第三章　变量之间的关系

本章学习目标

1. 能独立分析实际问题中两个变量之间的相互关系，并能正确指出自变量、因变量.

2. 能从表格、图象中分析两个变量之间的关系，并能用自己的语言进行表达.

3. 能根据具体问题，用表格和关系式表示某些变量之间的关系，并结合对变量之间关系的分析，尝试对变化趋势进行初步的预测.

1. 用表格表示的变量间关系

课时目标

1. 在具体情境中说出自变量、因变量的意义，并能举出反映两个变量之间关系的例子.

2. 能从表格中获得变量之间关系的信息，用表格表示两个变量之间的关系，并根据表格中的数据尝试对变化趋势进行初步的预测.

课内练习

1. 某人要在规定时间内加工 100 个零件，则关于工作效率 y 与时间 t 之间的关系，下列说法正确的是　(　　)

A. y，t 和 100 都是变量

B. 100 和 y 都是常量

C. y 和 t 是变量

D. 100 和 t 都是常量

2. 某种报纸的价格是每份 0.4 元，买 x 份报纸的总价为 y 元，填写下表：

份数	1	2	3	4	…
价钱/元					…

在这个问题中，______是常量，______是变量.

3. 声音在空气中传播的速度 y(m/s)(简称声速)与气温 x(℃)的关系如下表所示：

气温 x/℃	0	5	10	15	20
声速 y/(m/s)	331	334	337	340	343

上表中，________是自变量，________是因变量．照此规律可以发现，当气温 x 为______℃时，声速 y 达到 346 m/s.

4. 随着我国人口出生速度的减慢，小学入学儿童数量有所减少．下表中的数据近似地呈现了某地区入学儿童人数的变化趋势．试用你所学的知识解决下列问题：

年份/x	2014	2015	2016	…
入学儿童人数/y	2 520	2 330	2 140	…

(1)上表反映了哪两个量之间的关系？哪个是自变量？哪个是因变量？

(2)根据表中的数据，你能谈谈该地区入学儿童人数的变化趋势吗？

(3)若该地区的入学儿童人数 y(人)与年份 x(年)的关系是 $y=-190x+384\ 420$，你能预测该地区哪一年入学儿童的人数为 1 000 人吗？

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 弹簧挂上物体后会伸长，现测得一弹簧的长度 y(cm)与所挂的物体的质量 x(kg)间有下面的关系：

x/kg	0	1	2	3	4	5
y/cm	10	10.5	11	11.5	12	12.5

下列说法不正确的是 (   )

A. x 与 y 都是变量，且 x 是自变量，y 是因变量

B. 弹簧不挂重物时的长度为 0 cm

C. 物体质量每增加 1 kg，弹簧长度 y 增加 0.5 cm

D. 所挂物体质量为 7 kg(在允许范围内)时，弹簧长度为 13.5 cm

2. 假设汽车匀速行驶在高速公路上，那么在下列各量中，变量有 (   )

①行驶速度；②行驶时间；③行驶路程；④汽车油箱中的剩余油量.

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

数学理解

3. 如图 3-1-1 是用火柴棒拼成的图案，需用火柴棒的根数 m 随着拼成的正方形的个数 n 的变化而变化，在这一变化过程中，下列说法中错误的是 (   )

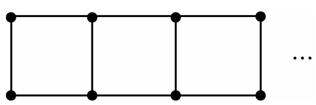


图 3-1-1

A. m，n 都是变量

B. n 是自变量，m 是因变量

C. m 是自变量，n 是因变量

D. m 随着 n 的变化而变化

4. 下表是春汛期间某条河流在一天中涨水情况的记录：

时间/h	0	4	8	12	16	20	24
超警戒水位/m	+0.2	+0.25	+0.35	+0.5	+0.7	+0.9	+1.0

(1)时间从 0 h 变化到 24 h，超警戒水位从________变化到________；

(2)借助表格可知，时间从________到________水位上升最快.

5. 收音机的波长和频率分别是用米(m)和千赫兹(kHz)为单位标刻，下面是某品牌收音机波长和频率的部分对应数值：

波长/m	300	500	600	1 000	1 500
频率/kHz	1 000	600	500	300	200

据此预测，当波长为 800 m 时，频率为______kHz.

6. 下表中记录了一次实验中的时间和温度的数据.

时间 t/min	0	5	10	15	20	25
温度 T/℃	10	25	40	55	70	85

(1)写出温度 T 与时间 t 的关系式；

(2)什么时间的温度是 34 ℃？

整合提升

7. 在一次实验中，小明把一根弹簧的上端固定，在其下端悬挂物体，下面是测得的弹簧的长度 y 与所挂物体质量 x 的一组对应值.

所挂物体质量 x/kg	0	1	2	3	4	5
弹簧长度 y/cm	18	20	22	24	26	28

(1)上表反映了哪两个变量之间的关系？哪个是自变量？哪个是因变量？

(2)当所挂物体质量为 3 kg 时，弹簧多长？不挂重物时呢？

(3)若所挂重物为 7 kg(在允许范围内)，你能说出此时的弹簧长度吗？

8. 父亲告诉方方："距离地面越高，温度越低"，并给方方出示了下面的表格：

距离地面高度 h/km	0	1	2	3	4	5
温度 T/℃	20	14	8	2	−4	−10

根据上表，父亲还给方方提出了下面几个问题，你能和方方一起解答吗？

(1)上表反映了哪两个变量之间的关系？哪个是自变量？哪个是因变量？

(2)随着 h 的变化，T 是怎么变化的？

(3)请直接写出距离地面 6 km 时的高空温度.

9. 某地大米的平均价格如下表：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均价格/(元/kg)	4.6	4.8	4.8	5.0	4.8	4.4	4.0	3.8	3.6	3.6	3.8	4.0

(1)表中列出的是哪两个变量之间的关系？哪个是自变量，哪个是因变量？

(2)自变量是什么值时，因变量的值最小？自变量是什么值时，因变量的值最大？

(3)该地哪一段时间大米的平均价格在上涨？哪一段时间大米的平均价格在下落？

(4)从表中可以得到该地大米的平均价格变化方面的哪些信息？平均价格比年初降低了，还是增长了？

探究拓展

10. 某电影院地面的一部分是扇形，座位按下列方式设置：

排数/排	1	2	3	4
座位数/个	60	64	68	72

(1)上述哪些量在变化？自变量和因变量分别是什么？

(2)第 5 排、第 6 排各有多少个座位？

(3)假设电影院有 n 排座位，那么第 n 排有多少个座位？请说明你的理由.

(4)若某排有 136 个座位，则该排的排数是几？

2. 用关系式表示的变量间关系

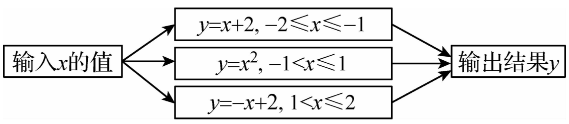
课时目标

1. 能根据具体情况，用关系式表示某些变量之间的关系，初步感受模型思想.

2. 会根据两个变量之间的关系式求值，初步体会自变量和因变量的数值对应关系.

课内练习

1. 根据下面的程序计算函数值，若输入 x 的值为 $\frac{3}{2}$，则输出结果 y 为（　　）



A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{9}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{9}{2}$

2. 汽车以 60 km/h 的速度匀速行驶，随着时间 t(h) 的变化，汽车的行驶路程 s 也随着变化，则它们之间的关系式为 $s=$________.

3. 小雨拿 5 元钱去邮局买面值为 80 分的邮票，小雨买邮票后所剩钱数 y(元)与买邮票的枚数 x(枚)之间的关系式为____________.

4. 已知圆柱的高是 4 cm，当圆柱的底面半径 r(cm) 变化时，圆柱的体积 V(cm³)也随之变化.

(1)在这个变化过程中，自变量是________，因变量是________；

(2)圆柱的体积 V 与底面半径 r 的关系式是______；

(3)当圆柱的底面半径由 2 cm 变化到 8 cm 时，圆柱的体积由________cm³ 变化到________ cm³.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 若变量 y 与 x 之间的关系是 $y=\frac{1}{2}x^2+1$，则自变量 $x=2$ 时，因变量 y 的值是（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 3

2. 已知△ABC 的底边 BC 上的高为 8 cm，当它的底边 BC 从 16 cm 变化到 5 cm 时，△ABC 面积的变化情况是（　　）

A. 从 20 cm² 变化到 64 cm²

B. 从 64 cm² 变化到 20 cm²

C. 从 128 cm² 变化到 40 cm²

D. 从 40 cm² 变化到 128 cm²

3. 如果每盒圆珠笔有 12 支，售价 18 元，用 y(元)表示圆珠笔的售价，x 表示圆珠笔的支数，那么 y 与 x 之间的关系是（　　）

A. $y=12x$　　B. $y=18x$

C. $y=\frac{2}{3}x$　　D. $y=\frac{3}{2}x$

4. 如图 3-2-1，某计算装置有一个数据输入口 A 和一个运算结果的输出口 B，下表是小明输入的一些数据和这些数据经该装置计算后输出的相应结果，则可得装置计算的式子为____________.(用含 n 的式子表示)

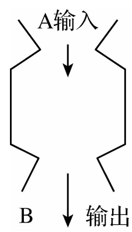


图 3-2-1

A	1	2	3	4	5
B	2	5	10	17	26

5. A,B 两地相距 500 km，一辆汽车以 50 km/h 的速度由 A 地驶向 B 地．汽车距 B 地的距离 y(km)与行驶时间 t(h)之间的关系式为________．在这个变化过程中，自变量是__________，因变量是________________.

数学理解

6. 现在地面的温度为 15 ℃，如果高度每升高 1 千米，气温就下降 6 ℃，则气温 t(℃)与高度 h(千米)之间的关系式为 $t=$________.

7. 汽车开始行驶时，油箱中有油 40 L，如果每时耗油 5 L，则油箱内余油量 y(L)与行驶时间 x(h)的关系式为 $y=$________，该汽车最多可行驶________ h.

8. 有一个边长为 2 cm 的正方形，若边长增加 x cm，则面积的增加值 $y(\text{cm}^2)$ 与边长的增加值 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系式是________.

9. 如图 3-2-2 所示，长方形 $ABCD$ 的四个顶点在互相平行的两条直线上，$AD=10$ cm. 当 B，C 在平行线上运动时，长方形的面积发生了变化.

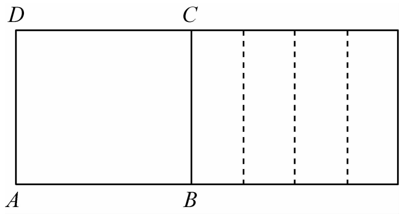


图 3-2-2

(1)在这个变化过程中，自变量是________，因变量是________；

(2)如果长方形的边 AB 长为 $x(\text{cm})$，长方形的面积 $y(\text{cm}^2)$ 可以表示为________；

(3)当边 AB 的长从 15 cm 变到 30 cm 时，长方形的面积由________cm^2 变到________cm^2.

整合提升

10. 小红到批发市场共买了 20 支笔，她平均每月用 3 支笔，用 y 表示小红剩下的笔的支数，用 x 表示她用的月数，且 y 与 x 之间的关系可近似用 $y=20-3x$ 表示. 试问，当她用了 2 个月后，还剩______支笔；用了 3 个月后，还剩______支笔；用了 6 个月后，还剩______支笔. 小红的笔够用 7 个月吗？________（填“够”或“不够”）

11. 将若干张长为 20 cm，宽为 10 cm 的长方形白纸，按图 3-2-3 所示的方法黏合起来，黏合部分的宽为 2 cm.

(1)求 4 张白纸黏合后的总长度；

(2)设 x 张白纸黏合后的总长度为 y cm，写出 y 与 x 之间的关系式；

(3)求当 $x=20$ 时 y 的值.

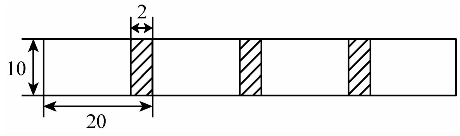


图 3-2-3

探究拓展

12. 如图 3-2-4，都是由边长为 1 的正方体叠成的图形.

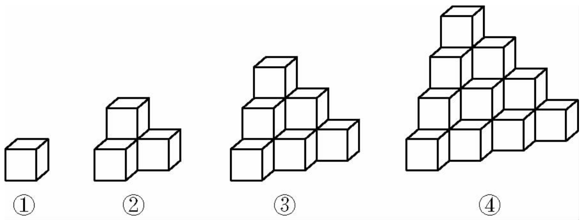


图 3-2-4

例如第①个图形的表面积为 6 个平方单位，第②个图形的表面积为 18 个平方单位，第③个图形的表面积是 36 个平方单位. 依此规律，则第⑤个图形的表面积为多少个平方单位？

3. 用图象表示的变量间关系

第一课时

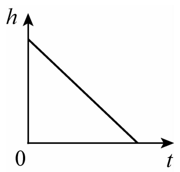
课时目标

1. 能根据具体情境理解图象上的点所表示的意义.

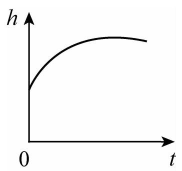
2. 能从图象中获取变量之间关系的信息，感受几何直观的作用，并能用语言进行描述.

课内练习

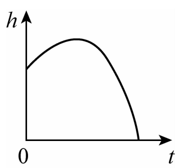
1. 小强将一个球竖直向上抛起，球升到最高点，垂直下落，直到地面．在此过程中，球的高度(h)与时间(t)的关系可以用下图中的哪一幅来近似地刻画 (　　)



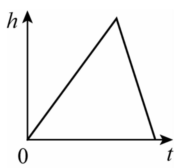
A



B

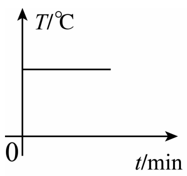


C

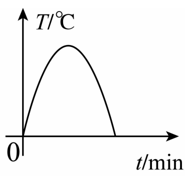


D

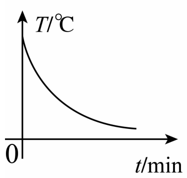
2. 杯子里的开水越放越凉，下列图象中可以大致反映这杯水的温度 T(℃)与时间 t(min)之间的变化关系的是 (　　)



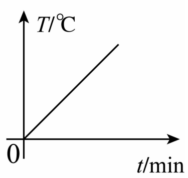
A



B



C



D

3. 如图 3-3-1 记录了某地 1 月某天的温度随时间变化的情况，请你仔细观察图象后回答下面的问题．

(1)20 时的温度是________ ℃，温度是 0 ℃的时刻是________时，最暖和的时刻是________时，温度在−3 ℃及以下的持续时间为________时；

(2)你从图象中还能获取哪些信息(写出 1～2 条即可).

