



第三章 图形的平移与旋转

1 图形的平移

(第1课时)



课堂·精要

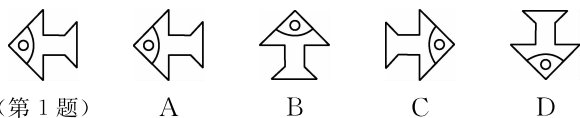
- 在平面内,将一个图形沿_____移动_____,这样的图形运动称为平移. 平移不改变图形的_____和_____,即平移前后的两个图形是_____的.
- 一个图形和它经过平移所得的图形中,对应点所连的线段_____;对应线段_____,对应角_____.



课堂·精练

基础巩固

1. 下列图形中,哪个可以通过如图的图形平移得到 ()

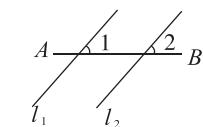


(第1题)

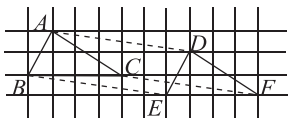
2. 下列现象中属于平移的是 ()

- 树叶从树上飘落
- 垂直箱式电梯升降
- 冷水加热过程中气泡的上升
- 碟片在光驱中运行

3. 如图,将直线 l_1 沿着射线 AB 的方向平移得到直线 l_2 . 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 是 ()



(第3题)



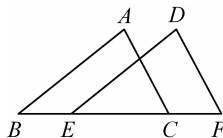
(第4题)

4. 如图, $\triangle ABC$ 经过平移运动到 $\triangle DEF$ 的位置, 则下列四个说法中正确的有 ()

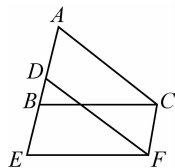
- $AB \parallel DE, AB = DE$; $\triangle AD \parallel BE \parallel CF, AD = BE = CF$; $\triangle AC \parallel DF, AC = DF$; $\triangle BC \parallel EF, BC = EF$.

- 1个
- 2个
- 3个
- 4个

5. 如图, $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移到 $\triangle DEF$ 的位置, 若 $BE = 2 \text{ cm}$, 则 $CF =$ _____.

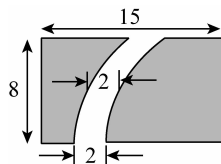


(第5题)

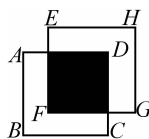


(第6题)

6. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿射线 AB 的方向平移到 $\triangle DEF$ 的位置, 点 A, B, C 的对应点分别为点 D, E, F , 若 $\angle ABC = 75^\circ$, 则 $\angle CFE =$ _____.
7. 如图, 根据长方形中的数据, 计算阴影部分的面积为 _____.



(第7题)



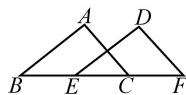
(第8题)

8. 如图, 把边长为 3 cm 的正方形 $ABCD$ 先向右平移 1 cm , 再向上平移 1 cm , 得到正方形 $EFGH$, 则阴影部分的面积为 _____.

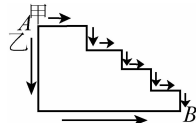
强化提高

9. 如图, $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 通过平移得到的, 且点 B, E, C, F 在同一条直线上. 若 $BF = 14, EC = 6$, 则 BE 的长度是 ()

- 2
- 4
- 5
- 3



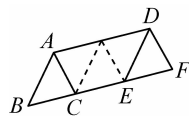
(第9题)



(第10题)

10. 如图, 两只蚂蚁以相同的速度沿两条不同的路径同时从 A 出发爬到 B , 则 ()
- 乙比甲先到
 - 甲比乙先到
 - 甲和乙同时到
 - 无法确定

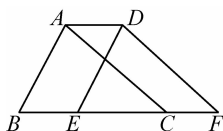
11. 如图, 将面积为 5 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 的位置, 平移的距离是边 BC 长的 2 倍, 那么图中的四边形 $ACED$ 的面积为 _____.



(第11题)

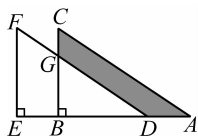


12. 如图,将周长为 6 的 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 1 个单位得到 $\triangle DEF$,则四边形 $ABFD$ 的周长为 _____.



(第 12 题)

13. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿射线 AB 的方向平移 AD 的距离得到 $\triangle DEF$. 已知 $BE=4$, $EF=8$, $CG=3$, 求图中阴影部分的面积.



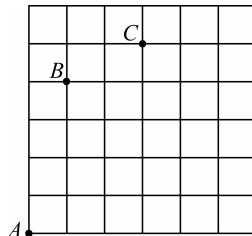
(第 13 题)



课堂·延伸

若在方格(每小格正方形边长为 1 m)上沿着网格线平移,规定:沿水平方向平移的数量为 a (向右为正,向左为负,平移 $|a|$ 个单位),沿竖直方向平移的数量为 b (向上为正,向下为负,平移 $|b|$ 个单位),则把有序数对 $\{a, b\}$ 叫做这一平移的“平移量”.例如:点 A 按“平移量” $\{1, 4\}$ 可平移至点 B .

- (1) 从点 C 按“平移量” $\{\underline{\quad}, \underline{\quad}\}$ 可以平移至点 B .
- (2) 若点 B 依次按“平移量” $\{4, -3\}$, $\{-2, 1\}$ 平移至点 D ,
 - ① 请在图中标出点 D .
 - ② 如果每平移 1 m 需要 2.5 s,那么按此方法从点 B 移动至点 D 需要多少秒?
- ③ 观察点 D 的位置,其实点 B 也可以按“平移量” $\{\underline{\quad}, \underline{\quad}\}$ 直接平移至点 D .
- ④ 观察这两种平移的“平移量”,猜想:点 E 依次按“平移量” $\{2a, 3b\}$, $\{-5a, b\}$, $\{a, -5b\}$ 平移至点 F ,则相当于点 E 按“平移量” $\{\underline{\quad}, \underline{\quad}\}$ 直接平移至点 F .





2 图形的平移

(第2课时)



课堂·精要

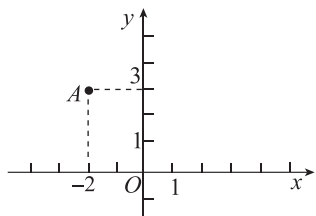
- 图形是由无数个点组成的,所以,图形的变化实质是由点和点的坐标变化引起的.反过来,由点的坐标变化也可以确定点的平移_____和_____ . 如果横(纵)坐标增加 $a(a>0)$ 个单位长度,那么相应点的位置向水平(铅直)正方向平移_____个单位长度;如果横(纵)坐标减少 $a(a>0)$ 个单位长度,那么相应点的位置向水平(铅直)_____方向平移_____个单位长度.
- 图形的平移看关键点的平移即可.左右平移只改变点的_____坐标,左减右_____;上下平移只改变点的_____坐标,上_____下_____.



