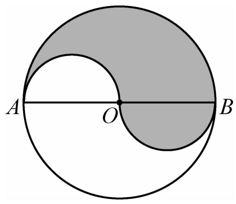


图 3-9-3

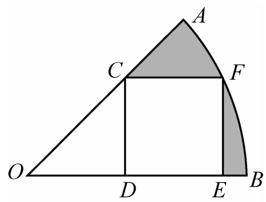


图 3-9-4

3. 如图 3-9-4，在半径为$\sqrt{5}$，圆心角等于 45°的扇形 AOB 内部作一个正方形 $CDEF$，使点 C 在 OA 上，点 D，E 在 OB 上，点 F 在$\overset{\frown}{AB}$上，则图中阴影部分的面积为（　　）

A. $\frac{5\pi-12}{8}$　　B. $\frac{5\pi-6}{8}$

C. $\frac{5\pi-4}{8}$　　D. $\frac{5\pi+2}{8}$

4. 如图 3-9-5，将一块边长为 3 的等边三角形 ABC 的小木板沿水平线无滑动地翻滚使点 B 落在水平线上停止运动，那么点 B 从开始至结束所经过的路径长为（　　）

A. 2π

B. 3π

C. 4π

D. 6π

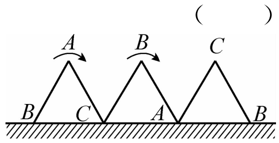


图 3-9-5

数学理解

5. 如图 3-9-6，圆形薄铁片与三角尺、直尺紧靠在一起平放在桌面上. 已知铁片的圆心为 O，三角尺的直角顶点 C 落在直尺的 10 cm 处，铁片与

直尺的唯一公共点 A 落在直尺的 14 cm 处，铁片与三角尺的唯一公共点为 B. 下列说法错误的是（　　）

A. 圆形铁片的半径是 4 cm

B. 四边形 $AOBC$ 为正方形

C. $\overset{\frown}{AB}$ 的长度为 4π cm

D. 扇形 AOB 的面积是 4π cm^2

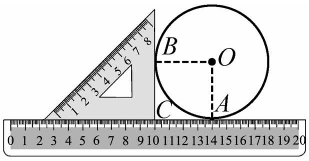


图 3-9-6

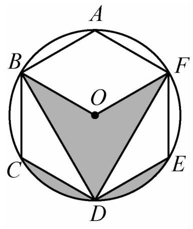


图 3-9-7

6. 如图 3-9-7，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O. 若⊙O 的半径为 4，则阴影部分的面积等于（　　）

A. $\frac{32}{3}\pi$　　B. $\frac{16}{3}\pi$

C. $\frac{8}{3}\pi$　　D. $\frac{4}{3}\pi$

整合提升

7. 如图 3-9-8，将半径为 3 的圆形纸片按下列顺序折叠. 若 $\overset{\frown}{AB}$ 和 $\overset{\frown}{BC}$ 都经过圆心 O，则阴影部分的面积为________.（结果保留 π）

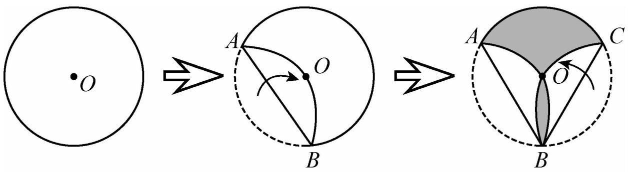


图 3-9-8

8. 如图 3-9-9，在扇形 AOB 中，$\angle AOB=110°$，半径 $OA=18$. 将扇形 AOB 沿过点 B 的直线折叠，点 O 恰好落在 $\overset{\frown}{AB}$ 上的点 D 处，折痕交 OA 于点 C. 求 $\overset{\frown}{AD}$ 的长度.

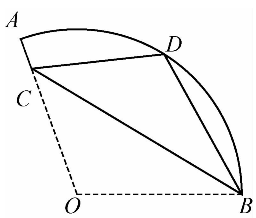


图 3-9-9

9. 如图 3-9-10，在平面直角坐标系中放置一个边长为 1 的正方形 $ABCD$，将正方形 $ABCD$ 沿 x 轴的正方向无滑动地在 x 轴上滚动，当点 A 离开原点第一次落在 x 轴上时，画出运动的图形，并求点 A 运动的路线与 x 轴围成的图形面积.

