第三章　圆

1　圆

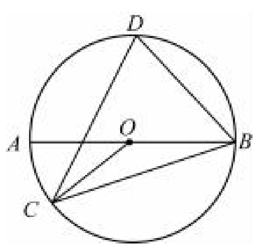
课堂·精要

1. 圆的定义：平面上________的所有点组成的图形叫做圆．________就是圆心，________就是半径．确定一个圆的要素有两个，分别是________和________．
2. 连接圆上任意两点的线段叫做________．圆上任意两点间的部分叫做________．圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧都叫做________．
3. 能够重合的两个圆叫做________．在同圆或等圆中，能够互相重合的弧叫做________．
4. 点与圆的位置关系．(设圆的半径为 r，点到圆心的距离为 d)
   当点在圆外时，有 d ________ r；当点在圆上时，有 d ______ r；当点在圆内时，有 d ______ r．

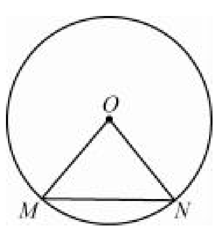
课堂·精练

基础巩固

1. 下列说法中正确的是(　　)．
   A. 弦是直径
   B. 弧是半圆
   C. 半圆是圆中最长的弧
   D. 直径是圆中最长的弦
2. 如图，在⊙O 中，弦的条数是(　　)．
   A. 2　　B. 3
   C. 4　　D. 以上均不正确

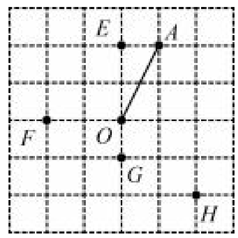


(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图，M，N 两点在圆 O 上，连接 OM，ON．若 $\angle OMN=50^\circ$，则 $\angle MON=$(　　)．
   A. 50°　　B. 55°　　C. 65°　　D. 80°
4. 圆心 O 的坐标是(0，0)，半径为 5，有一个点 A 的坐标为(3，4)，那么点 A 与⊙O 的位置关系是(　　)．
   A. 点 A 在圆外　　B. 点 A 在圆上
   C. 点 A 在圆内　　D. 不能确定
5. 下列命题正确的有(　　)．
   ①半圆是弧；②半径是弦；③直径是圆中最长的弦；④过圆内一点作圆的直径只能作一条．
   A. 1 个　　B. 2 个
   C. 3 个　　D. 4 个
6. 在公园的 O 处附近有 E，F，G，H 四棵树，位置如图所示(图中小正方形的边长均相等)．现计划修建一座以 O 为圆心，OA 的长为半径的圆形水池，要求池中不留树木，则 E，F，G，H 四棵树中需要被移除的为(　　)．

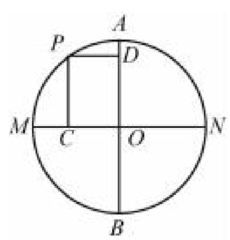


(第 6 题)

   A. E，F，G　　B. F，G，H
   C. G，H，E　　D. H，E，F
7. 已知⊙O 的半径为 8，AB 是它的一条弦，则 AB 的长度的取值范围是________．
8. 画出由所有到已知点 O 的距离大于或等于 2 cm，并且小于或等于 3 cm 的点组成的图形．

强化提高

9. 如图，AB，MN 是⊙O 的互相垂直的直径，点 P 在 $\overset{\frown}{AM}$ 上，且不与 A，M 重合，过点 P 作 AB，MN 的垂线，垂足分别是 D，C，当点 P 在 $\overset{\frown}{AM}$ 上移动时，矩形 $PCOD$ 的形状、大小随之变化，则 PC^2+PD^2 的值(　　)．



(第 9 题)

   A. 逐渐变大　　B. 逐渐变小
   C. 不变　　D. 不能确定

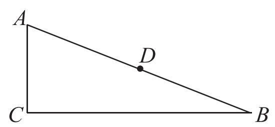
10. 在同一平面内，一点和⊙O上的点的最近距离为4 cm，最远距离为 8 cm，则⊙O的半径是________.

11. 线段$AB=10$ cm，在以AB为直径的圆上，到点A的距离为5 cm的点有________个.

12. 如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=5$，$BC=12$，斜边AB的中点为点D.

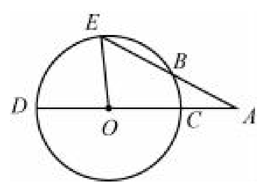
(1)若以点D为圆心，6.5为半径画圆，试判断A，B，C三点与⊙D的位置关系；

(2)若以点A为圆心画圆，要想使B，C，D三点中至少有一点在圆内且至少有一点在圆外，则⊙A的半径r的取值范围是多少？



（第12题）

13. 如图，CD是⊙O的直径，$\angle EOD=84°$，点A在直线DC上，AE交⊙O于点B，且$AB=OC$，求$\angle A$的度数.



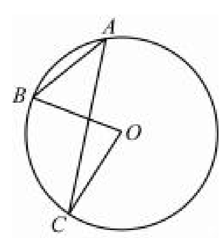
（第13题）

课堂·延伸

距离大门正北200 m的柱子上拴着一只狗，狗的活动范围是以10 m为半径的圆及圆的内部，一只猫从大门向正北走了182 m发现前面有狗就沿北偏西30°方向跑去，请问猫能避开狗吗？

中考·链接

(2018·随州)如图，点A，B，C在⊙O上，$\angle A=40°$，$\angle C=20°$，则$\angle B=$________.



2　圆的对称性

课堂·精要

1. 圆是________图形，其对称轴是____________，圆有________条对称轴．圆是________图形，对称中心为________.
2. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的______相等，所对的________相等.
3. 在同圆或等圆中，如果________、________、________中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别________.
4. 一个圆绕着它的圆心旋转任意一个角度，都能够与原来的图形重合，这就是圆的________不变性.

课堂·精练

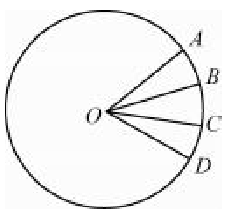
基础巩固

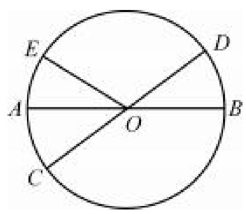
1. 下列说法不正确的是(　　).

A. 圆既是轴对称图形，又是中心对称图形
B. 圆绕着它的圆心旋转任意角度，都会与自身重合
C. 圆的对称轴有无数条，对称中心只有一个
D. 圆的每一条直径都是它的对称轴

2. 如图，圆心角$\angle AOB=25^\circ$，将$\overset{\frown}{AB}$旋转n°得到$\overset{\frown}{CD}$，则$\angle COD=$(　　).

A. 25°　　B. $25^\circ+n^\circ$
C. 50°　　D. $50^\circ+n^\circ$


(第 2 题)

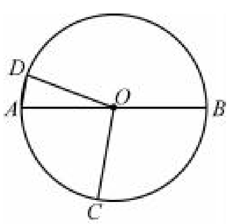

(第 3 题)

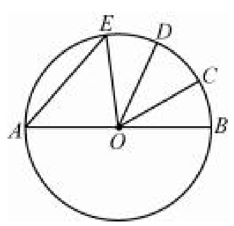
3. 如图，AB，CD是$\odot O$的直径，$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BD}$. 若$\angle AOE=32^\circ$，则$\angle COE=$(　　).

A. 32°　　B. 60°　　C. 68°　　D. 64°

4. 如图，AB是$\odot O$的直径，点C，D在$\odot O$上，$\angle BOC=100^\circ$，$AD\parallel OC$，则$\angle AOD=$(　　).

A. 20°　　B. 60°　　C. 50°　　D. 40°


(第 4 题)

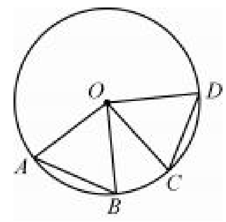

(第 5 题)

5. 如图，AB是$\odot O$的直径，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$，$\angle COD=34^\circ$，则$\angle AEO$的度数是(　　).

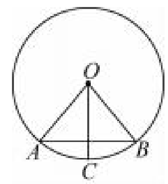
A. 51°　　B. 56°　　C. 68°　　D. 78°

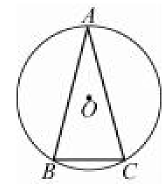
6. 如图，$\angle AOB=\angle COD$，下列结论不一定成立的是(　　).

A. $AB=CD$
B. $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$
C. $\triangle AOB\cong\triangle COD$
D. $\triangle AOB$，$\triangle COD$都是等边三角形


(第 6 题)

7. 如图，在$\odot O$中，点C是$\overset{\frown}{AB}$的中点，$\angle A=50^\circ$，则$\angle BOC=$________.


(第 7 题)


(第 8 题)

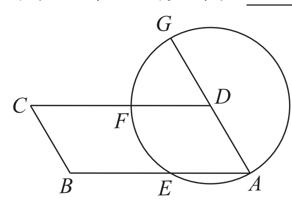
8. 如图，在$\odot O$中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，$\angle A=30^\circ$，则$\angle B=$________.

强化提高

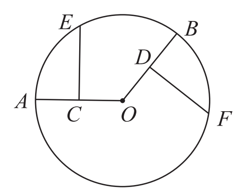
9. 在$\odot O$中，已知$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$，则下列结论正确的是(　　).

A. $AB>2CD$　　B. $AB=2CD$
C. $AB<2CD$　　D. 不确定

10. 如图，四边形$ABCD$是平行四边形，以D为圆心，AD的长为半径画圆，交AB，CD于点E，F，延长AD交$\odot O$于点G，则$\overset{\frown}{GE}$与$\overset{\frown}{GF}$的关系是__________.


(第 10 题)

11. 如图，已知AO，BO分别是$\odot O$的两条半径，C，D分别是AO，BO的中点，$CE\perp AO$于点C，交$\odot O$于点E，$DF\perp BO$于点D，交$\odot O$于点F. 求证：$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BF}$.


(第 11 题)

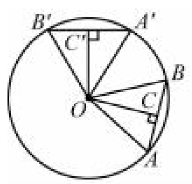
课堂·延伸

我们学习了弧、弦、圆心角的关系，实际上我们还可以得到圆心角、弧、弦、弦心距（弦心距指从圆心到弦的距离，如图①中的 OC，OC'，弦心距也可以说成圆心到弦的垂线段的长度）之间的关系：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等，那么它们对应的其余各组量也相等．请直接运用圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系解答下列问题：

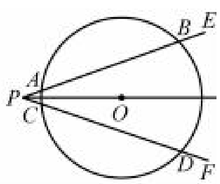
如图②，O 是 $\angle EPF$ 的平分线上一点，以点 O 为圆心的圆与角的两边分别交于点 A，B，C，D.

(1)求证：$AB=CD$.

(2)若角的顶点 P 在圆上或圆内，上述结论还成立吗？若不成立，请说明理由；若成立，请加以证明．



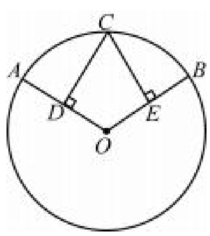
图①



图②

中考·链接

(2017·牡丹江)如图，在⊙O 中，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CB}$，$CD\perp OA$ 于点 D，$CE\perp OB$ 于点 E. 求证：$AD=BE$.



3 垂径定理

课堂·精要

1. 垂直于弦的直径____________，并且平分弦所对的________.
2. ______(不是直径)的直径垂直于____，并且平分__________.

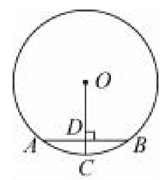
课堂·精练

基础巩固

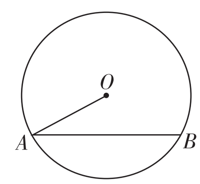
1. 如图，在半径为 5 的⊙O 中，弦 $AB=6$，$OC\perp AB$ 于点 D，交⊙O 于点 C，则 $OD=$(　　).

A. 3　　B. 2.5

C. 4　　D. 3.5



（第 1 题）



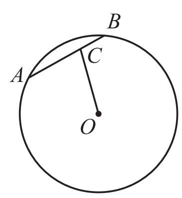
（第 2 题）

2. 如图，已知⊙O 的半径为 13，弦 AB 的长为 24，则点 O 到 AB 的距离是(　　).

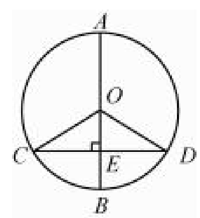
A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

3. 如图，⊙O 的半径为 5，弦 $AB=6$，C 为 AB 上一个动点，则 OC 不可能等于(　　).

A. 5　　B. 4.5　　C. 4　　D. 3



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，垂足是 E，则下列结论错误的是(　　).

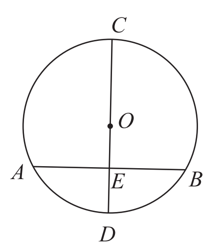
A. $CE=DE$

B. $BE=OE$

C. $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AD}$

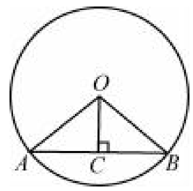
D. $\triangle OCE\cong\triangle ODE$

5. 如图，在⊙O 中，弦 AB 与直径 CD 互相垂直(垂足为 E)，且 $AB=2\sqrt{3}$，$OE=1$，则⊙O 的半径为______.



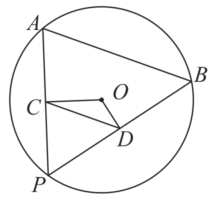
（第 5 题）

6. 如图，在⊙O 中，弦 $AB=6$，圆心 O 到 AB 的距离 $OC=2$，则⊙O 的半径长为________.



（第 6 题）

7. 如图，AB 是⊙O 的弦，且 $AB=8$，P 是⊙O 上一个动点（不与点 A，B 重合），过点 O 作 $OC\perp AP$ 于点 C，$OD\perp PB$ 于点 D，则 CD 的长为多少？

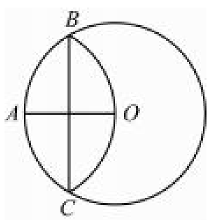


（第 7 题）

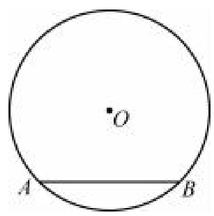
◇强化提高

8. 如图，⊙O 的半径 $OA=6$，以 A 为圆心，OA 为半径的弧交⊙O 于点 B，C，则 $BC=$（　　）.

A. $6\sqrt{3}$　　B. $6\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{2}$



（第 8 题）



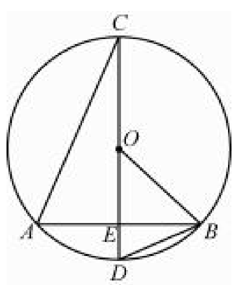
（第 9 题）

9. 如图，⊙O 的半径为 5，弦 $AB=8$，则圆上到弦 AB 所在的直线距离为 2 的点有________个.

10. 如图，CD 为⊙O 的直径，弦 AB 交 CD 于点 E，连接 BD，OB，AC. 若$\angle A=\angle D$.

（1）求证：$\triangle AEC\backsim\triangle DEB$；

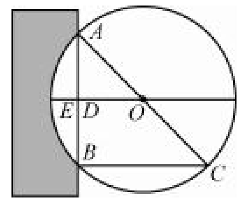
（2）若 $CD\perp AB$，$AB=8$，$DE=2$，求⊙O 的半径 .



（第 10 题）

课堂·延伸

《九章算术》一书中记载：“今有圆材埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”译为“今有一圆柱形木材，埋在墙壁中，不知其大小，用锯去锯这木材，锯口深 1 寸（$ED=1$ 寸），锯道长 1 尺（$AB=1$ 尺$=10$ 寸），问这块圆柱形木材的直径是多少？”



如图所示，圆柱形木材的直径 AC 是（　　）.

A. 13 寸　　B. 20 寸

C. 26 寸　　D. 28 寸

中考·链接

（2018·安顺）已知⊙O 的直径 $CD=10$ cm，AB 是⊙O 的弦，$AB\perp CD$，垂足为 M，且 $AB=8$ cm，则 AC 的长为（　　）.

A. $2\sqrt{5}$ cm

B. $4\sqrt{5}$ cm

C. $2\sqrt{5}$ cm 或 $4\sqrt{5}$ cm

D. $2\sqrt{3}$ cm 或 $4\sqrt{3}$ cm

4　圆周角和圆心角的关系（第 1 课时）

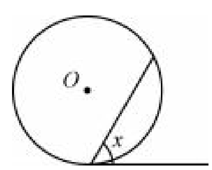
课堂·精要

1. 顶点在____，两边分别与圆还有__________，这样的角叫做圆周角.
2. 圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的________.
3. 同弧或等弧所对的圆周角________.

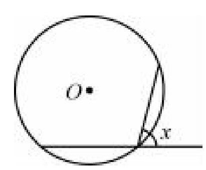
课堂·精练

◇基础巩固

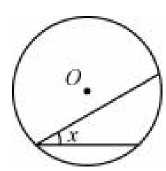
1. 下列四个图中，$\angle x$ 是圆周角的是（　　）.



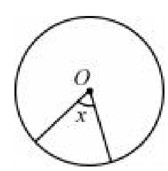
A



B



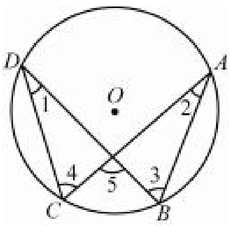
C



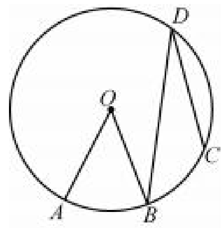
D

2. 如图,在⊙O中与∠1一定相等的角是(　　).

A. ∠2　　B. ∠3　　C. ∠4　　D. ∠5



(第2题)



(第3题)

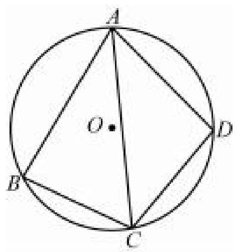
3. 如图,在⊙O中,$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$,点$D$在⊙$O$上,$\angle CDB=25^\circ$,则$\angle AOB=$(　　).

A. 45°　　B. 50°　　C. 55°　　D. 60°

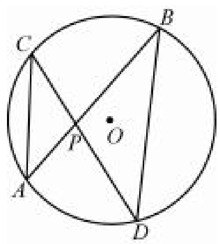
4. 如图,四边形$ABCD$内接于⊙O,AC平分$\angle BAD$,则下列结论正确的是(　　).

A. $AB=AD$　　B. $BC=CD$

C. $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$　　D. $\angle BCA=\angle DCA$



(第4题)

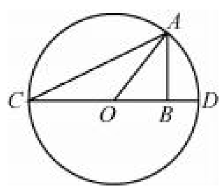


(第5题)

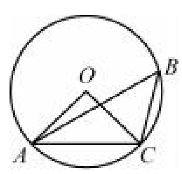
5. 如图,在⊙O中,弦AB,CD相交于点P,$\angle A=42^\circ$,$\angle APD=77^\circ$,则$\angle B$的大小是(　　).

A. 43°　　B. 35°　　C. 34°　　D. 44°

6. 如图,CD是⊙O的直径,若$AB\perp CD$,垂足为B,$\angle OAB=40^\circ$,则$\angle C=$________.



(第6题)



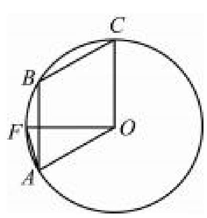
(第7题)

7. 如图,在⊙O中,弦$AC=2\sqrt{3}$,点B是圆上一点,$\angle ABC=45^\circ$,则⊙O的半径$R=$________.

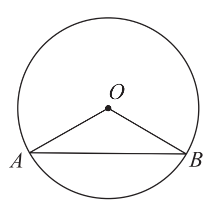
强化提高

8. 如图,点A,B,C是圆O上的三点,且四边形$ABCO$是平行四边形,$OF\perp OC$交圆O于点F,则$\angle BAF$等于(　　).

A. 12.5°　　B. 15°　　C. 20°　　D. 22.5°



(第8题)



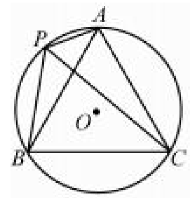
(第9题)

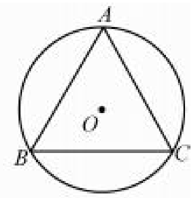
9. 如图,AB是⊙O的一条弦,已知$\angle OAB=30^\circ$,则弦AB所对的圆周角的度数是________.

10. 如图,⊙O的半径为1,A,P,B,C是⊙O上的四个点,$\angle APC=\angle CPB=60^\circ$.

(1)请判断△ABC的形状,并说明理由.

(2)当点P位于$\overset{\frown}{AB}$的什么位置时,四边形$APBC$的面积最大?求出最大面积.





备用图

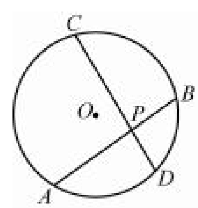
(第10题)

课堂·延伸

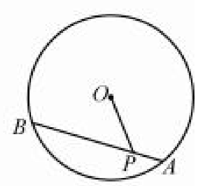
九年级学生小刚是一个喜欢看书的好学生,他在学习完圆后,在家里突然看到爸爸的初中数学书上居然还有一个相交弦定理(圆内的两条相交弦,被交点分成的两条线段长的积相等),非常好奇,仔细阅读原来就是$PA\cdot PB=PC\cdot PD$,小刚很想知道是如何证明的,可已证明部分污损看不清了,只看到辅助线的做法是分别连接AC,BD.

(1)聪明的你一定能帮他证出,请在图①中做出辅助线,并写出详细的证明过程.

(2)小刚又看到一道课后习题,如图②,AB是⊙O的弦,P是AB上一点,$AB=10$,$PA=4$,$OP=5$,求⊙O的半径.这可愁坏了小刚,乐于助人的你肯定会帮助他,请写出详细的证明过程.



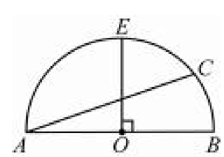
图①



图②

中考·链接

(2018·辽阳)如图,AB是半圆O的直径,E是半圆上一点,且$OE\perp AB$,点C为$\overset{\frown}{BE}$的中点,则$\angle A=$________.



5　圆周角和圆心角的关系(第 2 课时)

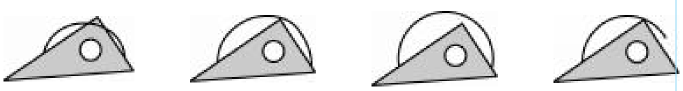
课堂·精要

1. 直径所对的圆周角是________;90°的圆周角所对的弦是________.
2. 圆内接四边形的________.

课堂·精练

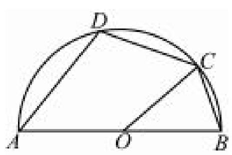
基础巩固

1. 从下列直角三角尺与圆弧的位置关系中,可以判断圆弧为半圆的是(　　).



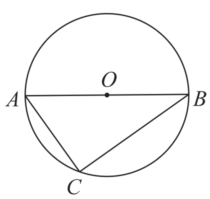
2. 如图,AB 是半圆的直径,点 O 为圆心,C 是半圆上的点,D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 上的点．若 $\angle BOC=40°$,则 $\angle D$ 的度数为(　　).

A. 100°
B. 110°
C. 120°
D. 130°

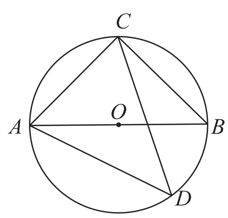


(第 2 题)

3. 如图,已知 AB 是 $\odot O$ 的直径,$\angle B=35°$,则 $\angle A=$________.



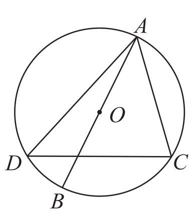
(第 3 题)



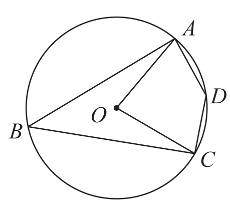
(第 4 题)

4. 如图,在 $\odot O$ 中,AB 是直径,C 是半圆的二等分点,D 是圆上任意一点,那么 $\angle D=$________.

5. 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,$\angle BAC=42°$,则 $\angle D=$________.



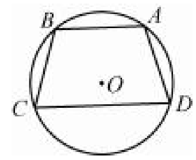
(第 5 题)



(第 6 题)

6. 如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,已知 $\angle D=140°$,则 $\angle AOC=$________.

7. 如图,四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,已知 $\angle C=\angle D$,则 AB 与 CD 的位置关系是________.

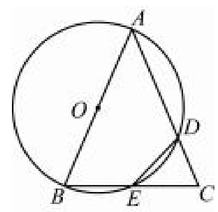


(第 7 题)

8. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC,BC 于点 D,E,连接 ED,若 $ED=EC$.

(1)求证:$AB=AC$.

(2)若 $AB=4$,$BC=2\sqrt{3}$,求 CD 的长.

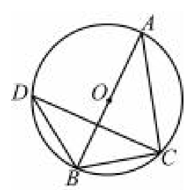


(第 8 题)

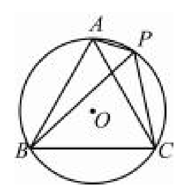
强化提高

9. 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,C,D 是 $\odot O$ 上 AB 两侧的点．若 $\angle D=30°$,则 $\tan\angle ABC$ 的值为(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



(第 9 题)



(第 10 题)

10. 如图,点 P 是等边三角形 ABC 的外接圆 $\odot O$ 上的点,在以下判断中,不正确的是(　　).

A. 当弦 PB 最长时,$\triangle APC$ 是等腰三角形
B. 当 $\triangle APC$ 是等腰三角形时,$PO\perp AC$
C. 当 $PO\perp AC$ 时,$\angle ACP=30°$
D. 当 $\angle ACP=30°$时,$\triangle BPC$ 是直角三角形

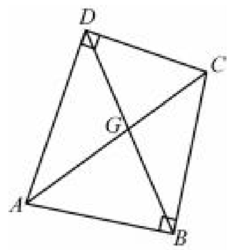
11. $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形,若 $\angle AOC=160°$,则 $\angle ABC$ 的度数是________.

12. 定义：只有一组对角是直角的四边形叫做互补矩形，连接它的两个非直角顶点的线段叫做这个互补矩形的直径．

(1)如图，在互补矩形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle ADC=90°$，则该互补矩形的直径是线段________．

(2)①在互补矩形 $ABCD$ 内是否存在点 O，使得 A,B,C,D 四个点都在以 O 为圆心的同一个圆上？如果存在，请指出点 O 的具体位置．

②如图，直接写出符合互补矩形 $ABCD$ 的两个结论（不能再添加任何线段或点）．



（第 12 题）

课堂·延伸

请阅读下列材料，并完成相应的任务：

阿基米德折弦定理

阿基米德（Archimedes，前 287—前 212，古希腊）是有史以来最伟大的数学家之一．

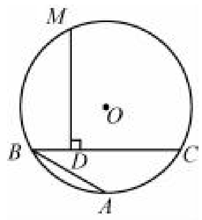
阿基米德折弦定理：如图①，AB 和 BC 是⊙O 的两条弦（即折线 ABC 是圆的一条折弦），$BC>AB$，M 是$\overset{\frown}{ABC}$的中点，则从 M 向 BC 所作垂线的垂足 D 是折弦 ABC 的中点，即 $CD=AB+BD$．

下面是运用"截长法"证明 $CD=AB+BD$ 的部分证明过程．

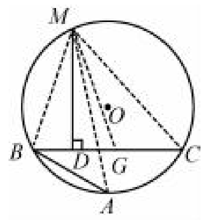
证明：如图②，在 CB 上截取 $CG=AB$，连接 MA，MB，MC 和 MG．∵ M 是$\overset{\frown}{ABC}$的中点，∴ $MA=MC$……

任务：(1)请按照上面的证明思路，写出该证明的剩余部分．

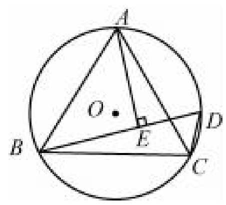
(2)填空：如图③，已知等边三角形 ABC 内接于⊙O，$AB=2$，D 为⊙O 上一点，$\angle ABD=45°$，$AE\perp BD$ 于点 E，则△BDC 的周长是__________．



图①



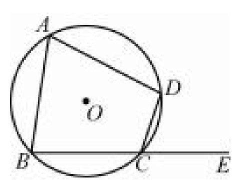
图②



图③

中考·链接

（2018·曲靖）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为 BC 的延长线上一点．若$\angle A=n°$，则$\angle DCE=$________．



6　确定圆的条件

课堂·精要

1. ________的三个点确定一个圆.
2. 三角形的外接圆的圆心是________，叫做三角形的________.
3. 锐角三角形的外心在三角形的________，直角三角形的外心在三角形的________，钝角三角形的外心在三角形的________.