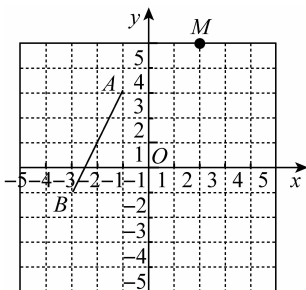
课堂·精练

◆ 基础巩固

- 点 $M(2, -1)$ 向上平移 2 个单位长度得到的点的坐标是 ()
A. $(2, 0)$ B. $(2, 1)$
C. $(2, 2)$ D. $(2, -3)$
- 将某图形各顶点的横坐标保持不变,纵坐标减 2,可将该图形 ()
A. 向左平移 2 个单位长度
B. 向右平移 2 个单位长度
C. 向上平移 2 个单位长度
D. 向下平移 2 个单位长度
- 如图,在平面直角坐标系中,将点 $A(-2, 3)$ 向右平移 3 个单位长度,平移后对应的点 A' 的坐标是 ()
A. $(-2, -3)$ B. $(-2, 6)$
C. $(1, 3)$ D. $(-2, 1)$

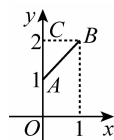


(第3题)



(第4题)

- 如图,在平面直角坐标系中,将线段 AB 平移得到线段 MN . 点 $A(-1, 3)$ 的对应点为 $M(2, 5)$, 则点 $B(-3, -1)$ 的对应点 N 的坐标为 ()
A. $(1, 0)$ B. $(0, 1)$
C. $(-6, 0)$ D. $(0, -6)$
- 在平面直角坐标系中,把点 $P(-5, -2)$ 先向左平移 2 个单位长度,再向上平移 4 个单位长度后得到的点的坐标是_____.
- 如图,将线段 AB 平移,使点 B 到点 C , 则平移后点 A 的坐标为_____.

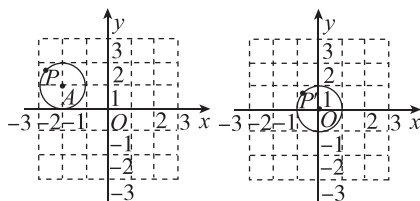


(第6题)

- 已知 $A(-4, 5)$, $B(-2, 1)$ 两点, 现将线段 AB 进行平移, 使点 A 移到坐标原点, 此时点 B 的坐标是_____.
- 若点 $A(m+2, 3)$ 向上平移 1 个单位长度, 再向左平移 2 个单位长度得到点 $B(-4, n+5)$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

◆ 强化提高

- 如图, 把图①中的 $\odot A$ 经过平移得到 $\odot O$ (如图②), 如果图①中 $\odot A$ 上一点 P 的坐标为 (m, n) , 那么平移后在图②中的对应点 P' 的坐标为 ()



图①

图②

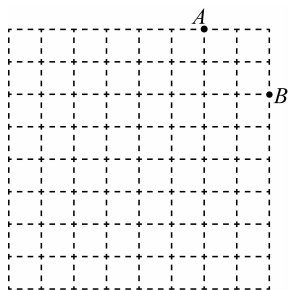
(第9题)

- A. $(m+2, n+1)$ B. $(m-2, n-1)$
C. $(m-2, n+1)$ D. $(m+2, n-1)$
- 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是 $(3, 1)$, $(1, 3)$, $(-3, -1)$, 由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的三角形的顶点坐标可能是 ()
A. $(0, 3)$, $(0, 1)$, $(-1, -1)$
B. $(-3, 2)$, $(3, 2)$, $(-4, 0)$
C. $(1, -2)$, $(3, 2)$, $(-1, -3)$
D. $(4, 3)$, $(2, 5)$, $(-2, 1)$
- 若点 $P(-n, 2-n)$ 关于 y 轴的对称点向下平移 1 个单位长度得点 P' , 则点 P' 一定不在第_____象限.



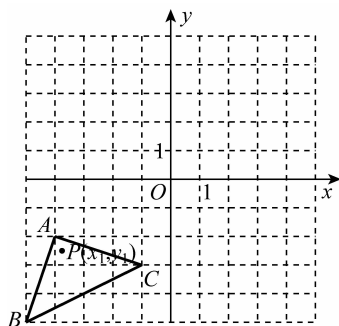
12. 如图,有 8×8 的正方形网格,按要求操作,并进行计算:

- (1) 在网格中建立平面直角坐标系,使点 A 的坐标为 $(2,4)$,点 B 的坐标为 $(4,2)$;
- (2) 将点 A 向下平移 5 个单位长度,再关于 y 轴对称得到点 C ,求点 C 的坐标;
- (3) 画出 $\triangle ABC$,并求其面积.



(第 12 题)

13. 如图, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 经过平移得到的, $\triangle ABC$ 中任意一点 $P(x_1, y_1)$ 平移后的对应点的坐标为 $P'(x_1+6, y_1+4)$,求点 A', B', C' 的坐标,并画出平移后的图形.



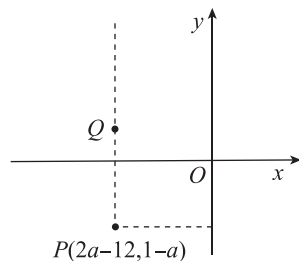
(第 13 题)



课堂·延伸

如图,已知点 $P(2a-12, 1-a)$ 位于第三象限,点 $Q(x, y)$ 位于第二象限,且是由点 P 向上平移一定单位长度得到的.

- (1) 若点 P 的纵坐标为 -3 ,试求出 a 的值;
- (2) 在(1)题的条件下,试求出符合条件的一个点 Q 的坐标;
- (3) 若点 P 的横、纵坐标都是整数,试求出 a 的值以及线段 PQ 长度的取值范围.





3 图形的平移

(第3课时)



课堂·精要

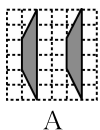
一个图形依次沿 x 轴方向、 y 轴方向平移后所得图形, 可以看成是由原来的图形经过 _____ 次平移得到的.



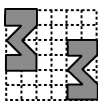
课堂·精练

◆ 基础巩固

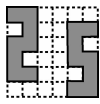
1. 如图所示的网格中各有不同的图案, 不能通过平移得到的是 ()



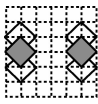
A



B



C

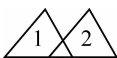


D

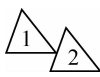
2. 下列四个图案中, 不能由 1 号图形平移得到 2 号图形的是 ()



A



B



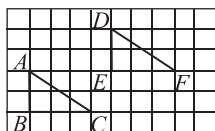
C



D

3. 如图, 如下平移能由 $\triangle ABC$ 得到 $\triangle DEF$ 的是 ()

- 把 $\triangle ABC$ 向左平移 4 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
- 把 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度
- 把 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度
- 把 $\triangle ABC$ 向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度



(第3题)

4. 在平面直角坐标系中, 将正方形向上平移 3 个单位长度后, 得到的正方形各顶点与原来正方形各顶点坐标相比 ()

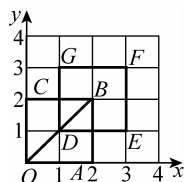
- 横坐标不变, 纵坐标加 3
- 纵坐标不变, 横坐标加 3
- 横坐标不变, 纵坐标乘 3
- 纵坐标不变, 横坐标乘 3

5. 将点 $A(1,2)$ 平移到点 $B(-2,6)$ 的位置, 既可以看作是将点 A 先沿 x 轴方向向 _____ 平移 _____ 个单位长度后, 再沿 y 轴方向向 _____ 平移 _____ 个单位长度得到点 B , 也可以看作是点 A 沿 _____ 方向平移 _____ 个单位长度后得到的.