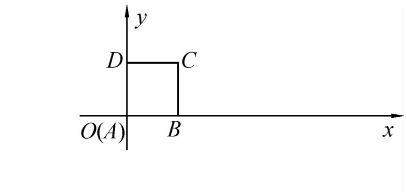


图 3-9-10

探究拓展

10. 某班课题学习小组对无盖的纸杯进行制作与探究，探究的过程所画出的图形如图 3-9-11，所要制作的纸杯如图①所示，规格要求是：杯口直径 $AB=6$ cm，杯底直径 $CD=4$ cm，杯壁母线 $AC=BD=6$ cm. 请你和他们一起解决下列问题：

(1)小顾同学先画出了纸杯的侧面展开示意图(如图②，忽略拼接部分)，得到图形是圆环的一部分.

①图②中 $\overset{\frown}{EF}$ 的长为________cm，$\overset{\frown}{MN}$ 的长为________cm；

②要想准确画出纸杯侧面的设计图，需要确定 $\overset{\frown}{MN}$ 所在圆的圆心 O，如图③所示. 小顾同学发现有 $\frac{\overset{\frown}{EF}\text{的长}}{\overset{\frown}{MN}\text{的长}}=\frac{OF}{ON}$，请你帮她证明这一结论；

③根据②中的结论，求 $\overset{\frown}{MN}$ 所在圆的半径 r 及它所对的圆心角的度数 n.

(2)小顾同学利用一张正方形纸片，按如图④所示的方式剪出这个纸杯的侧面，求正方形纸片的边长.

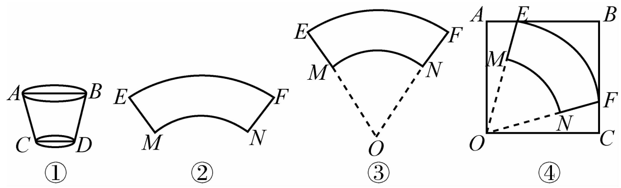


图 3-9-11

回顾与思考

第一课时

课时目标

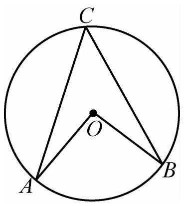
1. 能独立建立本章知识的结构图，使之系统化、结构化.

2. 能应用点与圆的位置关系、与圆有关的性质等解决简单计算和推理论证的问题.

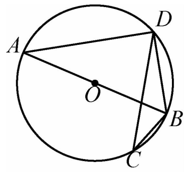
课内练习

1. 如图，点 C 在⊙O 上，$\angle ACB=45^\circ$，则$\angle AOB$ 的度数等于 ( )

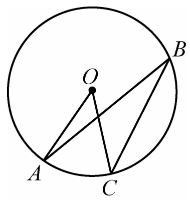
A. 75°　B. 90°　C. 112.5°　D. 135°



（第 1 题）



（第 2 题）



（第 3 题）

2. 如图，已知⊙O 是△ABD 的外接圆，AB 是⊙O 的直径，CD 是⊙O 的弦，$\angle ABD=58^\circ$，则$\angle BCD$ 的度数等于 ( )

A. 116°　B. 32°　C. 58°　D. 64°

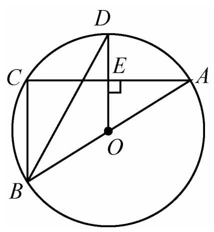
3. 如图，在⊙O 中，半径 OA∥弦 BC，若$\angle OAB=25^\circ$，则$\angle AOC$ 的度数为 ( )

A. 25°　B. 40°　C. 50°　D. 70°

4. 如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AB 是⊙O 的直径，D 是⊙O 上一点，$OD\perp AC$，垂足为 E，连接 BD.

(1)求证：BD 平分$\angle ABC$；

(2)当$\angle ODB=30^\circ$，$BC=2$ cm 时，求 AB 的长.



（第 4 题）

课外检测

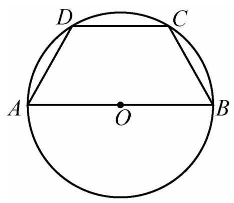
夯实基础

知识技能

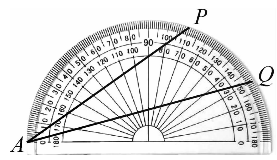
1. 如图，AB 是⊙O 的直径，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，若 $BC=CD=DA=4$ cm，则⊙O 的半径为 ( )

A. 5 cm　B. 4 cm

C. 3 cm　D. 2 cm



（第 1 题）



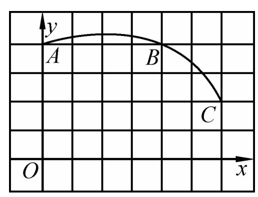
（第 2 题）

2. 如图，量角器外缘边上有 A，P，Q 三点，它们分别在 180°，70°，30°的刻度线上，则$\angle PAQ$ 的度数为 ( )

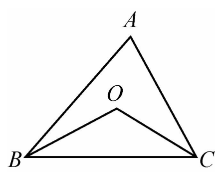
A. 10°　B. 20°

C. 30°　D. 40°

3. 如图，在平面直角坐标系中，一条圆弧经过网格点 A，B，C，其中 B 点坐标为(4，4)，则该圆弧所在圆的圆心坐标为________.