课堂·精练

基础巩固

1. 下列说法中，正确的是(　　).

A. 经过三个点一定可以作一个圆

B. 经过四个点一定可以作一个圆

C. 经过圆心且平分弦的直线一定垂直于这条弦

D. 三角形的外心到三角形各顶点的距离都相等

2. 在下列三角形中，外心在它一边上的三角形是(　　).

A. 三角形的边长分别是 2 cm，2 cm，3 cm

B. 三角形的边长都是 5 cm

C. 三角形的边长分别是 5 cm，12 cm，13 cm

D. 三角形的边长分别是 4 cm，6 cm，8 cm

3. 三角形的外心具有的性质是(　　).

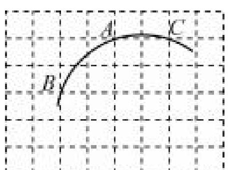
A. 到三边的距离相等

B. 到三个顶点的距离相等

C. 外心在三角形外

D. 外心在三角形内

4. 如图，一圆弧过方格的格点 A，B，C，试在方格中建立平面直角坐标系，使点 A 的坐标为 $(-2,4)$，则该圆弧所在圆的圆心坐标为(　　).



(第 4 题)

A. $(-1,2)$

B. $(1,-1)$

C. $(-1,1)$

D. $(2,1)$

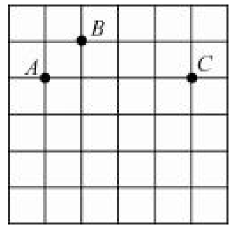
5. 已知点 A，B 之间的距离为 2 cm，则经过 A，B 两点，半径为 2 cm 的圆能作________个.

6. 直角三角形的两条边长分别为 5 和 12，则它的外接圆半径为________.

7. Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=8$，则它的外心与顶点 C 的距离为________.

强化提高

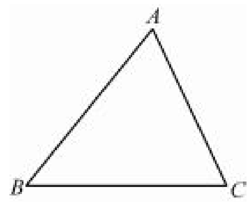
8. 如图，点 A，B，C 均在 6×6 的正方形网格格点上，过 A，B，C 三点的圆除经过 A，B，C 三点外还能经过的格点数为________.



(第 8 题)

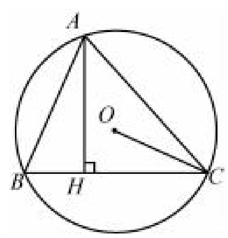
9. 若点 O 为 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\angle AOC=120°$，则 $\angle B=$________.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60°$，$BC=5$. 能够将 $\triangle ABC$ 完全覆盖的最小圆形纸片的直径是________.



(第 10 题)

11. 如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，$AH\perp BC$ 于点 H. 若 $AC=24$，$AH=18$，$\odot O$ 的半径 $OC=13$，求 AB 的长.



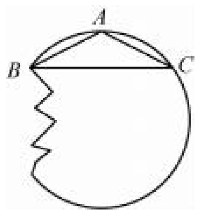
(第 11 题)

课堂·延伸

如图所示，要把破残的圆片复制完整，已知弧上的三点 A,B,C.

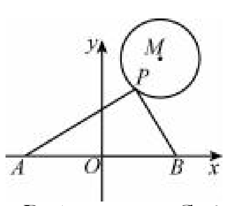
(1)用尺规作图法，找出 $\overset{\frown}{BAC}$ 所在圆的圆心 O(保留作图痕迹，不写作法)；

(2)设 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，底边 $BC=10$ cm，腰 $AB=6$ cm，求圆片的半径 R(结果保留根号).



中考·链接

(2018·泰安)如图，$\odot M$ 的半径为 2，圆心 M 的坐标为(3,4)，点 P 是 $\odot M$ 上的任意一点，$PA\perp PB$，且 PA,PB 与 x 轴分别交于 A,B 两点．若点 A,B 关于原点 O 对称，则 AB 的最小值为(　　).



A. 3　　B. 4　　C. 6　　D. 8

7　直线和圆的位置关系(第 1 课时)

课堂·精要

1. 直线和圆有__________(即直线和圆相切)时，这条直线叫做________，这个唯一的公共点叫做________.
2. 设 d 为圆心到直线的距离，r 为圆的半径. 直线和圆相离，则__________；直线和圆相切，则__________；直线和圆相交，则________.
3. 圆的切线________于过切点的半径.

课堂·精练

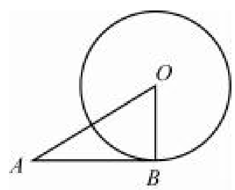
基础巩固

1. 已知 $\odot O$ 的半径为 5 cm，圆心 O 到直线 l 的距离为 5 cm，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系为(　　).

A. 相交　　B. 相切

C. 相离　　D. 无法确定

2. 如图，AB 和 $\odot O$ 相切于点 B，$\angle AOB=60°$，则 $\angle A$ 的大小为(　　).



(第 2 题)

A. 15°　　B. 30°

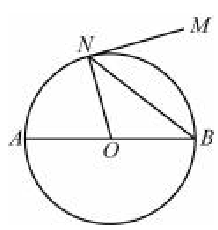
C. 45°　　D. 60°

3. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=3$ cm，$AC=4$ cm，以点 C 为圆心，以 2.5 cm 为半径画圆，则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是(　　).

A. 相交　　B. 相切

C. 相离　　D. 不能确定

4. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，MN 是 $\odot O$ 的切线，切点为 N. 若 $\angle MNB=52°$，则 $\angle NOA$ 的度数为(　　).

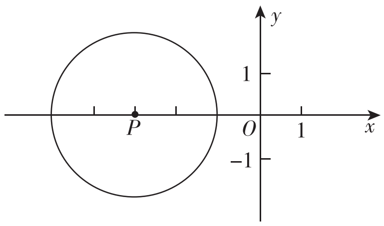


(第 4 题)

A. 76°　　B. 56°

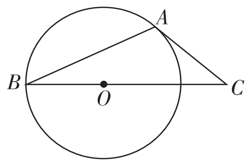
C. 54°　　D. 52°

5. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，半径为 2 的 $\odot P$ 的圆心 P 的坐标为(−3,0)，将 $\odot P$ 沿 x 轴正方向平移，使 $\odot P$ 与 y 轴相切，则平移的距离为________.



（第 5 题）

6. 如图，AB 是⊙O 的弦，AC 是⊙O 的切线，A 为切点，BC 经过圆心. 若 $\angle B=25°$，则 $\angle C$ 的大小等于________.

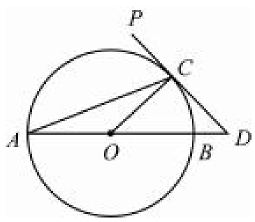


（第 6 题）

7. 如图，AB 为⊙O 的直径，PD 切⊙O 于点 C，交 AB 的延长线于点 D，且 $\angle D=2\angle CAD$.

(1)求 $\angle D$ 的度数；

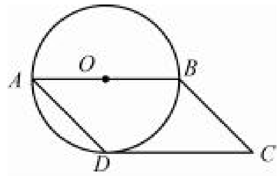
(2)若 $CD=2$，求 BD 的长.



（第 7 题）

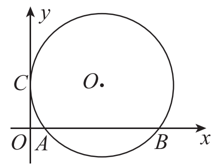
◇强化提高

8. 如图，若以平行四边形一边 AB 为直径的圆恰好与对边 CD 相切于点 D，则 $\angle C=$________.



（第 8 题）

9. 如图，⊙O 切 y 轴于点 C，与 x 轴相交于 A，B 两点，且 A，B 的坐标分别为 $A(1,0)$，$B(9,0)$，则圆心 O 的坐标为________.

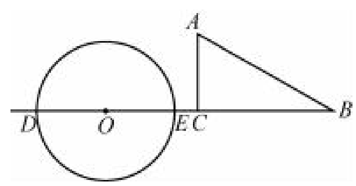


（第 9 题）

10. 已知直线 $y=kx(k\neq0)$ 经过点 $(12,-5)$，将直线向上平移 $m(m>0)$ 个单位长度．若平移后得到的直线与半径为 6 的⊙O 相交(点 O 为坐标原点)，则 m 的取值范围为________________.

11. 如图，⊙O 的直径 $DE=12$ cm，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle CBA=30°$，$BC=12$ cm，⊙O 以 2 cm/s 的速度从左向右运动，在运动过程中，点 D，E 始终在直线 BC 上. 设运动时间为 t(s)，当 $t=0$ s 时，⊙O 在△ABC 的左侧，$OC=8$ cm.

问：当 t 为何值时，△ABC 的一边所在直线与⊙O 相切？



（第 11 题）

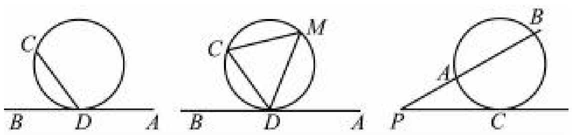
课堂·延伸

定义：由圆的切线和过切点的弦所组成的角叫做弦切角．如图①，已知 AB 切圆于点 D，CD 是圆的弦，则图中$\angle BDC$与$\angle ADC$都是弦切角．

（1）如图②，作出$\angle BDC$所夹弧 CD 所对的圆周角$\angle M$，求证：$\angle BDC=\angle M$；

（2）请用文字语言总结（1）中的结论____；

（3）如图③，PC 切圆于点 C，过点 P 作射线交圆于 A，B 两点，利用（2）中的结论，求证：$PC^2=PA\cdot PB$.



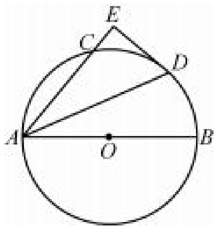
图①　　图②　　图③

中考·链接

（2018·绥化）如图，AB 是$\odot O$的直径，AC 是$\odot O$的弦，$\angle BAC$的平分线交$\odot O$于点 D，过点 D 的切线交 AC 的延长线于点 E．求证：

（1）$DE\perp AE$；

（2）$AE+CE=AB$.



8　直线和圆的位置关系(第 2 课时)

课堂·精要

1. 切线的判定方法:过半径外端且____________的直线是圆的切线.到圆心的距离等于________的直线是圆的切线.
2. 和三角形三边都相切的圆叫做三角形的______,内切圆的圆心是三角形三条____________的交点,叫做三角形的________.内心到__________相等.

课堂·精练

基础巩固

1. 下列命题中正确的是(　　).

A. 垂直于半径的直线是圆的切线

B. 经过半径外端的直线是圆的切线

C. 经过切点的直线是圆的切线

D. 圆心到某直线的距离等于半径,那么这条直线是圆的切线

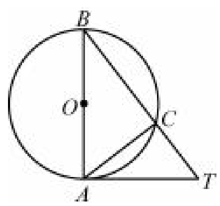
2. 如图,AB 是⊙O 的直径,下列条件中不能判定直线 AT 是⊙O 的切线的是(　　).

A. $AB=4$,$AT=3$,$BT=5$

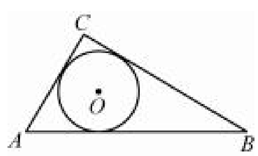
B. $\angle B=45°$,$AB=AT$

C. $\angle B=55°$,$\angle TAC=55°$

D. $\angle ATC=\angle B$



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图,⊙O 是△ABC 的内切圆,则点 O 是△ABC 的(　　).

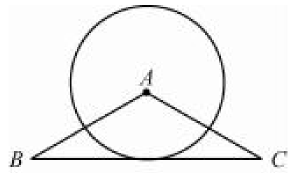
A. 三条边的垂直平分线的交点

B. 三条角平分线的交点

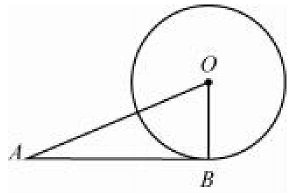
C. 三条中线的交点

D. 三条高的交点

4. 如图,在△ABC 中,$AB=AC$,$\angle B=30°$,以点 A 为圆心,3 cm 为半径作⊙A,当 $AB=$________时,BC 与⊙A 相切.



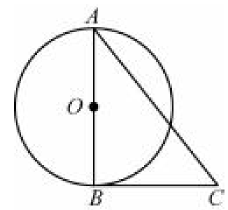
(第 4 题)



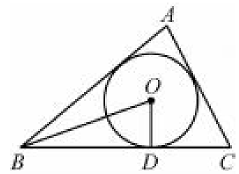
(第 5 题)

5. 如图,B 是⊙O 上一点,$OB=5$,$AB=12$,$OA=13$,则 AB 与⊙O 的位置关系是________.

6. 如图,△ABC 的一边 AB 是⊙O 的直径,请你添加一个条件,使 BC 是⊙O 的切线,你所添加的条件是____________.



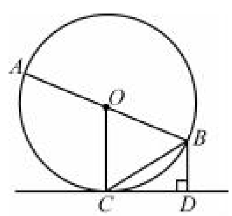
(第 6 题)



(第 7 题)

7. 如图,已知△ABC 的内切圆⊙O 与 BC 边相切于点 D,连接 OB,OD. 若$\angle ABC=40°$,则$\angle BOD$ 的度数是__________.

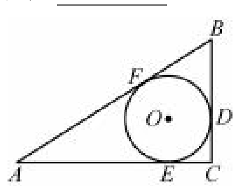
8. 如图,AB 是⊙O 的直径,点 C 为⊙O 上一点,过点 B 作 $BD\perp CD$,垂足为点 D,连接 BC,BC 平分$\angle ABD$. 求证:CD 为⊙O 的切线.



(第 8 题)

强化提高

9. 如图,在△ABC 中,$\angle C=90°$,$BC=3$,$AC=4$,则它的内切圆的半径是________.

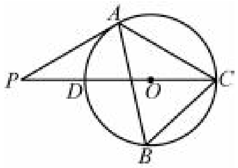


(第 9 题)

10. 如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，$\angle B=60^\circ$，CD 是 $\odot O$ 的直径，点 P 是 CD 延长线上一点，且 $AP=AC$.

(1)求证：PA 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $PD=\sqrt{5}$，求 $\odot O$ 的直径.

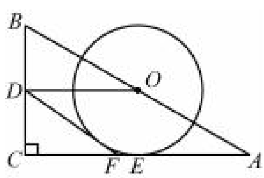


（第 10 题）

11. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，点 O，D 分别为 AB，BC 的中点，连接 OD，作 $\odot O$ 与 AC 相切于点 E，在 AC 边上取一点 F，使 $DF=DO$，连接 DF.

(1)判断直线 DF 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2)当 $\angle A=30^\circ$，$CF=\sqrt{2}$ 时，求 $\odot O$ 的半径.



（第 11 题）

课堂·延伸

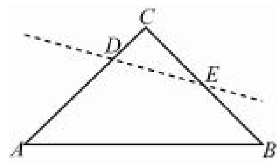
三角形角平分线的交点或三角形内切圆的圆心都称为三角形的内心．按此说法，四边形的四个角平分线交于一点，我们也称为四边形的内心．

(1)试举出一个有内心的四边形．

(2)探究：对于任意四边形 $ABCD$，若有内心，则四边形的边长具备何种条件？

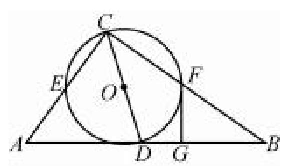
(3)探究：如图，腰长为 2 的等腰直角三角形 ABC，$\angle C=90^\circ$，O 是 $\triangle ABC$ 的内心，若沿图中虚线剪开，O 仍然是四边形 $ABED$ 的内心，此时裁剪线有多少条？为什么？

(4)在问题(3)中，O 是四边形 $ABED$ 的内心，且四边形 $ABED$ 是等腰梯形，求 DE 的长.



中考·链接

(2018·山西)如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，$BC=8$，点 D 是 AB 的中点，以 CD 为直径作 $\odot O$，$\odot O$ 分别与 AC，BC 交于点 E，F，过点 F 作 $\odot O$ 的切线 FG，交 AB 于点 G，则 FG 的长为________.



9 切线长定理

课堂·精要

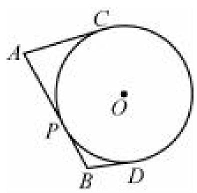
1. 过圆外一点画圆的两条切线，它们的切线长______.
2. 圆外切四边形的______________________.

课堂·精练

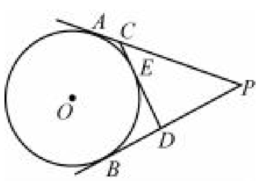
基础巩固

1. 如图，AB，AC，BD 是⊙O 的切线，切点分别是 P，C，D. 若 $AB=5$，$AC=3$，则 $BD=$(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1



（第 1 题）

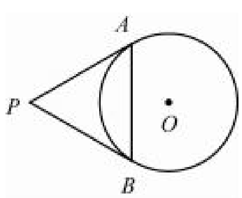


（第 2 题）

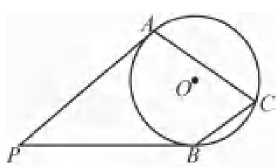
2. 如图，PA，PB 切⊙O 于点 A，B，$PA=10$，CD 切⊙O 于点 E，分别交 PA，PB 于 C，D 两点，则△PCD 的周长是(　　).

A. 10　　B. 18　　C. 20　　D. 22

3. 如图，从⊙O 外一点 P 引⊙O 的两条切线 PA，PB，切点分别为 A，B. 如果∠$APB=60°$，$PA=8$，那么弦 AB 的长是________.



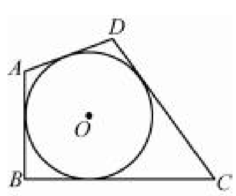
（第 3 题）



（第 4 题）

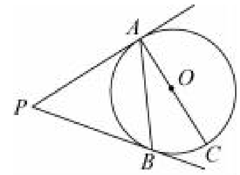
4. 如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，B. 若∠$APB=40°$，则∠$ACB=$________.

5. 如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的外切四边形，且 $AB=10$，$CD=12$，则四边形 $ABCD$ 的周长为________.



（第 5 题）

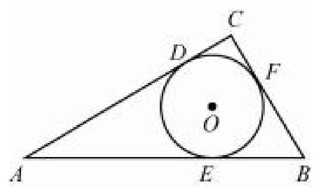
6. 如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，B，AC 是⊙O 的直径，∠$BAC=25°$，求∠P 的度数.



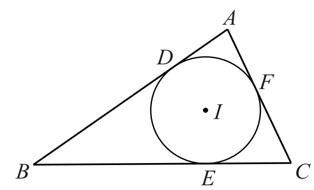
（第 6 题）

强化提高

7. 已知⊙O 是 Rt△ABC 的内切圆，点 D，E，F 均为切点，∠C 是直角，若 $BC=6$，$AC=8$，则⊙O 的半径 r 为________.



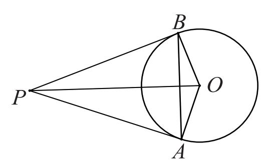
（第 7 题）



（第 8 题）

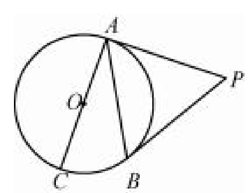
8. 如图，△ABC 的内切圆分别与 AB，BC，CA 相切于点 D，E，F，若 $AB=9$，$BC=10$，$AC=5$，则 $AD=$______，$BE=$______，$CF=$______.

9. 如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，B，若 $\sin\angle BPO=\frac{5}{13}$，且 $PO=13$，则∠OAB 的正切值为________.



（第 9 题）

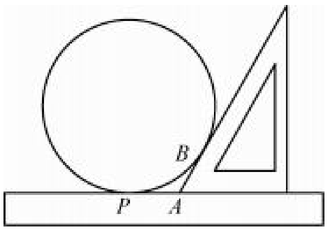
10. 如图，PA，PB 是⊙O 的两条切线，切点分别为 A，B. 若直径 $AC=12$ cm，∠$P=60°$，求弦 AB 的长.



（第 10 题）

课堂·延伸

为了测量一个圆形铁环的半径，某同学采用如下的方法：将铁环放在水平桌面上，用一个锐角为30°的三角尺和一把刻度尺，按如图所示的方法得到相关数据，若三角尺、刻度尺均与圆相切(切点为 B，P)，且测得 $PA=5$，则铁环的半径为________.(保留根号)

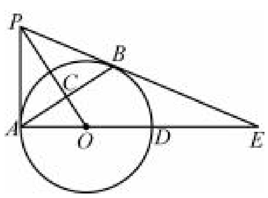


中考·链接

(2018·新疆)如图，PA 与⊙O 相切于点 A，过点 A 作 $AB\perp OP$，垂足是点 C，交⊙O 于点 B，连接 PB，AO，并延长 AO 交⊙O 于点 D，与 PB 的延长线交于点 E.

(1)求证：PB 是⊙O 的切线；

(2)若 $OC=3$，$AC=4$，求 $\sin E$ 的值.



10 圆内接正多边形

课堂·精要

1. 顶点都在________的正多边形叫做________. 这个圆叫做该正多边形的__________.
2. 正多边形的半径就是它的外接圆的________.
3. 正多边形的中心到正多边形一边的距离，叫做这个正多边形的________.
4. 正多边形的每一边所对的外接圆的圆心角叫做这个正多边形的________.

课堂·精练

基础巩固

1. 下列说法中不正确的是(　　).

A. 各边相等的圆内接四边形是正方形

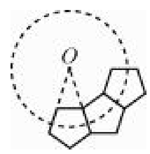
B. 各角相等的圆内接四边形是正方形

C. 正多边形的边心距其实就是这个正多边形的内切圆的半径

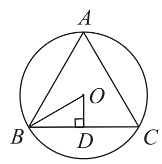
D. 正 n 边形有 n 个中心角，这 n 个中心角相等且角度都为 $\frac{360°}{n}$

2. 如图，若干个全等的正五边形排成环状，图中所示的是前3个正五边形，要完成这一圆环还需正五边形的个数为(　　).

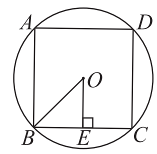
A. 10　　B. 9　　C. 8　　D. 7



(第2题)



(第3题)



(第4题)

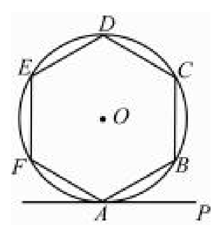
3. 如图，已知△ABC 是⊙O 的内接正三角形，半径 $OB=2$，则正三角形 ABC 的中心角为________，边心距为________，边长为________，面积为________.

4. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接正四边形，半径 $OB=2$，则这个圆内接正四边形的中心角为________，边心距为________，边长为________，面积为________.

5. 正三角形 ABC 的外接圆半径为 $2\sqrt{3}$，则它的内切圆半径为________.

6. 正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，它的边心距为 $\sqrt{2}$，则⊙O 的面积为________.

7. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O. 若直线 PA 与⊙O 相切于点 A，则∠PAB=________.

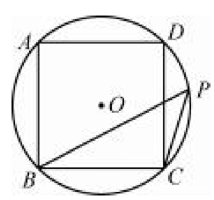


(第7题)

强化提高

8. 如果一个正多边形的中心角为72°，那么这个多边形的边数是________.

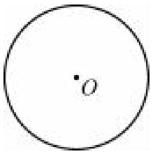
9. 如图，正方形 $ABCD$ 是⊙O 的内接正方形，点 P 是劣弧 $\overset{\frown}{CD}$ 上不同于点 C 的任意一点，则∠BPC=________.



(第9题)

10. 以半径为 1 的圆内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形,则这个三角形是______三角形.

11. 尺规作图求:作圆 O 的内接正六边形(不要求写作法和证明,但要保留作图痕迹).



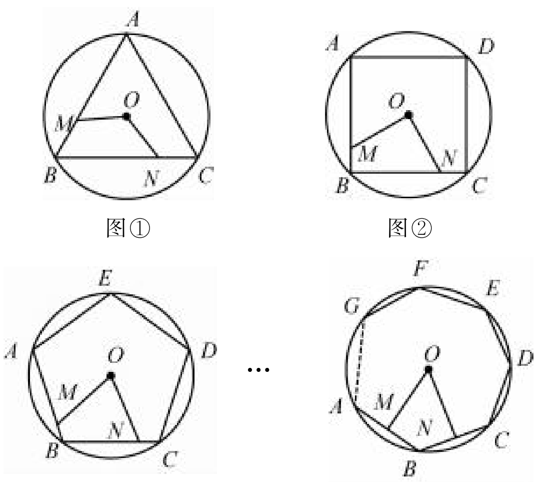
(第 11 题)

12. 如图①、图②、图③、……、图ⓝ所示,M,N 分别是 $\odot O$ 的内接正三角形 ABC、正方形 $ABCD$、正五边形 $ABCDE$、……、正 n 边形 $ABCDE\cdots$ 的边 AB,BC 上的点,且 $BM=CN$,连接 OM,ON.

(1)求图①中$\angle MON$ 的度数;

(2)图②中$\angle MON$ 的度数是________,图③中$\angle MON$ 的度数是________;

(3)试探究$\angle MON$ 的度数与正 n 边形边数 n 的关系(直接写出答案).

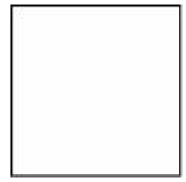


图①　图②　图③　图ⓝ

(第 12 题)

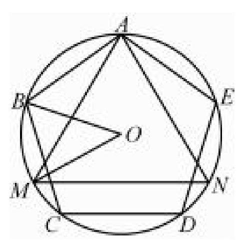
课堂·延伸

小刚现有边长为 60 m 的正方形花布,准备做一个形状为正八边形的风筝,参加全校组织的风筝比赛,问:在这样的花布上怎样剪裁,才能得到一个面积最大的风筝?



中考·链接

(2018·株洲)如图,正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 AMN 都是 $\odot O$ 的内接多边形,则$\angle BOM=$________.



11 弧长及扇形的面积

课堂·精要

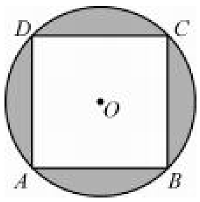
1. 在半径为 R 的圆中，$n°$的圆心角所对的弧长的计算公式为____________.
2. 如果扇形的半径为 R，圆心角为 $n°$，那么扇形面积的计算公式为____________，用弧长来表示扇形的面积是________.

课堂·精练

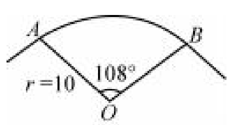
基础巩固

1. 如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AB=4$，则图中阴影部分的面积是（　　）.

A. $4\pi-16$　　B. $8\pi-16$
C. $16\pi-32$　　D. $32\pi-16$



（第 1 题）



（第 2 题）

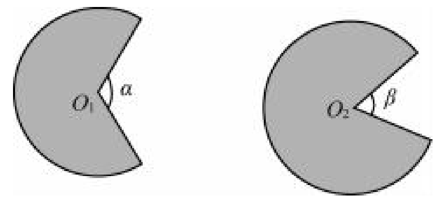
2. 如图，一段公路的转弯处是一段圆弧（$\overset{\frown}{AB}$），则 $\overset{\frown}{AB}$ 的展直长度为（　　）.

A. 3π　　B. 6π
C. 9π　　D. 12π

3. 在半径为 3 cm 的⊙O 中，45°的圆心角所对的弧长为________.
4. 已知某扇形的圆心角为 60°，半径为 4 cm，则该扇形的面积为________.
5. 一个扇形的圆心角为 120°，面积为 12π cm^2，则此扇形的半径为__________.
6. 已知扇形的圆心角为 120°，弧长为 2π，则它的半径为__________.
7. 已知一个扇形的半径为 6 cm，面积为 9π cm^2，则这个扇形的圆心角为________.
8. 如果一个扇形的弧长为 $\frac{3}{4}\pi$ cm，半径为 3 cm，则它的圆心角为________.

强化提高

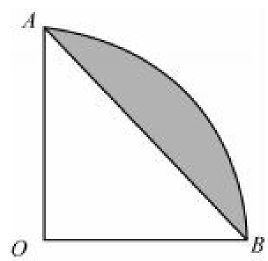
9. 如图，阴影部分是两个半径为 1 的扇形，若 $\alpha=120°$，$\beta=60°$，则大扇形与小扇形的面积之差为（　　）.