6. 通过平移把点 $A(2,-3)$ 移到 $A'(4,-2)$, 按同样的平移方式, 将点 $B(3,1)$ 平移到点 B' , 则点 B' 的坐标为 _____.

7. 将点 $P(-3,y)$ 向下平移 2 个单位长度, 向左平移 3 个单位长度后得到点 $Q(x,-1)$, 则 $xy =$ _____.

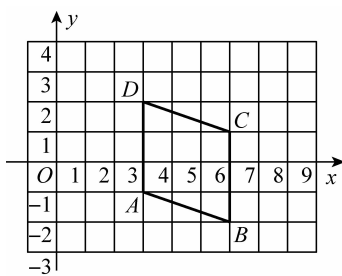
8. 如图, 在正方形 $OABC$ 中, O 为坐标原点, 点 C 在 y 轴正半轴上, 点 A 的坐标为 $(2,0)$, 将正方形 $OABC$ 沿着射线 OB 方向平移 $\frac{1}{2}OB$ 个单位长度, 则点 C 的对应点坐标为 _____.



(第8题)

◆ 强化提高

9. 如图, 将四边形 $ABCD$ 先向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 那么点 A 的对应点 A' 的坐标是 ()



(第9题)

- $(6,1)$
- $(0,1)$
- $(0,-3)$
- $(6,-3)$

10. 将点 $B(5,-1)$ 向上平移 2 个单位长度得到点 $A(a+b, a-b)$, 则 ()

- $a=2, b=3$
- $a=3, b=2$
- $a=-3, b=-2$
- $a=-2, b=-3$

11. 点 $P(-2,1)$ 向右平移 2 个单位长度后到达点 P_1 , 则点 P_1 关于 x 轴的对称点的坐标为 _____.

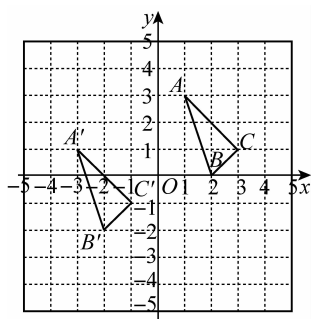
12. 在平面直角坐标系中, $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 平移



得到的, $\triangle ABC$ 中任意一点 $P(x_0, y_0)$ 经过平移后对应点 $P'(x_0 + 7, y_0 + 2)$. 若点 A' 的坐标为 $(5, 3)$, 则它的对应点 A 的坐标为 _____.

13. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.

- (1) 分别写出下列各点的坐标: A' _____; B' _____; C' _____.
- (2) 说明 $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 经过怎样的平移得到的?
- (3) 若点 $P(a, b)$ 是 $\triangle ABC$ 内部一点, 则平移后 $\triangle A'B'C'$ 内的对应点 P' 的坐标为 _____.
- (4) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

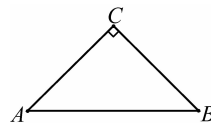


(第 13 题)



课堂·延伸

- 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, $AB = 6$. 若将 $\triangle ABC$ 在直线 AB 上平行移动 2 个单位长度后得 $\triangle A'B'C'$, 则 $\triangle A'BC$ 的面积是多少?





4 图形的旋转

(第1课时)



课堂·精要

- 在平面内,将一个图形绕_____按_____转动_____,这样的图形运动称为旋转,这个定点称为_____,转动的角称为_____. 旋转不改变图形的_____和_____.
- 一个图形和它经过旋转所得的图形中,对应点到旋转中心的距离_____,任意一组对应点与旋转中心的连线所成的角都等于_____;对应线段_____,对应角_____.

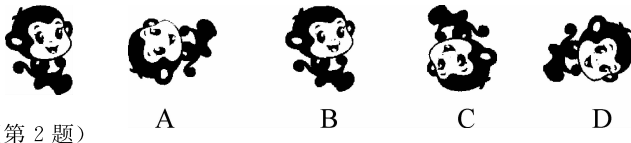


课堂·精练

基础巩固

- 下列属于旋转的是 ()
 - 摩托车在急刹车时向前滑动
 - 飞机起飞后冲向空中的过程
 - 幸运大转盘转动的过程
 - 笔直的铁轨上飞驰而过的火车

- 如图,将图案按顺时针方向旋转 90° ,可以得到的图案是 ()



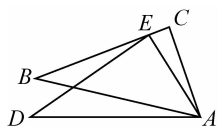
(第2题)

- 如图,将图形绕中心按顺时针方向旋转 60° 后可得到的图形是 ()

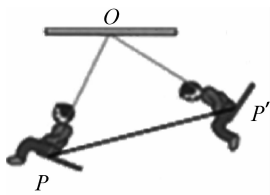


(第3题)

- 如图, $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转一定角度后得到 $\triangle ADE$, 若 $BC=4$, $AC=3$, 则下列说法正确的是 ()
 - $DE=3$
 - $AE=4$
 - $\angle ACB$ 是旋转角
 - $\angle CAE$ 是旋转角



(第4题)

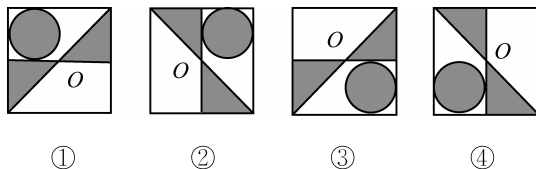


(第5题)

- 如图,小聪坐在秋千上,秋千旋转了 80° ,小聪的位置也从点 P 运动到了点 P' ,则 $\angle P'OP$ 的度数为_____.

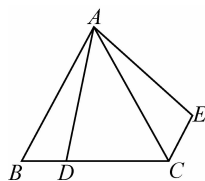
为_____.

- 时钟的时针在不停的转动,从上午 6 时到上午 9 时,时针旋转的旋转角为_____,从上午 9 时到下午 5 时,时针旋转的旋转角为_____.
- 如图,将图①以点 O 为旋转中心,每次顺时针旋转 90° ,则第 2 019 次旋转后的图形是_____. (在下列图中选填正确图形的序号即可)



(第7题)

- 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, D 是 BC 边上的一点, $\triangle ABD$ 经过旋转后到达 $\triangle ACE$ 的位置,则旋转角度是_____.



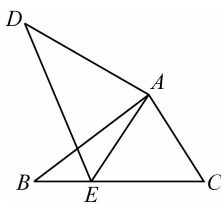
(第8题)

强化提高

- 将数字“6”旋转 180° , 得到数字“9”, 将数字“9”旋转 180° , 得到数字“6”, 现将数字“69”旋转 180° , 得到的数字是 ()

- 96
- 69
- 66
- 99

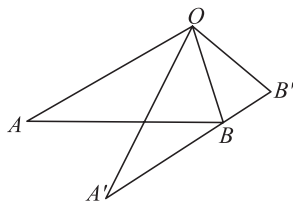
- 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转至 $\triangle ADE$ 的位置,使点 E 落在 BC 边上,则对于结论:
 - $DE=BC$;
 - $\angle EAC = \angle DAB$;
 - EA 平分 $\angle DEC$;
 - 若 $DE \parallel AC$, 则 $\angle DEB = 60^\circ$.
 其中正确结论的个数是 ()



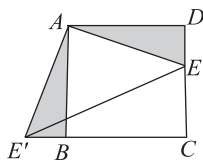
(第10题)

- 4
- 3
- 2
- 1

- 如图,将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转至 $\triangle OA'B'$, 使点 B 恰好落在边 $A'B'$ 上. 已知 $AB=4$ cm, $BB'=1$ cm, 则 $A'B$ 的长是_____.