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，已知 O 为△ABC 的内心，且$\angle A=70^\circ$，则$\angle BOC=$________.

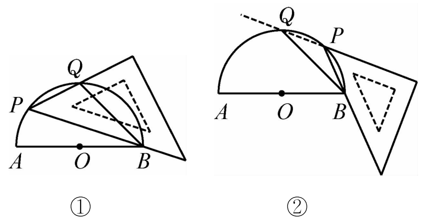
数学理解

5. 如图，现有直径为 2 的半圆 O 和一块等腰直角三角尺.

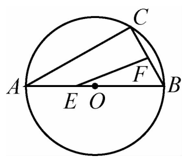
(1)将三角尺如图①放置，锐角顶点 P 在半圆

上，斜边经过点 B，一条直角边交半圆于点 Q，则 BQ 的长为________；

(2)将三角尺如图②放置，锐角顶点 P 在半圆上，斜边经过点 B，一条直角边的延长线交半圆于点 Q，则 BQ 的长为________.



（第 5 题）

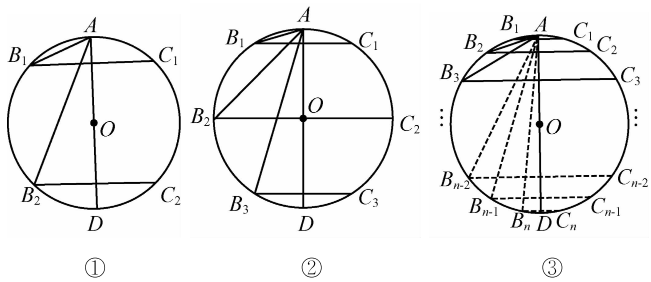


（第 6 题）

6. 如图，AB 是$\odot O$ 的直径，弦 $BC=4$ cm，F 是弦 BC 的中点，$\angle ABC=60°$. 若动点 E 从点 A 出发，以 1 cm/s 的速度向点 B 运动，在整个运动过程中，设运动时间为 t(s)，连接 EF，当$\triangle BEF$ 是直角三角形时，t 的值为________.

7. 已知 AD 是$\odot O$ 的直径.

(1)如图①，垂直于 AD 的两条弦 B_1C_1，B_2C_2把圆周 4 等分，则$\angle B_1$ 的度数为________，$\angle B_2$ 的度数为________；



（第 7 题）

(2)如图②，垂直于 AD 的三条弦 B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3把圆周 6 等分，则$\angle B_2$ 的度数为________，$\angle B_3$ 的度数为________；

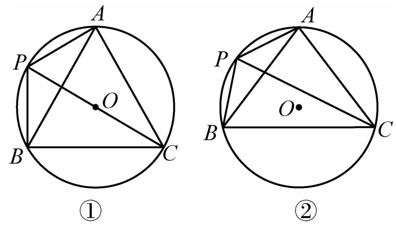
(3)如图③，垂直于 AD 的 n 条弦 B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3，…，B_nC_n把圆周 $2n$ 等分，则$\angle B_n$ 的度数为________(用含 n 的代数式表示).

整合提升

8. 如图，$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$，$AB=AC$，点 P 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，连接 PA，PB，PC.

(1)如图①，若$\angle BPC=60°$，求证：$AC=\sqrt{3}AP$；

(2)如图②，若 $\sin\angle BPC=\dfrac{24}{25}$，求 $\tan\angle PAB$ 的值.



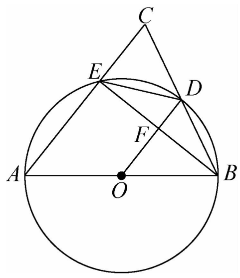
（第 8 题）

探究拓展

9. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，以 AB 为直径的$\odot O$ 分别交 BC，AC 于点 D，E，连接 EB 交 OD 于点 F.