（第 9 题）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{5\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

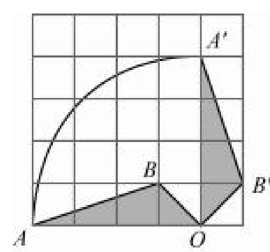
10. 如图，已知扇形 AOB 的半径为 2，圆心角为 90°，连接 AB，则图中阴影部分的面积是（　　）.



（第 10 题）

A. $\pi-2$　　B. $\pi-4$
C. $4\pi-2$　　D. $4\pi-4$

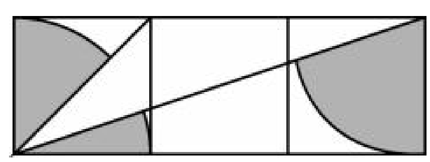
11. 如图，在 5×5 的正方形网格中，每个小正方形的边长都为 1，若将△AOB 绕点 O 顺时针旋转 90°得到△$A'OB'$，则 A 点运动的路径 $\overset{\frown}{AA'}$ 的长为（　　）.



（第 11 题）

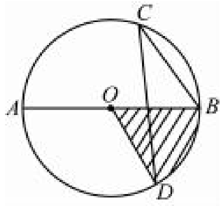
A. π　　B. 2π　　C. 4π　　D. 8π

12. 如图，三个小正方形的边长都为 1，则图中阴影部分面积的和是__________.（结果保留 π）



（第 12 题）

13. 如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是弦，$\angle BCD=30°$，$OA=2$，求阴影部分的面积．



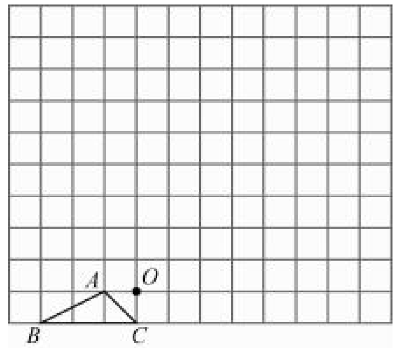
（第 13 题）

课堂·延伸

图中的小方格都是边长为 1 的正方形，$\triangle ABC$ 的顶点和 O 点都在正方形的顶点上．

(1)以点 O 为位似中心，在方格图中将$\triangle ABC$ 放大为原来的 2 倍，得到$\triangle A'B'C'$；

(2)$\triangle A'B'C'$绕点 B'顺时针旋转 90°，画出旋转后得到的$\triangle A''B'C''$，并求边 $A'B'$在旋转过程中扫过的图形面积．

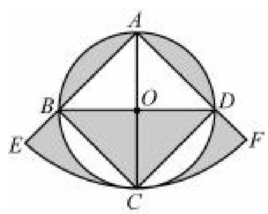


中考·链接

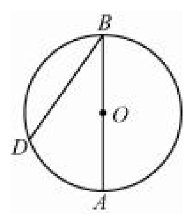
1. （2018·山西）如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，⊙O 的半径为 2，以点 A 为圆心，以 AC 长为半径画弧交 AB 的延长线于点 E，交 AD 的延长线于点 F，则图中阴影部分的面积为（　　）．

A. $4\pi-4$　　B. $4\pi-8$

C. $8\pi-4$　　D. $8\pi-8$



（第 1 题）



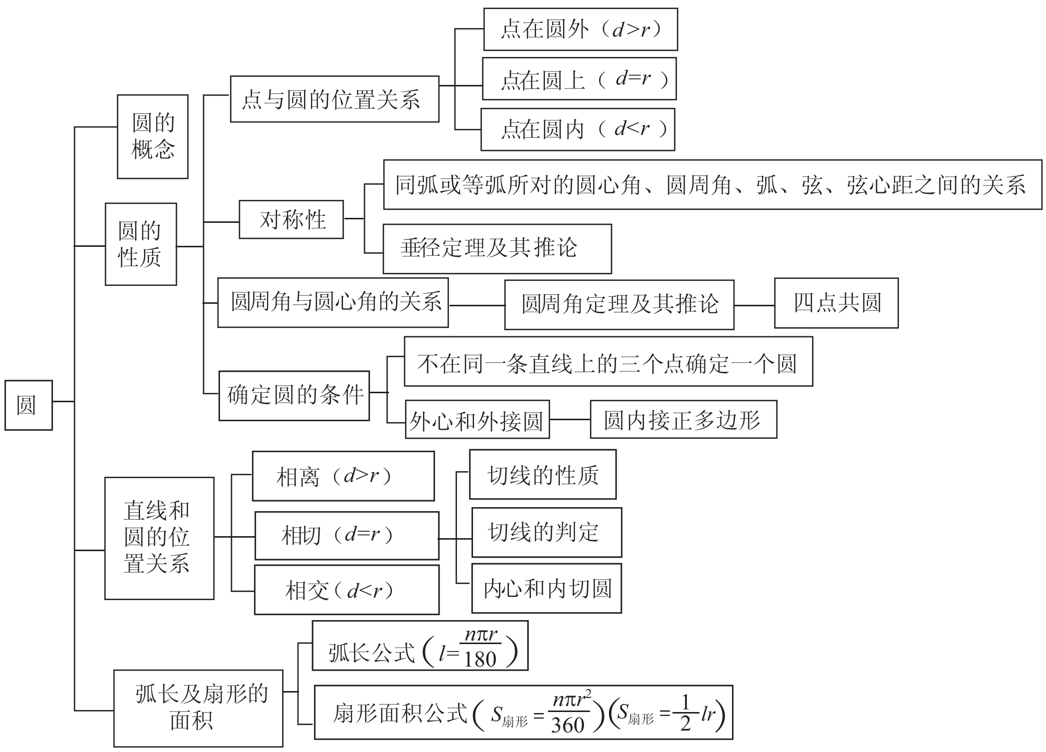
（第 2 题）

2. （2018·黄石）如图，AB 是⊙O 的直径，点 D 为⊙O 上一点，且$\angle ABD=30°$，$BO=4$，则$\overset{\frown}{BD}$的长为（　　）．

A. $\frac{2}{3}\pi$　　B. $\frac{4}{3}\pi$　　C. 2π　　D. $\frac{8}{3}\pi$

12 整理与复习

知识梳理

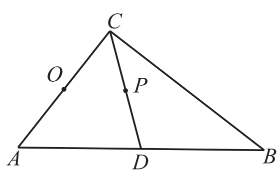


综合提升

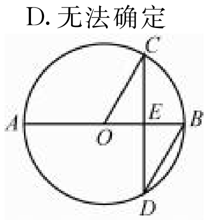
1. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，$AB=10$，CD 是斜边 AB 上的中线，以 AC 为直径作圆 O．设线段 CD 的中点为 P，则点 P 与$\odot O$ 的位置关系是（　　）．

A. 点 P 在$\odot O$ 内　　B. 点 P 在$\odot O$ 上

C. 点 P 在$\odot O$ 外　　D. 无法确定



（第 1 题）



（第 2 题）

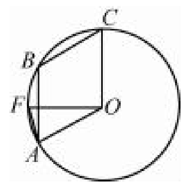
2. 如图，AB 是$\odot O$ 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，$\angle CDB=30^\circ$，$\odot O$ 的半径为 5 cm，则圆心 O 到弦 CD 的距离为（　　）．

A. $\frac{5}{2}$ cm　　B. 3 cm

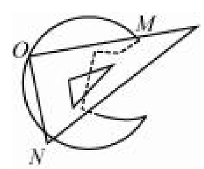
C. $3\sqrt{3}$ cm　　D. 6 cm

3. 如图，点 A,B,C 是圆 O 上的三点，且四边形 $ABCO$ 是平行四边形，$OF\perp OC$ 交圆 O 于点 F，则$\angle BAF$ 等于（　　）．

A. 12.5°　　B. 15°　　C. 20°　　D. 22.5°



（第 3 题）



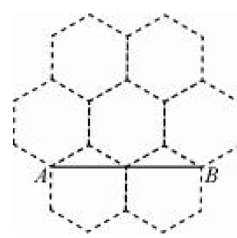
（第 4 题）

4. 如图，把直角三角尺的直角顶点 O 放在破损玻璃镜的圆周上，两直角边与圆弧分别交于点 M,N，若量得 $OM=8$ cm，$ON=6$ cm，则该圆玻璃镜的半径是（　　）．

A. $\sqrt{10}$ cm　　B. 5 cm

C. 6 cm　　D. 10 cm

5. 如图是由 7 个形状、大小完全相同的正六边形组成的网格，正六边形的顶点称为格点，$\triangle ABC$ 的顶点都在格点上．设定 AB 边如图所示，则$\triangle ABC$ 是直角三角形的个数有（　　）．

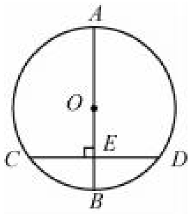


（第 5 题）

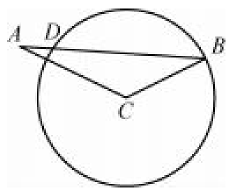
A. 4 个　　B. 6 个

C. 8 个　　D. 10 个

6. 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E. 若 $AB=8$，$CD=6$，则 $BE=$________.



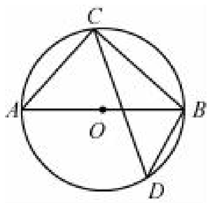
（第 6 题）



（第 7 题）

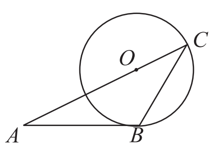
7. 如图，在△ABC 中，已知∠$ACB=130°$，∠$BAC=20°$，$BC=2$，以点 C 为圆心，CB 为半径的圆交 AB 于点 D，则 BD 的长为________.

8. 如图，AB 是⊙O 的直径，C，D 是⊙O 上的两点. 若∠$BCD=28°$，则∠$ABD=$________.

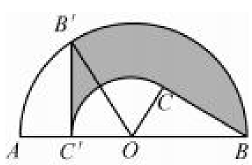


（第 8 题）

9. 如图，AB 与⊙O 相切于点 B，AO 的延长线交⊙O 于点 C，连接 BC. 若∠$ABC=120°$，$OC=3$，则 $\overset{\frown}{BC}=$________.



（第 9 题）



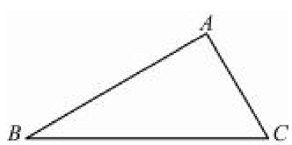
（第 10 题）

10. 如图，C 为半圆内一点，O 为圆心，直径 AB 为 2 cm，∠$BOC=60°$，∠$BCO=90°$，将△BOC 绕圆心 O 逆时针旋转至△$B'OC'$，点 C'在 OA 上，则边 BC 扫过区域(图中阴影部分)的面积为________.

11. 如图，在 Rt△ABC 中，∠$BAC=90°$.

(1)先作∠ACB 的平分线交 AB 边于点 P，再以点 P 为圆心，PA 的长为半径作⊙P(要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)；

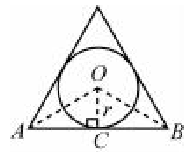
(2)请你判断(1)中 BC 与⊙P 的位置关系，并证明你的结论.



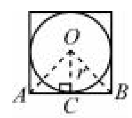
（第 11 题）

12. 阅读材料并解答问题：

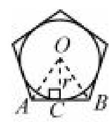
与正三角形各边都相切的圆叫做正三角形的内切圆，与正四边形各边都相切的圆叫做正四边形的内切圆，……，与正 n 边形各边都相切的圆叫做正 n 边形的内切圆. 设正 $n(n\geqslant 3)$边形的面积为 $S_{正n边形}$，其内切圆的半径为 r，试探索正 n 边形的面积.



图①



图②



图③

（第 12 题）

(1)如图①，当 $n=3$ 时，设 AB 切⊙O 于点 C，连接 OC，OA，OB，

$\therefore OC\perp AB$，

$\therefore OA=OB$，

$\therefore \angle AOC=\dfrac{1}{2}\angle AOB$，$\therefore AB=2BC$.

在 Rt△AOC 中，

$\because \angle AOC=60°$，$OC=r$，

$\therefore AC=r\tan 60°$，$\therefore AB=2r\tan 60°$，

$\therefore S_{\triangle OAB}=\dfrac{1}{2}\cdot r\cdot 2r\tan 60°=r^2\tan 60°$，

$\therefore S_{正三角形}=3S_{\triangle OAB}=3r^2\tan 60°$.

(2)如图②，当 $n=4$ 时，仿照(1)中的方法和过程可求得 $S_{正四边形}=4S_{\triangle OAB}=$________.

(3)如图③，当 $n=5$ 时，仿照(1)中的方法和过程求 $S_{正五边形}$.

(4)根据以上探索过程，请直接写出 $S_{正n边形}=$________.

专项训练

1　有理数和实数

知识梳理

一、数轴、倒数、相反数、绝对值

1. 规定了______、______、______的直线叫做数轴.
2. 乘积为______的两个数,它们互为倒数. ______没有倒数.
3. 只有______不同的两个数,它们互为相反数.
4. 若 $a\neq 0$,则它的倒数是______,它的相反数是______. 0 的相反数是______.
5. 一个数的绝对值就是数轴上表示这个数的点与______的距离.
6. $|x|=\begin{cases}\_\_\_\_\_\_ & (x\geqslant 0),\\ \_\_\_\_\_\_ & (x<0).\end{cases}$

二、相关运算

1. 理解并掌握有理数的加法、减法、乘法、除法法则.
2. 求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方.

   乘方的结果叫做幂.

   正数的任何次幂都是______数,负数的奇次幂是______数,负数的偶次幂是______数. 0 的任何正整数次幂都是______.
3. 若 $x^2=a(a\geqslant 0)$,则 x 叫做 a 的______,记作______.

   一个正数有______个平方根,它们______,0 的平方根是______,负数______.

   正数 a 的______叫做 a 的算术平方根,0 的算术平方根是______. 当 $a\geqslant 0$ 时,a 的算术平方根记作______.
4. 非负数是指______,常见的非负数:①绝对值 $|a|$ ______0;②实数的平方 a^2 ______0;③算术平方根 $\sqrt{a}$ ______$0(a\geqslant 0)$.
5. 若 $x^3=a$,则 x 叫做 a 的______,记作______.
6. 实数的运算顺序:先算______,再算______,最后算______. 同级运算,从______往______依次进行,若有括号,要先算______.
7. 在运算过程中,注意灵活运用:加法______律、加法______律、乘法______律、乘法______律、乘法对加法的______律.

三、近似数与科学记数法

1. 精确度:精确到哪一位,就四舍五入到哪一位.
2. 科学记数法:把一个整数或有限小数记成 $a\times 10^n$ 的形式,其中 $1\leqslant |a|<10$,n 为整数,这种记数方法就是科学记数法. 当原数的绝对值大于 10 时,n 为____整数;当原数的绝对值小于 1 时,n 为____整数.

四、实数

1. 按定义分

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 0
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
    - （有限小数或无限循环小数）
  - 无理数
    - 无限不循环小数

2. 按性质(正负)分

- 实数
  - 正实数
  - 0
  - 负实数

   一般来说,凡开方开不尽的带根号的数都是______数,但要注意,用根号形式表示的数并不都是______数(如$\sqrt{4}$),不带根号的数并不都是______数(如 π).
3. 实数和数轴上的点是______对应的,每一个实数都可以用数轴上的______来表示,反过来,数轴上的每一个点都可以表示一个______.

五、实数大小的比较

比较实数大小常用的方法:性质比较法、数轴比较法、求差比较法、商值比较法、绝对值比较法、倒数比较法、估算比较法、指数比较法、中间比较法、乘方开方比较法等.

综合提升

1. -5 的相反数是(　　).

A. -5　　B. 5　　C. $-\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

2. 计算 $12-7\times(-4)+8\div(-2)$,其结果是(　　).

A. -24　　B. -20　　C. 6　　D. 36

3. 1 不是-1 的(　　).

A. 平方　　B. 倒数　　C. 相反数　　D. 绝对值

4. 下列实数-3,$\sqrt{4}$,0,π 中,是无理数的是(　　).

A. -3　　B. $\sqrt{4}$　　C. 0　　D. π

5. 估计 $\sqrt{45}\div\sqrt{3}-1$ 的运算结果应在哪两个连续自然数之间(　　).

A. 1 和 2　　B. 2 和 3

C. 3 和 4　　D. 4 和 5

6. 若$\triangle ABC$ 的三边长 a,b,c 满足 $\sqrt{a+b-25}+|b-a-1|+(c-5)^2=0$,则$\triangle ABC$ 是(　　).

A. 等腰三角形　　B. 等边三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

7. 如果 a 的倒数是-1,那么 $a^{2\,019}$ 的值是(　　).

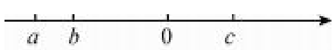
A. 1　　B. -1　　C. 2 019　　D. $-2\,019$

8. 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作,根据规划,“一带一路”地区覆盖总人口约为 4 400 000 000 人,这个数用科学记数法表示为(　　).

A. 44×10^8　　B. 4.4×10^9

C. 4.4×10^8　　D. 4.4×10^{10}

9. a,b,c 三个数对应的点在数轴上的位置如图所示,则下列结论中错误的是(　　).



(第 9 题)

A. $a+b<0$　B. $a+c<0$　C. $a-b>0$　D. $b-c<0$

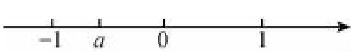
10. 将一个长为 4,宽为 2 的长方形通过分割拼成一个等面积的正方形,则该正方形的边长为________.

11. 比较大小:$\sqrt{2}$________$-\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$________2.

12. 若把无理数 $\sqrt{17}$,$\sqrt{11}$,$\sqrt{7}$,$\sqrt{3.7}$表示在数轴上,则在这四个无理数中,被墨迹(如图所示)覆盖住的是________.

(第 12 题)

13. 已知实数 a 对应的点在数轴上的位置如图所示,化简 $|1-a|+\sqrt{a^2}$的结果是__________.



(第 13 题)

14. 比较大小:$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$____$\frac{3}{5}$.

15. 若无理数 a 满足$-4<a<-1$,请写出两个你熟悉的无理数:________.

16. 计算:

(1)$\cos 60°-2^{-1}+\sqrt{(-2)^2}-(\pi-3)^0$;

(2)$4\sin 60°-|-2|-\sqrt{12}+(-1)^{2\,018}$.

17. 阅读与计算:请阅读以下材料,并完成相应的任务.

斐波那契是意大利数学家,他研究了一列数,这列数非常奇妙,被称为斐波那契数列(按照一定顺序排列着的一列数称为数列).后来人们在研究它的过程中,发现了许多意想不到的结果,在实际生活中,很多花朵(如梅花、飞燕草、万寿菊等)的瓣数恰是斐波那契数列中的数.斐波那契数列还有很多有趣的性质,在实际生活中也有广泛的应用.

斐波那契数列中的第 n 个数可以用$\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$表示(其中 $n\geqslant1$).这是用无理数表示有理数的一个范例.

任务:请根据以上材料,通过计算求出斐波那契数列中的第 1 个数和第 2 个数.

2　整式、分式、二次根式

知识梳理

一、整式的有关概念及运算

1. 单项式和多项式统称________.
2. 判别同类项的标准，一是________________，二是________________.
3. 合并同类项的一变是________________，二不变是________________.
4. 幂的运算法则：(以下的 m,n,p 均是正整数)

①$a^m\cdot a^n=$________；②$(a^m)^n=$________；

③$(ab)^n=$________；④$\left(\dfrac{b}{a}\right)^n=$________；

⑤当 $a\neq0$ 时，$a^m\div a^n$________，$a^0=$________，

$a^{-p}=$________，$\left(\dfrac{b}{a}\right)^{-p}=($________$)^p$.

5. 多项式乘法：

①$(a+b)(m+n)=$________________.

②平方差公式：$(a+b)(a-b)=$________________.

③完全平方公式：$(a+b)^2=$________________；

$(a-b)^2=$________________.

二、因式分解

因式分解的方法：

1. 提公因式法(________的逆用)
2. 公式法：$a^2-b^2=$________________；

$a^2+2ab+b^2=$________________；

$a^2-2ab+b^2=$________________.

3. 分组分解法
4. 十字相乘法
5. 添项、拆项法
6. 换元法
7. 待定系数法

三、分式

1. 分式的判别：①分子、分母都是________式；

②分母中含有________.

2. 分式有意义的条件：________________.
3. 分式的值为 0 的条件：________________.
4. 分式的基本性质：$\dfrac{b}{a}=\dfrac{b\cdot m}{a\cdot m}=\dfrac{b\div n}{a\div n}(mn\neq0)$.
5. 最简分式的判定：________________.
6. 分式的运算：通分、约分.

四、二次根式

1. 二次根式$\sqrt{a}$有意义，须 a ________0.
2. 二次根式的主要性质：

①$(\sqrt{a})^2=$________$(a\geqslant0)$；

②$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}________ & (a>0),\\ ________ & (a=0),\\ ________ & (a<0);\end{cases}$

③$\sqrt{ab}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$；

④$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$.

3. 二次根式的乘除法：

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$；

$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$.

4. 最简二次根式
5. 分母有理化
6. 能够合并的二次根式：化简到最简二次根式后，被开方数________的二次根式.

综合提升

1. 下列等式一定成立的是(　　).

A. $2m+3n=5mn$　　B. $(m^3)^2=m^6$

C. $m^2\cdot m^3=m^6$　　D. $(m-n)^2=m^2-n^2$

2. 若使分式$\dfrac{x}{x+3}$有意义，则 x 的取值范围是(　　).

A. $x\neq3$　　B. $x\neq-3$　　C. $x\neq0$　　D. $x>-3$

3. 若 $a^2-ab=0(b\neq0)$，则$\dfrac{a}{a+b}=($　　).

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 0 或$\dfrac{1}{2}$　　D. 1 或 2

4. 若$-x^3y^a$与 x^by 是同类项，则 $a+b$ 的值为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

5. 下列计算中正确的是(　　).

A. $a\cdot a^2=a^2$　　B. $2a\cdot a=2a^2$

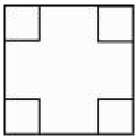
C. $(2a^2)^2=2a^4$　　D. $6a^8\div3a^2=2a^4$

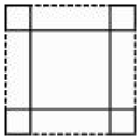
6. 小强是一位密码编译爱好者，在他的密码手册中，有这样一条信息：$a-b,x-y,x+y,a+b,x^2-y^2,a^2-b^2$分别对应下列六个字：西、爱、我、山、游、美. 现将$(x^2-y^2)a^2-(x^2-y^2)b^2$因式分解，结果呈现的密码信息可能是(　　).

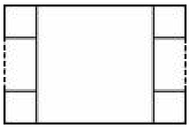
A. 我爱美　　B. 山西游

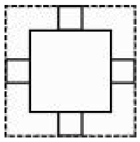
C. 爱我山西　　D. 美我山西

7. 已知 $x^2+4y^2=13$，$xy=3$，求 $x+2y$ 的值，这个问题可以用边长分别为 x 和 y 的两种正方形组成一个图形来解决，其中 $x>y$，能较为简单地解决这个问题的图形是(　　).


A


B


C


D

8. 如果分式$\dfrac{x^2-4}{x+2}$的值为 0，那么 x 的值为________.

9. 分解因式：$x^3-4x=$________.

10. 已知 $m^2+m-1=0$，则 $m^3+2m^2+2\ 018=$________.

11. $\sqrt{16}$的平方根是________.

12. 分式$\dfrac{1}{2a^2b}$与$\dfrac{1}{ab^2}$的最简公分母是________.

13. 如果代数式$\dfrac{x-3}{\sqrt{x+2}}$有意义，那么 x 的取值范围为________.

14. 能够说明“$\sqrt{x^2}=x$ 不成立”的 x 的值是______.(写出一个即可)

15. 计算：

(1)$(2a-b)^2-(8a^3b-4a^2b^2)\div 2ab$；

(2)$(x+1)(x-1)-(x-2)^2$.

16. 计算：

(1)$\dfrac{2a}{a+1}\div(a-1)+\dfrac{a^2-1}{a^2+2a+1}$；

(2)$\left(\dfrac{2x-1}{x+1}-x+1\right)\div\dfrac{x-2}{x^2+2x+1}$.

17. 先化简，再求值：$\dfrac{x}{x^2-1}\div\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)$，其中 $x=\sqrt{2}-1$.

18. 先化简，再求值：$\dfrac{x^2+x}{x^2-2x+1}\div\left(\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{1}{x}\right)$，请你从 $-1\leqslant x<3$ 的范围内选取一个你喜欢的整数作为 x 的值.

19. 常用的分解因式的方法有提取公因式法、公式法，但有一部分多项式只单纯用上述方法就无法分解，如 $x^2-2xy+y^2-16$，我们仔细观察这个式子会发现，前三项符合完全平方公式，进行变形后可以与第四项结合，再应用平方差公式进行分解．过程如下：$x^2-2xy+y^2-16=(x-y)^2-16=(x-y+4)(x-y-4)$.

这种分解因式的方法叫分组分解法．利用这种分组的思想方法解决下列问题：

(1)$9a^2+4b^2-25m^2-n^2+12ab+10mn$；

(2)已知 a,b,c 分别是△ABC 三边的长且满足 $2a^2+b^2+c^2-2a(b+c)=0$，请判断△ABC 的形状，并说明理由．

3　一次方程(组)、分式方程

知识梳理

一、一元一次方程

1. 方程、方程的解、解方程、一元一次方程等相关概念.

2. 等式性质1:若 $a=b$,则 $a\pm m=b$ ________;

   等式性质2:若 $a=b$,则 $a\times m=$________,$a\div m=$________.(m ________)

   等式的传递性:若 $a=b$,$b=c$,则________.

3. 解一元一次方程的一般步骤:①若分子、分母中有分数、小数,利用__________把分子分母化为整数;②__________;③__________;④__________;⑤__________;⑥__________.

4. 列一元一次方程解应用题的一般步骤:①审;②设;③__________;④__________;⑤验;⑥答.

二、二元一次方程组

1. 二元一次方程、二元一次方程的一个解、二元一次方程组、二元一次方程组的解等相关概念.

2. 二元一次方程组的基本解法:________消元法;________消元法.

3. 二元一次方程组与一次函数的关系:方程组 $\begin{cases}y=a_1x+b_1,\\ y=a_2x+b_2\end{cases}$ 的解与直线 $y=a_1x+b_1$ 和 $y=a_2x+b_2$ 的________相对应.

三、分式方程

1. 分式方程、增根等相关概念.

2. 解分式方程的一般步骤:

   ①______________;

   ②______________;

   ③______________.

3. 分式方程的验根方法:

   ①______________;

   ②______________.

综合提升

1. 在下列方程中,解是 $x=0$ 的方程为(　　).

   A. $5x+7=7-2x$　　B. $6x-8=8x-4$

   C. $4x-2=2$　　D. $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{3x+4}{15}$

2. 二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=5,\\ 2x-y=4\end{cases}$ 的解为(　　).

   A. $\begin{cases}x=1,\\ y=4\end{cases}$　B. $\begin{cases}x=2,\\ y=3\end{cases}$　C. $\begin{cases}x=3,\\ y=2\end{cases}$　D. $\begin{cases}x=4,\\ y=1\end{cases}$

3. 若关于 x 的分式方程 $\dfrac{2x-a}{x-2}=\dfrac{1}{2}$ 的解为非负数,则 a 的取值范围是(　　).

   A. $a\geqslant1$　　B. $a>1$

   C. $a\geqslant1$ 且 $a\neq4$　　D. $a>1$ 且 $a\neq4$

4. 九(1)班学生从学校出发到某实践基地研学旅行,实践基地距学校150 km,一部分学生乘慢车先行,出发30 min后,另一部分学生乘快车前往,结果他们同时到达实践基地.已知快车的速度是慢车速度的1.2倍,如果设慢车的速度为 x km/h,根据题意列方程得(　　).

   A. $\dfrac{150}{x}-30=\dfrac{150}{1.2x}$　　B. $\dfrac{150}{x}+30=\dfrac{150}{1.2x}$

   C. $\dfrac{150}{x}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{150}{1.2x}$　　D. $\dfrac{150}{x}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{150}{1.2x}$

5. 若关于 x,y 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=5k,\\ x-y=9k\end{cases}$ 的解也是二元一次方程 $2x+3y=6$ 的解,则 k 的值为(　　).

   A. $-\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$

6. 若方程组 $\begin{cases}4x+3y=1,\\ ax-(a-1)y=3\end{cases}$ 的解 x 与 y 互为相反数,则 a 的值等于(　　).

   A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 若关于 x 的方程 $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{x+m}{2-x}=1$ 有增根,则 m 的值是________.