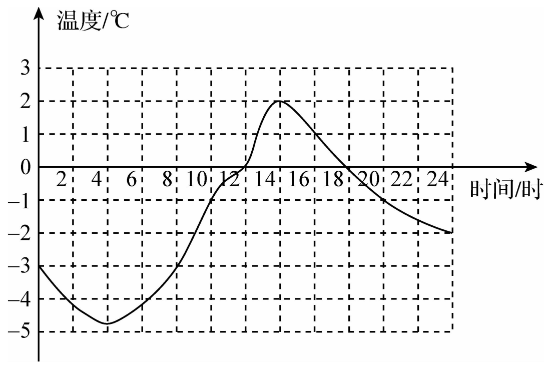


图 3-3-1

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-3-2 是某市一天的温度变化曲线图，通过该图可知，下列说法错误的是 (　　)

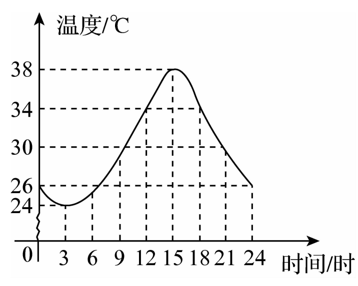


图 3-3-2

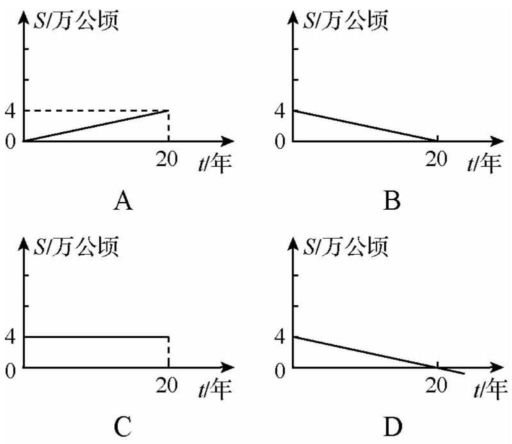
A. 这天 15 时的温度最高

B. 这天 3 时的温度最低

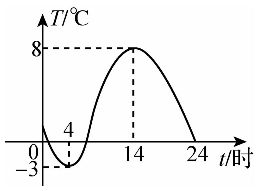
C. 这天最高温度与最低温度的差是 13 ℃

D. 这天 21 时的温度是 30 ℃

2. 土地沙漠化是人类生存的大敌，某地现有绿地4万公顷，由于人们环保意识不强，植被遭到严重破坏．经观察土地沙化速度为0.2万公顷/年，那么可以表示 t 年后该地所剩绿地面积 S(万公顷)的图象为 ( )



3. 如图是在一台自动测温记录仪上显示的曲线，它反映了我市冬季某天气温 T(单位:℃)随时间 t(单位：时)变化而变化的关系，观察曲线得到下列信息，其中错误的是 ( )



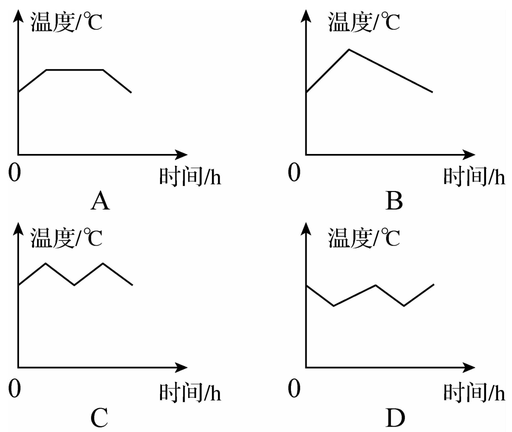
A. 凌晨4时气温最低为−3 ℃

B. 14时气温最高为8 ℃

C. 从0时至14时，气温随时间增长而上升

D. 从14时至24时，气温随时间增长而下降

4. 家用电饭煲煮饭时，饭熟后保温，下列图象能刻画煮饭过程电饭煲的温度随时间变化而变化情况的是 ( )



数学理解

5. 某村办工厂今年前5个月生产某种产品的总量 c(件)关于时间 t(月)的图象如图3-3-3所示，则对该厂这种产品来说 ( )

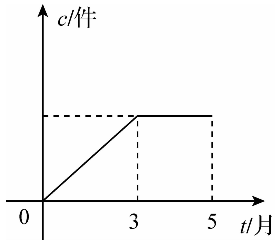


图 3-3-3

A. 1月至3月每月生产总量逐月增加，4，5两月每月生产总量逐月减少

B. 1月至3月每月生产总量逐月增加，4，5两月每月生产总量与3月持平

C. 1月至3月每月生产总量逐月增加，4，5两月均停止生产

D. 1月至3月每月生产总量不变，4，5两月均停止生产

6. 如图3-3-4，图①是饮水机的图片，饮水桶中的水由图②的位置下降到图③的位置的过程中，如果水减少的体积是 y，水位下降的高度是 x，那么表示 y 与 x 之间关系的图象可能是 ( )

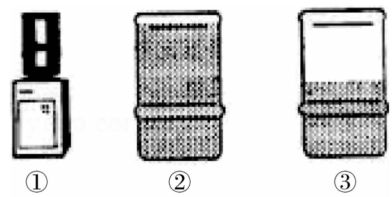
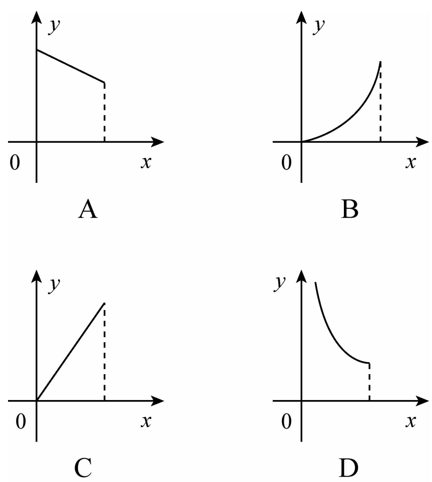


图 3-3-4



7. 小丽一天中的体温变化情况如图 3-3-5.

(1)大约什么时候，小丽的体温最高？最高体温约是多少？

(2)大约什么时候，小丽的体温最低？最低体温约是多少？

(3)什么时间内，小丽的体温在升高？

(4)什么时间内，小丽的体温在降低？

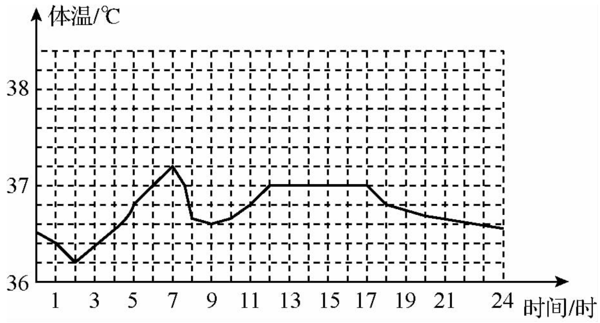


图 3-3-5

整合提升

8. 如图 3-3-6 是甲、乙两种固体物质在 0～50 ℃的溶解度随温度变化的曲线图，某同学从图中获得如下几条信息：

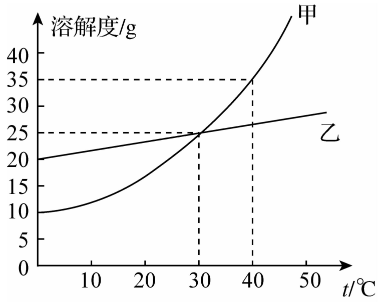


图 3-3-6

①30 ℃时两种固体物质的溶解度一样；

②在 0～50 ℃甲、乙两固体物质的溶解度随温度上升而增加；

③在 0～40 ℃甲、乙两固体物质的溶解度相差最多是 10g；

④在 0～50 ℃甲固体物质的溶解度比乙固体物质的溶解度高.

其中正确的信息有________.（填序号）

9. 小明在暑期社会实践活动中，以每千克 3 元的价格从批发市场购进若干千克西瓜到市场上去销售，在销售了 40 kg 西瓜之后，余下的每千克降价 0.8 元，全部售完．销售金额与售出西瓜的千克数之间的关系如图 3-3-7 所示．请你根据图象提供的信息解决以下问题：

(1)求降价前销售金额 y(元)与售出西瓜 x(kg)之间的关系式.

(2)小明从批发市场共购进多少千克西瓜？

(3)小明这次卖西瓜赚了多少钱？

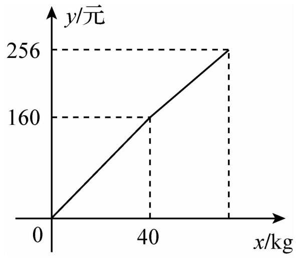


图 3-3-7

探究拓展

10. 今年夏季，某省由于持续高温和连日无雨，某水库蓄水量普遍下降．如图 3-3-8 是该水库蓄水量 V(单位：万立方米)与干旱持续时间 t(单位：天)之间的关系图．根据图象回答下列问题：

(1)持续干旱 10 天后，该水库蓄水量为______；

(2)若该水库蓄水量小于 400 万立方米时，将发出严重干旱警报，则持续干旱________天后，将发出严重干旱警报；

(3)照此下去，持续干旱__________天，水库将干涸；

(4)该水库原蓄水量为__________.

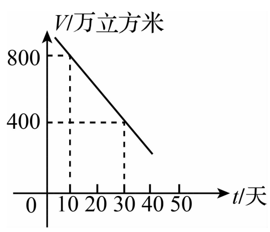


图 3-3-8

第二课时

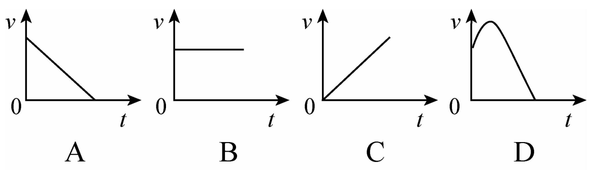
课时目标

1. 通过速度随时间变化的问题情境，进一步体会图象中变量之间的关系，加深对图象表示的认识.

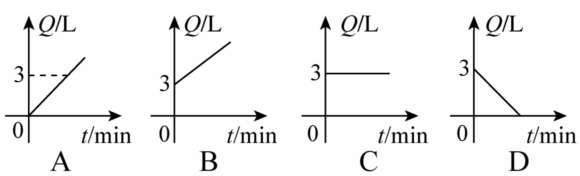
2. 进一步发展从图象中获取信息的能力及有条理地进行语言表达的能力.

课内练习

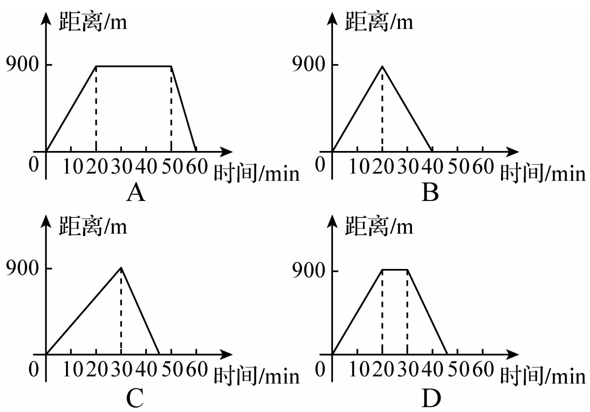
1. 秋天到了，葡萄熟了，一阵微风吹过，一颗葡萄从架上落下来，葡萄下落过程中表示速度(v)与时间(t)关系的大致图象是 ( )



2. 水池中原有 3 L 水，现每分钟向池内注 1 L 水，则表示水池内水量 Q(L)与注水时间 t(min)之间关系的图象大致为 ( )



3. 张大伯出去散步，从家走了 20 min，到一个离家 900 m 的阅报亭，看了 10 min 报纸后，用了 15 min 返回到家，下面表示张大伯离家距离与时间之间关系的是 ( )



4. 如图 3-3-9 为一位旅行者在早晨 8 时从城市出发到郊外所走的路程与时间的变化图象．根据图象回答问题.

(1)图象表示了哪两个变量的关系?

(2)9 时，10 时 30 分，12 时所走的路程分别是多少?

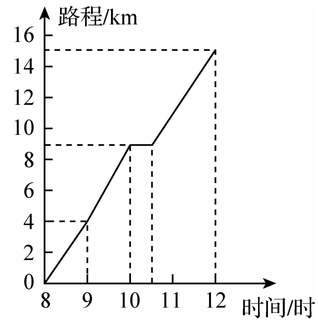


图 3-3-9

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 3-3-10，射线 $l_{甲}$，$l_{乙}$ 分别表示甲、乙两名运动员在自行车比赛中所走路程与时间的关系，则他们行进的速度关系是 ( )

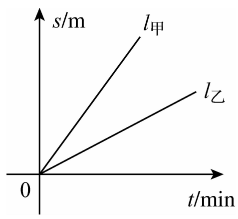
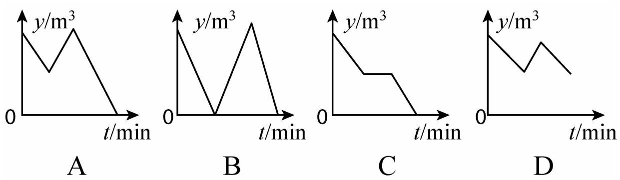


图 3-3-10

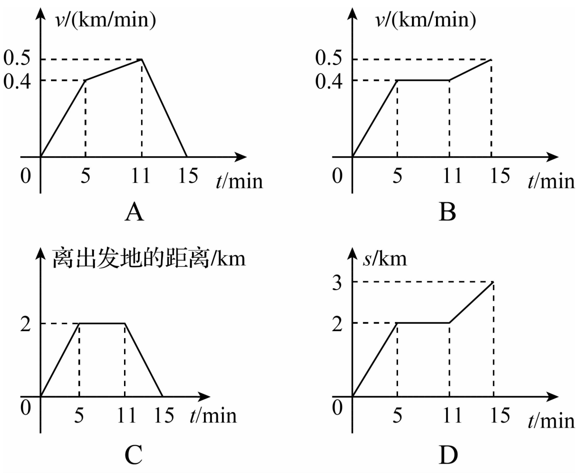
A. 甲比乙快　　B. 乙比甲快

C. 甲、乙同速　　D. 不一定

2. 一个装满水的水池按一定的速度放掉水池的一半水后停止放水并立即按一定的速度注水，水池注满后，停止注水，又立即按一定的速度放完水池的水．若水池的存水为 y(m^3)，放水或注水的时间为 t(min)，则表示 y 与 t 关系的图象只能是 ( )



3. 小刚以 400 m/min 的速度匀速骑车 5 min，在原地休息了 6 min，然后以 500 m/min 的速度骑回出发地．下列图象能表达这一过程的是　　(　　)



4. 如图 3-3-11 是甲、乙两人在同一地点沿同一方向出发后，路程随时间变化的图象.

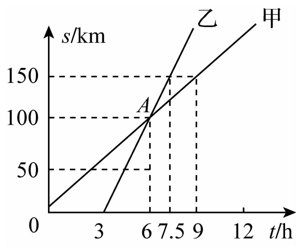


图 3-3-11

(1)此变化过程中，________是自变量，________是因变量.

(2)甲的速度________乙的速度(填“大于”“等于”或“小于”).

(3)A 点表示________.

(4)路程为 150 km，甲行驶了________ h，乙行驶了________ h.

(5)9 时甲在乙的________(填“前面”“后面”或“相同位置”).

(6)乙比甲先走了 3 h，对吗？________(填“对”或“不对”).

数学理解

5. 某星期天下午，小强和同学小明相约在某公共汽车站一起乘车回学校，小强从家出发先步行到车站，等小明到了后两人一起乘公共汽车回到学校．图 3-3-12 中折线表示小强离开家的路程 y(km)和所用时间 x(min)之间的函数关系．下列说法中错误的是　　(　　)

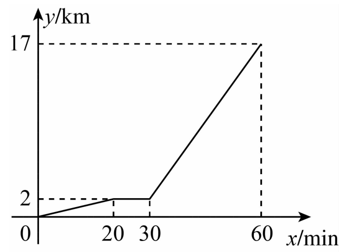


图 3-3-12

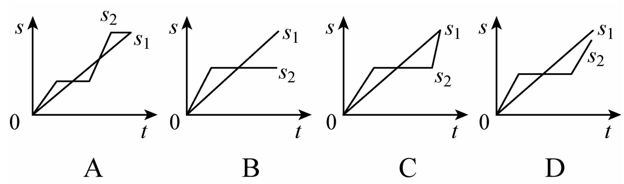
A. 小强从家到公共汽车站步行了 2 km

B. 小强在公共汽车站等小明用了 10 min

C. 公共汽车的平均速度是 30 km/h

D. 小强乘公共汽车用了 20 min

6. “龟兔赛跑”讲述了这样的故事：领先的兔子看着缓慢爬行的乌龟，骄傲起来，睡了一觉，当它醒来时，发现乌龟快到终点了，于是急忙追赶，但为时已晚，乌龟还是先到达终点．用 s_1，s_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程，t 为时间，则下列图象中与故事情节相吻合的是　　(　　)



7. 小明和小强进行百米赛跑，小明比小强跑得快，如果两人同时起跑，小明肯定赢，如图 3-3-13 所示．现在小明让小强先跑________ m，射线________表示小明的路程与时间的关系，大约________ s 时，小明追上了小强，小强在这次赛跑中的速度是________.