(第11题)



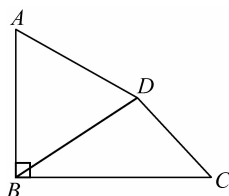
(第12题)

- 如图,已知正方形 $ABCD$ 的边长为 3, E 为 CD 边上一点, $DE=1$, 以点 A 为中心,把 $\triangle ADE$ 顺时针旋转 90° , 得 $\triangle ABE'$, 连接 EE' , 则 EE' 的长等于_____.



13. 如图,已知 $AB \perp BC$,垂足为点 B , $AB=4$, $BC=3\sqrt{3}$,将线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 60° ,得到线段 AD ,连接 DB,DC .

- (1) 线段 $DB=$ _____;
(2) 求线段 DC 的长度.



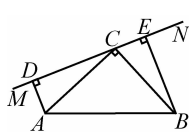
(第 13 题)



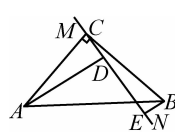
课堂·延伸

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$,直线 MN 经过点 C ,且 $AD \perp MN$ 于点 D , $BE \perp MN$ 于点 E .

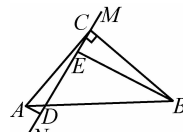
- (1) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图①的位置时,求证: $DE=AD+BE$;
(2) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图②的位置时,以上结论是否依旧成立,请说明理由;
(3) 当直线 MN 绕点 C 旋转到图③的位置时,直接写出 DE,AD,BE 之间的关系.



图①



图②



图③



5 图形的旋转

(第2课时)



课堂·精要

- 图形旋转的三个决定因素：① _____；
② _____；③ _____。
- 旋转作图的一般步骤：
 - (1) 确定旋转的 _____ 个要素，即 _____；
 - (2) 找出构成原图形的关键点；
 - (3) 作出各关键点的 _____；
 - (4) 按原图形的顺序连接这些对应点；
 - (5) 写出结论。



课堂·精练

基础巩固

- 把图中的交通标志图案绕着它的中心旋转一定的角度后与自身重合，则这个旋转角度至少为 ()
A. 30° B. 90° C. 120° D. 180° (第1题)



- 下列四个圆形图案中，分别以它们所在圆的圆心为旋转中心，逆时针旋转角度 α ，要使这个角度 α 最小，旋转后的图形也能与原图形完全重合，则这个图形是 ()



A



B

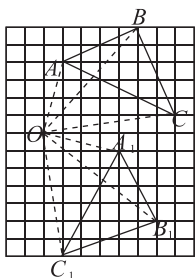


C

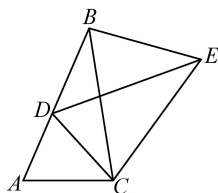


D

- 如图， $\triangle ABC$ 绕点 O 按顺时针旋转角度 α 变成 $\triangle A_1B_1C_1$ ，则 α 的值是 ()
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



(第3题)



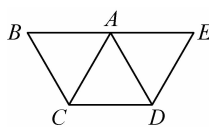
(第4题)

- 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转得到 $\triangle DEC$ ，使点 A 的对应点 D 恰好落在边 AB 上，点 B 的对应

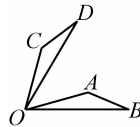
点为 E ，连接 BE ，下列结论一定正确的是 ()

- A. $AC=AD$ B. $AB \perp EB$
C. $BC=DE$ D. $\angle A = \angle EBC$

- 如图， $\triangle ABC$ ， $\triangle ACD$ ， $\triangle ADE$ 是三个全等的等边三角形，那么 $\triangle ABC$ 绕着顶点 A 按逆时针方向至少旋转 _____，才能与 $\triangle ADE$ 完全重合。

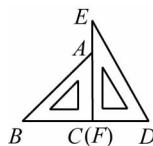


(第5题)

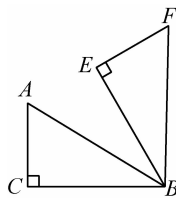


(第6题)

- 如图，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 得到 $\triangle COD$ 。若 $\angle AOB = 15^\circ$ ，则 $\angle AOD =$ _____。
- 一副三角尺按如图所示的位置摆放(顶点 C 与点 F 重合，边 CA 与边 FE 叠合，顶点 B, C, D 在一条直线上)。将三角尺 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转 n° 后 ($0 < n < 180$)，若 $EF \parallel AB$ ，则 n 的值是 _____。



(第7题)

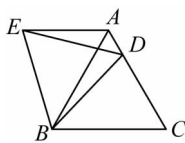


(第8题)

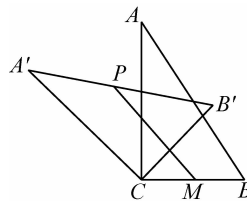
- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ cm， $AB = 5$ cm，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle FBE$ ，则点 E 与点 C 之间的距离是 _____。

强化提高

- 在等边三角形 ABC 中， D 是边 AC 上一点，连接 BD ，将 $\triangle BCD$ 绕点 B 逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle BAE$ ，连接 ED 。若 $BC = 5$ ， $BD = 4$ ，则下列结论错误的是 ()
A. $AE \parallel BC$ B. $\angle ADE = \angle BDC$
C. $\triangle BDE$ 是等边三角形 D. $\triangle ADE$ 的周长是 9



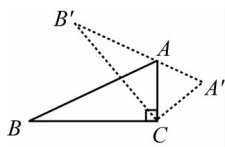
(第9题)



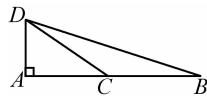
(第10题)

- 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C$ ， M 是 BC 的中点， P 是 $A'B'$ 的中点，连接 PM ，若 $BC = 4$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，则线段 PM 的最大值是 ()
A. 8 B. 6 C. 4 D. 5
- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 25^\circ$ ，以点 C 为旋转中心顺时针旋转后得到 $\triangle A'B'C$ ，且

点 A 在 $A'B'$ 上, 则旋转角为 _____.



(第 11 题)



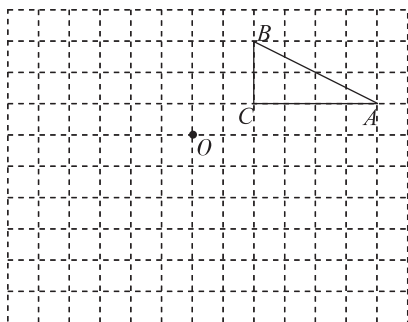
(第 12 题)

12. 如图, 点 C 为线段 AB 上一点, 将线段 CB 绕点 C 旋转, 得到线段 CD . 若 $DA \perp AB$, $AD = 1$, $BD = \sqrt{17}$, 则 BC 的长为 _____.

13. 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 点 A, B, C 都是格点.

(1) 画出将 $\triangle ABC$ 向左平移 6 个单位长度得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.



(第 13 题)

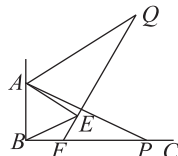


课堂·延伸

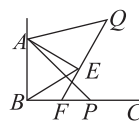
如图①, 已知 $\angle ABC = 90^\circ$, $\triangle ABE$ 是等边三角形, 点 P 为射线 BC 上任意一点 (点 P 与点 B 不重合), 连接 AP , 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AQ , 连接 QE 并延长交射线 BC 于点 F .