8. 在关于 x 的方程:① $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{11}{x}$;② $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y}{5}=0$;③ $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{1-x}{3}$;④ $\dfrac{90\ 000}{x}=\dfrac{15\ 000}{x+3}$ 中,________是整式方程,________是分式方程.(填序号)

9. 已知关于 x 的分式方程 $\dfrac{k}{x+1}+\dfrac{x+k}{x-1}=1$ 的解为负

数，则 k 的取值范围是________.

10. 定义运算“※”，规定 $x※y=ax^2+by$，其中 a,b 为常数，且 $1※2=5$，$2※1=6$，则 $2※3=$________.

11.《九章算术》奠定了中国传统数学的基本框架．它的代数成就主要包括开方术、正负术和方程术．其中，方程术是《九章算术》最高的数学成就．《九章算术》中记载：“今有牛五、羊二，直金十两；牛二、羊五，直金八两．问：牛、羊各直金几何？”译文：“假设有 5 头牛、2 只羊，值金 10 两；2 头牛、5 只羊，值金 8 两．问：每头牛、每只羊各值金多少两？”设每头牛值金 x 两，每只羊值金 y 两，可列方程组为________________.

12. 解方程：$\frac{x+3}{2}=1-\frac{x}{4}$.

13. 解方程组：$\begin{cases}2x+3y=7,\\x-3y=8.\end{cases}$

14. 解分式方程：$\frac{x}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$.

15. 某商店以固定进价一次性购进一种商品，3 月按一定售价销售，销售额为 2 400 元，为扩大销量，减少库存，4 月在 3 月的售价基础上打 9 折销售，结果销售量增加 30 件，销售额增加 840 元．

(1)求该商店 3 月这种商品的售价；

(2)如果该商店 3 月销售这种商品的利润为 900 元，那么该商店 4 月销售这种商品的利润是多少元？

16. 2018 年 1 月 20 日，山西迎来了“复兴号”列车，与“和谐号”相比，“复兴号”列车速度更快，安全性更好．已知“太原南—北京西”全程大约 500 km，某列“复兴号”列车平均每时比某列“和谐号”列车多行驶 40 km，其行驶时间是该列“和谐号”列车行驶时间的 $\frac{4}{5}$(两列车中途停留时间均除外)．经查询，该列“复兴号”列车从太原南到北京西，中途共停留 10 min，求乘坐该列“复兴号”列车从太原南到北京西需要多长时间．

4　一元二次方程

知识梳理

1. 一元二次方程、一元二次方程的解(根)等相关概念.

2. 一元二次方程的常用解法:①______法;②______法;③______法;④______法.

3. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的根的情况与判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的关系:

$$\Delta=b^2-4ac\begin{cases}\_\_\_\_\_\_0\Leftrightarrow \text{方程}\_\_\_\_\_\_\text{实数根}\\ \_\_\_\_\_\_0\Leftrightarrow \text{方程}\_\_\_\_\_\_\text{实数根}\\ \_\_\_\_\_\_0\Leftrightarrow \text{方程}\_\_\_\_\_\_\text{实数根}\end{cases}$$

4. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的求根公式为 $x=$______($\Delta=b^2-4ac$ ______0).

若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两根为 x_1,x_2,则分解因式:$ax^2+bx+c=$______.

5. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的根与系数的关系:

如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两实数根分别为 x_1,x_2,那么 $x_1+x_2=$______,$x_1\cdot x_2=$______.

综合提升

1. 如果方程 $(m-3)x^{m^2-7}-x+3=0$ 是关于 x 的一元二次方程,那么 m 的值为(　　).

A. ±3　　B. 3

C. -3　　D. 以上都不对

2. 若关于 x 的方程 $x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}=0$ 的一个实数根的倒数恰是它本身,则 m 的值是(　　).

A. $-\frac{5}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{5}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$　　D. 1

3. 用配方法解一元二次方程 $2x^2-x-1=0$ 时,配方正确的是(　　).

A. $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$　　B. $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$

C. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$　　D. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

4. 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有两个不相等的实数根,则 k 的取值范围是(　　).

A. $k<5$　　B. $k<5$ 且 $k\neq1$

C. $k\leqslant5$ 且 $k\neq1$　　D. $k>5$

5. 某公司今年销售一种产品,1 月获得利润 10 万元,由于产品畅销,利润逐月增加,一季度共获利 36.4 万元,已知 2 月和 3 月利润的月增长率相同. 设 2,3 月利润的月增长率为 x,那么 x 满足的方程为(　　).

A. $10(1+x)^2=36.4$

B. $10+10(1+x)^2=36.4$

C. $10+10(1+x)+10(1+2x)=36.4$

D. $10+10(1+x)+10(1+x)^2=36.4$

6. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+ax-1=0$ 的根的情况是(　　).

A. 没有实数根

B. 只有一个实数根

C. 有两个相等的实数根

D. 有两个不相等的实数根

7. 已知 x_1,x_2 是关于 x 的方程 $x^2+ax-2b=0$ 的两实数根,且 $x_1+x_2=-2,x_1\cdot x_2=1$,则 b^a 的值是(　　).

A. $\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. 4　　D. -1

8. 对式子 $2a^2-4a-1=0$ 进行配方变形,正确的是(　　).

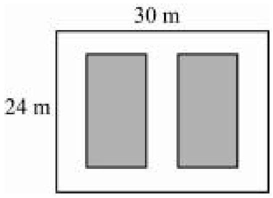
A. $2(a+1)^2-3=0$　　B. $(a-1)^2-\frac{3}{2}=0$

C. $2(a-1)^2-1=0$　　D. $2(a-1)^2-3=0$

9. 已知一元二次方程 $x^2+3x-4=0$ 的两根为 x_1,x_2,则 $x_1{}^2+x_1x_2+x_2^2=$______.

10. 已知二次函数 $y=3x^2+c$ 与正比例函数 $y=4x$ 的图象只有一个交点,则 c 的值为______.

11. 如图,某小区有一块长为 30 m,宽为 24 m 的矩形空地,计划在其中修建两块相同的矩形绿地,它们的面积之和为 480 m^2,两块绿地之间及周边有宽度相等的人行通道,则人行通道的宽度为________.



(第 11 题)

12. 三角形的两边长分别是 3 和 4,第三条边长是方程 $x^2-13x+40=0$ 的根,则该三角形的周长为________.

13. 观察表格,一元二次方程 $x^2-x-1.1=0$ 较精确的一个近似解是________.

x	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
$x^2-x-1.1$	-0.71	-0.54	-0.35	-0.14	0.09

14. 解方程:

(1) $3x^2-6x-2=0$;

(2) $x^2+5x-4=0$.

15. 请阅读下列材料:

问题:已知方程 $x^2+x-1=0$,求一个一元二次方程,使它的根分别是已知方程根的 2 倍.

解:设所求方程的根为 y,则 $y=2x$,所以 $x=\frac{y}{2}$.

把 $x=\frac{y}{2}$ 代入已知方程,得 $\left(\frac{y}{2}\right)^2+\frac{y}{2}-1=0$,

化简,得 $y^2+2y-4=0$,

故所求方程为 $y^2+2y-4=0$.

这种利用方程根的代换求新方程的方法,我们称为“换根法”.

请用阅读材料提供的“换根法”求新方程(要求:把所求方程化为一般形式):

(1)已知方程 $x^2+x-2=0$,求一个一元二次方程,使它的根分别为已知方程根的相反数,则所求方程为____________;

(2)已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不等于零的实数根,求一个一元二次方程,使它的根分别是已知方程根的倒数.

16. 某快餐店试销某种套餐,每份套餐的成本为 5 元,该店每天固定支出费用为 600 元(不含套餐成本).试销一段时间后发现,若每份套餐售价不超过 10 元,每天可销售 400 份;若每份套餐售价超过 10 元,每提高 1 元,每天的销售量就减少 40 份.为了便于结算,每份套餐的售价 x(元)取整数,用 y(元)表示该店每天的利润.

(1)若每份套餐售价不超过 10 元.

①试写出 y 与 x 之间的函数关系式;

②若要使该店每天的利润不少于 800 元,则每份套餐的售价应为多少元?

(2)该店把每份套餐的售价提高到 10 元以上,每天的利润能否达到 1 560 元?若不能,请说明理由;若能,求出每份套餐的售价应定为多少元时,既能保证利润又能吸引顾客?

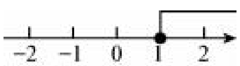
5 一元一次不等式(组)

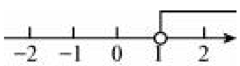
知识梳理

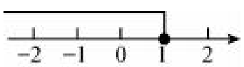
1. 不等式、不等式的解、不等式的解集、一元一次不等式、一元一次不等式组、一元一次不等式组的解集、解不等式、解不等式组等相关概念.
2. 不等式性质 1:若 $a>b$,则 $a\pm m$ ________ $b\pm m$;
不等式性质 2:若 $a>b,m>0$,
则 $a\times m$ ________ $b\times m,a\div m$ ________ $b\div m$;
不等式性质 3:若 $a>b,m<0$,
则 $a\times m$ ________ $b\times m,a\div m$ ________ $b\div m$.
不等式的传递性:若 $a>b,b>c$,则________.
3. 一元一次不等式的解法:与解一元一次方程类似,但需要特别注意,当利用不等式性质 3,两边同乘(或除以)同一个负数时,不等号的方向要______.
4. 解一元一次不等式组的一般步骤:
①先求出____________的解集;
②再确定________的解集(可利用______确定它们的________部分).

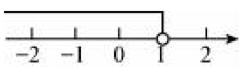
综合提升

1. 若 $3x>-3y$,则下列不等式中一定成立的是( ).
A. $x+y>0$ B. $x-y>0$
C. $x+y<0$ D. $x-y<0$
2. 将不等式 $3x-2<1$ 的解集表示在数轴上,正确的是( ).

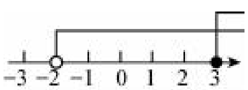

A

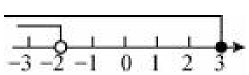

B

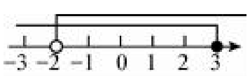

C

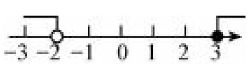

D

3. 不等式组 $\begin{cases}x+2>0,\\2x-6\leqslant 0\end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是( ).

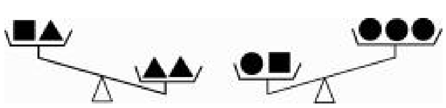

A


B


C


D

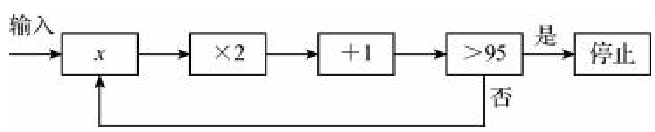
4. 设"●■▲"表示三种不同的物体,现用天平称了两次,情况如图,那么"●■▲"这三种物体按质量从大到小的顺序排列应为( ).



(第 4 题)

A. ●■▲ B. ▲■● C. ■●▲ D. ■▲●

5. 一元一次不等式组 $\begin{cases}2(x+3)-4\geqslant 0,\\ \dfrac{x+1}{3}>x-1\end{cases}$ 的最大整数解是( ).
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
6. 关于 x 的方程 $3x-2m=1$ 的解为正数,则 m 的取值范围是( ).
A. $m<-\dfrac{1}{2}$ B. $m>-\dfrac{1}{2}$
C. $m>\dfrac{1}{2}$ D. $m<\dfrac{1}{2}$
7. 运行程序如图所示,规定:从"输入一个值 x"到"结果是否>95"为一次程序操作,如果程序操作进行了三次才停止,那么 x 的取值范围是( ).



(第 7 题)

A. $x\geqslant 11$ B. $11\leqslant x<23$
C. $11<x\leqslant 23$ D. $x\leqslant 23$
8. 不等式组 $\begin{cases}x+5<5x+1,\\x-m>1\end{cases}$ 的解集是 $x>1$,则 m 的取值范围是( ).
A. $m\geqslant 1$ B. $m\leqslant 1$
C. $m\geqslant 0$ D. $m\leqslant 0$
9. 某次知识竞赛共 20 道题,每一题答对得 10 分,答错或不答都扣 5 分,小英得分不低于 90 分. 设她答对了 x 道题,则根据题意可列出不等式为( ).

A. $10x-5(20-x)\geqslant 90$

B. $10x-5(20-x)>90$

C. $10x-(20-x)\geqslant 90$

D. $10x-(20-x)>90$

10. 甲种蔬菜保鲜适宜的温度是 2 ℃～7 ℃，乙种蔬菜保鲜适宜的温度是 4 ℃～9 ℃，将这两种蔬菜存放在一起同时保鲜，适宜温度是(　　).

A. 2 ℃～9 ℃　　B. 2 ℃～4 ℃

C. 4 ℃～7 ℃　　D. 7 ℃～9 ℃

11. 写出一个解集为 $x>1$ 的一元一次不等式：________.

12. 不等式 $2x<4x-6$ 的最小整数解为________.

13. 若不等式组 $\begin{cases} x-a>2, \\ b-2x>0 \end{cases}$ 的解集是 $-1<x<1$，则 $(a+b)^{2\,018}=$________.

14. 某中学举办了“汉字听写大会”，准备为获奖的 40 名同学颁奖(每人一个书包或一本词典)，已知每个书包 28 元，每本词典 20 元，学校计划用不超过 900 元购买奖品，则最多可以购买________个书包.

15. 解不等式组，并把解集表示在数轴上.

$$\begin{cases} 2x+5\leqslant 3(x+2), \\ \dfrac{1-2x}{3}+\dfrac{1}{5}>0. \end{cases}$$

16. 已知，当 $x=-3$ 和 $x=2$ 时，代数式 $kx+b$ 的值分别是 -4 和 11.

(1)求 k 和 b 的值；

(2)当 x 取何值时，代数式 $kx+b$ 的值比 $\dfrac{1}{2}(kx-b)$ 的值小?

17. 小明同学三次到某超市购买 A，B 两种商品，其中仅有一次是有折扣的，购买数量及消费金额如下表：

类别/次数	购买 A 商品数量/件	购买 B 商品数量/件	消费金额/元
第一次	4	5	320
第二次	2	6	300
第三次	5	7	258

解答下列问题：

(1)第________次购买有折扣；

(2)求 A，B 两种商品的原价；

(3)若购买 A，B 两种商品的折扣数相同，求折扣数；

(4)小明同学再次购买 A，B 两种商品共 10 件，在(3)中折扣数的前提下，消费金额不超过 200 元，求至少购买 A 商品多少件.

6　一次函数(一)

知识梳理

一、位置的确定

1. 平面直角坐标系、横轴、纵轴、坐标原点、点的坐标、象限等相关概念.
2. 各象限的点、各坐标轴上的点、与坐标轴平行的直线上的点、各象限角平分线上的点的坐标特征.
3. 点 $P(a,b)$ 到 x 轴的距离为______,到 y 轴的距离为______,到原点的距离为______.
4. 点(a,b)关于 x 轴对称的点的坐标为______,关于 y 轴对称的点的坐标为______,关于原点对称的点的坐标为______.

二、变量与函数

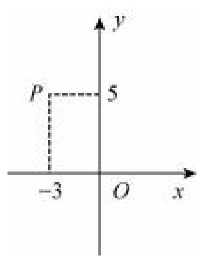
1. 变量、常量、函数、自变量、因变量、函数值等相关概念.
2. 自变量分别在分母上、0 指数或负指数下作底数、偶次根号下时,自变量的取值范围,实际问题中自变量的取值范围.
3. 对于函数概念的理解,主要抓住以下三点:①有______个变量;②一个变量的值随另一个变量的值的变化而______;③每确定自变量的一个值,函数______与之对应.
4. 函数的表示方法有______法、______法、______法. 能理解各种表示方法的优点和不足. 看实际问题的函数图象时,首先应看两______,其次再找______,最后要看______.

三、一次函数

1. 一次函数、正比例函数等的相关概念.
2. 正比例函数 $y=kx(k\neq0)$的图象特征与函数性质:取 $x=0$,得 $y=$______,所以直线过______.
①当$k>0$ 时,y 的值随 x 值的增大而______,所以直线过第______象限;
②当 $k<0$ 时,y 的值随 x 值的增大而______,所以直线过第______象限.
3. 一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$的图象特征与函数性质:
(1)取 $x=0$,得 $y=$______,所以直线过点______.
①当 $b>0$ 时,直线与 y 轴交于______半轴;②当 $b<0$时,直线与 y 轴交于______半轴. 也就是说,b 决定直线与______的交点位置.
(2)①当 $k>0$ 时,y 的值随x 值的增大而______,所以直线从左往右______;
②当 $k<0$ 时,y 的值随 x 值的增大而______,所以直线从左往右______.
4. 用待定系数法求正比例函数关系式需知道____个点的坐标,求一次函数关系式需知道______个点的坐标. 具体步骤是①______;②______;③______.
5. 直线 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的位置关系:
①若______且______,则两直线______,也就是说,直线平移,______值不变;
②若______,则两直线相交,其交点坐标就是两直线关系式联立方程组的______.

综合提升

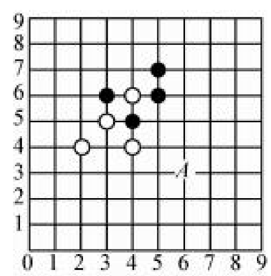
1. 点$(-2,1)$在平面直角坐标系中所在的象限是(　　).
A. 第一象限　　B. 第二象限
C. 第三象限　　D. 第四象限
2. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,$P(-3,5)$关于 y 轴的对称点的坐标为(　　).



(第 2 题)

A. $(-3,-5)$　　B. $(3,5)$
C. $(3,-5)$　　D. $(5,-3)$

3. 甲、乙两位同学用围棋子做游戏,如图所示,现轮到黑棋下子,黑棋下一子后白棋下一子,使黑棋的 5 个棋子组成轴对称图形,白棋的 5 个棋子也成轴对称图形,则下列下子方法不正确的是(　　).



(第 3 题)

A. 黑$(3,7)$;白$(5,3)$
B. 黑$(4,7)$;白$(6,2)$
C. 黑$(2,7)$;白$(5,3)$
D. 黑$(3,7)$;白$(2,6)$

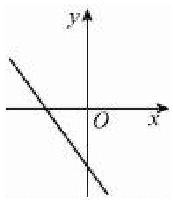
4. 如图，一次函数 $y=(m-2)x-1$ 的图象经过第二、三、四象限，则 m 的取值范围是(　　).

A. $m>0$

B. $m<0$

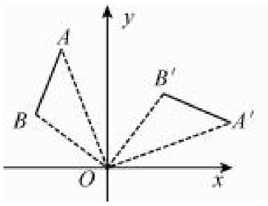
C. $m>2$

D. $m<2$



(第 4 题)

5. 如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 $A'B'$，那么 $A(-2,5)$ 的对应点 A' 的坐标是(　　).



(第 5 题)

A. $(2,5)$　　B. $(5,2)$

C. $(2,-5)$　　D. $(5,-2)$

6. 坐标平面上，某个一次函数的图象过 $(5,0)$，$(10,-10)$ 两点，判断此函数的图象会过下列哪一点？(　　).

A. $\left(\frac{1}{7},9\frac{4}{7}\right)$

B. $\left(\frac{1}{8},9\frac{5}{8}\right)$

C. $\left(\frac{1}{9},9\frac{7}{9}\right)$

D. $\left(\frac{1}{10},9\frac{9}{10}\right)$

7. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=2x$ 的图象平行且经过点 $A(1,-2)$，则 $kb=$________.

8. 关于直线 l：$y=kx+k(k\neq 0)$，下列说法正确的有________.(填写序号)

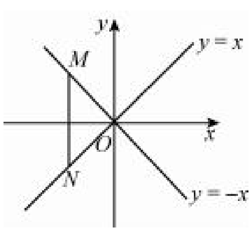
①点 $(0,k)$ 在 l 上；

②l 经过定点 $(-1,0)$；

③当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；

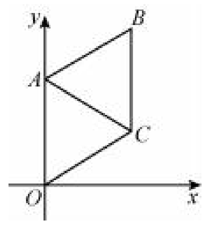
④l 经过第一、二、三象限.

9. 如图，在平面直角坐标系中，点 M 是直线 $y=-x$ 上的动点，过点 M 作 $MN\perp x$ 轴，交直线 $y=x$ 于点 N. 当 $MN\leqslant 8$ 时，设点 M 的横坐标为 m，则 m 的取值范围为________.



(第 9 题)

10. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的一个顶点在原点 O 处，且 $\angle AOC=60°$，点 A 的坐标是 $(0,4)$，则直线 AC 的函数表达式是____________.

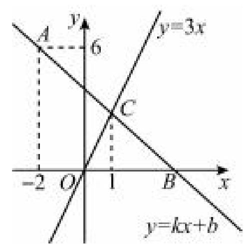


(第 10 题)

11. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $A(-2,6)$，且与 x 轴交于点 B，与正比例函数 $y=3x$ 的图象交于点 C，点 C 的横坐标为 1.

(1)求 k,b 的值；

(2)若点 D 在 y 轴的负半轴上，且满足 $S_{\triangle COD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BOC}$，求点 D 的坐标.

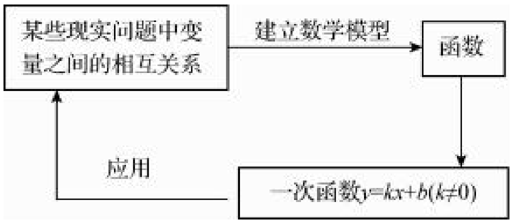


(第 11 题)

7　一次函数(二)

知识梳理

一、用一次函数解决实际生活问题



1. 方法:从给定信息中抽象出________的关系,再利用一次函数的____________求解,要求出自变量的取值范围.

2. 常见的类型:

(1)求一次函数的表达式;

(2)利用一次函数的图象与性质解决某些问题,如最大(小)值问题.

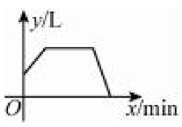
二、一次函数与一次方程、一元一次不等式的关系

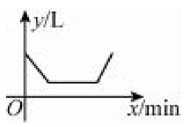
1. 当一次函数的值为 0 时,则相应的________的值即为方程的解;函数的图象与________的交点的横坐标即为方程的解.

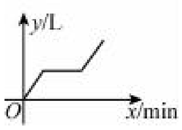
2. 任何一个以 x 为未知数的一元一次不等式都可以变为 $kx+b>0$ 或 $kx+b<0(k\neq0)$ 的形式,所以解一元一次不等式相当于在某个一次函数 $y=kx+b$ 的值____________时,求 x 的取值范围.

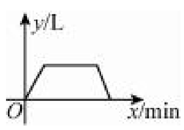
综合提升

1. 洗衣机在洗涤衣服时,每浆洗一遍都经历了注水、清洗、排水三个连续过程(工作前洗衣机内无水).在这三个过程中,洗衣机内的水量 y(L)与浆洗一遍的时间 x(min)之间函数关系的图象大致为(　　).

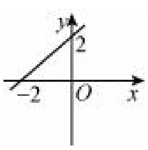

A

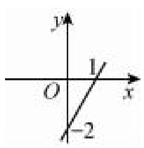

B

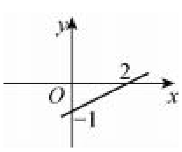

C

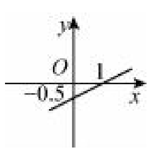

D

2. 下面四条直线,其中直线上每个点的坐标都是二元一次方程 $x-2y=2$ 的解的是(　　).


A


B

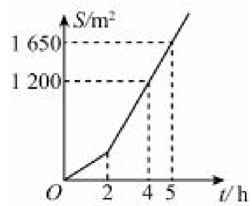

C


D

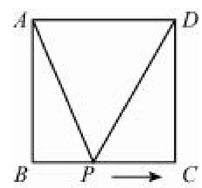
3. 某社区有一块空地需要绿化,某绿化组承担了此项任务,绿化组工作一段时间后,提高了工作效率.该绿化组完成的绿化面积 $S(\mathrm{m}^2)$与工作时间 t(h)之间的函数关系如图所示,则该绿化组提高工作效率前每时完成的绿化面积是(　　).

A. 300 m^2　　B. 150 m^2

C. 330 m^2　　D. 450 m^2

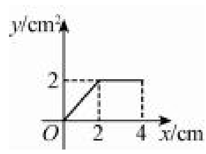


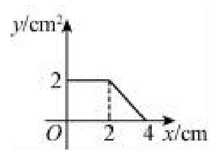
(第 3 题)

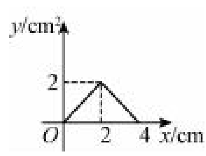


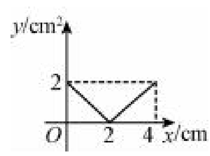
(第 4 题)

4. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为2 cm,动点 P 从点 A 出发,在正方形的边上沿 $A\to B\to C$ 的方向运动到点 C 停止,设点 P 的运动路程为 x(cm),在下列图象中,能表示$\triangle ADP$ 的面积 $y(\mathrm{cm}^2)$关于 x(cm)的函数关系的图象是(　　).

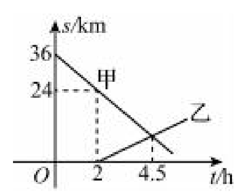

A


B


C


D

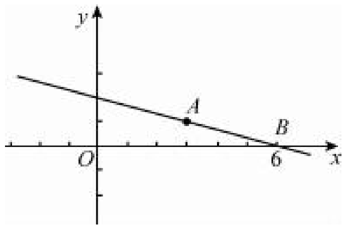
5. 甲、乙两人分别从 A,B 两地相向而行,他们距 B 地的距离 s(km)与时间 t(h)之间的关系如图所示,那么乙的速度是________.



(第 5 题)

6. 为了加强公民的节水意识，某市制定了如下用水收费标准：每户每月的用水不超过 10 t 时，水价为每吨 1.2 元；超过 10 t 时，超过部分按每吨 1.8 元收费. 现有用户居民 5 月用水 x t（$x>10$），应交水费 y 元，则 y 与 x 的关系是____________.

7. 如图，直线 $y=kx+b$ 经过 $A(3,1)$ 和 $B(6,0)$ 两点，则不等式 $0<kx+b<\frac{1}{3}x$ 的解集为________.



（第 7 题）

8. 某苹果基地销售优质苹果，该基地对需要送货且购买量在 2 000～5 000 kg（含 2 000 kg 和5 000 kg）的客户有两种销售方案（客户只能选择其中一种方案）：

方案 A：每千克 5.8 元，由基地免费送货.

方案 B：每千克 5 元，客户需支付运费 2 000 元.

（1）请分别写出按方案 A、方案 B 购买这种苹果的应付款 y（元）与购买量 x（kg）之间的函数表达式；

（2）求购买量 x 在什么范围时，选用方案 A 比方案 B 付款少；

（3）某水果批发商计划用 20 000 元，选用这两种方案中的一种，购买尽可能多的这种苹果，请直接写出他应选择哪种方案.

9. 为了缓解环境污染的问题，某地禁止燃油助力车上路，于是电动自行车的市场需求量日渐增多．某商店计划购进 A，B 两种型号的电动自行车共 30 辆，其中 A 型电动自行车不少于 20 辆，A，B 两种型号电动自行车的进货单价分别为 2 500 元、3 000 元，售价分别为 2 800 元、3 500 元．设该商店计划购进 A 型电动自行车 m 辆，两种型号的电动自行车全部销售后可获利润 y 元．

（1）求出 y 与 m 之间的函数关系式．

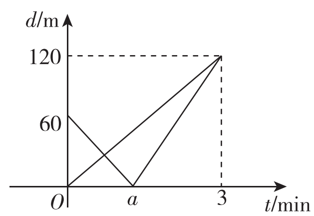
（2）该商店如何进货才能获得最大利润？此时最大利润是多少元？

10. 某学校开展“青少年科技创新比赛”活动，“喜洋洋”代表队设计了一个遥控车沿直线轨道 AC 做匀速直线运动的模型. 甲、乙两车同时分别从 A，B 出发，沿轨道到达 C 处，B 在线段 AC 上，甲的速度是乙的速度的 1.5 倍，设 t min 后甲、乙两辆遥控车与 B 处的距离分别为 d_1，d_2，则 d_1，d_2 与 t 之间的函数关系如图所示，试根据图象解决下列问题：

（1）填空：乙的速度 $v_2=$____________；

（2）写出 d_1 与 t 之间的函数关系式；

（3）若甲、乙两辆遥控车的距离超过 10 m 时信号不会产生相互干扰，试探求什么时间内两辆遥控车的信号不会产生相互干扰.