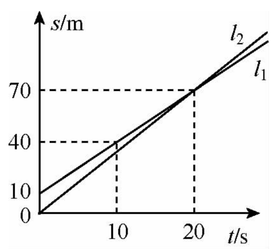


图 3-3-13

整合提升

8. 小高从家出发骑车去单位上班，先走平路到达点 A，再走上坡路到达点 B，最后走下坡路到达工作单位，所用的时间与路程的关系如图 3-3-14 所示．下班后，如果他沿原路返回，且走平路、上坡路、下坡路的速度分别保持和去上班时一

致，求他从单位到家门口需要的时间.

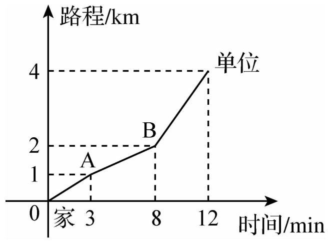
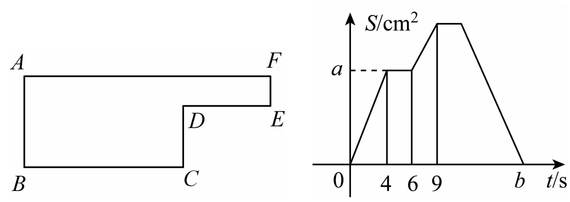


图 3-3-14

9. 已知动点 P 以 2 cm/s 的速度沿如图 3-3-15①所示的边框按从 $B \to C \to D \to E \to F \to A$ 的路径移动，相应的△ABP 的面积 S 关于时间 t 的图象如图 3-3-15②所示，若 $AB=6$ cm，试回答下列问题：

(1)如图①，BC 的长是多少？图形面积是多少？

(2)如图②，图中的 a 是多少？b 是多少？



① ②

图 3-3-15

10. 小明读七年级，他很想一个人郊外秋游，但妈妈不放心，让他将一天的时间安排做一个详细计划，于是小明绘制了图 3-3-16 交给妈妈，你能根据这幅图想象一下小明的秋游情况吗？

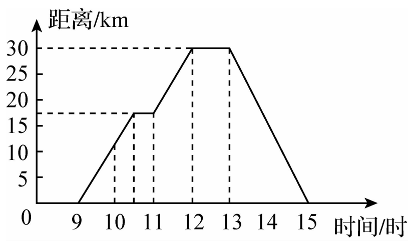


图 3-3-16

探究拓展

11. 甲、乙两人(甲骑自行车，乙骑摩托车)从 A 城出发到 B 城旅行，如图 3-3-17 表示甲、乙两人离开 A 城的路程与时间之间的图象．根据图象，你能得到关于甲、乙两人旅行的哪些信息？

答题要求：

(1)请至少提供四条信息．如由图象可知，甲比乙早出发 4 h(或乙比甲迟出发 4 h)；甲离开 A 城的路程与时间之间的图象是一条折线段，说明甲做变速运动.

(2)请再提供一条信息，但不要和(1)中的重复.

提示：从图象可以分别看出甲、乙两人的行驶时间与速度之间的关系及甲、乙两人的行驶变化情况，如甲什么时间在乙的前面，乙用了多少时间追赶上甲等信息.

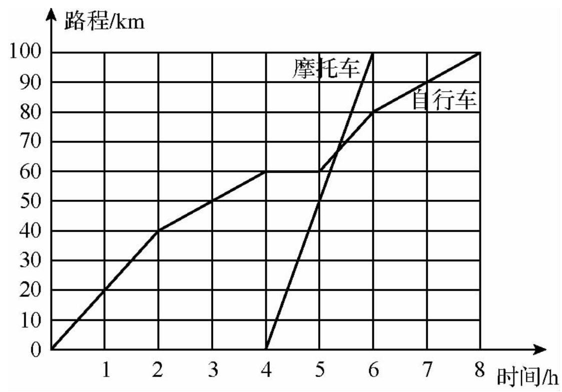


图 3-3-17

回顾与思考

课时目标

1. 能读懂表格、关系式、图象所表示的信息，并能运用表格或关系式刻画一些具体情境中变量之间的关系.

2. 通过对变量之间关系的分析解决问题，并能进行初步的预测.

课内练习

1. 用一水管向图 1 中所示容器内持续注水，若单位时间内注入的水量保持不变，则在注满容器的过程中，容器内水面升高的速度 ( )

A. 保持不变　　B. 越来越慢

C. 越来越快　　D. 快慢交替变化

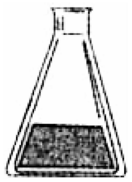


图 1

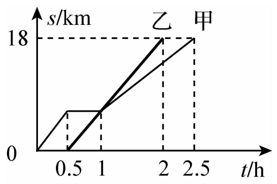


图 2

2. 甲、乙两同学从 A 地出发，骑自行车在同一条路上行驶到 B 地，他们离出发地的距离 s(km)和行驶时间 t(h)之间的关系的图象如图 2 所示．根据图中提供的信息，有下列说法：①他们都行驶了 18 km；②甲在途中停留了 0.5 h；③乙比甲晚出发 0.5 h；④相遇后，甲的速度大于乙的速度；⑤甲、乙两人同时到达目的地；⑥乙行驶全程用了 1.5 h. 其中正确的说法有 ( )

A. 2 个　B. 3 个　C. 4 个　D. 5 个

3. 梯形上底长 16，下底长 x，高是 10，梯形的面积 S 与下底长 x 间的关系式是________．当 $x=0$ 时，表示的图形是______，其面积是________.

4. 如图 3 所示，购买一种苹果，所付金额 y(元)与购买量 x(kg)之间的图象由线段 OA 和射线 AB 组成，则一次购买 3 kg 这种苹果比分三次每次购买 1 kg 这种苹果可节省________元.

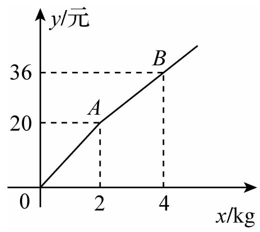


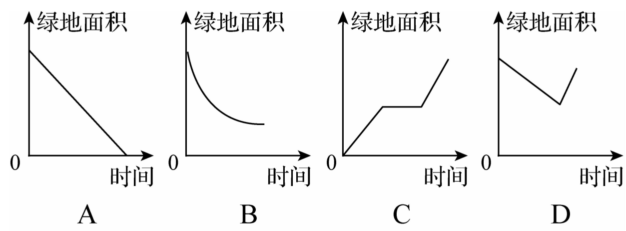
图 3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 土地沙漠化是人类生存的大敌，某地原有绿地 a 万公顷，由于人们环保意识不强，植被遭到严重破坏．经观察，前段时间土地沙化速度为 0.1 万公顷/年，当人们意识到环境恶化的危害性之后，决定改变环境，以每年 0.3 万公顷的速度进行绿化，那么 t 年以后该地的绿地面积与时间的关系可用下图中的哪一个来近似地刻画 ( )



2. 如图 4 是某蓄水池的纵切面示意图，分深水区和浅水区，如果这个蓄水池以固定的流量注水，下面图象能大致表示水的最大深度 h 和时间 t 之间关系的是 ( )

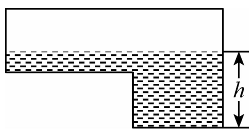
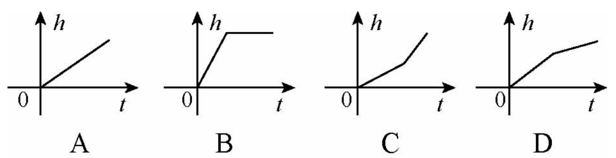


图 4



3. 小亮家与姥姥家相距 24 km，小亮 8:00 从家出发，骑自行车去姥姥家．妈妈 8:30 从家出发，乘车沿相同路线去姥姥家．在同一直角坐标系中，小亮和妈妈的行进路程 s(km)与时间 t(h)的图象如图 5 所示．根据图象得到结论，其中错误的是 （　　）

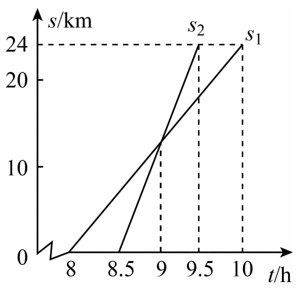


图 5

A. 小亮骑自行车的平均速度是 12 km/h

B. 妈妈比小亮提前 0.5 h 到达姥姥家

C. 妈妈在距家 12 km 处追上小亮

D. 9:30 妈妈追上小亮

4. 有一个附有进出水管的容器，单位时间内进水量都是一定的，设从某时刻开始的 4 min 内只进水，不出水，在随后的 8 min 内既进水，又出水，得到时间 x(min)与水量 y(L)关系如图 6 所示，每分的进水量是________，每分的出水量是________．

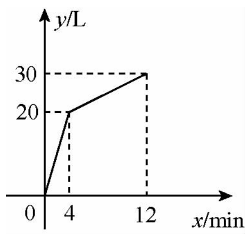


图 6

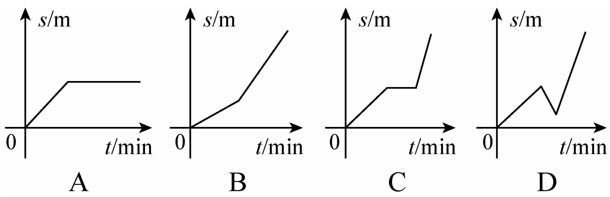
5. 有一高为 5 cm 的圆锥，当底面半径 r cm 由小到大变化时，体积 $V(\text{cm}^3)$也随之发生变化.

(1)在这个过程中自变量和因变量分别是什么？

(2)写出圆锥的体积 $V(\text{cm}^3)$与半径 r(cm)之间的关系式.

数学理解

6. 小明骑自行车上学，开始以正常速度匀速行驶，但行至中途时，自行车出了故障，只好停下来修车，车修好后，因怕耽误上课，他比修车前加快了速度继续匀速行驶．下面是行驶路程 s(m)关于时间 t(min)的图象，那么符合小明行驶情况的大致图象是 （　　）



7. 匀速地向一个容器内注水，最后把容器注满．在注水过程中，水面高度 h 随时间 t 的变化规律如图 7 所示(图中 $OABC$ 为一折线)．这个容器的形状是 （　　）

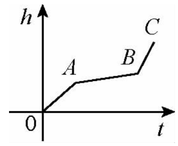
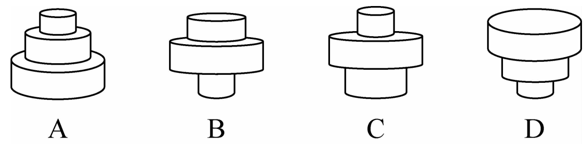


图 7



8. 如图 8 表示甲骑电动自行车和乙驾驶汽车沿相同路线由 A 地到 B 地，两人行驶的路程 y(km)与时间 x(h)的关系，请你根据这个行驶过程的图象回答下面的问题：

(1)谁出发较早？早多长时间？谁到达 B 地较早？早多长时间？

(2)请你写出电动自行车行驶过程中路程 y(km)与时间 x(h)之间的关系式.

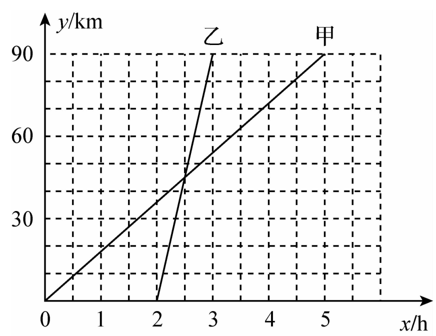


图 8

9. 某中学为筹备校庆活动，准备印制一批校庆纪念册．该纪念册每册需要 10 张 8 开大小的纸，其中 4 张为彩页，6 张为黑白页．印制该纪念册的总费用由制版费和印刷费两部分组成，制版费与印数无关，价格为彩页 300 元/张，黑白页50 元/张；印刷费与印数的关系见下表．

印数 a/千册	$1\leqslant a<5$	$5\leqslant a<10$
彩色/(元/张)	2.2	2.0
黑白/(元/张)	0.7	0.6

(1)印制一本纪念册的制版费为________元；

(2)若印制 2 千册，则共需多少费用？

整合提升

10. 小明和爸爸去参加一个聚会，小明坐在汽车上用所学知识绘制了一张反映汽车速度与时间关系的图，如图 9．第二天，小明拿着这张图给同学看，并向同学提出如下问题，你能回答吗？

(1)在图 9 所示的变化过程中，自变量是什么？因变量是什么？

(2)汽车共行驶了多长时间？最高时速是多少？

(3)汽车在哪段时间保持匀速，速度达到多少？

(4)用语言大致描述这辆汽车的行驶情况？

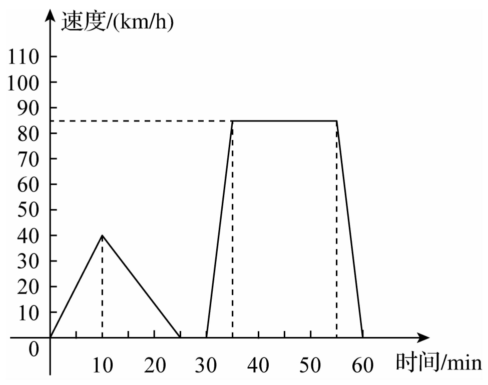


图 9

11. 某地地震发生后，先后有两批志愿者救援队分别乘客车和出租车沿相同路线从此地赶往重灾区救援，如图 10 表示其行驶过程中路程 y(km)随时间 x(h)变化的图象．

(1)根据图象，请分别写出客车和出租车行驶过程中路程 y 与时间 x 之间的关系式．

(2)客车和出租车行驶的速度分别是多少？

(3)出租车出发后多长时间赶上客车？

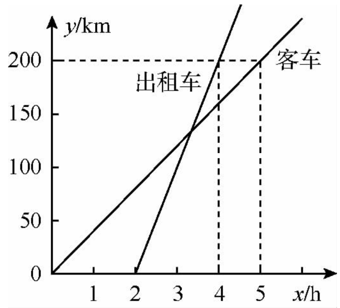


图 10

探究拓展

12. 一列快车从甲地匀速驶往乙地，一列慢车从乙地匀速驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为 x(h)，两车之间的距离为 y(km)，如图 11 中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系，根据图象回答下列问题：

(1)甲、乙两地之间的距离为________km；

(2)请解释图中点 B 的实际意义；

(3)求慢车和快车的速度．

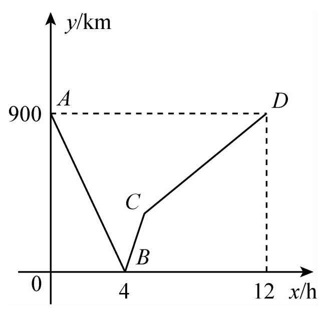


图 11

本章验收

（时间：45 分钟　满分：100 分）

一、选择题(每小题 5 分，共 30 分)