(1)求证：$OD\perp BE$；

(2)若 $DE=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$AB=\dfrac{5}{2}$，求 AE 的长.



（第 9 题）

第二课时

课时目标

1. 会判断直线与圆的位置关系，能进行有关圆的计算.

2. 在解决问题的过程中，进一步提升对圆的认识.

课内练习

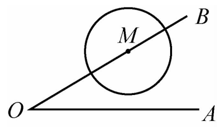
1. 如图，已知$\angle BOA=30^\circ$，M为OB边上一点，以M为圆心，3 cm长为半径作$\odot M$. 当$OM=6$ cm时，$\odot M$与直线OA的位置关系是 （　　）

A. 相离

B. 相切

C. 相交

D. 以上三种都有可能



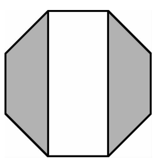
（第 1 题）

2. 已知扇形的半径为6 cm，圆心角的度数为120°，则此扇形的弧长为 （　　）

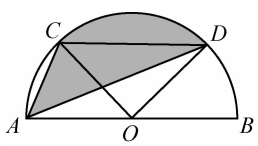
A. 8π cm　B. 6π cm　C. 5π cm　D. 4π cm

3. 如图，在一个正八边形中截去一个空白部分，这个空白部分的面积等于20，则阴影部分的面积等于 （　　）

A. $10\sqrt{2}$　B. 20　C. 18　D. $20\sqrt{2}$



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，半圆O的直径$AB=2$，弦$CD\parallel AB$，$\angle COD=90^\circ$，则图中阴影部分的面积为________.

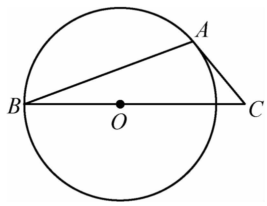
课外检测

夯实基础

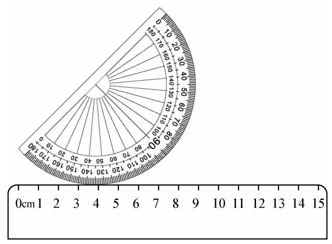
知识技能

1. 如图，AB是$\odot O$的弦，AC是$\odot O$的切线，A为切点，BC经过圆心. 若$\angle B=20^\circ$，则$\angle C$的度数为 （　　）

A. 20°　B. 25°　C. 40°　D. 50°



（第 1 题）



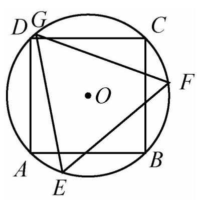
（第 2 题）

2. 若将直尺的0 cm刻度线与半径为5 cm的量角器的0°刻度线对齐，并让量角器沿直尺的边缘无滑动地滚动（如图），则直尺上的10 cm刻度线对应量角器上的度数约为 （　　）

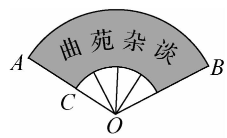
A. 90°　B. 115°　C. 125°　D. 180°

3. 如图，正方形$ABCD$内接于$\odot O$，其边长为4，则$\odot O$的内接正三角形EFG的边长为 （　　）

A. 6　B. $2\sqrt{6}$　C. 3　D. $2\sqrt{3}$



（第 3 题）



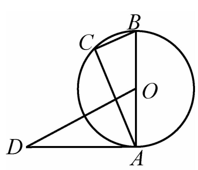
（第 4 题）

4. 如图所示的图案是一扇形，其中$\angle AOB=120^\circ$，$OC=8$ cm，$CA=12$ cm，则阴影部分的面积为________cm^2.

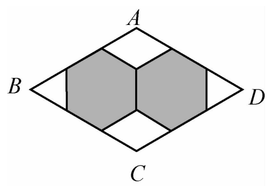
数学理解

5. 如图，AB是$\odot O$的直径，AD是$\odot O$的切线，点C在$\odot O$上，$BC\parallel OD$，$AB=2$，$OD=3$，则BC的长为 （　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　B. $\dfrac{3}{2}$　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



（第 5 题）



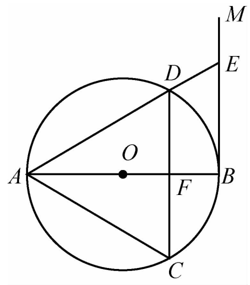
（第 6 题）

6. 如图，菱形花坛 $ABCD$ 的边长为 6 m，$\angle B=60^{\circ}$，其中由两个正六边形组成的部分种花，则种花部分的图形的周长为________ m.