（第 10 题）

8 反比例函数(一)

知识梳理

1. 一般地,如果两个变量 x,y 之间的关系可以表示为 $y=$________(k 为________且 k________)的形式,那么称 y 是 x 的反比例函数. 自变量 x 的取值范围是________.

2. 图象特征:反比例函数的图象是________,在各自象限内,图象无限________但永远不能________x 轴和 y 轴.

①当 $k>0$ 时,图象在第________象限内,在各自象限内,图象从左往右________;

②当 $k<0$ 时,图象在第________象限内,在各自象限内,图象从左往右________.

3. 函数性质:

①当 $k>0$ 时,在各自象限内,y 的值随 x 值的增大而______;

②当 $k<0$ 时,在各自象限内,y 的值随 x 值的增大而______.

4. 用待定系数法求反比例函数关系式,需知道______对 x,y 的值或图象上________个点的坐标.

5. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 中 k 的几何意义:

过双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 上任意一点引 x 轴、y 轴的垂线,所得矩形面积为________.

若 $P_1(x_1,y_1)$ 和 $P_2(x_2,y_2)$ 是同一反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的两点,则 $x_1y_1=$________$=$________.

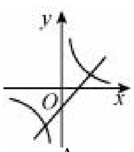
6. 反比例函数的综合运用:反比例函数与一次函数、面积、相似等均可综合运用.

综合提升

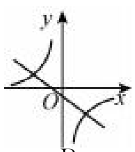
1. 若函数 $y=(m-1)x^{m^2-2}$ 为反比例函数,则 m 的值为(　　).

A. ±1　　B. 1　　C. $\sqrt{3}$　　D. -1

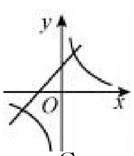
2. 当 $k>0$ 时,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 和一次函数 $y=kx+2$ 的图象大致是(　　).



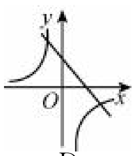
A



B



C



D

3. 姜老师给出一个函数表达式,甲、乙、丙三位同学分别指出了这个函数的一个性质. 甲:函数图象经过第一象限;乙:函数图象经过第三象限;丙:在每一个象限内,y 值随 x 值的增大而减小. 根据他们的描述,姜老师给出的这个函数表达式可能是(　　).

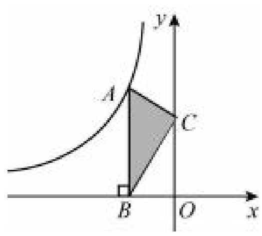
A. $y=3x$　　B. $y=\frac{3}{x}$

C. $y=-\frac{1}{x}$　　D. $y=x^2$

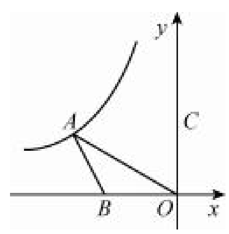
4. 如图,点 A 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上的一点,过点 A 作 $AB\perp x$ 轴,垂足为 B. 点 C 为 y 轴上的一点,连接 AC,BC. 若△ABC 的面积为 3,则 k 的值是(　　).

A. 3　　B. -3

C. 6　　D. -6



(第 4 题)

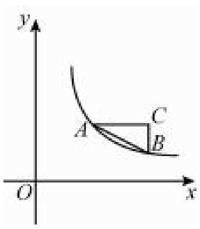


(第 5 题)

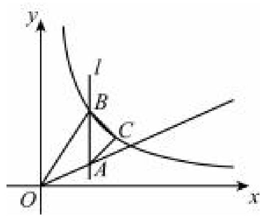
5. 如图,在平面直角坐标系中,点 A 在第二象限内,点 B 在 x 轴上,$\angle AOB=30°$,$AB=BO$,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象经过点 A,若 $S_{\triangle ABO}=\sqrt{3}$,则 k 的值为________.

6. 已知 $P_1(x_1,y_1)$,$P_2(x_2,y_2)$ 两点都在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上,且 $x_1<x_2<0$,则 y_1______y_2. (填“$>$”或“$<$”)

7. 如图，Rt△ABC 的两个锐角顶点 A，B 在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，$AC /\!/ x$ 轴，$AC=2$. 若点 A 的坐标为(2，2)，则点 B 的坐标为__________.



（第 7 题）



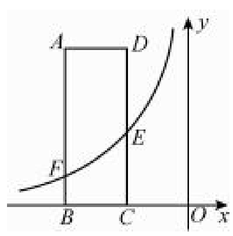
（第 8 题）

8. 如图，已知点 A 是一次函数 $y=\frac{1}{2}x(x\geqslant 0)$ 图象上的一点，过点 A 作 x 轴的垂线 l，B 是 l 上一点（B 在 A 上方），在 AB 的右侧以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象过点 B，C. 若△OAB 的面积是 6，则△ABC 的面积是__________.

9. 如图，矩形 $ABCD$ 的两边 AD，AB 的长分别为 3，8，点 E 是 CD 的中点，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 E，与 AB 交于点 F.

(1)若点 B 的坐标为(-6，0)，求 m 的值及图象经过 A，E 两点的一次函数的表达式；

(2)若 $AF-AE=2$，求反比例函数的表达式.

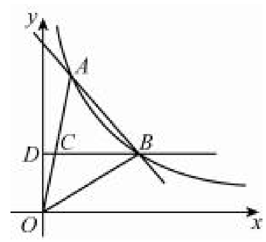


（第 9 题）

10. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象在第一象限交于 A，B 两点，点 B 的坐标为(3，2)，连接 OA，OB，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴，垂足为点 D，交 OA 于点 C，若 $OC=CA$，求：

(1)一次函数和反比例函数的表达式；

(2)△AOB 的面积.



（第 10 题）

9　反比例函数(二)

知识梳理

1. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$中的取值范围问题：

①给定 x 的范围，求 y 的取值范围.

如：当 $x>a$ 时，求 y 的取值范围.

先确定分界线为直线________，然后观察图象，当 $x>a$ 时表示在分界线________侧的部分，从而确定 y 的取值范围；当 $x<a$ 时表示在分界线______侧的部分，结合图象，从而确定 y 的取值范围.

②给定 y 的范围，求 x 的取值范围.

如：当 $y>a$ 时，求 x 的取值范围.

先确定分界线为直线________，然后观察图象，当 $y>a$ 时表示在分界线________侧的部分，从而确定 y 的取值范围；当 $y<a$ 时表示在分界线________侧的部分，结合图象，从而确定 x 的取值范围.

2. 反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}(k_1\neq0)$与正比例函数 $y=k_2x$ $(k_2\neq0)$图象的交点问题：

①当 $k_1\cdot k_2$ ________时，两函数的图象有两个交点，且这两个点关于原点中心对称.

②当 $k_1\cdot k_2$ ________时，两函数的图象没有交点.

3. 反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}(k_1\neq0)$与一次函数 $y=k_2x+b$ $(k_2\neq0)$图象的交点问题：

①先联立两个方程得到方程组________.

②变形得到一个关于 x 的一元二次方程________.

③判断上面方程中 b^2-4ac 的符号，从而确定交点个数及交点坐标．当 $b^2-4ac>0$ 时，两函数图象有________个交点；当 $b^2-4ac=0$ 时，两函数图象有________个交点；当 $b^2-4ac<0$ 时，两函数图象________交点.

4. 反比例函数与一次函数图象有交点时，出现的面积问题和取值范围问题.

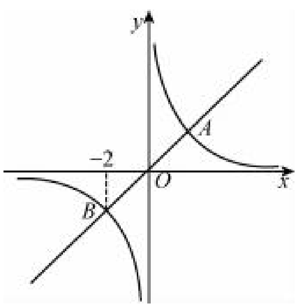
5. 反比例函数的综合运用：反比例函数与多边形相似的综合运用.

综合提升

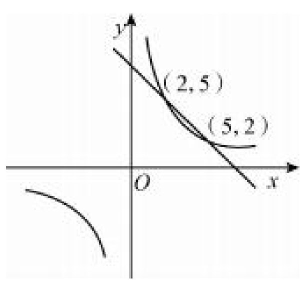
1. 如图，正比例函数 $y_1=k_1x$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$的图象相交于 A，B 两点，其中点 B 的横坐标为-2，当 $y_1<y_2$时，x 的取值范围是(　　).

A. $x<-2$ 或 $x>2$　　B. $x<-2$ 或 $0<x<2$

C. $-2<x<0$ 或 $0<x<2$　　D. $-2<x<0$ 或 $x>2$



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，已知一次函数 $y_1=ax+b$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$的图象如图所示，当 $y_1<y_2$时，x 的取值范围是(　　).

A. $x<2$　　B. $x>5$

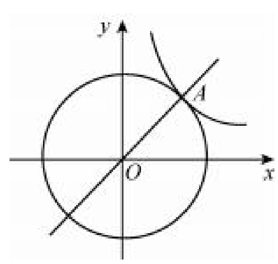
C. $2<x<5$　　D. $0<x<2$ 或 $x>5$

3. 已知反比例函数的图象经过点$(-2,4)$，当 $x>2$ 时，所对应的函数值 y 的取值范围是(　　).

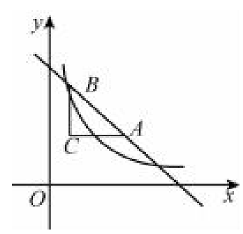
A. $-2<y<0$　　B. $-3<y<-1$

C. $-4<y<0$　　D. $0<y<1$

4. 如图，半径为 2 的⊙O 在第一象限与直线 $y=x$ 交于点 A，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象过点 A，则 $k=$________.



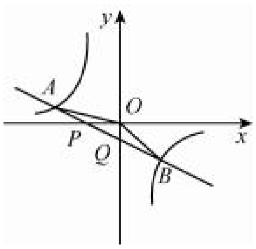
(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图，过点 $C(1,2)$分别作 x 轴、y 轴的平行线，交直线 $y=-x+6$ 于 A，B 两点，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(x>0)$的图象与△ABC 有公共点，则 k 的取值范围是________.

6. 如图,已知直线 $y=k_1x+b$ 与 x 轴、y 轴分别相交于 P,Q 两点,与 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 $A(-2,m)$,$B(1,n)$两点,连接 OA,OB,给出下列结论:①$k_1k_2<0$;②$m+\frac{1}{2}n=0$;③$S_{\triangle AOP}=S_{\triangle BOQ}$;④不等式 $k_1x+b>\frac{k_2}{x}$的解集是 $x<-2$ 或 $0<x<1$. 其中正确的结论的序号是________.

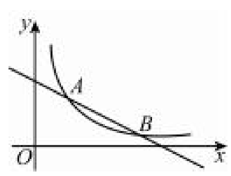


(第 6 题)

7. 如图,已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象与一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 的图象交于 A 和 $B(6,n)$两点.

(1)求 k 和 n 的值;

(2)若点 $C(x,y)$也在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象上,求当 $2\leqslant x\leqslant 6$ 时,函数值 y 的取值范围.

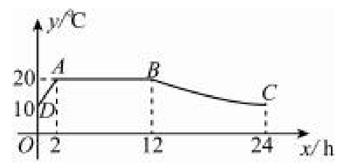


(第 7 题)

8. 某蔬菜生产基地用装有恒温系统的大棚栽培一种适宜生长温度为 15 ℃~20 ℃的新品种. 如图是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后,大棚里的温度 y(℃)随时间 x(h)变化的函数图象,其中 AB 段是恒温阶段,BC 段是双曲线 $y=\frac{k}{x}$的一部分,请根据图中信息解答下列问题:

(1)求 k 的值;

(2)恒温系统在一天内保持大棚里的温度在 15 ℃及 15 ℃以上的时间有多少时?



(第 8 题)

10　二次函数(一)

知识梳理

1. 定义:一般地,若两个变量 x,y 之间的对应关系可以表示成 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 为常数且 a ______)的形式,则称 y 是 x 的二次函数.

2. 图象:二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象是一条______,其顶点坐标为(______,______),对称轴为直线______.

3. 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的特征:

(1)当 $a>0$ 时,抛物线开口向______,并且向______无限延伸.

图象有最______点(______,______).

在对称轴左侧,曲线从左往右______,

在对称轴右侧,曲线从左往右______.

(2)当 $a<0$ 时,抛物线开口向______,并且向______无限延伸.

图象有最______点(______,______).

在对称轴左侧,曲线从左往右______,

在对称轴右侧,曲线从左往右______.

若两条抛物线形状相同,则______相等.

(3)当 $c>0$ 时,抛物线交 y 轴于______半轴,

当 $c<0$ 时,抛物线交 y 轴于______半轴,

当 $c=0$ 时,抛物线过______.

(4)当 $b=0$ 时,抛物线的对称轴为______,

当 a,b 同号时,对称轴在 y 轴______侧,

当 a,b 异号时,对称轴在 y 轴______侧.

4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的性质:

(1)当 $a>0$ 时,y 有最______值,当 $x=$______时,$y_{最____值}=$______.x 值离对称轴越远,y 值越______.

(2)当 $a<0$ 时,y 有最______值,当 $x=$______时,$y_{最____值}=$______.x 值离对称轴越远,y 值越______.

5. 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与 x 轴的交点:

①与 x 轴有______个公共点$\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow$一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$有______的实数根;

②与 x 轴有______个公共点$\Leftrightarrow\Delta=0\Leftrightarrow$一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$有______的实数根;

③与 x 轴______公共点$\Leftrightarrow\Delta<0\Leftrightarrow$一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$______实数根.

6. 二次函数的表达式有三种形式:

①一般形式为______;

②顶点式为______,其顶点坐标是(h,k),对称轴是______;

③交点式为______(仅在 Δ ______ 0 时可用).

其中 x_1,x_2 是抛物线与 x 轴两交点的______坐标.

在求二次函数的表达式时,根据不同的条件,设出恰当的表达式,利用待定系数法建立方程(组)求解.

7. 给出任意一个二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的大致图象,可得出 a,b,c,Δ 符号:

开口向上,则 a ______ 0;对称轴在 y 轴左侧,则$-\dfrac{b}{2a}$______0;抛物线经过 y 轴正半轴上一点,则 c ______ 0;与 x 轴有两个公共点,则 Δ ______ 0,即一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的根的情况是______;

若给出数轴单位长度后,可判断类似于 $2a+b,2a-b$(实质上是判断______与 $1,-1$ 的大小关系),$a+b+c,a-b+c,4a+2b+c,4a-2b+c$(实质上是自变量 x 取 $1,-1,2,-2$ 时对应的______值)等代数式的符号.

8. 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的平移:

(1)函数图象的上、下平移:函数图象向上平移 $m(m>0)$个单位长度,就是将函数表达式的右边加上______,即用______代替原表达式中的 y;函数图象向下平移 $n(n>0)$个单位长度,就是将函数表达式的右边减去______,即用______代替原表达式中的 y.

(2)函数图象的左、右平移:函数图象向左平移 $p(p>0)$个单位长度,就是用______代替原表达式中的 x;函数图象向右平移 $q(q>0)$个单位长度,就是用______代替原表达式中的 x.

9. 利用点关于坐标轴、原点对称的特征,直接填空:

①抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$关于 y 轴对称的图象的表达式为______;

②抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$关于 x 轴对称的图象的表达式为______;

③抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$关于原点对称的图象的表达式为______.

综合提升

1. 二次函数 $y=-3x^2-6x+5$ 的图象的顶点坐标是(　　).

A. $(-1,8)$　　B. $(1,8)$

C. $(-1,2)$　　D. $(1,-4)$

2. 已知二次函数 $y=x^2+(m-1)x+1$，当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大，而 m 的取值范围是(　　).

A. $m=-1$　B. $m=3$　C. $m\leqslant-1$　D. $m\geqslant-1$

3. 将抛物线 $y=x^2-4x-4$ 向左平移 3 个单位长度，再向上平移 5 个单位长度，得到新抛物线的表达式为(　　).

A. $y=(x+1)^2-13$　　B. $y=(x-5)^2-3$

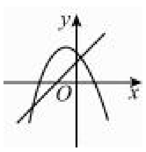
C. $y=(x-5)^2-13$　　D. $y=(x+1)^2-3$

4. 已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$ 两点，则下列关系式一定正确的是(　　).

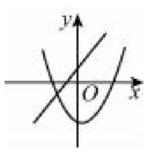
A. $y_1>0>y_2$　　B. $y_2>0>y_1$

C. $y_1>y_2>0$　　D. $y_2>y_1>0$

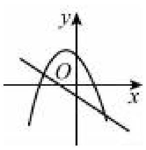
5. 一次函数 $y=ax+b(a\neq0)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是(　　).



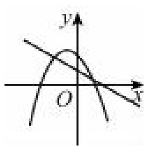
A



B



C



D

6. 某同学在用描点法画二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象时，列出了下面的表格：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-11	-2	1	-2	-5	…

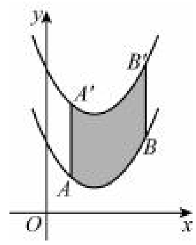
由于粗心，他算错了其中一个 y 值，则这个错误的数值是(　　).

A. -11　　B. -2　　C. 1　　D. -5

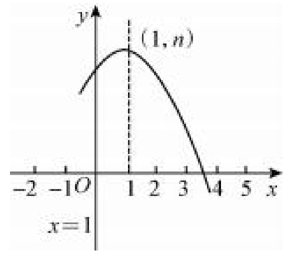
7. 如图，将函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一个新函数的图象，其中点 $A(1,m)$，$B(4,n)$ 平移后的对应点分别为点 A'，B'. 若曲线段 AB 扫过的面积为 9(图中的阴影部分)，则新图象的函数表达式是(　　).

A. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-2$　　B. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+7$

C. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-5$　　D. $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+4$



(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的部分图象，其顶点坐标为 $(1,n)$，且与 x 轴的一个交点在点 $(3,0)$ 和 $(4,0)$ 之间，则下列结论：

①$a-b+c>0$；

②$3a+b=0$；

③$b^2=4a(c-n)$；

④一元二次方程 $ax^2+bx+c=n-1$ 有两个不相等的实数根.

其中正确结论的个数是________.

9. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表，则当 $2<y<5$ 时，x 的取值范围是________.

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	10	5	2	1	2	…

10. 已知抛物线 p：$y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 C，与 x 轴相交于 A，B 两点(点 A 在点 B 左侧)，点 C 关于 x 轴的对称点为 C'，称以 A 为顶点且过点 C'，对称轴与 y 轴平行的抛物线为抛物线 p 的“梦之星”抛物线，直线 AC' 为抛物线 p 的“梦之星”直线. 若一条抛物线的“梦之星”抛物线和“梦之星”直线分别是 $y=x^2+2x+1$ 和 $y=2x+2$，则这条抛物线的表达式为____________.

11. 已知二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图象经过 $A(0,3)$，$B\left(-4,-\frac{9}{2}\right)$两点.

(1)求 b，c 的值.

(2)二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴是否有公共点？若有，求公共点的坐标；若没有，请说明理由.

11　二次函数(二)

知识梳理

一、二次函数的实际应用

1. 用二次函数表示实际问题中变量之间的关系.
2. 用二次函数解决实际问题中的最优化问题,其实质是求二次函数的__________.
3. 应用二次函数解决实际问题可按下列步骤进行:

①找出问题中的变量和常量以及它们之间的________;

②用________表示它们之间的关系;

③应用二次函数的______________解题;

④检验结果的合理性,特别是检验是否符合实际意义.

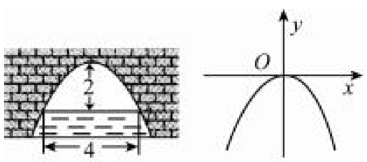
二、二次函数的综合应用

解决这类问题常需要综合以下数学思想方法:

____

综合提升

1. 图①(单位:m)是一个横断面为抛物线形状的拱桥,当水面在 l 时,拱顶(拱桥洞的最高点)离水面 2 m,水面宽 4 m. 如图②建立平面直角坐标系,则抛物线的表达式是(　　).



图①　　　图②

(第 1 题)

A. $y=-2x^2$　　　B. $y=2x^2$

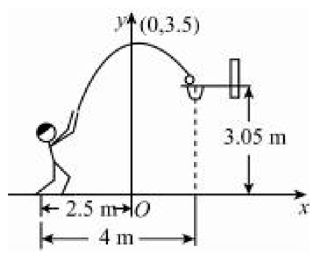
C. $y=-\frac{1}{2}x^2$　　　D. $y=\frac{1}{2}x^2$

2. 小王对某超市苹果的销售进行了统计,某品种苹果的进价为 2 元/kg,该品种苹果每天的销售量 y(kg)和当天的售价 x(元/kg)之间满足关系式 $y=-20x+200(3\leqslant x\leqslant 5)$. 若要使该品种苹果当天的利润达到最高,则其售价应为(　　).

A. 5 元　　　B. 4 元

C. 3.5 元　　　D. 3 元

3. 一位篮球运动员在距离篮圈中心水平距离 4 m 处起跳投篮,球沿一条抛物线运动,当球运动的水平距离为 2.5 m 时,达到最大高度 3.5 m,然后准确落入篮圈内. 已知篮圈中心距离地面的高度为 3.05 m,在如图所示的平面直角坐标系中,下列说法正确的是(　　).



(第 3 题)

A. 此抛物线的表达式是 $y=-\frac{1}{5}x^2+3.5$

B. 篮圈中心的坐标是(4,3.05)

C. 此抛物线的顶点坐标是(3.5,0)

D. 篮球出手时离地面的高度是 2 m

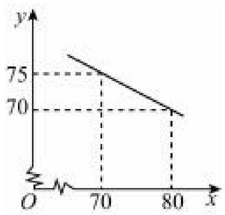
4. 某商店经营一种成本为每千克 40 元的水产品,据市场分析,若按每千克 50 元销售,一个月能售出 500 kg;销售价每涨 1 元,月销售量就减少 10 kg,针对这种水产品的销售情况,销售单价定为________元时,获得的利润最多.

5. 竖直上抛的小球离地高度是它运动时间的二次函数,小军相隔 1 s 依次竖直向上抛出两个小球,假设两个小球离手时离地高度相同,在各自抛出后 1.1 s 时到达相同的最大离地高度,第一个小球抛出后 t s 时在空中离地高度与第二个小球相同,则 $t=$__________.

6. 为早日实现脱贫奔小康的宏伟目标，某市结合本地丰富的山水资源，大力发展旅游业．王家庄在当地政府的支持下，办起了民宿合作社，专门接待游客，合作社共有 80 间客房．根据合作社提供的房间单价 x(元)和游客居住房间数 y(间)之间的信息，乐乐绘制出 y 与 x 之间的函数图象如图所示．

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式．

(2)合作社规定每个房间的价格不低于 60 元且不超过 150 元，对于游客所居住的每个房间，合作社每天需支出 20 元的各种费用，房价定为多少时，合作社每天获利最大？最大利润是多少？

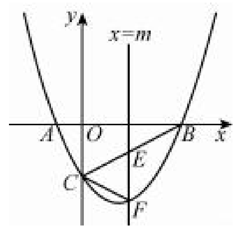


（第 6 题）

7. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx-2$ 与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，已知 $A(-1,0)$，且 $\tan\angle ABC=\frac{1}{2}$，作垂直于 x 轴的直线 $x=m$，与抛物线交于点 F，与线段 BC 交于点 E．

(1)求抛物线和直线 BC 的表达式；

(2)若 $\triangle CEF$ 为等腰三角形，求 m 的值．



（第 7 题）

12 平面图形及其位置关系、视图与投影

知识梳理

一、图形的初步认识

1. 棱柱、棱、侧棱、截面、线、点、弧、扇形、两点间的距离、线段的中点、线段的 n 等分点、角、角的平分线、互余、互补等相关概念.
2. 简单图形的性质：

①______动成线，______动成面，______动成体；

②棱柱的所有______棱都相等，______面的形状相同，______面都是平行四边形；

③圆柱和圆锥的侧面展开图分别是______形和______形；

④两点确定一条______线；

⑤两点之间，______最短；

⑥同角(或等角)的余角______；同角(或等角)的补角______.

3. 相关数量关系：

①n 棱柱有______个面，______个顶点，______条棱，______条侧棱；

②1 周角＝______平角，1 平角＝______直角；

③$1°=$______$'$，$1'=$______$''$，时钟的时针每分转______°，分针每分转______°.

二、平面图形及其位置关系

1. 两直线平行、相交、邻补角、对顶角、垂线、点到直线的距离、两平行线间的距离等相关概念.
2. 相关性质：

①过一点______一条直线与已知直线垂直；

②过直线外一点______一条直线与已知直线平行；

③两直线平行 —性质⇒ {______相等；______相等；______互补}

3. 相关判定：

①两直线相交所成的角是______⇨两直线垂直；

②______相等 ⇒ 两直线平行

③______相等 ⇒ 两直线平行

④______互补 ⇒ 两直线平行

⑤$a/\!/c$，$b/\!/c$ ⇒ ______

4. 同一平面内两条直线的位置关系：______或______

三、视图与投影

1. 主(正)视图、左视图、俯视图、投影、平行投影、中心投影等相关概念.
2. 画三视图时注意：

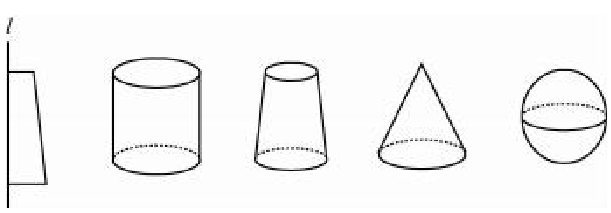
俯视图与主(正)视图的______对正，

左视图与主(正)视图的______平齐，

左视图与俯视图的______相等.

综合提升

1. 将如图所示的直角梯形绕直线 l 旋转一周，得到的立体图形是(　　).



(第 1 题)　A　B　C　D

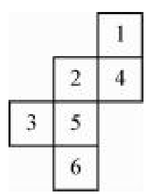
2. 《几何原本》的诞生，标志着几何学已成为一个有着严密理论系统和科学方法的学科，它奠定了现代学的基础，它是下列哪位数学家的著作？(　　).

A. 欧几里得　　B. 杨辉

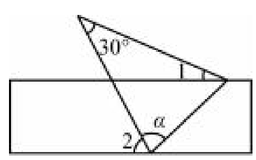
C. 费马　　D. 刘徽

3. 如图是正方体的展开图，则原正方体相对两个面上的数字和最小是(　　).

A. 4　　B. 6　　C. 7　　D. 8



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 如图，将一张含有 30°角的三角形纸片的两个顶点叠放在矩形的两条对边上．若$\angle 2=44°$，则$\angle 1$ 的大小为(　　).

A. 14°　　B. 16°　　C. $90°-\alpha$　　D. $\alpha-44°$

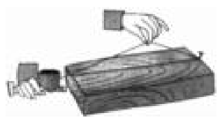
5. 如图，经过刨平的木板上的两个点，能弹出一条笔直的墨线，而且只能弹出一条墨线，能解释这一实际应用的数学知识是(　　).

A. 两点确定一条直线

B. 两点之间线段最短

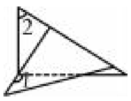
C. 垂线段最短

D. 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

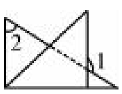


(第 5 题)

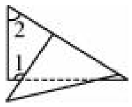
6. 将一副三角尺按如图方式进行摆放，$\angle 1$，$\angle 2$ 不一定互补的是(　　).



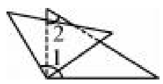
A



B



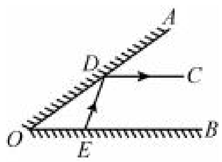
C



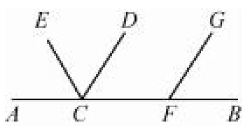
D

7. 如图，$\angle AOB$ 的一边 OA 为平面镜，$\angle AOB=37°36'$，在 OB 上有一点 E，从 E 点射出一束光线经 OA 上一点 D 反射，反射光线 DC 恰好与 OB 平行，则 $\angle DEB$ 的度数是(　　).

A. $75°36'$　　B. $75°12'$　　C. $74°36'$　　D. $74°12'$



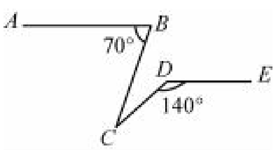
(第 7 题)



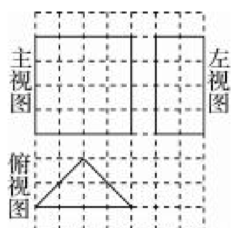
(第 8 题)

8. 如图，点 A，C，F，B 在同一直线上，CD 平分 $\angle ECB$，$FG\parallel CD$，若 $\angle ECA$ 为 α 度，则 $\angle GFB$ 为________度.(用关于 α 的代数式表示)

9. 如图，$AB\parallel DE$，$\angle ABC=70°$，$\angle CDE=140°$，则 $\angle BCD=$________.