(1) 如图②, 当 $BP = BA$ 时, $\angle EBF =$ _____, 猜想 $\angle QFC =$ _____;

(2) 如图①, 当点 P 为射线 BC 上任意一点时, 猜想 $\angle QFC$ 的度数, 并说明理由.



图①



图②



6 中心对称



课堂·精要

1. 如果把一个图形绕着某一点旋转_____,它能够与_____重合,那么就说这两个图形关于这个_____对称或_____对称,这个点叫做它们的_____.
2. 成中心对称的两个图形中,对应点所连线段经过_____,且被_____平分.
3. 把一个图形绕某个点旋转_____,如果旋转后的图形能与_____重合,那么这个图形叫做_____,这个点叫做它的_____.



课堂·精练

基础巩固

1. 下列四个图形中,是中心对称图形的是 ()



A



B



C

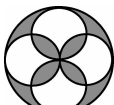


D

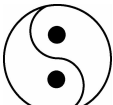
2. 下列所给图形是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



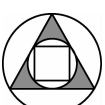
A



B



C

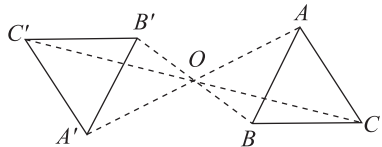


D

3. 下面说法正确的是 ()

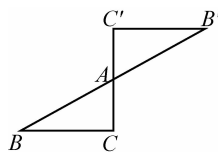
- A. 全等的两个图形成中心对称
- B. 能够完全重合的两个图形成中心对称
- C. 旋转后能重合的两个图形成中心对称
- D. 旋转 180° 后能够重合的两个图形成中心对称

4. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于点 O 成中心对称, 则下列结论: ① $AB = A'B'$; ② $AO = A'O$; ③ $\angle AOB = \angle A'OB'$; ④ $AC \parallel A'C'$. 其中正确的有 ()

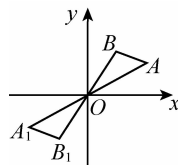


(第4题)

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
5. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 成中心对称, 点 A 为对称中心. 若 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = \sqrt{3}$, 则 BB' 的长为_____.



(第5题)



(第6题)

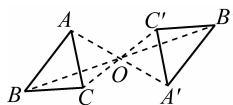
6. $\triangle ABO$ 与 $\triangle A_1B_1O$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 它们关于点 O 成中心对称, 其中点 A 的坐标是 $(3, 2)$, 则点 A_1 的坐标是_____.

7. 如图是 4×4 的正方形网格, 把其中一个标有数字的白色小正方形涂黑, 就可以使图中的黑色部分构成一个中心对称图形, 则这个被涂黑的白色小正方形内的数字是_____.

1	2	3	4
		5	6
7	8		
9		10	11

(第7题)

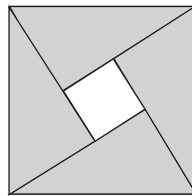
8. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于点 O 成中心对称, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle B'C'A' = 80^\circ$, $\angle BAC =$ _____.



(第8题)

强化提高

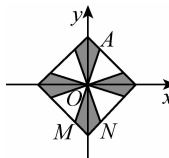
9. 如图是我国古代数学家赵爽所著的《勾股圆方图注》中所画的图形, 它是由四个相同的直角三角形拼成的, 下面关于此图形的说法正确的是 ()



(第9题)

- A. 它是轴对称图形, 但不是中心对称图形
 - B. 它是中心对称图形, 但不是轴对称图形
 - C. 它既是轴对称图形, 又是中心对称图形
 - D. 它既不是轴对称图形, 又不是中心对称图形
10. 下列图形: ①等腰三角形; ②菱形; ③平行四边形; ④直角三角形; ⑤圆; ⑥矩形, 这些图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的有 ()
- A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

11. 如图, 阴影部分组成的图案既是关于 x 轴成轴对称的图形, 又是关于坐标原点 O 成中心对称的图形. 若点 A 的坐标为 $(1, 3)$, 则点 M 和点 N 的坐标分别为 M _____, N _____.



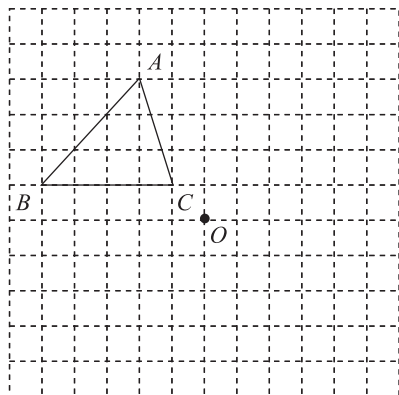
(第11题)



12. 若点 $P(m+1, 8-2m)$ 关于原点的对称点 Q 在第三象限, 那么 m 的取值范围是_____.

13. 如图, 在每个小正方形的边长均为 1 个单位长度的方格纸中, 有一个 $\triangle ABC$ 和一点 O , $\triangle ABC$ 的顶点和点 O 均与小正方形的顶点重合.

- (1) 在方格纸中, 将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 在方格纸中, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.



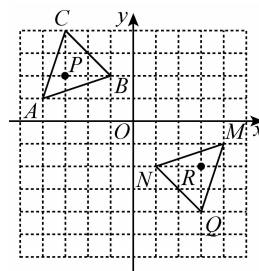
(第 13 题)



课堂·延伸

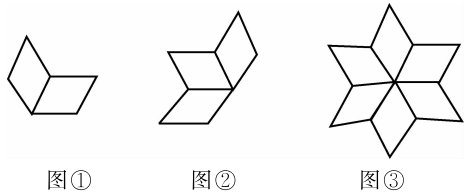
如图, 在平面直角坐标系中, 一个方格的边长为 1 个单位长度, 三角形 MNQ 是三角形 ABC 经过某种变换后得到的图形.

- (1) 请分别写出点 A 与点 M , 点 B 与点 N , 点 C 与点 Q 的坐标;
- (2) 已知点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 其坐标为 $(-3, 2)$, 利用上述对应点之间的关系, 写出三角形 MNQ 中的对应点 R 的坐标.





11. 如图③所示的雪花可以看成是由基本图案菱形绕中心每次旋转_____, 旋转_____次得到的; 也可以看成是由图①绕中心每次旋转_____, 旋转_____次得到的; 还可以看成是由图②绕中心旋转_____得到的.



图①

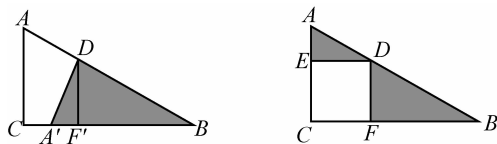
图②

图③

(第 11 题)

12. 观察图①和图②, 请回答下列问题:

- (1) 请简述由图①变成图②的形成过程: _____.
- (2) 若 $AD=3$, $DB=4$, 则 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDF$ 面积的和为_____.



图①

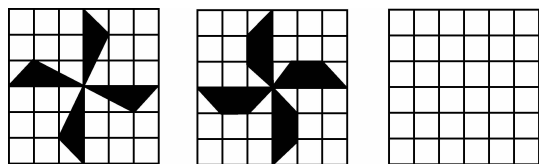
图②

(第 12 题)

13. 在数学活动课上, 李老师要求同学们在边长为 1 的正方形格纸中, 画出一个“风车”图案.