7. 如图，AB 是⊙O 的直径，过点 B 作⊙O 的切线 BM，弦 $CD/\!/BM$，交 AB 于点 F，且 $\overset{\frown}{DA}=\overset{\frown}{DC}$，连接 AC，AD，延长 AD 交 BM 于点 E.

(1)求证：$\triangle ACD$ 是等边三角形；

(2)连接 OE，若 $DE=2$，求 OE 的长.



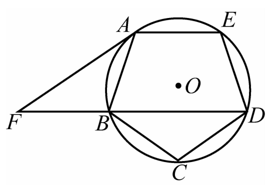
（第 7 题）

整合提升

8. 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于⊙O，过点 A 作⊙O 的切线交对角线 DB 的延长线于点 F.

求证：(1)$AB=BF$；

(2)$AF/\!/CD$.



（第 8 题）

探究拓展

9. 先阅读材料，再解答问题.

小明同学在学习与圆有关的角时了解到：在同圆或等圆中，同弧(或等弧)所对的圆周角相等. 如图①，点 A，B，C，D 均为⊙O 上的点，则有 $\angle C=\angle D$.

小明还发现，若点 E 在⊙O 外，且与点 D 在直线 AB 同侧，则有 $\angle D>\angle E$.

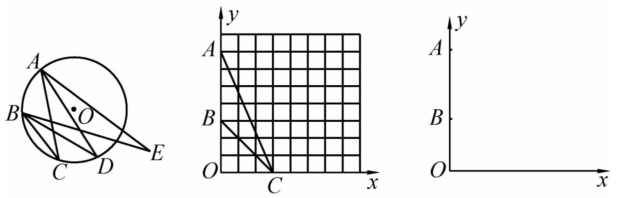
请你参考小明得出的结论，解答下列问题：

(1)如图②，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为(0，7)，点 B 的坐标为(0，3)，点 C 的坐标为(3，0).

①在图②中作出 $\triangle ABC$ 的外接圆(保留必要的作图痕迹，不写作法)；

②若在 x 轴的正半轴上有一点 D，且 $\angle ACB=\angle ADB$，则点 D 的坐标为________.

(2)如图③，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为$(0，m)$，点 B 的坐标为$(0，n)$，其中 $m>n>0$. 点 P 为 x 轴正半轴上的一个动点，当 $\angle APB$ 达到最大时，求此时点 P 的坐标.



①　②　③

（第 9 题）

本章验收

时间：45 分钟　　满分：100 分

一、选择题(每小题 5 分，共 30 分)

1. 下列说法正确的是　(　　)

A. 三点确定一个圆

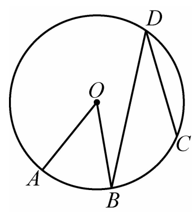
B. 一个三角形只有一个外接圆

C. 和半径垂直的直线是圆的切线

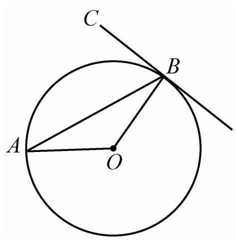
D. 三角形的内心到三角形三个顶点距离相等

2. 如图，在⊙O 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，点 D 在⊙O 上，$\angle CDB=25^\circ$，则$\angle AOB$ 的度数为　(　　)

A. 45°　B. 50°　C. 55°　D. 60°



(第 2 题)



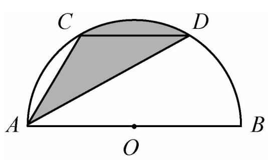
(第 3 题)

3. 如图，AB 是⊙O 的弦，BC 与⊙O 相切于点 B，连接 OA，OB. 若$\angle ABC=70^\circ$，则$\angle A$ 的度数等于　(　　)

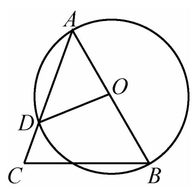
A. 15°　B. 20°　C. 30°　D. 70°

4. 如图，半圆 O 的直径 $AB=12$，C，D 是这个半圆的三等分点，则弦 AC，AD 和劣弧 CD 围成的阴影部分的面积是　(　　)

A. 12π　B. 6π　C. $\frac{9\pi}{2}$　D. $\frac{9\pi}{4}$



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图，在$\triangle ABC$ 中，AB 为⊙O 的直径，$\angle B=60^\circ$，$\angle BOD=100^\circ$，则$\angle C$ 的度数为　(　　)

A. 50°　B. 60°　C. 70°　D. 80°

6. 如图，点 P 为⊙O 的直径 BA 延长线上的一点，PC 与⊙O 相切，切点为 C，点 D 是⊙O 上一点，连接 PD，$PC=PD=BC$. 则下列结论中，正确的个数有　(　　)

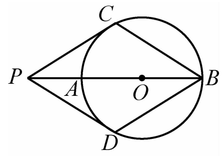
①PD 与⊙O 相切；②四边形 $PCBD$ 是菱形；③$PO=AB$；④$\angle PDB=120^\circ$.