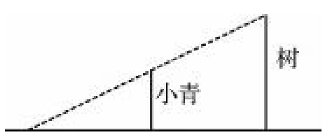
(第 9 题)



(第 10 题)

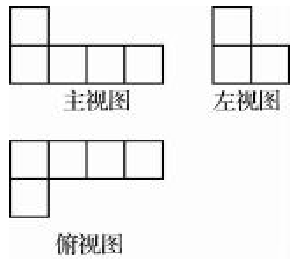
10. 在我国古代数学著作《九章算术》中，将底面是直角三角形，且侧棱与底面垂直的三棱柱称为“堑堵”. 某“堑堵”的三视图如图所示(网格图中每个小正方形的边长均为 1)，则该“堑堵”的侧面积为________.

11. 一天，小青在校园内发现：旁边一棵树在阳光下的影子和她本人的影子在同一直线上，树顶的影子和她头顶的影子恰好落在地面的同一点，同时还发现她站立于树影的中点(如图所示). 如果小青的身高为 1.65 m，由此可推断出树高是________.



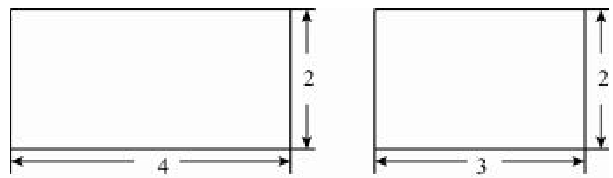
(第 11 题)

12. 由若干边长相等的小正方体构成的几何体的主视图、左视图、俯视图如图所示，则构成这个几何体的小正方体有________个.



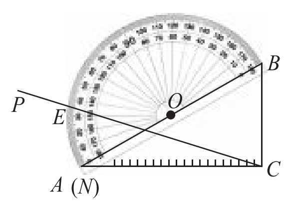
(第 12 题)

13. 长方体的主视图与左视图如图所示(单位：cm)，则其俯视图的面积是________.



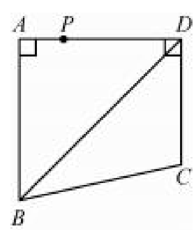
(第 13 题)

14. 如图，量角器的直径与三角尺的斜边 AB 重合，其中量角器 0 刻度线的端点 N 与点 A 重合，射线 CP 从 CA 处出发沿顺时针方向以 $2°/\mathrm{s}$ 的速度旋转，CP 与量角器的半圆弧交于点 E，第 35 s 时，点 E 在量角器上对应的读数是________.



(第 14 题)

15. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，$AB=AD=3\sqrt{2}$，$CD=2\sqrt{2}$，点 P 是四边形 $ABCD$ 四条边上的一个动点，若 P 到 BD 的距离为 $\frac{5}{2}$，则满足条件的点 P 有几个？请说明理由.



(第 15 题)

13　三角形

知识梳理

1. 三角形、三角形的边、三角形的角、三角形的角平分线、三角形的中线、三角形的高、三角形的内心、全等三角形、等腰三角形等相关概念.

2. 三角形中三边的关系：三角形任意两边之和______第三边，任意两边之差________第三边，三边确定的三角形具有________性.

3. 三角形中三角的关系：

①三角形三个内角之和为________；

②三角形的一个外角________和它不相邻的两个内角之和；一个外角________任何一个和它不相邻的内角.

4. 全等三角形的性质：

①两个全等三角形的大小、形状完全________；

②全等三角形对应边________，对应角________.

5. 全等三角形的判定：①________；②________；③________；④________；⑤________.

6. 等腰三角形的性质：

①等腰三角形的两腰________，等腰三角形的两底角________；

②等腰三角形顶角平分线、底边上的中线、底边上的高________，简称为“________”；

③等边三角形是特殊的________三角形，所以________具有的性质等边三角形都具有，而且等边三角形三边都________，三个内角也都________，并且都等于________.

7. 等腰三角形的判定：

①有________相等的三角形是等腰三角形；

②有________相等的三角形是等腰三角形；

③________边都相等的三角形是等边三角形；

④有两个角是________的三角形是等边三角形；

⑤有一个角是________的________三角形是等边三角形.

8. 直角三角形两锐角的和等于________；直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的________.

9. 线段的垂直平分线上的点到这条线段两个______的距离相等（这里说的距离是点到________的距离）.

10. 角平分线上的点到这个角________的距离相等（这里说的距离是点到________的距离）.

综合提升

1. 下列每组数分别是三根木棒的长度，能用它们摆成三角形的是（　　）.

A. 3 cm，4 cm，8 cm　　B. 8 cm，7 cm，15 cm

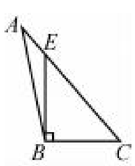
C. 5 cm，5 cm，11 cm　　D. 13 cm，12 cm，20 cm

2. 如果一个三角形三个内角度数的比为 2∶3∶4，那么这个三角形是（　　）.

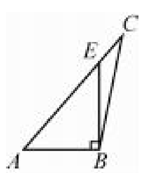
A. 直角三角形　　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等边三角形

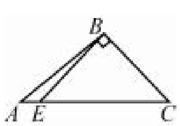
3. 下列四个图形中，线段 BE 是△ABC 的高的是（　　）.



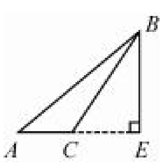
A



B



C

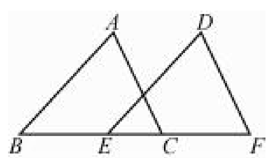


D

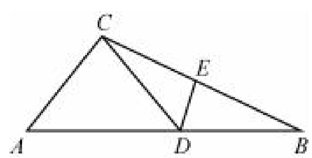
4. 如图，在△ABC 和△DEF 中，∠B=∠DEF，AB=DE，添加下列一个条件后，仍然不能证明△ABC≌△DEF，这个条件是（　　）.

A. ∠A=∠D　　B. BC=EF

C. ∠ACB=∠F　　D. AC=DF



（第 4 题）



（第 6 题）

5. 已知实数 x，y 满足 $|x-4|+\sqrt{y-8}=0$，则以 x，y 的值为两边长的等腰三角形的周长是（　　）.

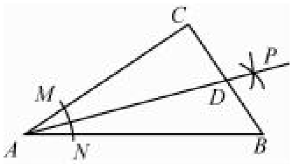
A. 20 或 16　　B. 20

C. 16　　D. 以上答案均不对

6. 如图，在△ABC 中，D 为 AB 上一点，E 为 BC 上一点，且 AC=CD=BD=BE，∠A=50°，则∠CDE 的度数为（　　）.

A. 50°　　B. 51°　　C. 51.5°　　D. 52.5°

7. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，以顶点 A 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 AC，AB 于点 M，N，再分别以点 M，N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P，作射线 AP 交边 BC 于点 D，若 $CD=4$，$AB=15$，则△ABD 的面积是（　　）.

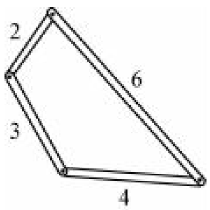


（第 7 题）

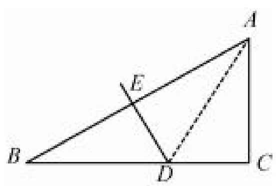
A. 15　　B. 30　　C. 45　　D. 60

8. 如图，用四个螺丝将四条不可弯曲的木条围成一个木框，不计螺丝大小，其中相邻两螺丝的距离依次为 2，3，4，6，且相邻两木条的夹角均可调整；若调整木条的夹角时不破坏此木框，则任意两个螺丝的距离最大值为（　　）.

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 10



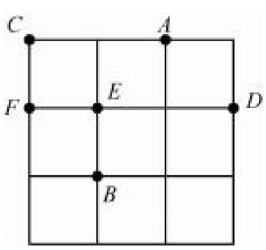
（第 8 题）



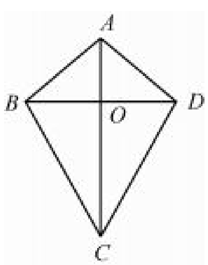
（第 9 题）

9. 如图，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，AB 的垂直平分线 ED 交 AB 于点 E，交 BC 于点 D，若 $CD=3$，则 BD 的长为__________.

10. 如图，在 3×3 的方格中，A，B，C，D，E，F 分别位于格点上，从 C，D，E，F 四点中任取一点，以所取的这一点及点 A，B 为顶点作三角形，则所作三角形为等腰三角形的概率是________.



（第 10 题）



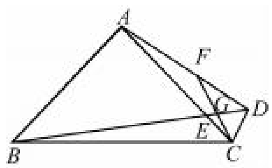
（第 11 题）

11. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，△ABO≌△ADO，下列结论①$AC\perp BD$；②$CB=CD$；③△ABC≌△ADC；④$DA=DC$，其中正确结论的序号是________.

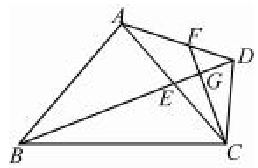
12. △ABC 是等腰直角三角形，点 E 为线段 AC 上一点（点 E 不和 A，C 两点重合），连接 BE 并延长，在 BE 的延长线上找一点 D，使 $AD\perp CD$，点 F 为线段 AD 上一点（点 F 不和 A，D 两点重合），连接 CF，交 BD 于点 G.

(1)如图①，若 $AB=\sqrt{26}$，$CD=1$，点 F 是 AD 的中点，求 CF 的长 .

(2)如图②，若点 E 是 AC 的中点，$CF\perp BD$. 求证：$CF+DE=BE$.



图①



图②

（第 12 题）

14 多边形和平行四边形

知识梳理

一、多边形

1. 多边形、凸多边形、正多边形、多边形的边、多边形的内角、内角和、多边形的外角、外角和、多边形的对角线等相关概念.
2. 从 n 边形的一个顶点出发有________条对角线，把 n 边形分成________个三角形，n 边形的内角和为________，n 边形共有________条对角线.
3. n 边形的外角和等于________.

二、平行四边形

1. 平行四边形的性质

平行四边形 ⇨ 性质
- 对边________
- 对边________
- 对角________，邻角________
- 对角线________
- 对角线把它分成四个________相等的部分
- ________对称图形

平行线间的距离________；
平行四边形的面积等于________；
同底(等底)同高(等高)的平行四边形面积________.

2. 平行四边形的判定
- 两组对边分别________的四边形 ⇨ 平行四边形
- 两组对边分别________的四边形 ⇨ 平行四边形
- 一组对边________的四边形 ⇨ 平行四边形
- 两组对角分别________的四边形 ⇨ 平行四边形
- 对角线________的四边形 ⇨ 平行四边形

3. 三角形的中位线________第三边，并且等于________.

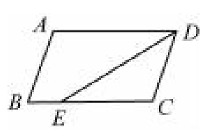
综合提升

1. 一个多边形的内角和为 900°，这个多边形的边数是(　　).

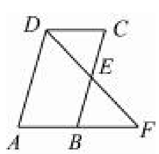
A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

2. 如图，在▱$ABCD$ 中，已知 $AD=8$ cm，$AB=6$ cm，DE 平分 $\angle ADC$ 交 BC 边于点 E，则 BE 等于(　　).

A. 2 cm　　B. 4 cm　　C. 6 cm　　D. 8 cm



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边的中点，连接 DE 并延长，交 AB 的延长线于 F 点，$AB=BF$. 添加一个条件，使四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 你认为下面四个条件中可选择的是(　　).

A. $AD=BC$　　B. $CD=BF$

C. $\angle A=\angle C$　　D. $\angle F=\angle CDE$

4. 不能判定一个四边形是平行四边形的条件是(　　).

A. 两组对边分别平行

B. 一组对边平行，另一组对边相等

C. 一组对边平行且相等

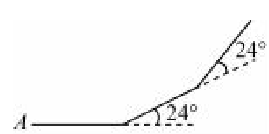
D. 两组对边分别相等

5. 四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是(　　).

A. $OA=OC$，$OB=OD$　　B. $AD/\!/BC$，$AB/\!/DC$

C. $AB=DC$，$AD=BC$　　D. $AB/\!/DC$，$AD=BC$

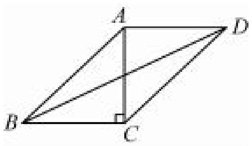
6. 如图，小华从 A 点出发，沿直线前进 10 m 后左转 24°，再沿直线前进 10 m，又向左转 24°，……照这样走下去，他第一次回到出发地 A 点时，一共走的路程是(　　).



(第 6 题)

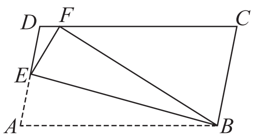
A. 140 m　　B. 150 m　　C. 160 m　　D. 240 m

7. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{13}$ cm，$AD=4$ cm，$AC\perp BC$，则△DBC 比△ABC 的周长长________.

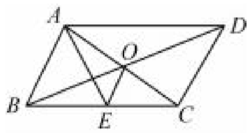


（第 7 题）

8. 如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，以 BE 为折痕，将△ABE 向上翻折，点 A 正好落在 CD 上的点 F 处. 若△FDE 的周长为 8，△FCB 的周长为 22，则 $FC=$________.



（第 8 题）



（第 9 题）

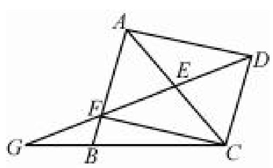
9. 如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O，AE 平分∠BAD 交 BC 于点 E，且∠$ADC=60°$，$AB=\frac{1}{2}BC$，连接 OE. 则下列结论：①∠$CAD=30°$；②$S_{▱ABCD}=AB\cdot AC$；③$OB=AB$；④$OE=\frac{1}{4}BC$，一定成立的是________.（把所有正确结论的序号都填在横线上）

10. 在▱$ABCD$ 中，M，N 是 AD 边上的三等分点，连接 BD，MC 相交于 O 点，则 $S_{\triangle MOD}:S_{\triangle COB}=$________.

11. 如图，在△ABC 中，过点 C 作 $CD\parallel AB$，点 E 是 AC 的中点，连接 DE 并延长，交 AB 于点 F，交 CB 的延长线于点 G，连接 AD，CF.

(1)求证：四边形 $AFCD$ 是平行四边形；

(2)若 $GB=3$，$BC=6$，$BF=\frac{3}{2}$，求 AB 的长.

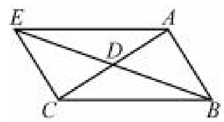


（第 11 题）

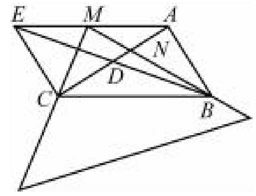
12. 如图①，在 Rt△ABC 中，∠$BAC=90°$，点 D 是 AC 的中点，连接 BD 并延长至点 E，使 $BE=2BD$，连接 AE，CE.

(1)求证：四边形 $ABCE$ 是平行四边形.

(2)如图②，将三角尺的顶点 M 放在 AE 边上，两条直角边分别过点 B 和点 C. 若∠$MEC=$∠EMC，BM 交 AC 于点 N. 求证：△$ABN\cong$△MCN.



图①



图②

（第 12 题）

15　特殊平行四边形(一)

知识梳理

一、菱形

1. 菱形的性质：

菱形 —性质→
- 平行四边形 —性质→
  - 对边____ ｜ 对边____
  - 对边____ ｜ 四边____
  - 对角____ ｜ 对角____
  - 对角线____ ｜ 对角线____，并且每一条对角线平分一组____ → 菱形的面积等于对角线乘积的一半
  - ____对称
- ____对称 ____对称

2. 菱形的判定：

① ____四边形；有一组邻边____ ⇒ 菱形

② ____四边形；对角线____ ⇒ 菱形

③ ____四边形；四边都____ ⇒ 菱形

二、矩形

1. 矩形的性质：

矩形 —性质→
- 平行四边形 —性质→
  - 对边____ ｜ 对边____
  - 对边____ ｜ 对边____
  - 对角____ ｜ 四个角都是____
  - 对角线____ ｜ 对角线____ → 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
  - ____对称
- ____对称 ____对称

2. 矩形的判定：

① ____四边形；有一个角是____角 ⇒ 矩形

② ____四边形；对角线____ ⇒ 矩形

③ ____四边形；有三个角是____角 ⇒ 矩形

三、正方形

1. 正方形的性质：

正方形 —性质→
- 对边____
- 四边____
- 四个角都是____
- 对角线____
- ____对称 ____对称

2. 正方形的判定：

① ____形；有一个角是____角 ⇒ 正方形

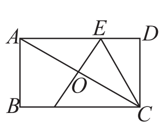
② ____形；有一组邻边____ ⇒ 正方形

③ 既是____形；又是____形 ⇒ 正方形

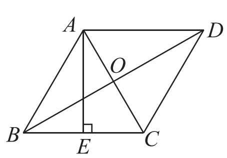
综合提升

1. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=4$，对角线 AC 的垂直平分线分别交 AD，AC 于点 E，O，连接 CE，则 CE 的长为(　　).

A. 3　　B. 3.5　　C. 2.5　　D. 2.8



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 分别长 6 cm，8 cm，$AE\perp BC$ 于点 E，则 AE 的长是(　　).

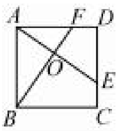
A. $5\sqrt{3}$ cm　　B. $2\sqrt{5}$ cm

C. $\frac{48}{5}$ cm　　D. $\frac{24}{5}$ cm

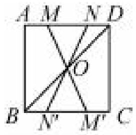
3. 如图，E，F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CD，AD 上的点，且 $CE=DF$，AE，BF 相交于点 O，下列结论：①$AE=BF$；②$AE\perp BF$；③$AO=OE$；④$S_{\triangle AOB}=$

$S_{四边形DEOF}$中正确的有(　　).

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个



(第 3 题)



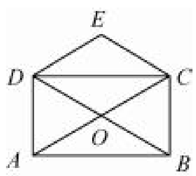
(第 4 题)

4. 如图,在正方形 $ABCD$ 中,连接 BD,点 O 是 BD 的中点,若 M,N 是边 AD 上的两点,连接 MO,NO,并分别延长交边 BC 于两点 M',N',则图中的全等三角形共有(　　).

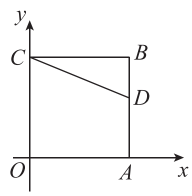
A. 2 对　　B. 3 对　　C. 4 对　　D. 5 对

5. 如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,$CE /\!/ BD$,$DE /\!/ AC$,若 $AC=4$,则四边形 $CODE$ 的周长为(　　).

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10



(第 5 题)



(第 6 题)

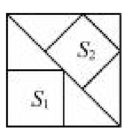
6. 如图,正方形 $OABC$ 的两边 OA,OC 分别在 x 轴、y 轴上,点 $D(5,3)$ 在边 AB 上,以 C 为中心,把 $\triangle CDB$ 旋转 $90°$,则旋转后点 D 的对应点 D' 的坐标是(　　).

A. $(2,10)$　　B. $(2,10)$或$(-2,0)$

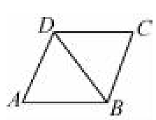
C. $(-2,0)$　　D. $(10,2)$或$(-2,0)$

7. 如图,边长为 6 的大正方形中有两个小正方形,若两个小正方形的面积分别为 S_1,S_2,则 S_1+S_2 的值为(　　).

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19



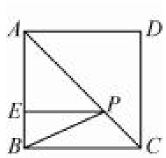
(第 7 题)



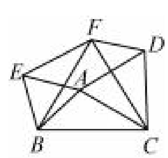
(第 8 题)

8. 如图,菱形 $ABCD$ 的周长为 20 cm,且 $\tan\angle ABD=\frac{4}{3}$,则菱形 $ABCD$ 的面积为________.

9. 如图,在正方形 $ABCD$ 中,E 是 AB 上一点,$BE=2$,$AE=3BE$,P 是 AC 上一动点,则 $PB+PE$ 的最小值是________.



(第 9 题)



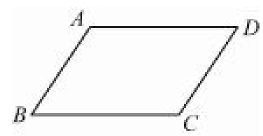
(第 10 题)

10. 如图,以 $\triangle ABC$ 的三边为边分别作等边三角形 ACD、等边三角形 ABE、等边三角形 BCF,则下列结论:①$\triangle EBF\cong\triangle DFC$;②四边形 $AEFD$ 为平行四边形;③当 $AB=AC$,$\angle BAC=120°$时,四边形 $AEFD$ 是正方形. 其中正确的结论是______.(请写出正确结论的序号)

11. 如图,在▱$ABCD$ 中,已知 $AD>AB$.

(1)实践与操作:作$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E,在 AD 上截取 $AF=AB$,连接 EF(要求:尺规作图,保留作图痕迹,不写作法);

(2)猜想与证明:猜想四边形 $ABEF$ 的形状,并给予证明.

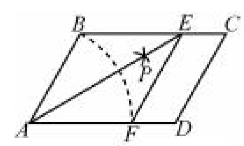


(第 11 题)

12. 如图,在▱$ABCD$ 中,以点 A 为圆心,AB 长为半径画弧交 AD 于点 F,再分别以点 B,F 为圆心,大于$\frac{1}{2}BF$ 的相同长为半径画弧,两弧交于点 P,连接 AP 并延长交 BC 于点 E,连接 EF.

(1)根据以上尺规作图的过程,求证:四边形 $ABEF$ 是菱形;

(2)若菱形 $ABEF$ 的周长为 16,$AE=4\sqrt{3}$,求$\angle C$ 的大小.



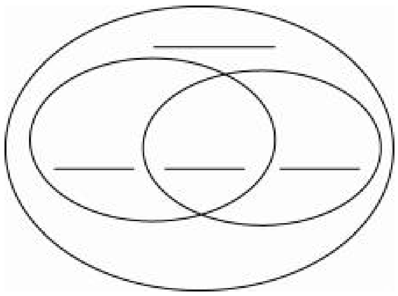
(第 12 题)

16　特殊平行四边形(二)

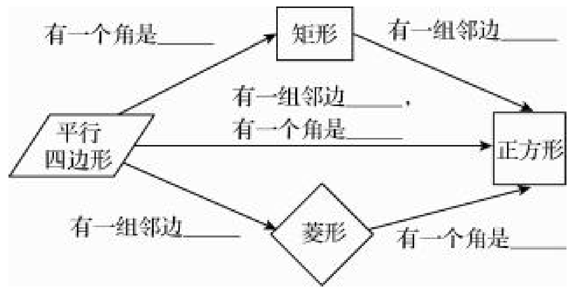
知识梳理

平行四边形、矩形、菱形、正方形关系图：

①



②



综合提升

1. 关于▱$ABCD$ 的叙述，正确的是(　　).

A. 若 $AB\perp BC$，则▱$ABCD$ 是菱形

B. 若 $AC\perp BD$，则▱$ABCD$ 是正方形

C. 若 $AC=BD$，则▱$ABCD$ 是矩形

D. 若 $AB=AD$，则▱$ABCD$ 是正方形

2. 下列命题是真命题的是(　　).

A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线互相垂直的平行四边形是矩形

C. 四条边相等的四边形是菱形

D. 正方形是轴对称图形，但不是中心对称图形

3. 若顺次连接四边形 $ABCD$ 四边的中点，得到的图形是一个矩形，则四边形 $ABCD$ 一定是(　　).

A. 矩形

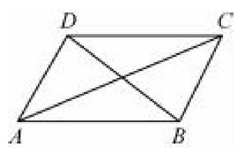
B. 菱形

C. 对角线相等的四边形

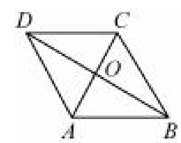
D. 对角线互相垂直的四边形

4. 小明在学习了正方形之后，给同桌小文出了道题，从下列四个条件：① $AB=BC$，② $\angle ABC=90°$，③$AC=BD$，④$AC\perp BD$ 中选两个作为补充条件，使▱$ABCD$ 为正方形(如图)，现有下列四种选法，你认为其中错误的是(　　).

A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ②④



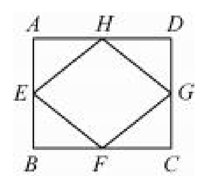
(第 4 题)



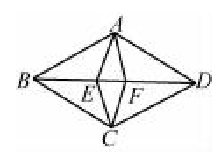
(第 5 题)

5. 如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，请你添加一个适当的条件______________，使其成为菱形．(填一个即可)

6. 如图，E，F，G，H 分别是矩形 $ABCD$ 各边的中点，$AB=6$，$BC=8$，则四边形 $EFGH$ 的面积是________.



(第 6 题)



(第 7 题)

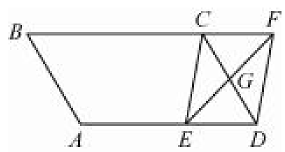
7. 如图，▱$ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形，点 E，F 在 BD 上，已知 $\angle BAD=120°$，$\angle EAF=30°$，则 $\dfrac{AB}{AE}=$________.

8. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AB=3$ cm，$BC=5$ cm，$\angle B=60°$，G 是 CD 的中点，E 是边 AD 上的动点，EG 的延长线与 BC 的延长线交于点 F，连接 CE，DF.

(1)求证：四边形 $CEDF$ 是平行四边形.

(2)①当 AE 为多长时，四边形 $CEDF$ 是矩形？并说明理由.

②当 $AE=$________时，四边形 $CEDF$ 是菱形(直接写出答案，不需要说明理由).



(第 8 题)

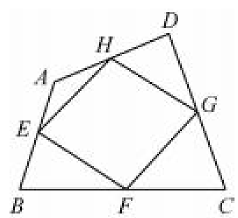
9. 我们给出如下定义：顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫中点四边形.

(1)如图①，在四边形 $ABCD$ 中，点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点.

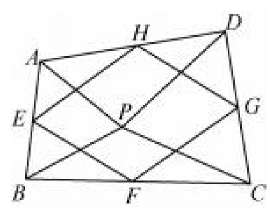
求证：中点四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

(2)如图②，点 P 是四边形 $ABCD$ 内一点，且满足 $PA=PB$，$PC=PD$，$\angle APB=\angle CPD$，点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点，猜想中点四边形 $EFGH$ 的形状，并证明你的猜想.

(3)若改变(2)中的条件，使 $\angle APB=\angle CPD=90°$，其他条件不变，直接写出中点四边形 $EFGH$ 的形状(不必证明).



图①



图②

(第 9 题)

17 轴对称、平移和旋转(一)

知识梳理

一、轴对称与轴对称图形

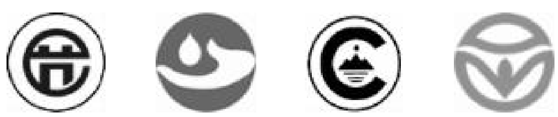
1. 两个图形成轴对称：把一个图形沿着某一条直线对折，如果它能够与另一个图形________，那么就称这两个图形关于这条直线对称，这条直线叫做______，两个图形中的对应点叫做关于直线的________.
2. 轴对称图形：把一个图形沿着某一条直线对折，直线两旁的________能够互相重合，那么这个图形叫做________.
3. 轴对称的性质：轴对称的两个图形________；对应线段________，对应角________，对应点所连的线段被对称轴________.
4. 如果一个图形关于某一条直线对称，那么对称点所连的线段的____________就是该图形的对称轴.

二、图形的平移

1. 图形的平移由图形的初始位置、平移的________和________决定.
2. 平移不改变图形的________和________，即平移前后的两个图形________.
3. 平移前后的两个图形的对应线段________(或在一条直线上)且________，对应角________，对应点所连的线段________(或在一条直线上)且________.

综合提升

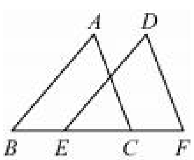
1. 下面四个图形分别是节能、节水、低碳和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是(　　).



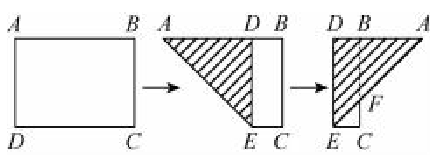
A　　B　　C　　D

2. 如图，$\triangle ABC$ 沿着由点 B 到点 C 的方向，平移到 $\triangle DEF$ 位置，已知 $BC=5$，$EC=3$，那么平移的距离为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 7



(第 2 题)



(第 4 题)

3. 在平面直角坐标系中，将点 $P(3,2)$ 向右平移 2 个单位长度，所得到的点的坐标为(　　).