1. 树的高度 h 随时间 t 的变化而变化，下列说法正确的是（　　）

A. h，t 都是常量

B. t 是自变量，h 是因变量

C. h，t 都是自变量

D. h 是自变量，t 是因变量

2. 目前，全球水资源日益减少，提倡全社会节约用水．据测试：一个未拧紧的某型号的水龙头每分滴出 100 滴水，每滴水约 0.05 毫升．小欢同学洗手后，没有把该型号的一个水龙头拧紧，以测试它的滴水速度．当小欢同学离开 x 分后，该水龙头将滴出 y 毫升的水，则 y 与 x 之间的关系式是（　　）

A. $y=5x$　　B. $y=0.05x$

C. $y=100x$　　D. $y=0.05x+100$

3. 王聪利用计算机设计了一个程序，输入和输出的数据如下表：

输入	…	1	2	3	4	5	…
输出	…	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	…

那么当输入数据 8 时，输出的数据是（　　）

A. $\frac{8}{61}$　　B. $\frac{8}{63}$

C. $\frac{8}{65}$　　D. $\frac{8}{67}$

4. 一蓄水池中有水 40 m^3，如果每分放出 2 m^3 的水，水池里的水量与放水时间有如下关系：

放水时间/min	1	2	3	4	…
水池中水量/ m^3	38	36	34	32	…

下列数据中满足此表格的是（　　）

A. 放水时间 8 min，水池里水量 25 m^3

B. 放水时间 20 min，水池里水量 4 m^3

C. 放水时间 26 min，水池里水量 14 m^3

D. 放水时间 18 min，水池里水量 4 m^3

5. 小明从家出发，外出散步，到一个公共报栏前看了会儿报纸后，继续散步了一段时间，然后回家．如图 1 描述了小明在散步过程中离家的距离 s(m)与散步所用时间 t(min)之间的关系．根据图象，下列信息错误的是（　　）

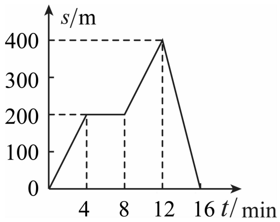


图 1

A. 小明看报用时 8 min

B. 公共报栏距小明家 200 m

C. 小明离家最远的距离为 400 m

D. 小明从出发到回家共用时 16 min

6. 如图 2，一只蚂蚁从点 O 出发，沿着扇形 OAB 的边缘匀速爬行一周，当蚂蚁运动的时间为 t s 时，蚂蚁与点 O 的距离为 s cm，则 s(cm)关于 t(s)的函数图象大致是（　　）

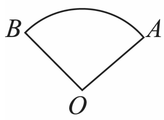
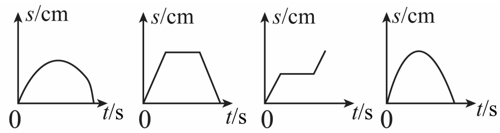


图 2



A　　B　　C　　D

二、填空题(每小题 5 分，共 30 分)

7. 按图 3 所示的运算程序，输入一个有理数 x，便可输出一个相应的有理数 y，写出 y 与 x 之间的关系式：____________．

输入 x	$+2$	$\times 5$	-4	输出 y

图 3

8. 洲际弹道导弹的速度会随着时间的变化而变化，某种型号的洲际弹道导弹的速度 v(km/h)与时间 t(h)的关系是 $v=1\ 000+50t$，若导弹发出0.5 h即击中目标，则此时该导弹的速度应为______km/h.

9. 某地固定电话月租费为 15 元，市内通话费平均每分为 0.2 元．若小明家上个月共打出市内电话a 分，则上个月小明家应付电话费 y(元)与a(分)之间的关系式为________；若王红家上个月共打出市内电话100 分，则王红家应付电话费______元.

10. 已知一个水池有 50 m^3 水，现将水排出，如果排水管每时的流量为 10 m^3，水池中的余水量 Q(m^3)与时间t(h)之间的关系式为________．

11. 某校组织合唱会演，七年级排练队形为 10 排，第一排 20 人，后面每一排比前排多 1 人，则每排人数 m 与排数 n 之间的关系式为________．

12. 早晨，小刚沿着通往学校唯一的一条路(直路)上学，途中发现忘带饭盒，停下给家里打电话，妈妈接到电话后带上饭盒马上赶往学校，同时小刚返回，两人相遇后，小刚立即赶往学校，妈妈回家．15 min 后妈妈到家，再经过 3 min 小刚到达学校．

已知小刚始终以 100 m/min 的速度步行，小刚与妈妈的距离 y(m)与小刚打完电话后的步行时间 t(min)之间的关系如图 4 所示，给出下列四种说法：

①打电话时，小刚和妈妈的距离为 1 250 m；

②打完电话后，经过 23 min 小刚到达学校；

③小刚与妈妈相遇后，妈妈回家的速度为 150 m/min；

④小刚家与学校的距离为 2 550 m．

其中正确的是________．(填写序号)

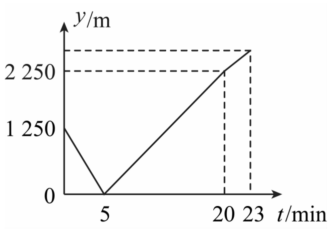


图 4

三、解答题(共 40 分)

13. (本题 10 分)在如图 5 所示的三个图象中，有两个图象能近似地刻画如下 a，b 两个情境：

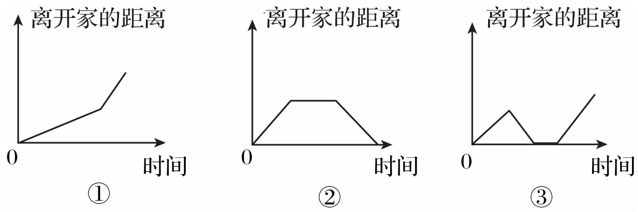


图 5

情境 a：小红离开家不久，发现把作业本忘在家里，于是返回家里找到作业本再去学校；

情境 b：小红从家出发，走了一段路程后，为了赶时间，以更快的速度前进．

(1)情境 a，b 所对应的图象分别是________，________(填写序号)；

(2)请为剩下的图象写出一个合适的情境．

14. (本题 14 分)点燃的蜡烛每分燃烧的长度一定，已知长为 22 cm 的蜡烛，点燃 10 min，变短 4 cm．设点燃 x min 后，还剩 y cm．

(1)求 y 与 x 之间的关系式．

(2)点燃几分后，蜡烛还剩 10 cm?

(3)此蜡烛几分能燃烧完?

15. (本题 16 分)某市为了鼓励居民节约用电，采用分段计费的方法按月计算每户家庭的电费．

月用电量不超过 200 kW·h 时，按 0.55 元/(kW·h)计费；月用电量超过 200 kW·h 时，其中的 200 kW·h 仍按 0.55 元/(kW·h)计费，超过部分按 0.70 元/(kW·h)计费．设每户家庭月用电量为 x kW·h 时，应交电费 y 元．

(1)分别求 $0\leqslant x\leqslant 200$ 和 $x>200$ 时，y(元)与 x(kW·h)之间的关系式；

(2)小明家 5 月交纳电费 117 元，则小明家这个月用电多少千瓦时?

第四章　三角形

本章学习目标

1. 能够结合具体实例，认识三角形及其角平分线、高、中线等概念，并能在具体三角形中画出它们.
2. 能利用三角形内角和等于180°和三角形三条边之间的关系，进行简单推理和计算.
3. 通过实例理解图形的全等的概念和特征，并能识别图形的全等.
4. 会利用“SSS”“SAS”“ASA”“AAS”条件判断三角形全等，进行简单的推理，了解三角形的稳定性.
5. 在分别给出两角及其夹边、两边及其夹角和三边的条件下，能够利用尺规作出三角形，并了解作图方法的合理性.
6. 能利用三角形全等解决一些实际问题.
7. 通过观察、想象、推理、交流等活动，发展空间观念、推理能力和有条理的表达能力.

1. 认识三角形

第一课时

课时目标

1. 认识三角形的相关概念并会用符号表示.
2. 能说出三角形内角和等于180°，会按照三个内角中最大的角对三角形进行分类.
3. 能说出直角三角形的两个锐角互余.

课内练习

1. 三角形中最大的内角一定是　　(　　)

A. 钝角　　B. 直角

C. 大于60°的角　　D. 大于或等于60°的角

2. 如图4-1-1，将直尺与含30°角的三角尺摆放在一起．若∠1=20°，则∠2的度数为　　(　　)

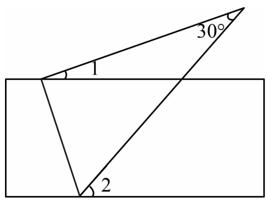


图 4-1-1

A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 80°

3. 将一副直角三角尺如图4-1-2放置，若∠AOD=20°，则∠BOC的大小为　　(　　)

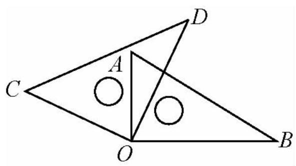


图 4-1-2

A. 140°　　B. 160°　　C. 170°　　D. 150°

4. 具备下列条件的△ABC不是直角三角形的是　　(　　)

A. ∠A+∠B=90°

B. ∠A+∠B=∠C

C. ∠A∶∠B∶∠C=1∶2∶3

D. ∠A=∠B=3∠C

5. 如图4-1-3，点D在△ABC边BC的延长线上，CE平分∠ACD，已知∠A=80°，∠B=40°，则∠ACE的度数为______.

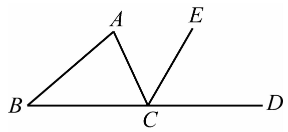
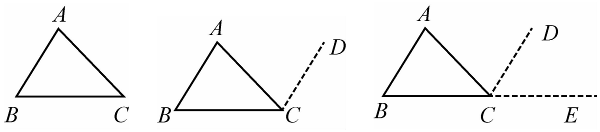


图 4-1-3

6. 请补充“证明三角形的内角和定理”的过程．如图 4-1-4①，在△ABC 中，试说明：$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$.



① ② ③

图 4-1-4

解：（方法一）如图 4-1-4②，过点 C 作 $CD /\!/ AB$，则$\angle A=$______，$\angle BCD+$______$=180^\circ$.

因为$\angle BCD=$________$+$________，

所以$\angle A+\angle B+\angle ACB=180^\circ$.

（方法二）如图 4-1-4③，

过点 C 作 $CD /\!/ AB$，并且延长 BC 到点 E.

则$\angle A=$________，$\angle B=$________.

因为________$+$________$+$________$=180^\circ$，

所以$\angle A+\angle B+\angle ACB=180^\circ$.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 在图 4-1-5 中$\angle 1$ 的度数等于　　　　（　　）

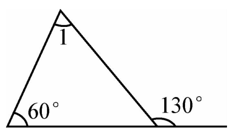


图 4-1-5

A. 40°　　B. 50°　　C. 60°　　D. 70°

2. 在△ABC 中，已知$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的度数之比是 1∶2∶3，则△ABC 的形状是　　（　　）

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 等边三角形

3. 将一副三角尺按图 4-1-6 所示的方式叠放，则$\angle \alpha$ 等于　　（　　）

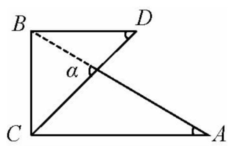


图 4-1-6

A. 75°　　B. 60°　　C. 45°　　D. 30°

4. 如图 4-1-7，在△ABC 中，$\angle A=80^\circ$，$\angle B=40^\circ$. D，E 分别是 AB，AC 上的点，且 $DE /\!/ BC$，则$\angle AED$ 的度数是　　（　　）

A. 40°　　B. 120°　　C. 60°　　D. 80°

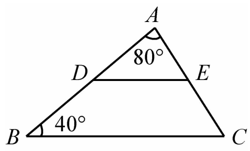


图 4-1-7

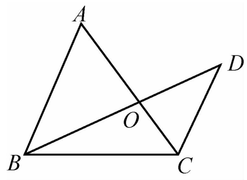


图 4-1-8

5. 如图 4-1-8 所示，图中共有________个三角形.

6. 在△ABC 中，若$\angle A=30^\circ$，$\angle B=\frac{1}{2}\angle C$，则$\angle B=$__________，$\angle C=$__________.

7. 如图 4-1-9，BD，CE 相交于点 A，$BC\perp CE$ 于点 C，若$\angle EAD=36^\circ$，则$\angle B=$__________.

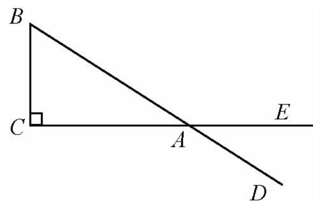


图 4-1-9

数学理解

8. 在一个直角三角形中，两个锐角的差为 50°，则较大锐角的度数为______.

9. 在如图 4-1-10 折纸操作中，小明制作了一张△ABC 纸片，点 D，E 分别在边 AB，AC 上，将△ABC 沿着 DE 折叠压平，使点 A 与点 N 重合．

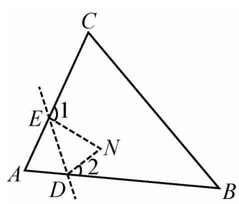


图 4-1-10

(1) 若$\angle B=35^\circ$，$\angle C=60^\circ$，则$\angle A$ 的度数为____________；

(2)若$\angle A=70^\circ$，则$\angle 1+\angle 2$ 的度数为________.

10. 在一个三角形中，最多有____个钝角，至少有____个锐角.

整合提升

11. 如图 4-1-11，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 为多少度？

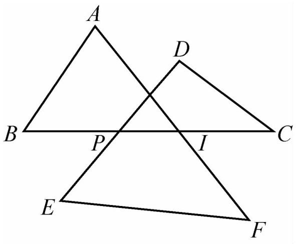


图 4-1-11

探究拓展

12. 如图 4-1-12，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC$，$\angle ACB$ 的平分线相交于点 I.

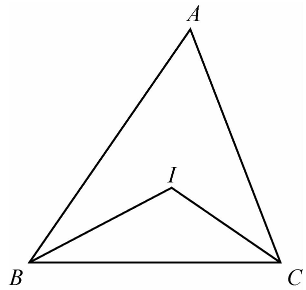


图 4-1-12

(1)若 $\angle ABC=70°$，$\angle ACB=50°$，则 $\angle BIC$ 为多少度？

(2)若 $\angle ABC+\angle ACB=120°$，则 $\angle BIC$ 为多少度？

(3)若 $\angle A=60°$，则 $\angle BIC$ 为多少度？

(4)若 $\angle A=100°$，则 $\angle BIC$ 为多少度？

(5)若 $\angle A=n°$，则 $\angle BIC$ 为多少度？

第二课时

课时目标

1. 能说出三角形三条边的关系，并会利用三边关系确定第三条边的取值范围.

2. 认识等腰三角形及其相关概念.

课内练习

1. 下列长度的四根木棒中，能与长为 4 cm，9 cm 的两根木棒围成三角形的是 ( )

A. 4 cm　B. 5 cm　C. 9 cm　D. 14 cm

2. 若等腰三角形的一边是 7，另一边是 4，则此等腰三角形的周长等于 ( )

A. 18　B. 15

C. 18 或 15　D. 无法确定

3. 已知两根木棒分别为 5 cm 和 7 cm，要选择第三根木棒，将它们钉成一个三角形，如果第三根木棒长为偶数，那么第三根木棒可能的取值共有 ( )

A. 3 种　B. 4 种　C. 5 种　D. 6 种

4. 已知三角形三条边的长度是三个连续的自然数，且周长为 18，那么该三角形三条边长分别为____________.