小红的做法: 如图①所示, 把一个三角形按顺时针方向旋转 90° , 连续转三次, 形成四个叶片的“风车”图案; 类似地, 把一个梯形按顺时针方向旋转 90° , 连续转三次, 形成图②所示的四个叶片的“风车”图案.

请你仿照小红同学的做法, 在备用图中, 画一个新的四个叶片的“风车”图案, 并使得“风车”的四个叶片的面积与图②的四个叶片的面积相同.



图①

图②

备用图

(第 13 题)

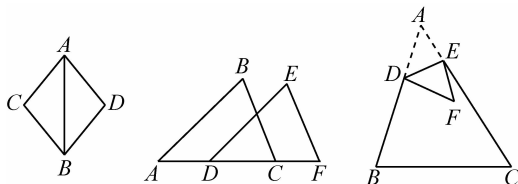


课堂·延伸

阅读材料并回答下列问题:

如图①, 以 AB 为轴, 把 $\triangle ABC$ 翻折 180° , 可以变换到 $\triangle ABD$ 的位置; 如图②, 把 $\triangle ABC$ 沿射线 AC 平移, 可以变换到 $\triangle DEF$ 的位置. 像这样, 其中一个三角形是另一个三角形经过翻折、平移等方法变换成的, 这种只改变位置, 不改变形状大小的图形变换, 叫做三角形的全等变换.

- (1) 请你写出一种全等变换的方法(除翻折、平移外): _____;
- (2) 如图②, $\triangle ABC$ 沿射线 AC 平移到 $\triangle DEF$, 若平移的距离为 2, 且 $AC=3$, 则 $DC=$ _____;
- (3) 如图③, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上的点, 把 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 当点 A 落在四边形 $BCED$ 内部的点 F 处时, 则 $\angle F$ 和 $\angle BDF + \angle CEF$ 之间的数量关系始终保持不变, 请你直接写出它们之间的关系式: _____.



图①

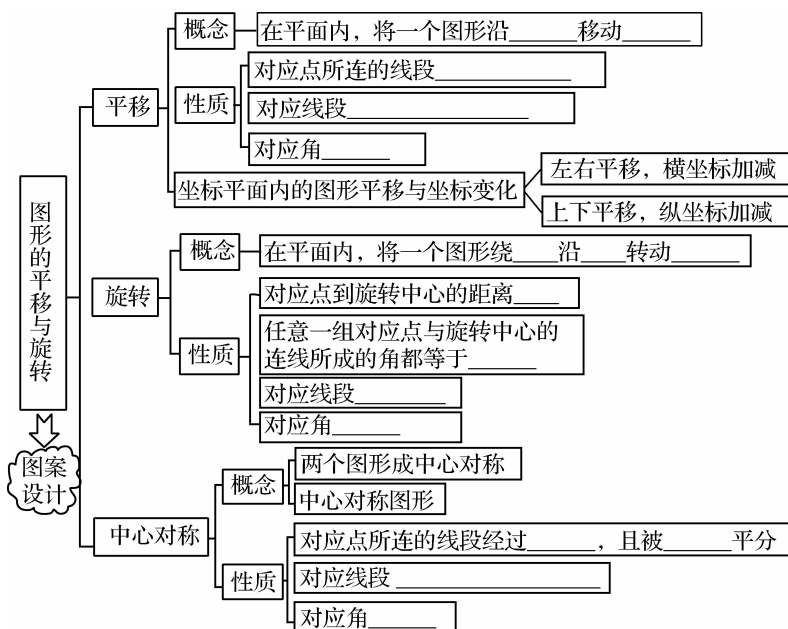
图②

图③



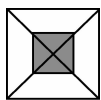
8 整理与复习

知识梳理

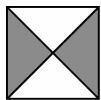


综合提升

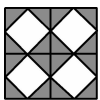
1. 下列四个图案中, 既可以用旋转来分析整个图案的形成过程, 又可以用平移来分析整个图案的形成过程的是 ()



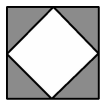
A



B



C



D

2. 下列图书馆的标志中, 是中心对称图形的是 ()



A



B



C



D

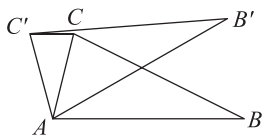
3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 75^\circ$. 在同一平面内, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 使得 $CC' \parallel AB$, 则 $\angle BAB'$ 等于 ()

A. 30°

B. 35°

C. 40°

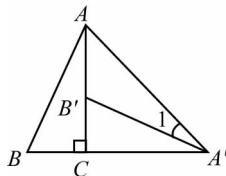
D. 50°



(第3题)

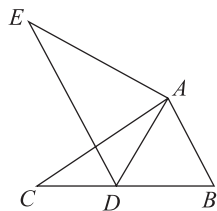
4. 在平面直角坐标系中, 线段 AB 的两个端点坐标分别为 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$, 平移线段 AB , 得到线段 $A'B'$, 已知点 A' 的坐标为 $(3, -1)$, 则点 B' 的坐标为 ()
- A. $(4, 2)$ B. $(5, 2)$ C. $(6, 2)$ D. $(5, 3)$

5. 如图, 将 $Rt\triangle ABC$ 绕直角顶点 C 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' . 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle BAA'$ 的度数是 ()
- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

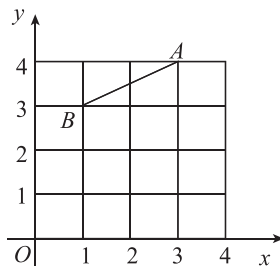


(第5题)

6. 在平面直角坐标系中, 将点 $A(-1, 2)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B , 则点 B 关于 x 轴的对称点 C 坐标是_____.
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2$, $BC = 3.6$, $\angle B = 60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转一定角度得到 $\triangle ADE$, 当点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上时, CD 的长为_____.



(第7题)

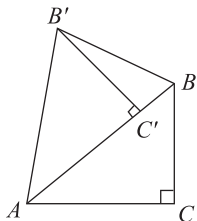


(第8题)

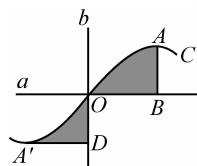
8. 如图, 在平面直角坐标系中, 将线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 后, 得到线段 AB' , 则点 B' 的坐标为_____.



9. 如图,将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 40° , 得到 $\text{Rt}\triangle AB'C'$, 点 C' 恰好落在斜边 AB 上, 连接 BB' , 则 $\angle BB'C' =$ _____.



(第 9 题)



(第 10 题)

10. 如图,直线 a, b 垂直相交于点 O , 曲线 C 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D . 若 $OB = 3$, $OD = 2$, 则阴影部分的面积之和为 _____.

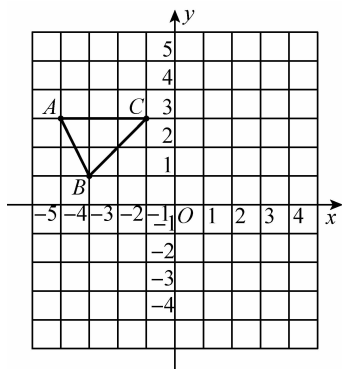
11. 如图, 已知在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-4, 3)$, $B(-3, 1)$, $C(-1, 3)$.