A. (1,2)　　B. (3,0)

C. (3,4)　　D. (5,2)

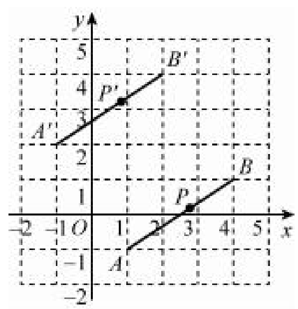
4. 如图，有一块矩形纸片 $ABCD$，$AB=8$，$AD=6$，将纸片折叠，使得 AD 边落在 AB 边上，折痕为 AE，再将 $\triangle AED$ 沿 DE 向右翻折，AE 与 BC 的交点为 F，则 $\triangle CEF$ 的面积为(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{9}{8}$　　C. 2　　D. 4

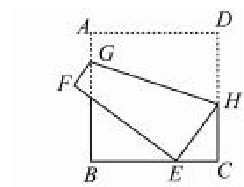
5. 如图，线段 AB 经过平移得到线段 $A'B'$，其中点 A，B 的对应点分别为点 A'，B'，这四个点都在格点上. 若线段 AB 上有一个点 $P(a,b)$，则点 P 在 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为(　　).

A. $(a-2,b+3)$　　B. $(a-2,b-3)$

C. $(a+2,b+3)$　　D. $(a+2,b-3)$



(第 5 题)



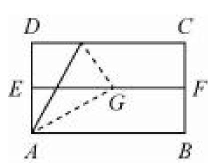
(第 6 题)

6. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 9，将正方形折叠，使顶点 D 落在 BC 边上的点 E 处，折痕为 GH. 若 $BE:EC=2:1$，则线段 CH 的长是(　　).

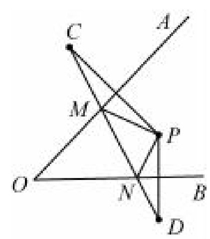
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 如图，对折矩形纸片 $ABCD$，使 AB 与 DC 重合得到折痕 EF，将纸片展平；再一次折叠，使点 D 落到 EF 上点 G 处，并使折痕经过点 A，展平纸片后 $\angle DAG$ 的大小为(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°



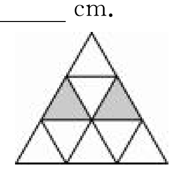
(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图，点 P 关于射线 OA，OB 的对称点分别为 C，D，连接 CD，交射线 OA 于 M，交射线 OB 于 N. 若 $CD=18$ cm，则 $\triangle PMN$ 的周长为________cm.

9. 如图，正三角形网格中，已有两个小正三角形被涂黑，再将图中其余小正三角形涂黑一个，使整个被涂黑的图案构成一个轴对称图形的方法有________种.

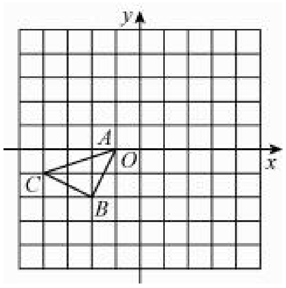


(第 9 题)

10. 如图,在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,给出了平面直角坐标系及格点$\triangle ABC$(顶点是网格线的交点).

(1)请画出$\triangle ABC$关于 y 轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$,其中点 B_1的坐标为________;

(2)将$\triangle A_1B_1C_1$向上平移 3 个单位长度得到$\triangle A_2B_2C_2$,请画出$\triangle A_2B_2C_2$,其中点 C_2的坐标为________.

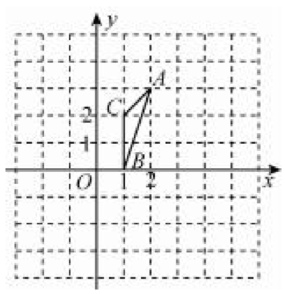


(第 10 题)

11. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(2,3)$,$B(1,0)$,$C(1,2)$.

(1)在图中作出$\triangle ABC$关于 y 轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$;

(2)如果要使以 B,C,D 为顶点的三角形与$\triangle ABC$全等,写出所有符合条件的点 D 的坐标.



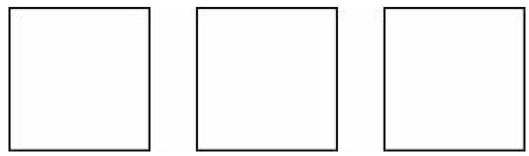
(第 11 题)

12. 背景:在数学课堂上,李老师给每个同学发了一张边长为 6 cm 的正方形纸片,请同学们从纸片上剪下一个有一边长为 8 cm 的等腰三角形,要求等腰三角形的三个顶点都落在正方形的边上,且其中一个顶点与正方形的顶点重合,最终通过合作讨论,同学们一共提供了 5 种不同的剪法(若剪下的三角形全等则视为同一种).

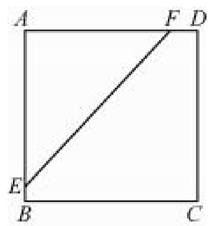
(1)如图①是小明同学给出的剪法,其中 $AE=AF$,$EF=8$ cm,$\triangle AEF$ 即为满足要求的等腰三角形,求小明同学剪下的三角形纸片的面积;

(2)如图②是小王同学提出的另一种剪法,其中 $AE=8$ cm,且 $AF=EF$,请帮助小王同学求出所得等腰三角形 AEF 的腰长;

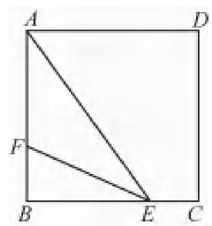
(3)请在下列三个正方形中画出其余的三种剪法,并直接写出每种剪法所得的三角形纸片的面积.



面积=____　　面积=____　　面积=____



图①



图②

(第 12 题)

18　轴对称、平移和旋转(二)

知识梳理

1. 旋转

①旋转:在平面内,把一个图形________________,这样的图形运动称为旋转．这个定点称为________,转动的角度称为________．旋转不改变图形的________和________.

②旋转要素:旋转由旋转________和旋转________及________确定.

③旋转前后的两个图形________.它们的对应线段________,对应角________;经过旋转,图形上的每一点都绕旋转中心旋转了________的角度,任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角都等于______角,所有的旋转角都________,对应点到旋转中心的距离________.

2. 中心对称

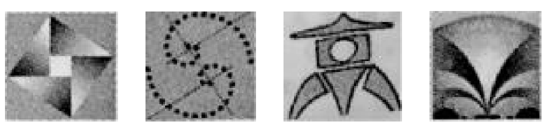
①中心对称图形:在平面内,把一个图形绕某个点旋转________,如果旋转后的图形和原来的图形________,那么这个图形叫做中心对称图形,这个点叫做它的________.

②中心对称:在平面内,如果把一个图形绕某个点旋转________,它能够与________重合,那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称,这个点叫做它的________.

③中心对称的每一对对应点的连线都经过________,并且被对称中心________.

综合提升

1. 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标,其中属于中心对称图形的有(　　).

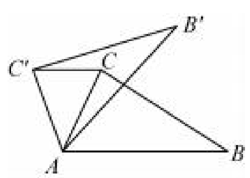


(第 1 题)

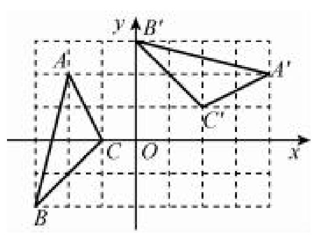
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图,在△ABC 中,∠CAB=65°,将△ABC 在平面内绕点 A 旋转到△$AB'C'$的位置,使 CC'∥AB,则旋转角的度数为(　　).

A. 35°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 65°



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,△$A'B'C'$是由△ABC 绕点 P 旋转得到,则点 P 的坐标为(　　).

A. (0, 1)　　B. (1, −1)

C. (0, −1)　　D. (1, 0)

4. 下列图形中,是轴对称图形但不是中心对称图形的是(　　).

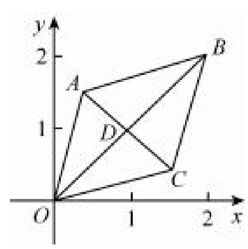
A. 直角三角形　　B. 正三角形

C. 平行四边形　　D. 正六边形

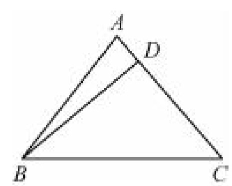
5. 如图,已知菱形 $OABC$ 的顶点 $O(0,0)$,$B(2,2)$,若菱形绕点 O 逆时针旋转,每秒旋转 45°,则第 60 s 时,菱形的对角线交点 D 的坐标为(　　).

A. $(1,-1)$　　B. $(-1,-1)$

C. $(\sqrt{2},0)$　　D. $(0,-\sqrt{2})$



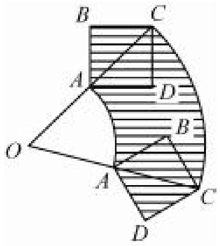
(第 5 题)



(第 6 题)

6. 如图,△ABC 中,$AB=AC=5$,$BC=6$,$BD\perp AC$ 于点 D,将△BCD 绕点 B 逆时针旋转,旋转角的大小与∠CBA 相等,如果点 C,D 旋转后分别落在点 E,F 的位置,那么∠EFD 的正切值是________.

7. 如图,正方形 $ABCD$ 对角线 AC 所在直线上有一点 O,$OA=AC=2$,将正方形绕 O 点顺时针旋转 $60°$,在旋转过程中,正方形扫过的面积是________.



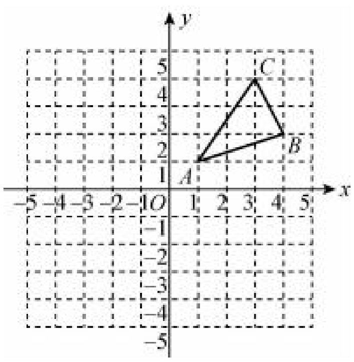
(第 7 题)

8. 如图,△ABC 三个顶点的坐标分别为 $A(1,1)$,$B(4,2)$,$C(3,4)$.

(1)请画出将△ABC 向左平移 4 个单位长度后得到的图形△$A_1B_1C_1$;

(2)请画出△ABC 关于原点 O 成中心对称的图形△$A_2B_2C_2$;

(3)在 x 轴上找一点 P,使 $PA+PB$ 的值最小,请直接写出点 P 的坐标.

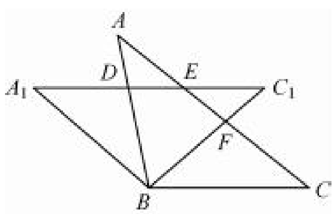


(第 8 题)

9. 如图,将等腰三角形 ABC 绕顶点 B 逆时针旋转 α 度到△A_1BC_1 的位置,AB 与 A_1C_1 相交于点 D,AC 与 A_1C_1,BC_1 分别交于点 E,F.

(1)求证:△BCF≌△BA_1D;

(2)当∠$C=\alpha$ 度时,猜想四边形 A_1BCE 的形状并说明理由.



(第 9 题)

10. 我们定义:有一组邻角相等的凸四边形叫做"等邻角四边形".

(1)概念理解:

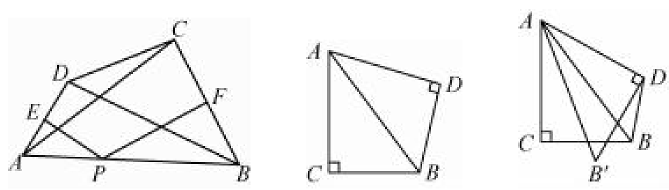
请你根据上述定义举一个等邻角四边形的例子;

(2)问题探究:

如图①,在等邻角四边形 $ABCD$ 中,∠DAB=∠ABC,AD,BC 的中垂线恰好交于 AB 边上一点 P,连接 AC,BD,试探究 AC 与 BD 的数量关系,并说明理由;

(3)应用拓展:

如图②,在 Rt△ABC 与 Rt△ABD 中,∠C=∠$D=90°$,$BC=BD=3$,$AB=5$,将 Rt△ABD 绕着点 A 顺时针旋转角 α($0°<\alpha<$∠BAC)得到 Rt△$AB'D'$(如图③),当凸四边形 $AD'BC$ 为等邻角四边形时,求出它的面积.



图①　　图②　　图③

(第 10 题)

19 相似图形(一)

知识梳理

一、线段的比

1. 对于四条线段 a,b,c,d,如果其中两条线段的长度比与另两条线段的长度比相等,即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$(或 $a:b=c:d$),那么,这四条线段叫做________,简称________.

2. 比例的性质

①基本性质:$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=$________$\Rightarrow\frac{d}{b}=$________;

②合分比性质:$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=$________;

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=$________.

③等比性质:$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=\frac{m}{n}=k\Rightarrow$

$\frac{a+c+e+\cdots+m}{b+d+f+\cdots+n}$(其中 $b+d+f+\cdots+n\neq0$)$=$________.

3. $x:a=y:b=z:c$ 也可记为 $\frac{x}{a}=$________$=$________,还可记为 $x:y:z=$________.

4. 若 $a:b=b:d$,则 b 叫 a 与 d 的比例中项,$b^2=$________.

5. 点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC($AC>BC$),如果 $\frac{AC}{AB}=$________$\approx$________,那么线段 AB 被点 C 黄金分割.其中点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点,AC 与 AB 的比叫做黄金比.

二、平行线分线段成比例

1. 定理:两条线段被一组平行线所截,所得的________线段成比例.

2. 推论:平行于三角形一边的直线与其他两边相交,截得的________线段成比例.

综合提升

1. 若 $a:b=2:3$,则下列各式中正确的式子是(　　).

A. $2a=3b$　　B. $3a=2b$

C. $\frac{b}{a}=\frac{2}{3}$　　D. $\frac{a-b}{b}=\frac{1}{3}$

2. 已知 $\frac{x}{x-y}=\frac{3}{2}$,那么 $\frac{x}{y}=$(　　).

A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

3. 两条直角边长分别为 6 和 8 的直角三角形的斜边与斜边上的高之比为(　　).

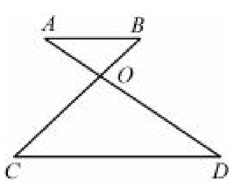
A. $3:4$　　B. $4:3$

C. $25:12$　　D. $12:25$

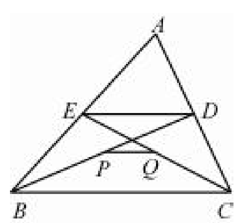
4. 如图,$AB/\!/CD$,AD 与 BC 相交于点 O,则下列比例式中正确的是(　　).

A. $\frac{AB}{CD}=\frac{OA}{AD}$　　B. $\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{BC}$

C. $\frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OC}$　　D. $\frac{BC}{AD}=\frac{OB}{OD}$



(第 4 题)



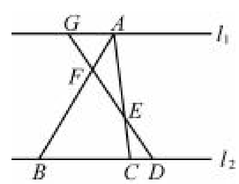
(第 5 题)

5. 如图,BD,CE 是 $\triangle ABC$ 的中线,P,Q 分别是 BD,CE 的中点,则 $PQ:BC=$(　　).

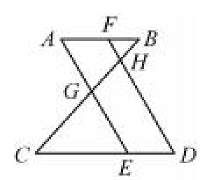
A. $1:3$　　B. $1:4$　　C. $1:5$　　D. $1:6$

6. 如图,$l_1/\!/l_2$,$AF=\frac{2}{5}FB$,$BC=4CD$. 若 $AE=kEC$,则 $k=$(　　).

A. $\frac{5}{3}$　　B. 2　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 4



(第 6 题)



(第 7 题)

7. 如图,$AB/\!/CD$,$AE/\!/FD$,AE,FD 分别交 BC 于点 G,H,则下列结论中错误的是(　　).

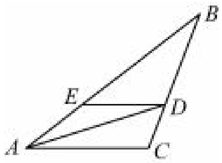
A. $\frac{DH}{FH}=\frac{CH}{BH}$　　B. $\frac{CE}{FD}=\frac{CG}{CB}$

C. $\frac{AF}{CE}=\frac{HG}{CG}$　　D. $\frac{FH}{AG}=\frac{BF}{FA}$

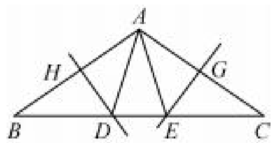
8. 已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{2}{3}$,若 $b-2d+f-3\neq0$,则 $\frac{a-2c+e-2}{b-2d+f-3}=$________.

9. 若 $\frac{x+y}{z}=\frac{y+z}{x}=\frac{x+z}{y}=k$,则 $k=$________.

10. 如图,在$\triangle ABC$中,AD平分$\angle BAC$,与BC边的交点为D,且$DC=\frac{1}{3}BC$,$DE/\!/AC$,与AB边的交点为E,若$DE=4$,则BE的长为________.



(第10题)



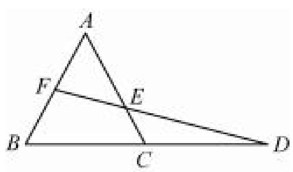
(第11题)

11. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle B=\angle C=36°$,AB的垂直平分线交BC于点D,交AB于点H,AC的垂直平分线交BC于点E,交AC于点G,连接AD,AE,则下列结论正确的有________.(只填序号)

①$\frac{BD}{BC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$;②$AD$,$AE$将$\angle BAC$三等分;

③$\triangle ABE\cong\triangle ACD$;④$S_{\triangle ADH}=S_{\triangle CEG}$.

12. 如图,延长$\triangle ABC$的边BC到D点,使$CD=BC$.取AB的中点F,连接FD交AC于点E.求$EC:AC$的值.



(第12题)

13.【再读教材】

宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$(约为0.618)的矩形叫做黄金矩形.

下面,我们用宽为4 cm的矩形纸片折叠一个黄金矩形.

第一步,在矩形纸片的一端,利用图①的方法折出一个正方形,然后把纸片展平.

第二步,如图②,把这个正方形折成两个相等的矩形,再把纸片展平.

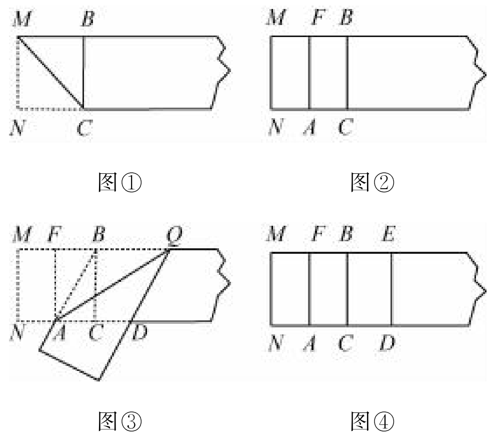
第三步,折出内侧矩形的对角线AB,并把它折到图③中所示的AD处.

第四步,展平纸片,按照所得的D点折出DE,如图④.

【问题解决】

(1)图③中$AB=$________(保留根号).

(2)你发现图④中有几个黄金矩形?请都写出来,并选择其中一个说明理由.



(第13题)

20　相似图形(二)

知识梳理

一、相似多边形

______分别相等，__________ 成比例的两个多边形相似.

二、相似三角形

1. 三角对应________，三边对应________的两个三角形叫做相似三角形.
2. 相似三角形的性质

相似三角形 ⇒ 性质：
- 对应角________
- 对应边________
- 对应高的比等于________
- 对应中线的比等于________
- 对应角平分线的比等于________
- 周长的比等于________
- 面积的比等于________

若 $\triangle ABC \backsim \triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_1B_1C_1 \backsim \triangle A_2B_2C_2$，则________(相似三角形的传递性).

3. 相似三角形的判定

① ____对应相等 ⇒ 两三角形相似

② ____对应成比例 ⇒ 两三角形相似

③ ____对应成比例，____相等 ⇒ 两三角形相似

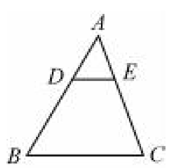
④ ____对应成比例 ⇒ 两直角三角形相似

综合提升

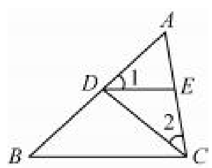
1. 如图，在△ABC 中，$DE \parallel BC$，$\frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$，则下列结论中正确的是(　　).

A. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{3}$

C. $\frac{C_{\triangle ADE}}{C_{\triangle ABC}}=\frac{1}{3}$　　D. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$



(第 1 题)



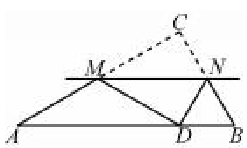
(第 2 题)

2. 如图，点 D，E 分别在△ABC 的边 AB，AC 上，且∠1=∠2=∠B，则图中相似三角形有(　　).

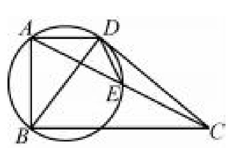
A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

3. 如图，在△ABC 中，∠$C=90°$，将△ABC 沿直线 MN 翻折后，顶点 C 恰好落在 AB 边上的点 D 处．若 $MN \parallel AB$，$MC=6$，$NC=2\sqrt{3}$，则四边形 $MABN$ 的面积是(　　).

A. $6\sqrt{3}$　　B. $12\sqrt{3}$　　C. $18\sqrt{3}$　　D. $24\sqrt{3}$



(第 3 题)



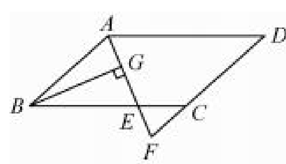
(第 4 题)

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，∠$ABC=90°$，$AB=5$，$BC=10$，连接 AC，BD，以 BD 为直径的圆交 AC 于点 E. 若 $DE=3$，则 AD 的长为(　　).

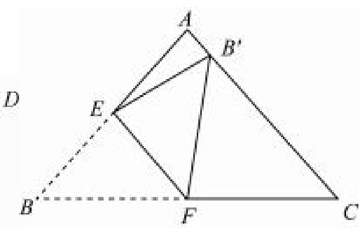
A. 5　　B. 4　　C. $3\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}$

5. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AB=6$，$AD=9$，∠BAD 的平分线交 BC 于点 E，交 DC 的延长线于点 F，$BG \perp AE$，垂足为 G. 若 $BG=4\sqrt{2}$，则△CEF 的面积是(　　).

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$



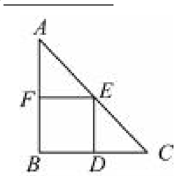
(第 5 题)



(第 6 题)

6. 将三角形纸片(△ABC)按如图所示的方式折叠，使点 B 落在边 AC 上，记为点 B'，折痕为 EF. 已知 $AB=AC=6$，$BC=8$，若以点 B'，F，C 为顶点的三角形与△ABC 相似，则 BF 的长是________.

7. 如图，在 Rt△ABC 中，$AB=BC$，∠$B=90°$，$AC=10\sqrt{2}$. 四边形 $BDEF$ 是△ABC 的内接正方形(点 D，E，F 在三角形的边上)，则此正方形的面积是________.

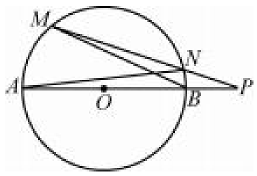


(第 7 题)

8. 如图，点 P 是 $\odot O$ 的直径 AB 延长线上一点，且 $AB=4$，点 M 为 $\overset{\frown}{AB}$ 上一个动点（不与点 A，B 重合），射线 PM 与 $\odot O$ 交于点 N（不与点 M 重合）.

(1)当点 M 在什么位置时，$\triangle MAB$ 的面积最大？求出这个最大值.

(2)求证：$\triangle PAN \backsim \triangle PMB$.

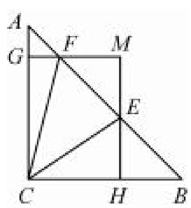


（第 8 题）

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC$，E，F 为线段 AB 上两动点，且 $\angle ECF=45^\circ$，过点 E，F 分别作 BC，AC 的垂线，并相交于点 M，垂足分别为 H，G.

(1)求证：$\triangle ACE \backsim \triangle BFC$.

(2)试探究 AF，BE，EF 之间有何数量关系？请说明理由.

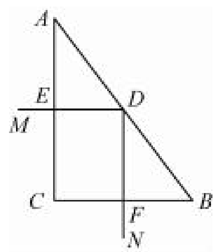


（第 9 题）

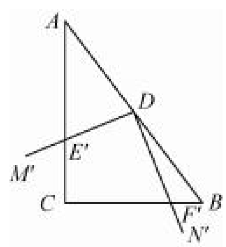
10. 问题情境：(1)如图①，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=4$，$BC=3$，D 是斜边 AB 的中点．以 D 为顶点作 $\angle MDN=90^\circ$，射线 DM，DN 分别交 AC，CB 于点 E，F. 已知 $DM /\!/ BC$，不添加辅助线，请写出图①中所有与 $\triangle ABC$ 相似的三角形，并说明理由.

操作发现：(2)将(1)中的 $\angle MDN$ 从图①的位置开始绕点 D 按逆时针方向旋转，得到 $\angle M'DN'$，如图②. 当射线 DM'，DN' 分别交边 AC，CB 于点 E'，F' 时，求 $\dfrac{DE'}{DF'}$ 的值.

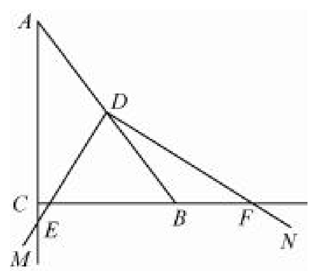
拓展延伸：(3)如图③，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=m$，$BC=n$，D 是斜边 AB 的中点．以 D 为顶点作 $\angle MDN=90^\circ$，射线 DM，DN 分别交 AC，CB 的延长线于点 E，F，则 $\dfrac{DE}{DF}$ 的值为________（用含 m，n 的代数式表示，直接回答即可）.



图①



图②



图③

（第 10 题）

21　相似图形的应用(一)

知识梳理

一、测量物体的高

利用相似三角形测高：

- 利用阳光下的影子测高→$\dfrac{\text{被测物体的高度}}{\text{被测物体的影长}}=\dfrac{\text{参照物的\_\_\_\_\_\_}}{\text{参照物的\_\_\_\_\_\_}}$
- 利用标杆测高→利用人、标杆、被测物体构造相似三角形
- 利用镜子的反射测高→利用物理中的入射角等于________构造相似三角形

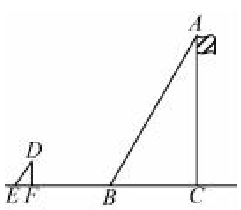
二、位似图形

1. 如果两个图形不仅相似，而且每组对应点所在直线都经过同一个点，那么这样的两个图形叫做______，这个点叫做________，此时的相似比叫做________.
2. 位似图形对应线段平行或共线，任何一对对应点到位似中心的距离之比都等于________.
3. 画位似图形时，可以把两个图形画在位似中心的同侧，也可以把两个图形画在位似中心的________ .
4. 由一个图形得到它的位似图形的变换叫做______. 利用位似变换可以把一个图形放大或缩小.
5. 坐标系中的位似变换：当以坐标原点为位似中心时，若原图形上点的坐标为(x,y)，位似图形与原图形的位似比为k，则位似图形上的对应点的坐标为(______,______)或(______,______).

综合提升

1. 下列说法错误的是(　　).
   A. 位似多边形对应角相等，对应边成比例
   B. 位似多边形对应点所连的直线一定经过位似中心
   C. 位似多边形上任意一对对应点到位似中心的距离之比等于位似比
   D. 两个位似多边形一定是全等图形

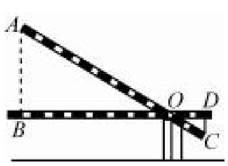
2. 某校数学兴趣小组为测量学校旗杆AC的高度，在点F处竖立一根长为1.5 m的标杆DF，如图所示，量出DF的影子EF的长度为1 m，再量出旗杆AC的影子BC的长度为6 m，那么旗杆AC的高度为(　　).