5. 小颖要制作一个三角形木架，现有两根长度为 8 m 和 5 m 的木棒. 如果要求第三根木棒的长度是整数，小颖有几种选法？第三根木棒的长度可以是多少？

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 已知三角形两边的长分别为 4 和 10，则此三角形第三边的长可能是 ( )

A. 5 B. 6 C. 12 D. 16

2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ( )

A. 5，6，10 B. 5，6，11

C. 2，3，6 D. $2a$，$2a$，$4a(a>0)$

3. 已知三角形的三边长分别为 3，8，x，若 x 的值为偶数，则 x 的值共有 ( )

A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

4. 已知三条线段的比是①1∶3∶4；②1∶2∶3；③1∶4∶6；④3∶3∶6；⑤6∶6∶10；⑥3∶4∶5. 其中能构成三角形的共有 ( )

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 若等腰三角形的两边长分别是 4，10，则该三角形的周长等于________.

数学理解

6. 如图 4-1-13，点 D 是 $\triangle ABC$ 边 AC 上一点（不含端点），且 $AD=BD$，则下列结论正确的是 ( )

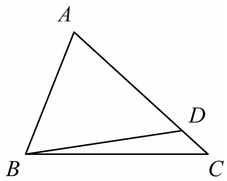


图 4-1-13

A. $AC>BC$ B. $AC=BC$

C. $\angle A>\angle ABC$ D. $\angle A=\angle ABC$

7. 若一个三角形的两边长分别是 2 和 3，它的第三边长为奇数，则这个三角形的周长等于________.

8. 已知等腰三角形的三边长分别为 x，$2x-4$，$5x-12$，求这个等腰三角形的周长.

整合提升

9. 现有 3 cm，4 cm，7 cm，9 cm 长的四根木棒，任取其中三根组成一个三角形，那么可以组成的三角形的个数是 ( )

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10. 如图 4-1-14，为估计池塘岸边 A，B 两点的距离，小方在池塘的一侧选取一点 O，测得 $OA=15$ m，$OB=10$ m，A，B 间的距离不可能是 ( )

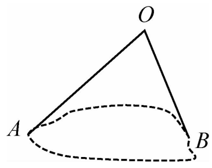


图 4-1-14

A. 10 m B. 5 m C. 20 m D. 15 m

11. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a，b，c，则化简 $|a+b-c|-|b-a-c|$ 的结果是什么？

探究拓展

12. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长 a，b，c 满足 $(a-b)^2+|b-c|=0$，则 $\triangle ABC$ 的形状是 ( )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形

C. 等边三角形 D. 以上都不对

13. 各边长度都是整数，最大边长为 8 的三角形共有多少个？

第三课时

课时目标

1. 能够结合具体实例，认识三角形及其角平分线、中线的概念，并能在具体三角形中画出它们.

2. 通过实际操作知道三角形的三条中线交于一点，这点叫做三角形的重心，三角形的三条角平分线相交于一点.

课内练习

1. 三角形的三条角平分线的交点在 (　　)

A. 三角形内部

B. 三角形外部

C. 可能在三角形内部，也可能在三角形外部

D. 三角形边上

2. 如图 4-1-15，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，AE 是 $\triangle ABD$ 的中线，若 $DE=3$ cm，则 $EC=$______ cm.

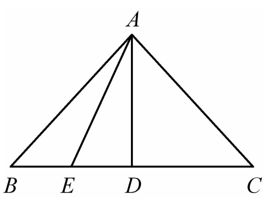


图 4-1-15

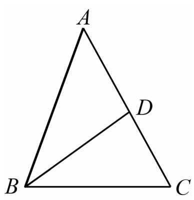


图 4-1-16

3. 如图 4-1-16，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=50°$，$\angle ABC=70°$，BD 平分 $\angle ABC$，则 $\angle BDC$ 的度数等于____________.

4. 如图 4-1-17，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是中线，则 $\triangle ABD$ 的面积________$\triangle ACD$ 的面积.(填“大于”“小于”或“等于”)

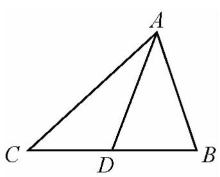


图 4-1-17

5. 已知，在 $\triangle ABC$ 中，AD 是 BC 边上的中线，$\triangle ADC$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长多 5 cm，AB 与 AC 的和为 11 cm，求 AC 的长.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 若 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，则下列结论错误的是 (　　)

A. AD 平分 BC　　B. $BC=2BD$

C. AD 平分 $\angle BAC$　　D. $BD=DC$

2. 下列判断正确的是 (　　)

①平分三角形内角的射线叫做三角形的角平分线；②三角形的中线、角平分线都是线段；③一个三角形有三条角平分线和三条中线；④三角形的中线是经过顶点和对边中点的直线.

A. ②③　　B. ①②③④

C. ①③④　　D. ①④

3. 如图 4-1-18，AD，CF 分别是 $\triangle ABC$ 的中线、角平分线，下列表达中错误的是 (　　)

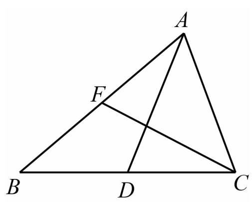


图 4-1-18

A. $AF=BF$　　B. $BC=2BD$

C. $\angle ACF=\angle BCF$　　D. $\angle ACB=2\angle ACF$

4. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$\triangle ABD$ 比 $\triangle ACD$ 的周长大 3 cm，则 AB 与 AC 的差等于 (　　)

A. 2 cm　　B. 3 cm　　C. 4 cm　　D. 6 cm

数学理解

5. 如图 4-1-19，在△ABC 中，AD 是 BC 边上的中线，若 BC=8 cm，则 BD=______cm；若 BD=5 cm，则 BC=______cm.

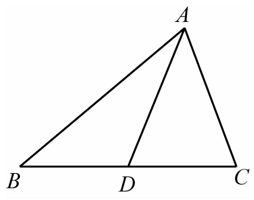


图 4-1-19

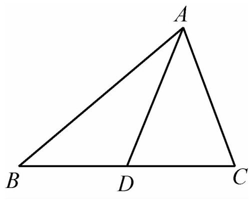


图 4-1-20

6. 如图 4-1-20，AD 是 BC 边上的中线，AB=8 cm，AD=5 cm，△ABD 的周长是 17 cm，则 BC 的长等于______ cm.

整合提升

7. 如图 4-1-21，在△ABC 中，$\angle BAC=60°$，$\angle B=45°$，AD 是△ABC 的一条角平分线，则 $\angle BAD$=______，$\angle ADB$=______.

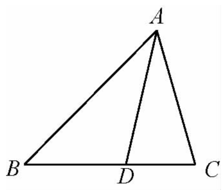


图 4-1-21

探究拓展

8. 在△ABC 中，AB=AC，AC 边上的中线 BD 把三角形的周长分为 12 和 15 两部分，求△ABC 各边的长.

第四课时

课时目标

1. 能够结合具体实例，认识三角形的高线，并能在具体三角形中画出高线.

2. 通过实际操作知道三角形三条高线所在直线交于一点，并能说出三角形高线位置与三角形形状的关系.

课内练习

1. 下列说法：①钝角三角形有两条高在三角形内部；②三角形三条高至多有两条不在三角形内部；③三角形的三条高的交点不在三角形内部，就在三角形外部；④钝角三角形三内角的平分线的交点一定不在三角形内部. 其中正确的有 (　　)

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

2. ①三角形的中线，角平分线，高都是线段；②三角形的三条高必交于一点；③三角形的三条角平分线必交于一点；④三角形的三条高都在三角形内. 其中正确的是 (　　)

A. ①②　B. ①③　C. ②④　D. ③④

3. 如图 4-1-22，在△ABC 中，BC 边上的高是__________.

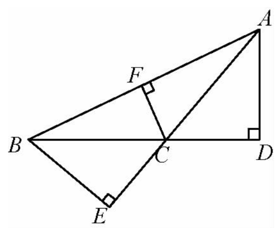


图 4-1-22

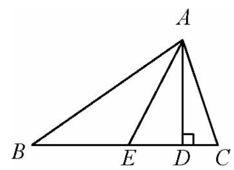


图 4-1-23

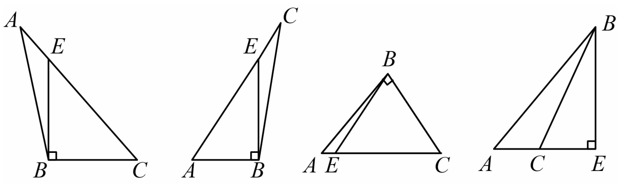
4. 如图 4-1-23，在△ABC 中，$AD\perp BC$ 于点 D，AE 为 $\angle BAC$ 的平分线，且 $\angle DAE=15°$，$\angle B=35°$，则 $\angle C$=__________.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列四个图形中，线段 BE 是△ABC 的高的是 （　　）



A　　B　　C　　D

2. 如果一个三角形的三条高的交点恰是三角形的一个顶点，那么这个三角形是 （　　）

A. 锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 无法确定

3. 如图 4-1-24，$AD\perp BC$，$GC\perp BC$，$CF\perp AB$，垂足分别是点 D，C，F，下列说法中，错误的是 （　　）

A. △ABC 中，AD 是边 BC 上的高

B. △ABC 中，GC 是边 BC 上的高

C. △GBC 中，GC 是边 BC 上的高

D. △GBC 中，CF 是边 BG 上的高

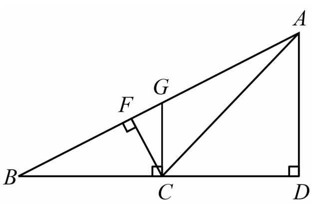


图 4-1-24

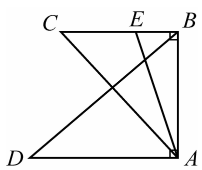


图 4-1-25

数学理解

4. 如图 4-1-25，$AB\perp AD$，$AB\perp BC$，AB 是高线的三角形共有 （　　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

5. 如图 4-1-26，在△ABC 中，$\angle A=52°$，$\angle ABC=49°$，$BD\perp AC$，求$\angle DBC$ 的度数.

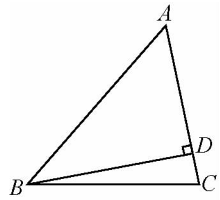


图 4-1-26

整合提升

6. 如图 4-1-27，已知△ABC 中，$\angle ACB=90°$，CD 为 AB 边上的高，BE 平分$\angle ABC$，分别交 CD，AC 于点 F，E，试说明：$\angle CFE=\angle CEF$.

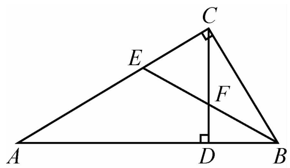


图 4-1-27

探究拓展

7. 如图 4-1-28，在△ABC 中，$AD\perp BC$，AE 平分$\angle BAC$，$\angle B=70°$，$\angle C=30°$.

(1)求$\angle BAE$ 的度数.

(2)求$\angle DAE$ 的度数.

(3)探究：小明认为如果只知道$\angle B-\angle C=40°$，也能得出$\angle DAE$ 的度数？你认为可以吗？若可以，请你写出求解过程；若不可以，请说明理由.

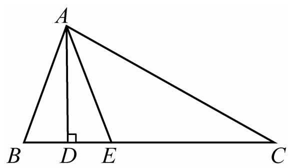


图 4-1-28

2. 图形的全等

课时目标

1. 通过实例理解图形的全等的概念和特征，并能够从图形中寻找全等图形.

2. 会用符号表示全等三角形，能正确找出全等三角形的对应边、对应角.

3. 能够利用全等三角形的性质进行简单推理和计算.

课内练习

1. 如果两个图形全等，则这两个图形必定 （　　）

A. 形状相同，但大小不同

B. 形状大小均相同

C. 大小相同，但形状不同

D. 形状大小均不相同

2. 如图 4-2-1，$\triangle ABC \cong \triangle ADE$，若 $\angle B=80°$，$\angle C=30°$，$\angle DAC=35°$，则 $\angle EAC$ 的度数为 （　　）

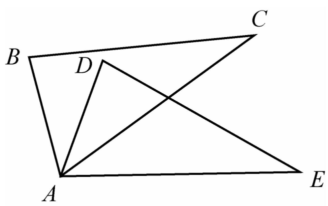


图 4-2-1

A. 40°　　B. 35°

C. 30°　　D. 25°

3. 已知，$\triangle ABC \cong \triangle MNP$，$\angle A=48°$，$\angle N=62°$，则 $\angle B=$________，$\angle C=$________.

4. 如图 4-2-2 是由 4 个相同的小正方形组成的网格图，其中 $\angle 1+\angle 2=$________.

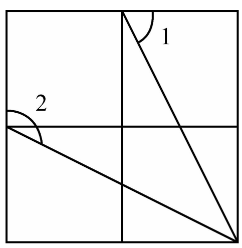


图 4-2-2

5. 如图 4-2-3，点 A，B，C，D 在同一条直线上，已知 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$，判断 BF 与 EC 有怎样的位置关系并说明理由.

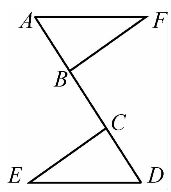


图 4-2-3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列说法正确的是 （　　）

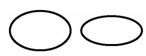
A. 面积相等的两个图形是全等图形

B. 周长相等的两个图形是全等图形

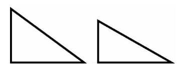
C. 形状相同的两个图形是全等图形

D. 能够完全重合的两个图形是全等图形

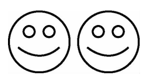
2. 在下列各组的图形中，全等的图形是 （　　）



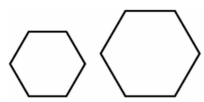
A



B



C



D

3. 如图 4-2-4，$\triangle ABC \cong \triangle CDA$，则下列结论错误的是 （　　）

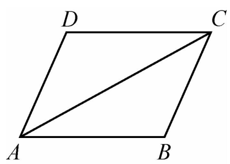


图 4-2-4

A. $BC=DA$　　B. $\angle B=\angle D$

C. $\angle ACB=\angle CAD$　　D. $AB=AD$

4. 如图 4-2-5，若$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则 EF 的长等于________.

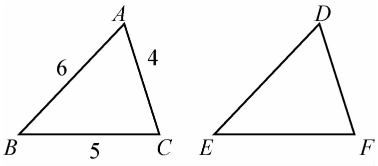


图 4-2-5

5. 如图 4-2-6，$\triangle ECD\cong\triangle BCA$，$AC\perp BD$ 于点 C，$AB=5$ cm，$\angle A=40°$，则 $DE=$__________，$\angle CED=$__________.

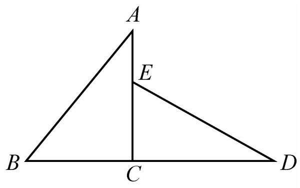


图 4-2-6

6. 观察如图 4-2-7 所示的各个图形，指出其中的全等图形.（用图形的序号表示）

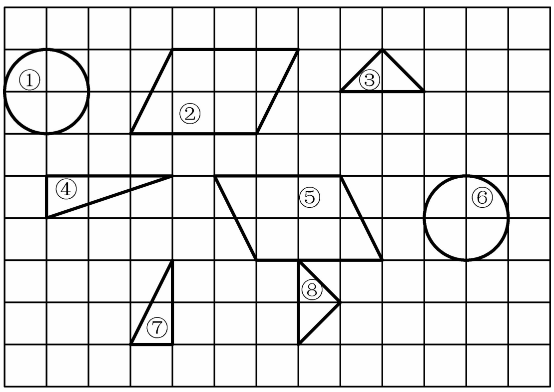


图 4-2-7

数学理解

7. 如果$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则 AB 的对应边是________，$\angle DEF$ 的对应角是________.