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

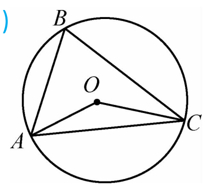
D. 1 个



(第 6 题)

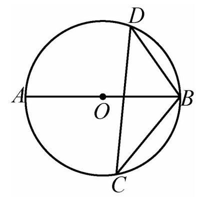
二、填空题(每小题 5 分，共 30 分)

7. 如图，$\triangle ABC$ 内接于⊙O，且$\angle ABC=70^\circ$，则$\angle AOC$ 的度数为________.

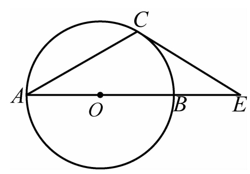


(第 7 题)

8. 如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是⊙O 的弦，若$\angle ABD=55^\circ$，则$\angle BCD$ 的度数为________.



(第 8 题)

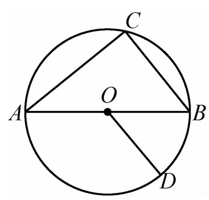


(第 9 题)

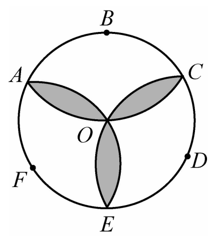
9. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 E 在 AB 的延长线上，CE 切⊙O 于点 C，连接 AC. 若$\angle A=30^\circ$，则 $\tan E$ 的值为________.

10. 四边形 $ABCD$ 内接于半径为 6 cm 的圆中，三个内角$\angle A:\angle B:\angle C=2:3:4$，则对角线 AC 的长为________ cm.

11. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 D 在⊙O 上，$\angle AOD=130^\circ$，$BC//OD$ 交⊙O 于点 C，则$\angle A$ 的度数为________.



(第 11 题)



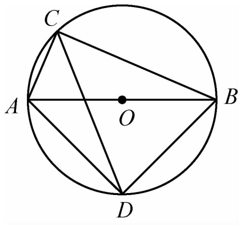
(第 12 题)

12. 如图，点 A，B，C，D，E，F 是⊙O 的六等分点，分别以点 B，D，F 为圆心，AF 的长为半

径画弧，形成“三叶轮”图案．若⊙O 的半径为 1 cm，则“三叶轮”图案的面积为________cm^2.

三、解答题(共 40 分)

13. (本题 12 分)如图，⊙O 的直径 AB 长为 6，弦 AC 长为 2，$\angle ACB$ 的平分线交⊙O 于点 D，求四边形 $ADBC$ 的面积.

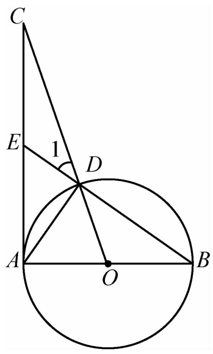


(第 13 题)

14. (本题 14 分)如图，已知 AB 为⊙O 的直径，AC 为⊙O 的切线，OC 交⊙O 于点 D，BD 的延长线交 AC 于点 E.

(1)求证：$\angle 1=\angle CAD$；

(2)若 $AE=EC=2$，求⊙O 的半径.

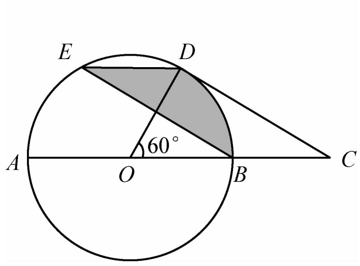


(第 14 题)

15. (本题 14 分)如图，AB 是⊙O 的直径，点 D 是⊙O 上一点，且 $\angle BOD=60^\circ$，过点 D 作⊙O 的切线 CD 交 AB 的延长线于点 C，E 为 $\overset{\frown}{AD}$ 的中点，连接 DE，EB.

(1)求证：四边形 $BCDE$ 是平行四边形；

(2)已知图中阴影部分面积为 6π，求⊙O 的半径 r.



(第 15 题)