(1) 请按下列要求画图:

① 将 $\triangle ABC$ 先向右平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

② $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 关于原点 O 成中心对称, 画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

- (2) 在 (1) 中所得的 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 M 成中心对称, 请直接写出对称中心 M 的坐标.



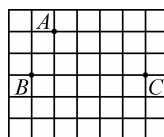
(第 11 题)

12. 如图①②③均为 7×6 的正方形网格, 点 A, B, C 在格点上(网格线的交点称为格点).

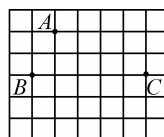
(1) 在图①中确定一个格点 D , 使以 A, B, C, D 为顶点的四边形是轴对称图形, 而不是中心对称图形;

(2) 在图②中确定一个格点 D , 使以 A, B, C, D 为顶点的四边形是中心对称图形, 而不是轴对称图形;

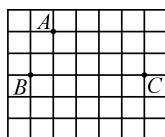
(3) 在图③中确定一个格点 D , 使以 A, B, C, D 为顶点的四边形既是轴对称图形, 又是中心对称图形.



图①



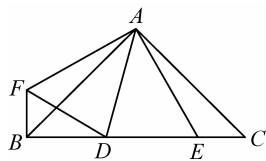
图②



图③

(第 12 题)

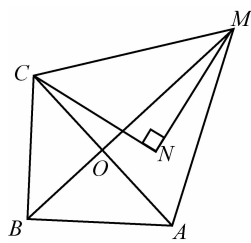
13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, D,E 是 BC 上的两点,且 $\angle DAE=45^\circ$.将 $\triangle AEC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AFB$,连接 DF .猜想 DF 与 DE 之间有何数量关系,并说明理由.



(第 13 题)

14. 如图,在等腰直角三角形 CMN 中, $CN=NM=\sqrt{2}$,将 $\triangle CMN$ 绕点 C 顺时针旋转 60° ,得到 $\triangle ABC$,连接 AM,BM,BM 与 AC 交于点 O .

- (1)求 $\angle NCO$ 的度数;
- (2)求证: $\triangle CAM$ 为等边三角形;
- (3)连接 AN ,求线段 AN 的长.



(第 14 题)

1 因式分解

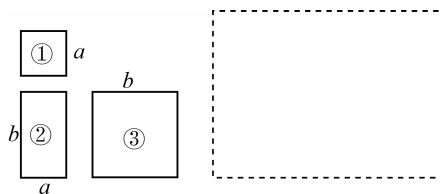
课堂·精练

63 *****



课堂·延伸

如图,有边长为 a 的小正方形①纸片 1 张、长为 b , 宽为 a 的长方形②纸片 3 张以及边长为 b 的大正方形③纸片 2 张,请将它们拼成一个大长方形(在图中虚线框内画出图形),并运用面积之间的关系,将多项式 $a^2 + 3ab + 2b^2$ 因式分解.





先阅读下面的材料,再因式分解:

请用上面材料中提供的方法因式分解：

$$(1)m^2-mn+mx-nx;$$

$$(2) xy^2 - 2xy + 2y - 4;$$

$$(3) ab - ac + bc - b^2.$$

(第 2 课时)

7. 将下列各式因式分解:

$$(1) 6(x-2) + x(2-x):$$

$$(2) 5a^2(x-y) + 10a(y-x);$$

$$(3)(a-2b)^3 - 3c(2b-a)^2.$$

- 代数式 $15a^3b^3(a-b)$, $5a^2b(b-a)$ 的公因式是 ()
A. $5ab(b-a)$ B. $5a^2b^2(b-a)$
C. $5a^2b(b-a)$ D. 以上均不正确
- 把多项式 $(x+2)(x-2)+(x-2)$ 提取公因式 $(x-2)$ 后, 余下的部分是 ()
A. $x+1$ B. $2x$
C. $x+2$ D. $x+3$
- 下列多项式中, 含有公因式 $(y+1)$ 的多项式是 ()
A. $y^2-2xy-3x^2$
B. $(y+1)^2-(y-1)^2$
C. $(y+1)^2-(y+1)$
D. $(y+1)^2+2(y+1)+1$
- 下面给出的四组整式中, 有公因式的一组是 ()
A. $a+b$ 和 a^2+b^2 B. $a-b$ 和 $2(b-a)^2$
C. a^2b^2 和 a^2+b^2 D. a^2b^2 和 a^2-b^2
- 下列因式分解变形中, 正确的是 ()
A. $ab(a-b)-a(b-a)=-a(b-a)(b+1)$
B. $6(m+n)^2-2(m+n)=(2m+n)(3m+n+1)$
C. $3(y-x)^2+2(x-y)=(y-x)(3y-3x+2)$
D. $3x(x+y)^2-(x+y)=(x+y)^2(2x+y)$
- 把 $-a(x-y)-b(y-x)+c(x-y)$ 因式分解, 正确的结果是 ()
A. $(x-y)(-a-b+c)$
B. $(y-x)(a-b-c)$
C. $-(x-y)(a+b+c)$
D. $-(y-x)(a+b-c)$

8. 把 $(x-a)^3 - (a-x)^2$ 因式分解的结果为 ()

A. $(x-a)^2(x-a+1)$

B. $(x-a)^2(x-a-1)$

C. $(x-a)^2(x+a)$

$$\mathbb{D}, (a+x)^2(x-a-1)$$

9. 若 a 与 b 互为相反数, 则 $a(x-2y)-b(2y-x)$ 的值是 $\quad$.

10. 因式分解: $(m-n)(5ax+ay-1)-(n-m)(3ay+ax+1)=$.

11. 先因式分解,再计算求值:

$$(1)(2x-1)^2(3x+2)-(2x-1)(3x+2)^2-x(1-2x)(3x+2), \text{ 其中 } x=\frac{3}{2};$$

(2) $5x(m-2)-4x(m-2)$, 其中 $x=0.4, m=5.5$;



认真阅读下列因式分解的过程,再回答所提出的问题:

(1)上述因式分解的方法是_____，共应用了_____次；

(2)若分解 $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2019}$,则需要应用上述方法_____次,因式分解后的结果是_____.

(3) 请用上述方法因式分解： $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^n$ (n 为正整数).

68

(第 1 课时)

- 

基础巩固

- $$(2)(x+p)^2 - (x+q)^2;$$

$$(4) 16(x-1)^2 - (x+2)^2.$$

8. 多项式 $a^4 - b^4$ 和 $a^2 + b^2$ 的公因式是 ()

- $$(2) \frac{52^2 - 48^2}{256^2 - 244^2}.$$



课堂·延伸

(1) 36 和 2 020 这两个数是“和谐数”吗? 为什么?

(2) 请你说明“和谐数”一定是 4 的倍数.