8. 请将如图 4-2-8 中的等边三角形分别分成二、三、四个全等的图形.

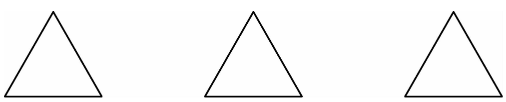


图 4-2-8

整合提升

9. 如图 4-2-9，$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，则此图中相等的线段有（　　）

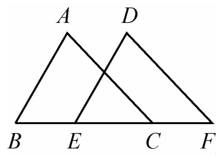


图 4-2-9

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

10. 如图 4-2-10，$AB\perp BC$，$\triangle ABE\cong\triangle ECD$. 判断 AE 与 DE 的关系，并说明理由.

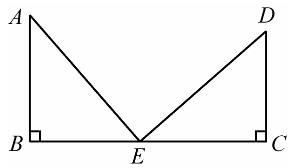
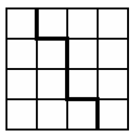


图 4-2-10

探究拓展

11. 如图 4-2-11①，把大小为 4×4 的正方形网格图分割成两个全等图形. 请在图 4-2-11②中，沿着线画出四种不同的分法，把 4×4 的正方形网格图分割成两个全等图形.


①

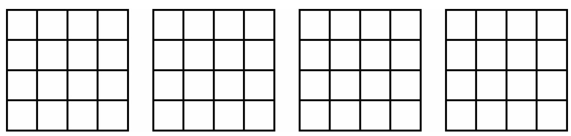

②

图 4-2-11

3. 探索三角形全等的条件

第一课时

课时目标

会应用“边边边”判定两个三角形全等，并能解决简单的说理问题．

课内练习

1. 如图 4-3-1，在△ABC 中，$AB=AC$，$BE=EC$，则由“SSS”可直接判定　　　　(　　)

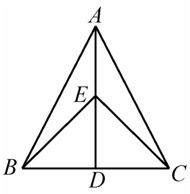


图 4-3-1

A. △ABD≌△ACD　　B. △ABE≌△ACE

C. △BED≌△CED　　D. 以上答案都不对

2. 如图 4-3-2，窗户打开后，用窗钩 AB 可将其固定，这里所运用的几何原理是　　　　(　　)

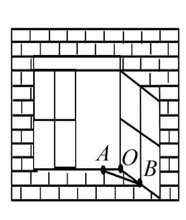


图 4-3-2

A. 三角形的稳定性　　B. 两点之间线段最短

C. 两点确定一条直线　　D. 垂线段最短

3. 如图 4-3-3，若 $AB=AC$，$BD=CD$，则______≌________．

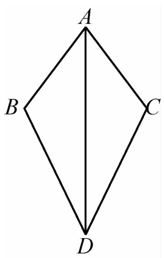


图 4-3-3

4. 如图 4-3-4，已知，$AD=BC$，$AC=BD$. ∠OCD 与∠ODC 相等吗？请说明理由.

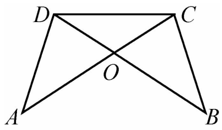


图 4-3-4

5. 如图 4-3-5，已知，$AB=AC$，$AD=AE$，$BD=CE$. ∠BAC 与∠DAE 相等吗？请说明理由.

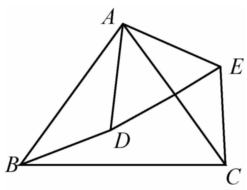


图 4-3-5

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 4-3-6，在方格纸中，以 AB 为一边作△ABP，从 P_1，P_2，P_3，P_4 四个点中选择一点，使得△ABP 与△ABC 全等，则符合要求的点 P 共有　　　　(　　)

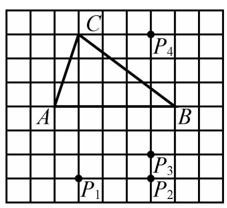


图 4-3-6

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图如图 4-3-7 所示，则说明 $\angle A'O'B'=\angle AOB$ 的依据是__________.

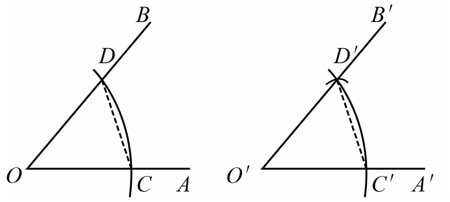


图 4-3-7

3. 如图 4-3-8，$OA=OB$，$AC=BC$. 试说明：$\angle AOC=\angle BOC$.

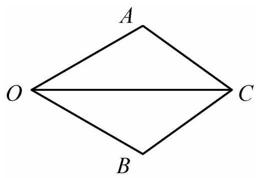


图 4-3-8

解：在△AOC 和△BOC 中，

$$\begin{cases} OA=\underline{\qquad}(\qquad\qquad\qquad), \\ AC=\underline{\qquad}(\qquad\qquad\qquad), \\ OC=\underline{\qquad}(\qquad\qquad\qquad), \end{cases}$$

所以________≌________(SSS).

所以 $\angle AOC=\angle BOC$(____________).

4. 如图 4-3-9，$AB=DE$，$AC=DF$，点 E，C 在直线 BF 上，且 $BE=CF$. △ABC 与△DEF 全等吗？请说明理由.

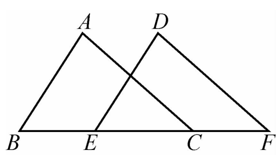


图 4-3-9

数学理解

5. 如图 4-3-10，小敏做了一个角平分仪 $ABCD$，其中 $AB=AD$，$BC=DC$. 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合，调整 AB 和 AD，使它们分别落在角的两边上，过点 A，C 画一条射线 AE，AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 此角平分仪的画图原理：根据仪器结构，可得△ABC≌△ADC，这样就有 $\angle QAE=\angle PAE$. 则说明这两个三角形全等的依据是（　　）

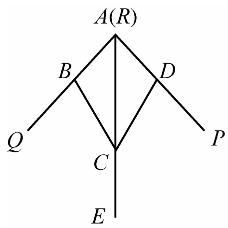


图 4-3-10

A. SAS　　B. ASA　　C. AAS　　D. SSS

6. 如图 4-3-11，一个风筝架是△ABC，且 $AB=AC$，AD 是连接点 A 与 BC 中点 D 的支架. 试说明：$AD\perp BC$.

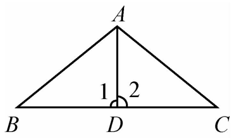


图 4-3-11

整合提升

7. 如图 4-3-12，$AD=CB$，点 E，F 分别是 AC 上两动点，且 $DE=BF$.

(1)若点 E，F 运动至图 4-3-12①所示的位置，且有 $AF=CE$. 试说明：△ADE≌△CBF.

(2)若点 E，F 运动至图 4-3-12②所示的位置，仍有 $AF=CE$，那么△ADE≌△CBF 还成立吗？为什么？

(3)若 $AF=CE$，且点 E，F 不重合，AD 和 CB 平行吗？说明理由.

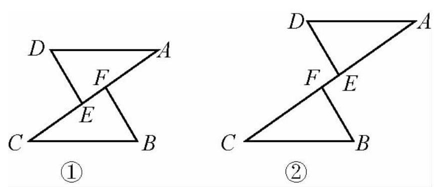


图 4-3-12

探究拓展

8. 如图 4-3-13，用直尺和圆规作出$\angle ABC$的平分线BD，并说明该作法正确的理由.

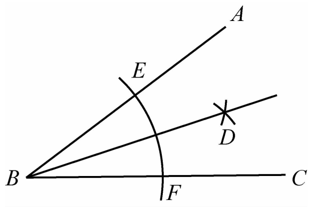


图 4-3-13

解：(1)以B为圆心，任意长度为半径画弧，分别交BA，BC于点E，F；

(2)分别以点E，F为圆心，以大于$\frac{1}{2}EF$的长为半径画弧，两弧相交于点D；

(3)过点D作射线BD.

射线BD就是$\angle ABC$的平分线.

理由如下：由作法可知，在$\triangle BED$和$\triangle BFD$中，

$\begin{cases} BE=BF, \\ ED=\underline{\qquad\qquad}, \\ \underline{\qquad}=BD(\text{公共边}), \end{cases}$

所以$\triangle BED\cong\triangle BFD$(　　　　　　　).

所以$\angle ABD=\angle CBD$(　　　　　　　).

所以BD是$\angle ABC$的平分线.

9. 如图 4-3-14，$AC=BD$，$AB=CD$，请判断$\angle B$和$\angle C$的大小关系，并说明理由.

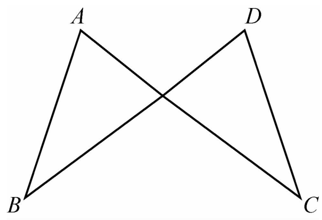


图 4-3-14

第二课时

课时目标

会应用“角边角”和“角角边”判定两个三角形全等，并能解决简单的推理问题.

课内练习

1. 如图 4-3-15，在$\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C$，点D为BC的中点，由点D分别向AB，AC作垂线段，则能够直接说明$\triangle BDE\cong\triangle CDF$的是(　　)

A. SSS　　B. ASA

C. AAS　　D. 以上均可

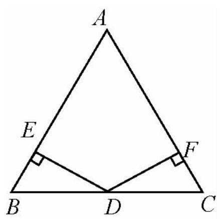


图 4-3-15

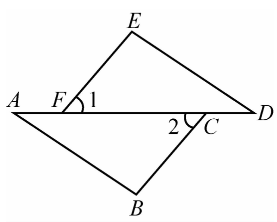


图 4-3-16

2. 如图 4-3-16，已知$\angle A=\angle D$，$\angle 1=\angle 2$，若要使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，还应给出的条件是(　　)

A. $\angle B=\angle E$　　B. $BC=ED$

C. $AB=EF$　　D. $AF=CD$

3. 如图 4-3-17，AC与BD相交于点O，且$AB=CD$，请添加一个条件________________使得$\triangle ABO\cong\triangle CDO$.

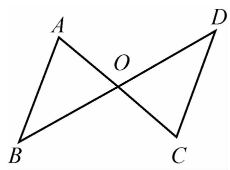


图 4-3-17

4. 如图 4-3-18，点A，B，D，E在同一直线上，$AD=BE$，$AC\parallel EF$，$\angle C=\angle F$，AC与EF相等吗？请说明理由.

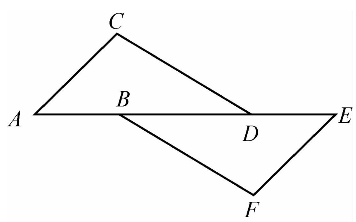


图 4-3-18

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 在$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$中，$\angle A=44°$，$\angle B=67°$，$\angle C=69°$，$\angle B'=44°$，且$AC=A'C'$，那么这两个三角形(　　)

A. 一定不全等　　　　B. 一定全等

C. 不一定全等　　　　D. 以上都不对

2. 如图 4-3-19，AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的高，下列能使 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的条件是 (　　)

A. $\angle BAD = \angle CAD$　　　　B. $\angle BAC = 90^\circ$

C. $BD = AC$　　　　D. $\angle B = 45^\circ$

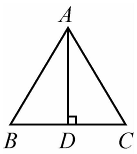


图 4-3-19

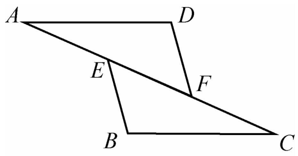


图 4-3-20

3. 如图 4-3-20，点 E，F 在 AC 上，$AD \parallel BC$，$DF \parallel BE$，要使 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$，不能添加的一个条件是 (　　)

A. $AE = CF$　　　　B. $\angle D = \angle B$

C. $AD = BC$　　　　D. $DF = BE$

4. 如图 4-3-21，小明把一块三角形的玻璃打碎成了三块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最省事的办法是 (　　)

A. 带①去　　　　B. 带②去

C. 带③去　　　　D. 带①②③去

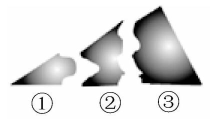


图 4-3-21

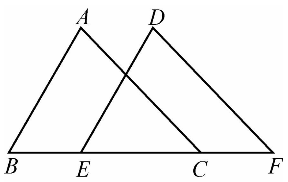


图 4-3-22

5. 如图 4-3-22 所示，已知 $\angle B = \angle DEF$，$BC = EF$，要证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，若要以“ASA”为依据，还缺条件________；以“AAS”为依据，还缺条件________.

数学理解

6. 如图 4-3-23，已知 $CA = CD$，$\angle B = \angle E$，$\angle BCE = \angle ACD$. $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 全等吗？请说明理由.

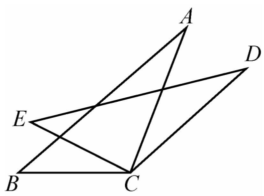


图 4-3-23

整合提升

7. 如图 4-3-24，在 $\triangle ABC$ 中，$AD \perp BC$，$CE \perp AB$，垂足分别为点 D，E，AD，CE 交于点 H，请添加一个适当的条件：______________，使 $\triangle AEH \cong \triangle CEB$.

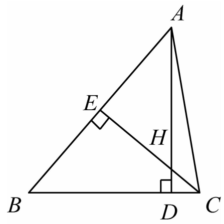


图 4-3-24

探究拓展

8. 一块三角形玻璃板被小强不慎碰碎，成了四块碎片(如图 4-3-25)．聪明的小强经过仔细考虑，认为只要带其中的两块碎片去玻璃店就可以让师傅画一块与以前一样的玻璃．你认为小强准备带哪两块去玻璃店 (　　)

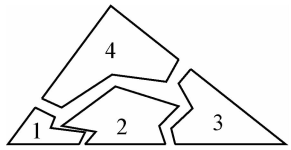


图 4-3-25

A. 带其中的任意两块去就可以

B. 带 1，4 或 2，3 去就可以

C. 带 1，4 或 3，4 去就可以

D. 带 1，4 或 2，4 或 3，4 去均可

9. 杨阳同学沿一段笔直的人行道行走，在由 A 步行到达 B 处的过程中，通过隔离带的空隙 O，刚好浏览完对面人行道宣传墙上的社会主义核心价值观标语，其具体信息汇集如下：

如图 4-3-26，$AB \parallel OH \parallel CD$，相邻两平行线间的距离相等(即 $BO = DO$)，AC，BD 相交于点 O，$OD \perp CD$. 垂足为点 D. 已知 $AB = 20$ m，请根据上述信息，求标语 CD 的长度.

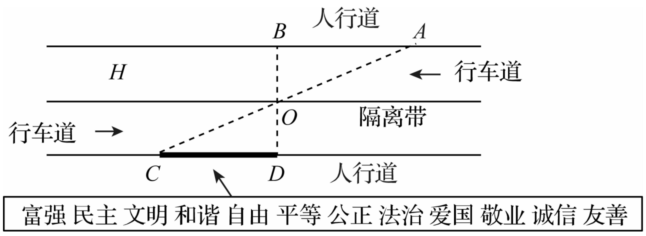


图 4-3-26

第三课时

课时目标

会应用“边角边”判定两个三角形全等，并能解决简单的推理问题．

课内练习

1. 如图 4-3-27，已知 $AB=AE$，$AC=AD$，下列条件中不能判定$\triangle ABC\cong\triangle AED$的是（　　）

A. $\angle B=\angle E$　　B. $\angle BAD=\angle EAC$

C. $\angle BAC=\angle EAD$　　D. $BC=ED$

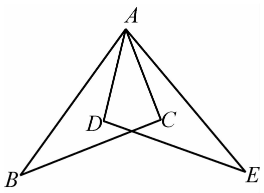


图 4-3-27

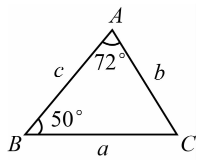
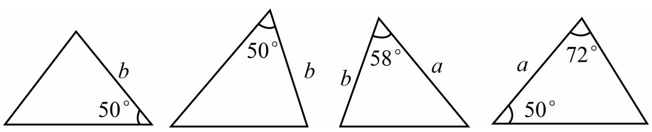


图 4-3-28

2. 如图 4-3-28，a，b，c 分别表示$\triangle ABC$的三边长，则下列选项中与$\triangle ABC$一定全等的三角形是（　　）



A　　B　　C　　D

3. 如图 4-3-29，已知 $AB\parallel DE$，且 $AB=DE$．

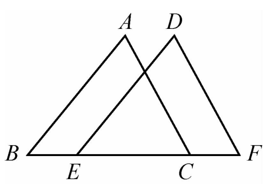


图 4-3-29

(1)请你只添加一个条件，使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，你添加的条件是________________．

(2)添加条件后，试说明：$\triangle ABC\cong\triangle DEF$．

4. 如图 4-3-30，已知点 A，F，E，C 在同一条直线上，$AF=CE$，$BE\parallel DF$，$BE=DF$．AB 与 CD 相等吗？请说明理由．

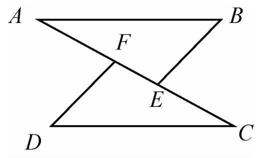


图 4-3-30

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 根据下列条件，只能画出一个三角形的是（　　）

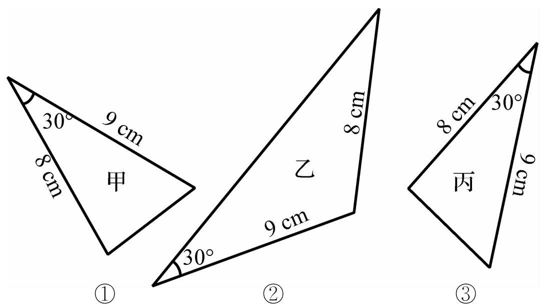
A. $AB=3$，$BC=4$，$CA=8$

B. $AB=4$，$BC=3$，$\angle A=30^\circ$

C. $\angle C=60^\circ$，$\angle B=45^\circ$，$AB=4$

D. $\angle C=90^\circ$，$AB=6$

2. 如图 4-3-31，找出全等的三角形：__________．



①　　②　　③

图 4-3-31

3. 如图 4-3-32，已知△ABC 中，$AB=AC$，AD 平分∠BAC，请在横线和括号内补充△ABD≌△ACD 的说理过程.

解：因为 AD 平分∠BAC，

所以∠______=∠______(角平分线的定义).

在△ABD 和△ACD 中，

$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \end{cases}$

所以△ABD≌△ACD(   ).

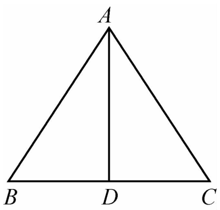


图 4-3-32

数学理解

4. 如图 4-3-33，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上，$AB=AC$，$AD=AE$. BE 与 CD 相等吗？请说明理由.

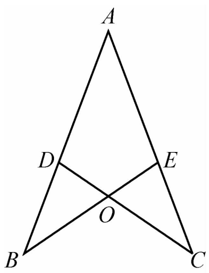


图 4-3-33

5. 如图 4-3-34，已知 $AB=AC$，$AD=AE$，∠1=∠2. △ABD 与△ACE 全等吗？请说明理由.

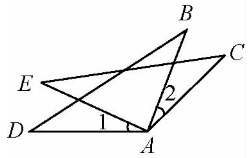


图 4-3-34

整合提升

6. 如图 4-3-35，已知 $AB=DE$，$BC=EF$，$CD=FA$，∠A=∠D. ∠ABC 与∠DEF 相等吗？请说明理由.

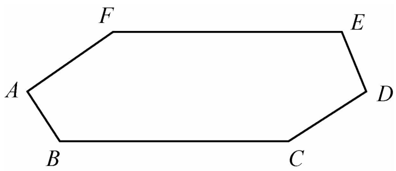


图 4-3-35

探究拓展

7. 在△ABC 中，$AB=6$，$AD=2$，AD 是 BC 边上的中线，则 AC 的取值范围是什么？

4. 用尺规作三角形

课时目标

1. 在分别给出两角及其夹边、两边及其夹角和三边的条件下，能够利用尺规作出三角形.

2. 了解作图的顺序及其合理性.

课内练习

1. 根据下列已知条件，只能作出一个△ABC 的是 ( )

A. $\angle A=36^\circ$，$\angle B=45^\circ$，$AB=4$

B. $AB=4$，$BC=3$，$\angle A=30^\circ$

C. $AB=3$，$BC=4$，$CA=8$

D. $\angle C=90^\circ$，$AB=6$

2. 已知：如图 4-4-1，线段 a，$\angle\alpha$.

求作：△ABC，使 $AB=AC=a$，$\angle B=\angle\alpha$.

(要求：不写作法，保留作图痕迹，不必证明)

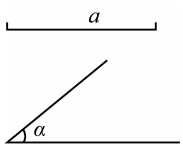
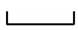


图 4-4-1

3. 把一条 12 个单位长度的线段分成三条线段，其中一条线段长为 4 个单位长度，另两条线段长都是单位长度的整数倍.

(1)不同分段得到的三条线段能组成多少个不全等的三角形？

(2)用直尺和圆规作这些三角形(用给定的单位长度，不写作法，保留作图痕迹).



单位长度

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 4-4-2，亮亮书上的三角形被墨迹污染了一部分，很快他就根据所学知识画出一个与书上完全一样的三角形，那么这两个三角形完全一样的依据是 ( )

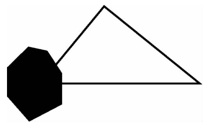


图 4-4-2

A. SSS　　B. SAS

C. AAS　　D. ASA

2. 如图 4-4-3，△ABC 是不等边三角形，$DE=BC$，以点 D，E 为两个顶点作位置不同的三角形，使所作的三角形与△ABC 全等，这样的三角形最多能画出________个.

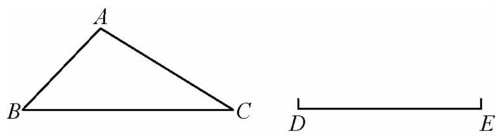


图 4-4-3

3. 阅读用尺规作“一个角等于已知角”的过程，请说明作法的合理性.

如图 4-4-4，已知$\angle AOB$，求作一个角，使它等于$\angle AOB$.

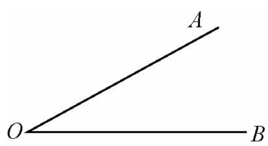


图 4-4-4

作法：如图 4-4-5，①画射线 $O'B'$；

②以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧．交 OA 于点 D，交 OB 于点 C；

③以点 O' 为圆心，以 OC 的长为半径画弧，交 $O'B'$ 于点 C'；

④以点 C' 为圆心，以 CD 的长为半径画弧，交前弧于点 D'；

⑤过点 D' 作射线 $O'A'$. 则 $\angle A'O'B'$ 就是所求作的角.

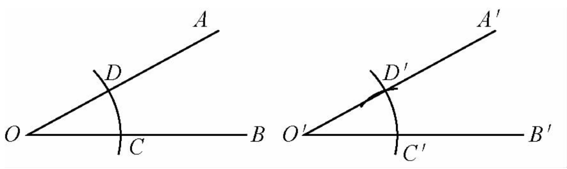


图 4-4-5

数学理解

4. 如图 4-4-6，已知，线段 a，c 和 $\angle\beta$，利用直尺和圆规作 $\triangle ABC$，使 $BC=a$，$AB=c$，$\angle ABC=\angle\beta$.（要求：不写作法，保留作图痕迹）

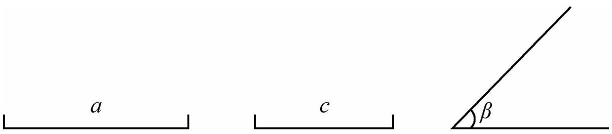


图 4-4-6

整合提升

5. 如图 4-4-7，尺规作图：（不用写出作法，保留作图痕迹）

（1）在 DE 的上方，求作 $\triangle FDE$，使得 $\triangle FDE\cong\triangle BDE$；

（2）若 $\angle B=50°$，则 $\angle ADF+\angle CEF=$________.

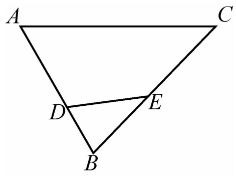


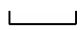
图 4-4-7

探究拓展

6. “综合与实践”学习活动准备制作一组三角形，记这些三角形的三边分别为 a，b，c，并且这些三角形三边的长度为大于 1 且小于 5 的整数个单位长度.

（1）用记号（a，b，c）（$a\leqslant b\leqslant c$）表示一个满足条件的三角形，如（2，3，3）表示边长分别为 2，3，3 个单位长度的一个三角形，请列举出所有满足条件的三角形；

（2）用直尺和圆规作出三边满足 $a<b<c$ 的三角形（要求：用给定的单位长度，不写作法，保留作图痕迹）.



单位长度

5. 利用三角形全等测距离

课时目标

1. 能利用三角形全等解决实际问题.

2. 在解决实际问题的过程中，能进行有条理的思考和表达.

课内练习

1. 利用三角形全等测量距离的原理是 ( )

A. 全等三角形的对应角相等

B. 全等三角形的对应边相等

C. 全等三角形的周长相等

D. 全等三角形的形状相同

2. 如图 4-5-1，工人师傅做了一个长方形窗框 $ABCD$，点 E，F，G，H 分别是四条边上的中点，为了使它稳固，需要在窗框上钉一根木条，这根木条不应钉在 ( )

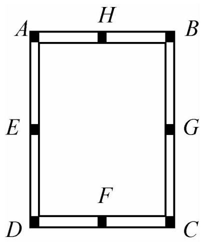


图 4-5-1

A. A，C 两点之间　　B. E，G 两点之间

C. B，F 两点之间　　D. G，H 两点之间

3. 测量 A，B 两点的距离.

(1)如图 4-5-2，在地上取一个可以直接到达 A，B 两点的点 O，连接 AO 并延长到点 C，使 $AO=CO$，请你补充图形和横线上的内容.

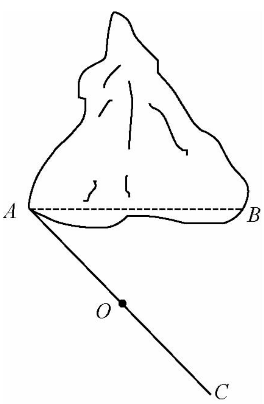


图 4-5-2

解：①______________________________________；

②______________________________________.

(2) 说明你是如何求 AB 的距离的.

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 4-5-3，已知 $AC=DB$，$AO=DO$，$CD=100$ m，则 A，B 两点间的距离 ( )

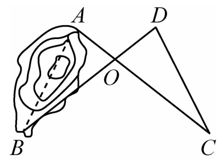


图 4-5-3

A. 大于 100 m　　B. 等于 100 m

C. 小于 100 m　　D. 无法确定

数学理解

2. 把两根钢条 BA'，AB'的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具(卡钳). 如图 4-5-4，若 $AB=5$ cm，则槽宽为________cm.

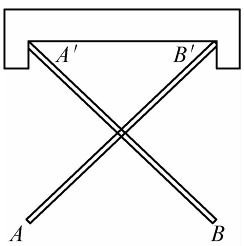


图 4-5-4

整合提升

3. 七年级某班同学为测量池塘两端 A，B 的距离，设计了如下的两种方案：

方案①：如图 4-5-5，先在平地上取一个可直接到达 A，B 的点 C，连接 AC，BC，并分别延长 AC 至点 D，BC 至点 E，使 $DC=AC$，$EC=BC$，最后测出 DE 的长即为 A，B 的距离．

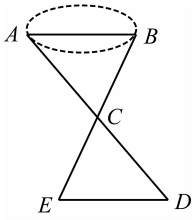


图 4-5-5

方案②：如图 4-5-6，先过 B 点作 AB 的垂线 BF，再在 BF 上取 C，D 两点使 $BC=CD$，接着过点 D 作 BD 的垂线 DE，交 AC 的延长线于点 E，则测出 DE 的长即为 A，B 的距离．

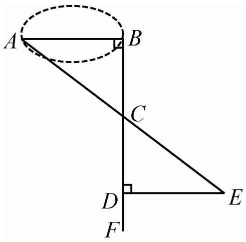


图 4-5-6

请解答下列问题：

(1)方案①是否可行？请说明理由；

(2)方案②是否可行？请说明理由；

(3)你还能利用全等三角形设计其他方案吗？请画出示意图并说明方案．

探究拓展

4. 如图 4-5-7，要测量河两岸相对两点 A，B 的距离，可以在 AB 的垂线 BF 上取两点 C，D，使 $CD=BC$，再作出 BF 的垂线 DE，使点 A，C，E 在一条直线上，这时测得 DE 的长就是 AB 的长，试说明理由．

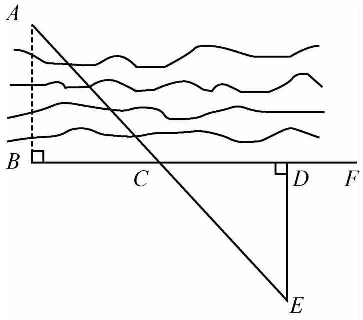


图 4-5-7

回顾与思考

第一课时

课时目标

1. 能说出三角形内角和等于180°及三角形三边关系，会将三角形进行分类.

2. 理解全等图形的定义，会进行简单的推理和计算，了解三角形的稳定性.

3. 通过观察、想象、推理、交流等活动，发展空间观念、推理能力和有条理的表达能力.

课内练习

1. 已知$\triangle ABC$中，$\angle B$是$\angle A$的2倍，$\angle C$比$\angle A$大20°，则$\angle A=$ (　　)

A. 40°　　B. 60°　　C. 80°　　D. 90°

2. 如图1，虚线部分是小刚作的辅助线，则线段CD为 (　　)

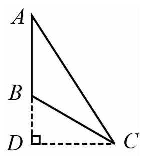


图1

A. AC边上的高

B. BC边上的高

C. AB边上的高

D. 不是$\triangle ABC$的高

3. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 (　　)

A. 5，6，10　　B. 5，6，12

C. 3，4，8　　D. $4a$，$4a$，$8a(a>0)$

4. 如图2，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=x°$，$\angle B=2x°$，$\angle C=3x°$，则$\angle BAD$的度数为 (　　)

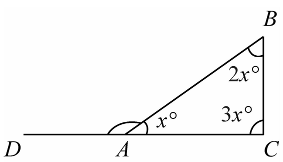


图2

A. 145°　　B. 150°　　C. 155°　　D. 160°

5. 已知AD，BE，CF分别是$\triangle ABC$的高、中线、角平分线，则下面推理中，错误的是 (　　)

A. 因为BE是中线，所以$AE=\frac{1}{2}AC$

B. 因为CF是角平分线，所以$\angle ACF=\angle BCF$

C. 因为AD是高，所以$\angle ADB=90°$

D. 因为AD，BE，CF分别是高、中线、角平分线，所以它们一定交于一点

6. 下列结论错误的是 (　　)

A. 全等三角形对应边上的高相等

B. 全等三角形对应边上的中线相等

C. 两个直角三角形中，斜边和一个锐角对应相等，则这两个三角形全等

D. 两个直角三角形中，两个锐角相等，则这两个三角形全等

7. 如图3，在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，BD，CE分别是AC，AB边上的高，点H是BD，CE的交点，求$\angle BHC$的度数.