(第2课时)

- 

基础巩固

- 进行因式分解,则加的单项式可以是_____.
- (填上一个你认为正确的即可,不必考虑所有的可能情况)

10. 若多项式 $x^2 + 2ax + 4$ 能用完全平方公式进行因式分解, 则 a 的值为 ()
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. ± 4

11. 下列各式的因式分解中, 没有用到公式法的是 ()
A. $3m^2 - 6mn + 3n^2 = 3(m - n)^2$
B. $a^2b + ab^2 + ab = ab(a + b + 1)$
C. $mx^2 - 4m = m(x - 2)(x + 2)$
D. $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

12. 若 $a + b + 1 = 0$, 则 $3a^2 + 3b^2 + 6ab$ 的值是 ()
A. 3 B. -3 C. 1 D. -1

13. 把下列各式因式分解:

$$(1) x^3 - 2x^2y + xy^2;$$

$$(2)(2x+y)^2-8xy;$$

$$(3)(x+4y)(x-y)-3xy.$$

14. 利用因式分解计算:
- (1) $200^2 - 400 \times 199 + 199^2$;
- (2) $5 \times 101^2 - 5 \times 202 + 5$.



- 

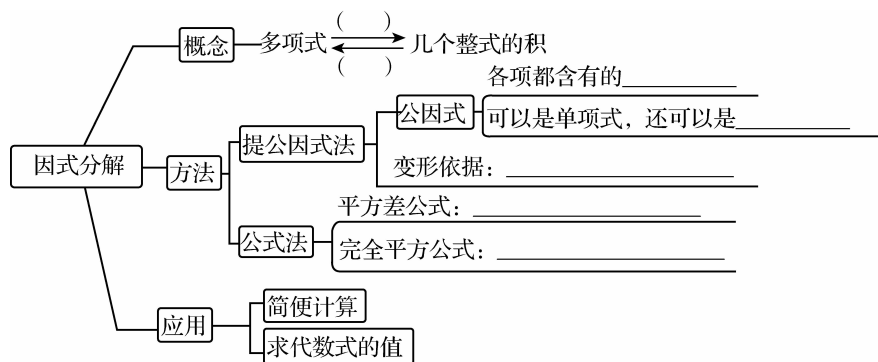
因式分解是多项式理论的中心内容之一,是代数中一种重要的恒等变形,它是学习数学和科学技术不可缺少的基础知识,在初中阶段,它是分式中研究约分、通分、分式的化简和计算的基础;利用因式分解的知识,有时可使某些数值计算简便,因式分解的方法很多,请根据提示完成下面的因式分解并利用这个因式分解解决提出的问题.

(3)解决问题:

计算: $\frac{\left(6^4 + \frac{1}{4}\right)\left(8^4 + \frac{1}{4}\right)}{\left(5^4 + \frac{1}{4}\right)\left(7^4 + \frac{1}{4}\right)}$.

6 整理与复习

知识梳理



综合提升

1. 下列各式从左到右的变形中, 是因式分解的是

()

A. $(a+3)(a-3)=a^2-9$

B. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

C. $a^2-4a-5=a(a-4)-5$

D. $m^2-2m-3=m\left(m-2-\frac{3}{m}\right)$

2. 下列各式中, 不能继续因式分解的是

()

A. $4x^3-8x^2+4x=4x(x^2-2x+1)$

B. $2x-13xy=x(2-13y)$

C. $8x^2+6xy=2(4x^2+3xy)$

D. $2x^2-8=2(x^2-4)$

3. 多项式 $6a^2bc-8ab^2c+4abc$ 的公因式是

()

A. $8abc$

B. $2abc$

C. $6a^2b^2c^2$

D. $4a^2b^2c^2$

4. 若 $9x^2+kx+16$ 是一个完全平方, 则 k 的值等于

()

A. 12

B. 24

C. -24

D. ± 24

5. 多项式 $4x^2-4$ 与多项式 x^2-2x+1 的公因式是

()

A. $x-1$

B. $x+1$

C. x^2-1

D. $(x-1)^2$

6. 若多项式 $x^2+ax-28$ 因式分解为 $(x-4)(x+7)$, 则 a 的值是

()

A. -11

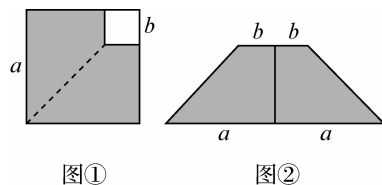
B. -3

C. 3

D. 11

7. 如图, 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a>b$), 再沿虚线剪开, 如图①; 然后拼成一个梯形, 如图②. 根据这两个图形的面积关系, 表明下列式子成立的是

()



图①

图②

(第7题)

A. $a^2+b^2=(a+b)(a-b)$

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

D. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

8. 设 $681 \times 2\,019 - 681 \times 2\,018 = a$, $2\,015 \times 2\,016 - 2\,013 \times 2\,018 = b$, $\sqrt{678^2 + 2 \times 678 + 1} = c$, 则 a, b, c 的大小关系是

()

A. $b < c < a$

B. $a < c < b$

C. $b < a < c$

D. $c < b < a$

9. 因式分解: $xy^2-4x=$ _____.

10. 已知 $(2x-21)(3x-7)-(3x-7)(x-13)$ 可分解因式为 $(3x+a)(x+b)$, 其中 a, b 均为整数, 则 $a+3b=$ _____.

11. 把下列各式因式分解:

(1) m^3-4m ;

(2) $2a^3b-4a^2b^2+2ab^3$;

$$(3)x^3 + 3x^2 - 4x - 12;$$

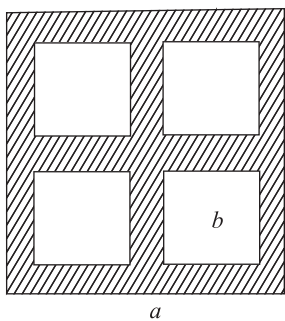
$$(4)(x+2)x-x-2.$$

12. 利用因式分解计算:

$$(1) \frac{2\,017 \times 2\,019}{2\,018^2 - 1};$$

$$(2) 2 \times 101^2 + 2 \times 101 \times 98 + 2 \times 49^2.$$

13. 如图, 在一个边长为 a 的正方形木板上, 挖掉四个边长为 b 的小正方形, 计算当 $a=18\text{ dm}$, $b=6\text{ dm}$ 时, 剩余部分的面积.



(第 13 题)

14. 我们通过学习,利用多项式的乘法法则可知: $(x+p)(x+q)=x^2+(p+q)x+pq$,因式分解是整式乘法相反方向的变形,利用这种关系可得 $x^2+(p+q)x+pq=(x+p)(x+q)$.

利用这个结果可以将某些二次项系数是 1 的二次三项式分解因式. 例如: 将 $x^2 - x - 6$ 分解因式, 这个式子的二次项系数是 1, 常数项 $-6 = 2 \times (-3)$, 一次项系数 $-1 = 2 + (-3)$, 因此这是一个 $x^2 + (p+q)x + pq$ 型的式子, 所以 $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$.

上述过程可用十字相乘的形式形象地表示：
先分解二次项系数，分别写在十字交叉线的左上角和左下角；再分解常数项，分别写在十字交叉线的右上角和右下角；然后交叉相乘，求代数和，使其等于一次项系数，如图所示：

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ & \times \\ 1 & -3 \\ \hline 1 \times 2 + 1 \times (-3) = -1 \end{array}$$

(第 14 题)

这样我们也可以得到 $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$.
这种分解二次三项式的方法叫“十字相乘法”.

请同学们认真观察,分析理解后,解答下列问题:

(1) 分解因式: $y^2 - 2y - 24$;

(2) 若 $x^2 + mx - 12$ (m 为常数) 可分解为两个一次因式的积, 请直接写出整数 m 的所有可能值.