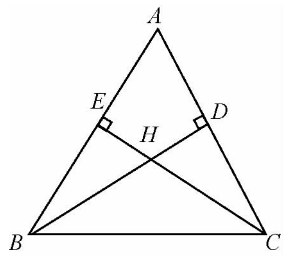


图3

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 下列各条件中，不能作出唯一三角形的是 (　　)

A. 已知两边和其中一边的对角

B. 已知两角和夹边

C. 已知两边和夹角

D. 已知三边

2. 等腰三角形有两边的长分别为 6，9，则该三角形的周长为（　　）

A. 21　　B. 23

C. 21 或 26　　D. 21 或 24

3. 空调安装在墙上时，一般都会用像如图 4 所示的方法固定在墙上，这种方法所用的数学知识是____________.

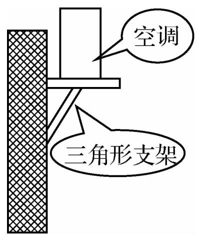


图 4

4. 不一定在三角形内部的线段是____________.（填“角平分线”“高线”或“中线”）

数学理解

5. 如图 5，点 A，B，C 分别是线段 A_1B，B_1C，C_1A 的中点，若 $\triangle ABC$ 的面积是 1，则 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积是__________.

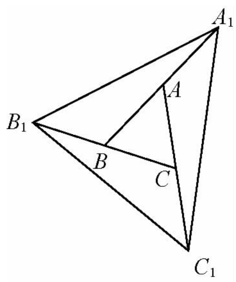


图 5

整合提升

6. 如图 6，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=60^\circ$，$\angle BAC=75^\circ$，$AD\perp BC$ 于点 D，$BE\perp AC$ 于点 E，AD 与 BE 交于点 H，求 $\angle CHD$ 的度数.

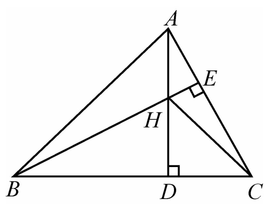


图 6

探究拓展

7. 有一块等边三角形的空地，小明和小刚想在这块空地上找到一点，使得这一点到三边的距离之和最短．他们做了几次实验，发现无论取三角形内的哪一点，它到三边的距离之和都是相等的．于是他们编了一道几何题“如图 7，已知点 P 为等边三角形 ABC 内一点，点 P 到 BC，CA，AB 的距离分别为 PD，PE，PF 的长，试说明 $PD+PE+PF$ 总是一个定值，这个定值与什么有关？”你能解出他们编的数学问题吗？

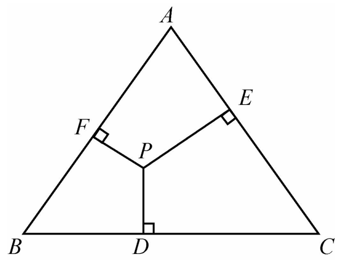


图 7

第二课时

课时目标

1. 会用“SSS”“SAS”“ASA”“AAS”条件判定三角形全等，会进行简单的推理和计算.

2. 会根据条件运用直尺和圆规作三角形.

3. 通过观察、想象、推理、交流等活动，发展空间观念、推理能力和有条理的表达能力.

课内练习

1. 下列判断：①能够完全重合的两个图形全等；②两边和一角对应相等的两个三角形全等；③两角和一边对应相等的两个三角形全等；④全等三角形对应边相等．其中正确的共有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图 8，在△ABC 中，点 D，E 分别是边 AC，BC 上的点，若△ADB≌△EDB≌△EDC，则∠C 的度数为 ( )

A. 15°　　B. 20°　　C. 25°　　D. 30°

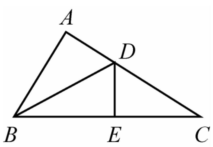


图 8

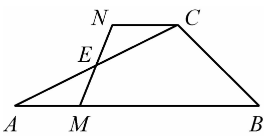


图 9

3. 如图 9，点 E 为△ABC 的边 AC 的中点，CN∥AB，过点 E 作直线 MN 交 AB 于点 M，交 CN 于点 N. 若 MB=6 cm，CN=4 cm，则 AB=__________.

4. 如图 10，在△ABC 与△ABD 中，AD 与 BC 相交于点 O，∠1=∠2，请你添加一个条件(不再添加其他线段，不再标注或使用其他字母)，使 AC=BD，并说明理由.

你添加的条件是__________.

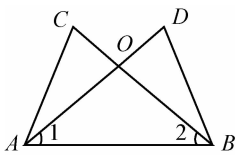


图 10

5. 命题：有两个角相等的三角形是等腰三角形(简称“等角对等边”).

已知：如图 11，在△ABC 中，∠B=∠C.

试说明：AB=AC.

(1)请写出小刚方法中△ABD≌△ACD 的理由：________；

(2)请按照小莉的思路说明命题成立的理由.

两位同学作出了两种不同的辅助线，并完成了命题的证明. 小刚的方法：作∠BAC 的平分线 AD，可证△ABD≌△ACD，得 AB=AC； 小莉的方法：作 BC 边上的高 AD.

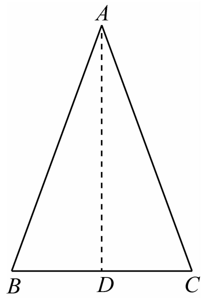


图 11

课外检测

夯实基础

知识技能

1. 如图 12，点 B，F，C，E 在一条直线上，AB∥ED，AC∥FD，那么添加下列一个条件后，仍无法判定△ABC≌△DEF 的是 ( )

A. ∠A=∠D

B. AC=DF

C. AB=ED

D. BF=EC

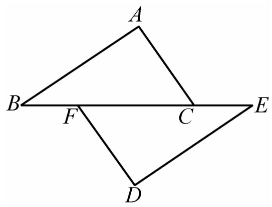


图 12

2. 如图 13 所示，在△ABC 与△DEF 中，给出以下六个条件：①AB=DE；②BC=EF；③AC=DF；④∠A=∠D；⑤∠B=∠E；⑥∠ACB=∠DFE. 以其中三个条件作为已知，不能判定△ABC 与△DEF 全等的是 ( )

A. ①②⑤　B. ①②③　C. ②③④　D. ①④⑥

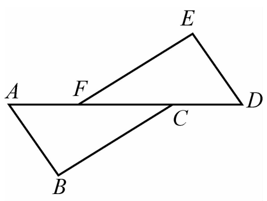


图 13

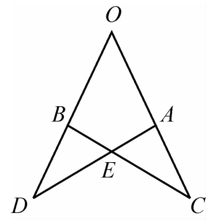


图 14

3. 如图 14，$OA=OB$，$OC=OD$，$\angle O=50^\circ$，$\angle D=35^\circ$，则$\angle AEC$等于（　　）

A. 60°　B. 50°　C. 45°　D. 30°

4. 如图 15，AD 是一段斜坡，AB 是水平线，现为了测量斜坡上一点 D 的铅直高度(即垂线段 DB 的长度)，小亮在 D 处立上一竹竿 CD，并保证 $CD=AB$，$CD\perp AD$，然后在竿顶 C 处垂下一根细绳(细绳末端挂一重锤，以使细绳与水平线垂直)．细绳与斜坡 AD 交于点 E，此时他测得 $DE=2$ m，求 DB 的长度．

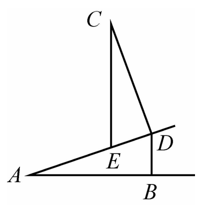


图 15

数学理解

5. 如图 16，已知 $BC/\!/EF$，$AD=BE$，$BC=EF$，请补全说明 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$ 的过程．

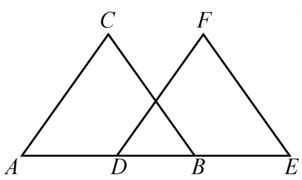


图 16

解：因为 $AD=BE$，

所以________$=BE+DB$，即________$=DE$．

因为 $BC/\!/EF$，

所以$\angle$______$=\angle$______(　　　　　　　)．

在$\triangle ABC$和$\triangle DEF$中，

$$\begin{cases} BC=EF, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \end{cases}$$

所以$\triangle ABC\cong\triangle DEF$(　　　　　)．

整合提升

6. 如图 17，在$\triangle AFD$和$\triangle BEC$中，点 A，E，F，C 在同一直线上，请从：①$AD=CB$；②$AE=CF$；③$\angle B=\angle D$；④$\angle A=\angle C$ 中任选三个作为条件，余下一个作为结论，提出一个数学问题并写出解答过程．

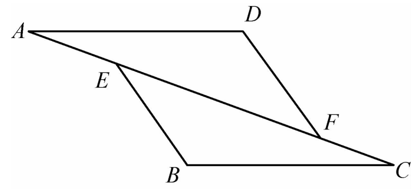


图 17

条件：

结论：

理由：

探究拓展

7. 如图 18，在四边形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，点 E 为 CD 的中点，连接 AE，BE，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F．

(1)判断 FC 与 AD 的数量关系，并说明理由．

(2)若 $AB=BC+AD$，则 $BE\perp AF$ 吗？为什么？

(3)在(2)的条件下，若 $EC\perp BF$，$EC=3$，求点 E 到 AB 的距离．

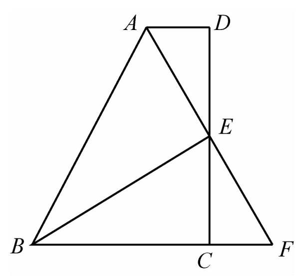


图 18

本章验收

（时间：45 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 下列说法正确的是　（　　）

A. 全等三角形是指形状相同的两个三角形

B. 全等三角形的周长和面积分别相等

C. 所有的等边三角形都是全等三角形

D. 全等三角形是指面积相等的两个三角形

2. 已知等腰三角形的两边长分别为 4 和 6，则它的周长等于　（　　）

A. 14　　B. 16

C. 14 或 16　　D. 无法确定

3. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，把 $\triangle ABC$ 翻折，使点 B 与点 D 重合，则关于折痕 AC 的说法中正确的是　（　　）

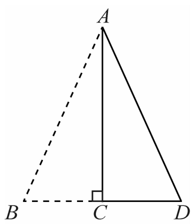


图 1

A. AC 是 $\triangle ABD$ 中 BD 边的中线

B. AC 是 $\triangle ACD$ 中 CD 边上的高

C. AC 是 $\triangle ABD$ 中 $\angle BAD$ 的平分线

D. 以上都对

4. 如图 2，$\triangle ACB\cong\triangle A'CB'$，$\angle BCB'=30^\circ$，则 $\angle ACA'$ 的度数为　（　　）

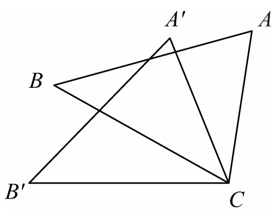


图 2

A. 20°　　B. 30°　　C. 35°　　D. 40°

5. 要测量河两岸相对的两点 A，B 的距离，先在 AB 的垂线 BF 上取两点 C，D，使 $CD=BC$，再定出 BF 的垂线 DE，使 A，C，E 在一条直线上（如图 3 所示），可以说明 $\triangle EDC\cong\triangle ABC$，得 $ED=AB$，因此测得 ED 的长就是 AB 的长，判定 $\triangle EDC\cong\triangle ABC$ 最恰当的理由是　（　　）

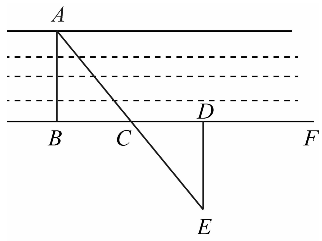


图 3

A. 边角边　　B. 角边角

C. 边边边　　D. 边边角

6. 如图 4，$\triangle ABC$ 的面积为 1 cm^2，AP 垂直 $\angle ABC$ 的平分线 BP 于点 P，则 $\triangle PBC$ 的面积为　（　　）

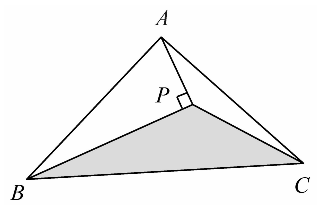


图 4

A. 0.4 cm^2　　B. 0.5 cm^2

C. 0.6 cm^2　　D. 0.7 cm^2

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

7. 在如图 5 所示的 3×3 正方形网格中，$\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+\angle5$ 等于________.

8. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$BC=5$，则 AC 的取值范围是________.

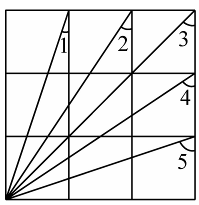


图 5

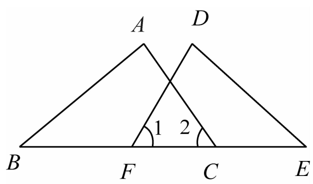


图 6

9. 如图 6，点 F，C 在线段 BE 上，且 $\angle1=\angle2$，$BF=CE$，要使 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，还需补充一个条件______，依据是________.

10. 如图 7，$\angle A_1+\angle A_2+\cdots+\angle A_6=$________.

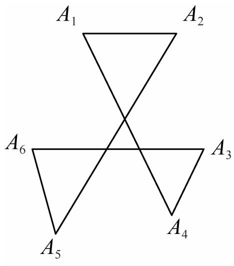


图 7

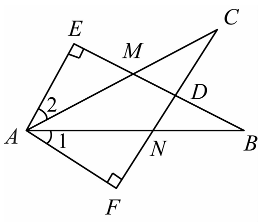


图 8

11. 如图 8，EB 交 AC 于点 M，交 FC 于点 D，AB 交 FC 于点 N，$\angle E=\angle F=90^\circ$，$\angle B=\angle C$，$AE=AF$. 给出下列结论：①$\angle 1=\angle 2$；②$BE=CF$；③$\triangle ACN\cong\triangle ABM$；④$CD=DN$. 其中正确的有________.（只填序号）

12. 在$\triangle ABC$ 中，$AB=8$，$AC=10$，则 BC 边上的中线 AD 的取值范围是________.

三、解答题(共 40 分)

13.（本题 10 分）已知等腰三角形底边长为 6 cm，一腰上的中线把它的周长分为两部分，这两部分的差为 3 cm，求这个等腰三角形的周长.

14.（本题 12 分）如图 9，点 B，F，C，E 在一条直线上，$FB=CE$，$AB\,/\!/\,ED$，$AC\,/\!/\,FD$，试说明：$AC=DF$.

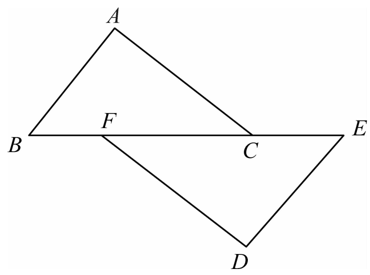


图 9

15.（本题 18 分）已知在四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$AB\perp AD$，连接 AC，过点 A 作 $AE\perp AC$，且使 $AE=AC$，连接 BE，过 A 作 $AH\perp CD$ 于点 H 交 BE 于点 F. 如图 10，当 E 在 CD 的延长线上时.

试说明：(1)$\triangle ABC\cong\triangle ADE$；

(2)$BC\,/\!/\,AH$.

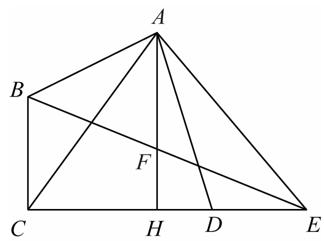


图 10