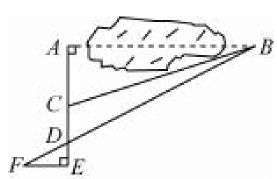
(第 2 题)

   A. 6 m　　B. 7 m　　C. 8.5 m　　D. 9 m

3. 学校门口的栏杆如图所示，栏杆从水平位置BD绕点O旋转到AC位置，已知$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，垂足分别为点B，D，$AO=4$ m，$AB=1.6$ m，$CO=1$ m，则栏杆C端应下降的垂直距离CD为(　　).
   A. 0.2 m　　B. 0.3 m　　C. 0.4 m　　D. 0.5 m



(第 3 题)

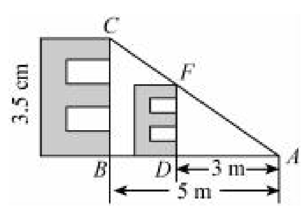


(第 4 题)

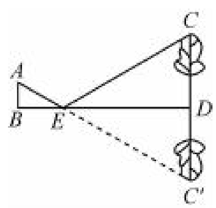
4. 如图，已知$AB\perp AE$于点A，$EF\perp AE$于点E，要计算A，B两地的距离，甲、乙、丙、丁四组同学分别测量了部分线段的长度和角的度数，得到以下四组数据：甲：AC，$\angle ACB$；乙：EF，DE，AD；丙：AD，$\angle DFE$；丁：CD，DE，$\angle ACB$. 其中能求得A，B两地距离的有(　　).
   A. 1 组　　B. 2 组　　C. 3 组　　D. 4 组

5. 在平面直角坐标系中，已知点$E(-4,2)$，$F(-2,-2)$，以原点为位似中心，相似比为$\dfrac{1}{2}$，把$\triangle EFO$缩小，则点E的对应点E'的坐标为(　　).
   A. $(-2,1)$　　B. $(-8,4)$
   C. $(-8,4)$或$(8,-4)$　　D. $(-2,1)$或$(2,-1)$

6. 为了加强视力保护意识，小明要在书房里挂一张视力表. 由于书房空间狭小，他想根据测试距离为5 m的大视力表制作一个测试距离为3 m的小视力表. 如图，如果大视力表中“E”的高度是3.5 cm，那么小视力表中相应“E”的高度是(　　).
   A. 3 cm　　B. 2.5 cm　　C. 2.3 cm　　D. 2.1 cm



(第 6 题)

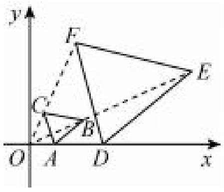


(第 7 题)

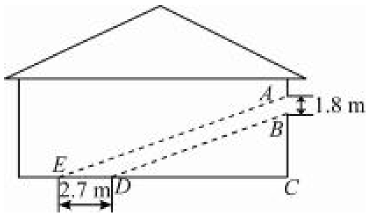
7. 如图，身高为1.7 m的小明AB站在河的一岸，利用树的倒影去测量河对岸一棵树CD的高度，CD在水中倒影为$C'D$，A，E，C'在同一直线上，已知河

BD 的宽度为 12 m，$BE=3$ m，则树 CD 的高为________.

8. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(1,0)$，$D(3,0)$，$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，原点 O 是位似中心．若 $AB=1.5$，则 $DE=$________.



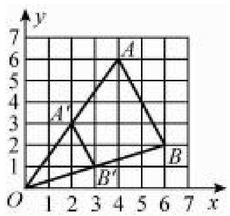
（第 8 题）



（第 9 题）

9. 阳光通过窗口照射到室内，在地面上留下 2.7 m 宽的亮区（如图所示），已知亮区到窗口下的墙脚距离 $EC=8.7$ m，窗口高 $AB=1.8$ m，则窗口底边离地面的高 $BC=$________.

10. 如图，$\triangle ABO$ 缩小后变为 $\triangle A'B'O$，其中 A,B 的对应点分别为 A',B'，点 A,B,A',B' 均在图中的格点上．若线段 AB 上有一点 $P(m,n)$，则点 P 在线段 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为________.



（第 10 题）

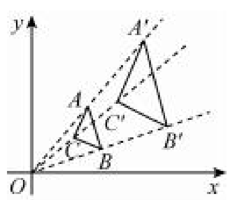
11. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形，且点 B 的坐标为 $(3,1)$，点 B' 的坐标为 $(6,2)$.

(1)请你根据位似的特征并结合点 B 与 B' 的坐标，回答下列问题：

①若点 $A\left(\frac{5}{2},3\right)$，则点 A' 的坐标为________；

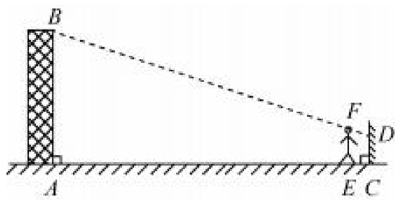
②$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的相似比为________.

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 m，求 $\triangle A'B'C'$ 的面积(用含 m 的代数式表示).



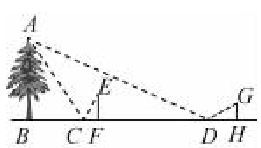
（第 11 题）

12. 小明想利用太阳光测量楼高，他带着皮尺来到一栋楼下，发现对面墙上有这栋楼的影子，针对这种情况，他设计了一种测量方案，具体测量情况如下：如图，小明边移动边观察，发现站到点 E 处时，可以使自己落在墙上的影子与这栋楼落在墙上的影子高度恰好相同．此时，测得小明落在墙上的影子高度 $CD=1.2$ m，$CE=0.8$ m，$CA=30$ m(点 A,E,C 在同一直线上)．已知小明的身高 EF 是 1.7 m，请你帮小明求出楼高 AB(结果精确到 0.1 m).



（第 12 题）

13. 某一天，小明和小亮来到一河边，想用平面镜和皮尺测量这条河的大致宽度，两人在确保无安全隐患的情况下，在河岸边选择了一点 C(点 C 与河对岸岸边上的一棵树的底部点 B 所确定的直线垂直于河岸)放平面镜．小明到 F 点时正好在平面镜中看到树尖 A，小亮在点 D 放平面镜，小亮到 H 点时正好在平面镜中看到树尖 A，且 F,D,H 均在 BC 的延长线上．小明的眼睛距离地面的高度 $EF=1.5$ m，小亮的眼睛距离地面的高度 $GH=1.6$ m，测得 $CF=1$ m，$DH=2$ m，$CD=8.4$ m，$AB\perp BH$，$EF\perp BH$，$GH\perp BH$，根据以上测量过程及测量数据，请你求出河宽 BC 是多少米.



（第 13 题）

22　相似图形的应用(二)

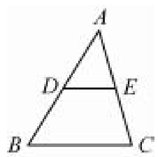
知识梳理

相似三角形的基本模型

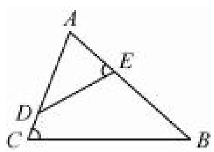
基本模型一：

如图①，在△ABC 中，$DE\parallel BC$，则可证：

______∽______．



图①



图②

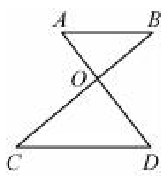
基本模型二：

如图②，在△ABC 中，$\angle AED=\angle C$，则可证：

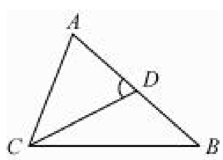
______∽______．

基本模型三：

如图③，$AB\parallel CD$，则可证：______∽______．



图③



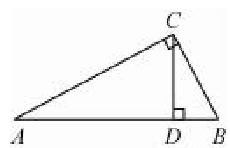
图④

基本模型四：

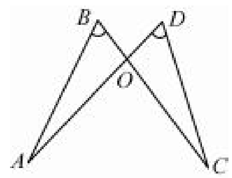
如图④，$\angle ADC=\angle ACB$，则可证：______∽______．

基本模型五：

如图⑤，在 Rt△ABC 中，CD 为斜边 AB 上的高，则可证：______∽______∽______．



图⑤



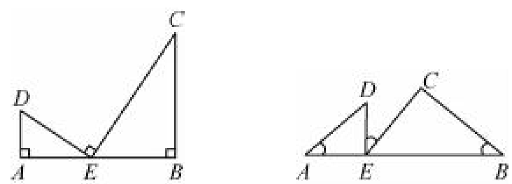
图⑥

基本模型六：

如图⑥，直线 AD 与 BC 交于点 O，且 $\angle B=\angle D$，则可证：______∽______．

基本模型七：

如图⑦，A，B，E 三点在同一直线上，且 $\angle A=\angle B=\angle DEC$，则可证：______∽______．

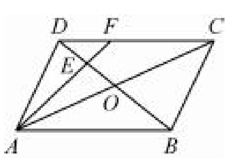


图⑦

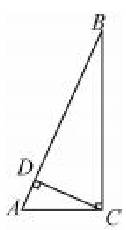
综合提升

1. 如图，在▱$ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，E 为 OD 的中点，连接 AE 并延长交 DC 于点 F，则 $DF:FC$ 等于(　　)．

A. 1∶4　　B. 1∶3　　C. 2∶3　　D. 1∶2



(第 1 题)



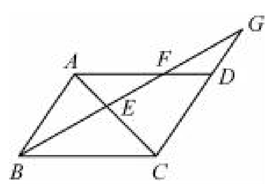
(第 2 题)

2. 如图，在 Rt△ABC 中，$CD\perp AB$，D 为垂足，且 $AD=3$，$AC=3\sqrt{5}$，则斜边 AB 的长为(　　)．

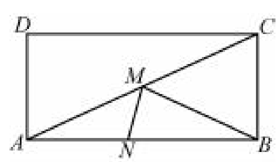
A. $3\sqrt{6}$　　B. 15　　C. $9\sqrt{5}$　　D. $3+3\sqrt{5}$

3. 如图，G 是▱$ABCD$ 的边 CD 延长线上一点，BG 交 AC 于点 E，交 AD 于点 F，则图中与△FGD 相似的三角形有(　　)．

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个



(第 3 题)

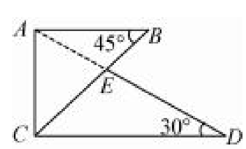


(第 4 题)

4. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$BC=5$．若点 M，N 分别是线段 AC，AB 上的两个动点，则 $BM+MN$ 的最小值为(　　)．

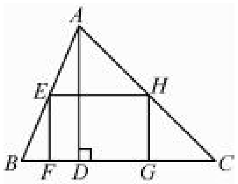
A. 10　　B. 8　　C. $5\sqrt{3}$　　D. 6

5. 将一副三角尺如图所示叠放在一起，则 $\dfrac{BE}{EC}$ 的值是________．



(第 5 题)

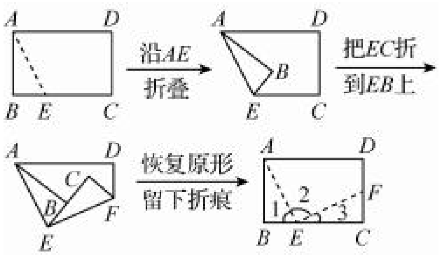
6. 如图,矩形 $EFGH$ 内接于$\triangle ABC$,且边 FG 落在 BC 上. 若 $AD\perp BC$,$BC=3$,$AD=2$,$EF=\frac{2}{3}EH$,则 EH 的长为________.



(第 6 题)

7. 按如图所示的方法折纸,下面结论正确的有______.(只填序号)

①$\angle 2=90^\circ$;②$\angle 1=\angle AEC$;
③$\triangle ABE\backsim\triangle ECF$;④$\angle BAE=\angle 3$.

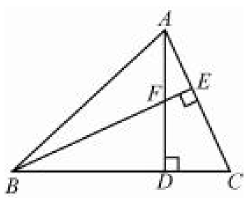


(第 7 题)

8. 如图,在$\triangle ABC$ 中,$AD\perp BC$,$BE\perp AC$,垂足分别为点 D,E,AD 与 BE 相交于点 F.

(1)求证:$\triangle ACD\backsim\triangle BFD$;

(2)当 $\tan\angle ABD=1$,$AC=3$ 时,求 BF 的长.

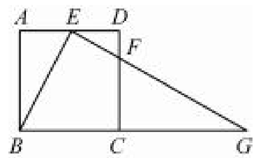


(第 8 题)

9. 如图,在正方形 $ABCD$ 中,E 为边 AD 上的点,F 为边 CD 上的点,且 $CF=3FD$,$\angle BEF=90^\circ$.

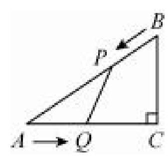
(1)求证:$\triangle ABE\backsim\triangle DEF$;

(2)若 $AB=4$,延长 EF 交 BC 的延长线于点 G,求 BG 的长.



(第 9 题)

10. 如图,在 Rt$\triangle ACB$ 中,$\angle C=90^\circ$,$AC=4$ cm,$BC=3$ cm,点 P 由 B 出发沿 BA 方向向点 A 匀速运动,速度为 1 cm/s;点 Q 由 A 出发沿 AC 方向向点 C 匀速运动,速度为 2 cm/s,连接 PQ. 若设运动的时间为 t(s)($0<t<2$). 当 t 为何值时,以 A,P,Q 为顶点的三角形与$\triangle ABC$ 相似?



(第 10 题)

23　锐角三角函数

知识梳理

1. 锐角三角函数定义

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，设 $AB=c$，$BC=a$，$AC=b$，则

①锐角 A 的对边与斜边的比叫做$\angle A$ 的______，记为______A，即______$A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=$______.

②锐角 A 的邻边与斜边的比叫做$\angle A$ 的______，记为______A，即______$A=\dfrac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=$______.

③锐角 A 的对边与邻边的比叫做$\angle A$ 的______，记为______A，即______$A=\dfrac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=$______.

它们统称为$\angle A$ 的锐角三角函数.

2. 特殊角的三角函数值

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$					
$\cos\alpha$					
$\tan\alpha$					

3. 三角函数之间的关系

(1)同角三角函数关系

①平方关系：$\sin^2A+\cos^2A=$________；

②商数关系：______$=\dfrac{\sin A}{\cos A}$.

(2)若$\angle A+\angle B=90°$

①$\sin A=$________B；

②$\cos A=$________B.

4. 锐角三角函数的增减性

当角度在 $0°\sim90°$之间变化时，

①正弦值随着角度的增大而______；

②余弦值随着角度的增大而______；

③正切值随着角度的增大而______.

5. 锐角三角函数值的范围

________$<\sin\alpha<$________$(0°<\alpha<90°)$；

________$<\cos\alpha<$________$(0°<\alpha<90°)$；

$\tan\alpha$ ________$(0°<\alpha<90°)$.

6. 正弦、余弦三角函数大小关系$(0°<\alpha<90°)$

当 $\alpha=45°$时，$\sin\alpha$ ______ $\cos\alpha$；

当 $0°<\alpha<45°$时，$\sin\alpha$ ______ $\cos\alpha$；

当 $45°<\alpha<90°$时，$\sin\alpha$ ______ $\cos\alpha$.

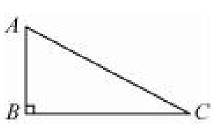
综合提升

1. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle A=120°$，$AB=4$，$AC=2$，则 $\tan C$ 的值是(　　).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

2. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$BC=2AB$，则 $\cos A=$(　　).



(第 2 题)

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

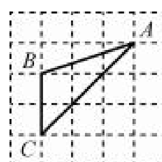
3. 若锐角 α 满足 $\cos\alpha<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$且 $\tan\alpha<\sqrt{3}$，则 α 的范围是(　　).

A. $30°<\alpha<45°$　　B. $45°<\alpha<60°$

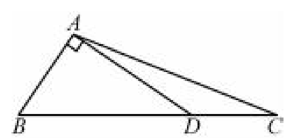
C. $60°<\alpha<90°$　　D. $30°<\alpha<60°$

4. 如图，已知$\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，则 $\cos A$ 的值为(　　).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$



(第 4 题)



(第 5 题)

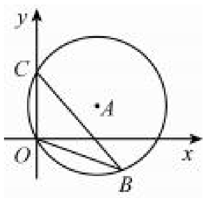
5. 如图，在 Rt$\triangle BAD$ 中，延长斜边 BD 到点 C，使 $DC=\dfrac{1}{2}BD$，连接 AC. 若 $\tan B=\dfrac{5}{3}$，则 $\tan\angle CAD$ 的值是(　　).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{1}{5}$

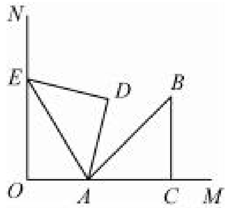
6. 已知 α，β 均为锐角，且满足$\left|\sin\alpha-\dfrac{1}{2}\right|+\sqrt{(\tan\beta-1)^2}=0$，则 $\alpha+\beta=$________.

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $P(0,2)$作直线 l：$y=\dfrac{1}{2}x+b$(b 为常数且 $b<2$)的垂线，垂足为点 Q，则 $\tan\angle OPQ=$________.

8. 如图，直径为 10 的⊙A 经过点 $C(0,5)$ 和点 $O(0,0)$，B 是 y 轴右侧⊙A 优弧上一点，则 $\tan\angle OBC$ 的值为________.



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，$ON\perp OM$，在等腰直角三角形 ACB 中，$\angle ACB=90°$，边 AC 在射线 OM 上，将△ACB 绕点 A 逆时针旋转 75°，使得点 B 的对应点 E 恰好落在射线 ON 上，则 $\frac{OA}{EA}=$________.

10. 计算：

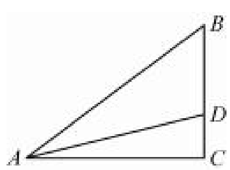
(1)$\sin 30°+\cos 30°\cdot\tan 60°$；

(2)$\sqrt{2}\sin 60°-4\cos^2 30°+\sqrt{3}\sin 45°$.

11. 如图，在 Rt△ABC 中，已知$\angle C=90°$，$\sin B=\frac{4}{5}$，$AC=8$，D 为线段 BC 上一点，并且 $CD=2$.

(1)求 BD 的值；

(2)求 $\cos\angle DAC$ 的值.

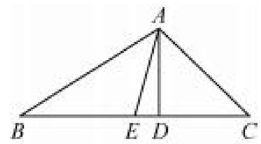


（第 11 题）

12. 如图，在△ABC 中，AD 是 BC 边上的高，AE 是 BC 边上的中线，$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin B=\frac{1}{3}$，$AD=1$.

(1)求 BC 的长；

(2)求 $\tan\angle DAE$ 的值.



（第 12 题）

13. 在△ABC 中，$AB=10$，$AC=2\sqrt{7}$，$\angle B=30°$，求△ABC 的面积 .

24　解直角三角形(一)

知识梳理

解直角三角形

1. 解直角三角形的概念

在直角三角形中，除直角外，一共有五个元素，即三条边和两个锐角，由直角三角形中除直角外的已知元素求出所有未知元素的过程叫做解直角三角形.

2. 解直角三角形的理论依据

在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c.

①三边之间的关系：____________（勾股定理）.

②锐角之间的关系：____________.

③边角之间的关系：

$\sin A=\cos$ ________ $=\dfrac{a}{c}$，

$\sin B=\cos$ ________ $=\dfrac{b}{c}$，

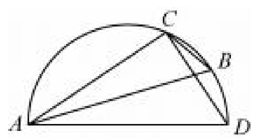
$\tan A=$________，$\tan B=$________.

综合提升

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\dfrac{4}{5}$，$AC=6$ cm，则 BC 的长为(　　).

A. 6 cm　　B. 7 cm　　C. 8 cm　　D. 9 cm

2. 如图所示的半圆中，AD 是直径，且 $AD=3$，若 $AC=2$，则 $\sin B$ 的值是(　　).



（第 2 题）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

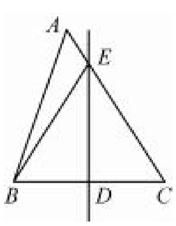
C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

3. 在 Rt△ABC 中，已知 $\angle C=90^\circ$，$BC=\sqrt{6}$，$AC=\sqrt{2}$，则 $\angle B=$(　　).

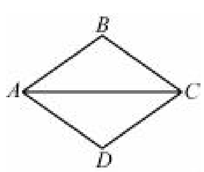
A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 75°

4. 如图，在△ABC 中，DE 是 BC 的垂直平分线，DE 交 AC 于点 E，连接 BE. 若 $BE=9$，$BC=12$，则 $\cos C=$________.



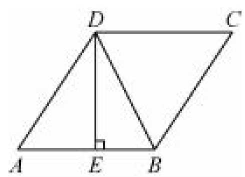
（第 4 题）



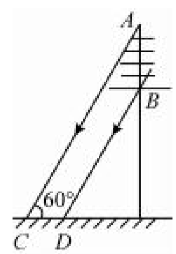
（第 5 题）

5. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 15，$\sin\angle BAC=\dfrac{3}{5}$，则对角线 AC 的长为________.

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$DE\perp AB$ 于点 E，若 $\cos A=\dfrac{3}{5}$，则 $\tan\angle DBE$ 的值是________.



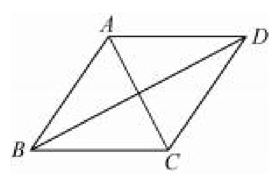
（第 6 题）



（第 7 题）

7. 如图，一根电线杆的接线柱部分 AB 在阳光下的投影 CD 的长为 1.2，太阳光线与地面的夹角 $\angle ACD=60^\circ$，则 AB 的长为________.

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle BCD$ 是钝角，$AB=AD$，BD 平分 $\angle ABC$. 若 $CD=3$，$BD=2\sqrt{6}$，$\sin\angle DBC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，求对角线 AC 的长.

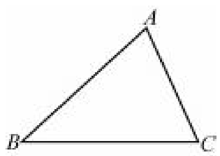


（第 8 题）

9. 如图,在△ABC 中,$AB=BC=5$,$\tan\angle ABC=\frac{3}{4}$.

(1)求 AC 的长;

(2)设边 BC 的垂直平分线与边 AB 的交点为 D,求 $\frac{AD}{DB}$的值.

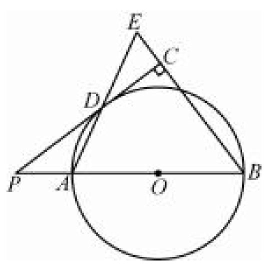


(第 9 题)

10. 如图,已知 AB 是⊙O 的直径,点 P 在 BA 的延长线上,PD 切⊙O 于点 D,过点 B 作 $BE\perp PD$,交 PD 的延长线于点 C,连接 AD 并延长,交 BE 于点 E.

(1)求证:$AB=BE$;

(2)若 $PA=2$,$\cos B=\frac{3}{5}$,求⊙O 的半径长.

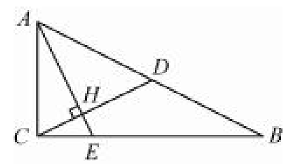


(第 10 题)

11. 如图,在 Rt△ABC 中,$\angle ACB=90°$,CD 是斜边 AB 上的中线,过点 A 作 $AE\perp CD$,AE 分别与 CD,CB 相交于点 H,E,$AH=2CH$.

(1)求 $\sin B$ 的值;

(2)如果 $CD=\sqrt{5}$,求 BE 的值.



(第 11 题)

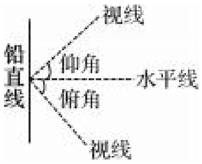
25　解直角三角形(二)

知识梳理

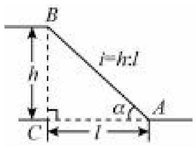
解直角三角形应用的常用知识

1. 仰角和俯角

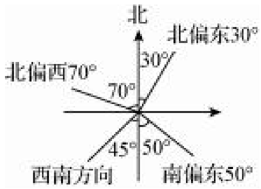
如图①,在视线与水平线所成的角中,视线在水平线上方的叫做________,视线在水平线下方的叫做________.



图①



图②



图③

2. 坡度和坡角

如图②,通常把坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 之比叫________,用字母 i 表示,把坡面与水平面的夹角叫做________,记作 α,于是 $i=$________$=\tan\alpha$,显然,坡度越大,α 越大,坡面就越陡.

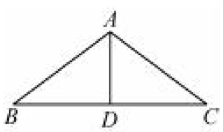
3. 方向角

如图③,一般来说,指北或指南的方向线与目标方向线所成的小于 90°的角叫做方向角.

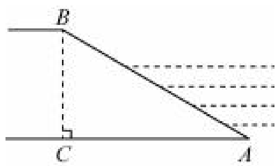
综合提升

1. 如图,厂房屋顶人字形(等腰三角形)钢架的跨度 $BC=10$ m,$\angle B=36°$,则中柱 AD(D 为底边中点)的长是(　　).

A. 5sin 36° m　　B. 5cos 36° m
C. 5tan 36° m　　D. 10tan 36° m



(第 1 题)



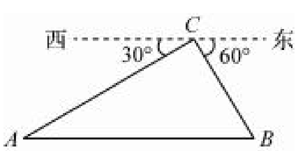
(第 2 题)

2. 河堤横断面如图所示,堤高 $BC=6$ m,迎水坡 AB 的坡比为 $1:\sqrt{3}$,则 AB 的长为(　　).

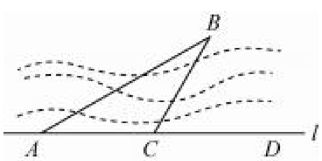
A. 12 m　B. $4\sqrt{3}$ m　C. $5\sqrt{3}$ m　D. $6\sqrt{3}$ m

3. 笔直的公路 AB 一侧有加油站 C,已知从西面入口点 A 到 C 的距离为 60 m,西东两个入口 A,B 与加油站 C 之间的位置如图所示,则 A,B 两个入口间的距离为(　　).

A. $40\sqrt{3}$ m　B. $20\sqrt{3}$ m　C. $30\sqrt{3}$ m　D. $60\sqrt{3}$ m



(第 3 题)

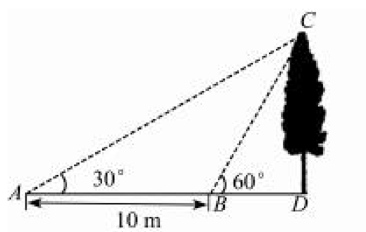


(第 4 题)

4. 如图,小明要测量河内小岛 B 到河边公路 l 的距离,在 A 点处测得 $\angle BAD=30°$,在公路 l 上的 C 点处测得 $\angle BCD=60°$,又测得 $AC=60$ m,则小岛 B 到公路 l 的距离为(　　).

A. 30 m　　B. $30\sqrt{3}$ m
C. $40\sqrt{3}$ m　　D. $(30+30\sqrt{3})$ m

5. 如图,某教学兴趣小组想测量一棵树 CD 的高度,他们先在点 A 处测得树顶 C 的仰角为 30°,然后沿 AD 方向前行 10 m,到达 B 点,在 B 处测得树顶 C 的仰角为 60°(A,B,D 三点在同一直线上),则这棵树 CD 的高度为(　　).

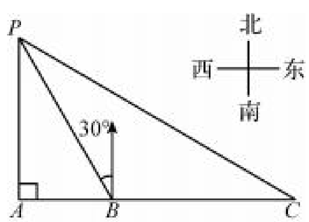


(第 5 题)

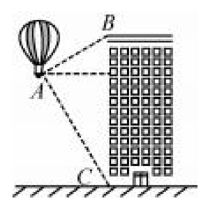
A. 10 m　B. 5 m　C. $5\sqrt{3}$ m　D. $10\sqrt{3}$ m

6. 如图,某海监船以 20 n mile/h 的速度在某海域执行巡航任务,当海监船由西向东航行至 A 处时,测得岛屿 P 恰好在其正北方向,继续向东航行 1 h 到达 B 处,测得岛屿 P 在其北偏西 30°方向,保持航向不变又航行 2 h 到达 C 处,此时海监船与岛屿 P 之间的距离(即 PC 的长)为(　　).

A. 40 n mile　　B. 60 n mile
C. $20\sqrt{3}$ n mile　　D. $40\sqrt{3}$ n mile



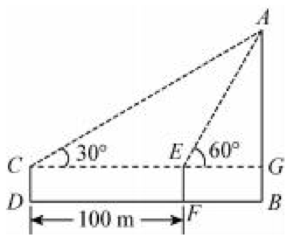
(第 6 题)



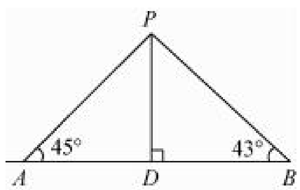
(第 7 题)

7. 如图,热气球的探测器显示,从热气球 A 看一栋高楼顶部 B 的仰角为 $30°$,看这栋高楼底部 C 的俯角为 $60°$,热气球 A 与高楼的水平距离为 60 m,则这栋高楼 BC 的高度为________.

8. 如图,为了测得电视塔的高度 AB,在 D 处用高为 1 m 的测角仪 CD,测得电视塔顶端 A 的仰角为 $30°$,再向电视塔方向前进 100 m 到达 F 处,又测得电视塔顶端 A 的仰角为 $60°$,则这个电视塔的高度 AB 为________.



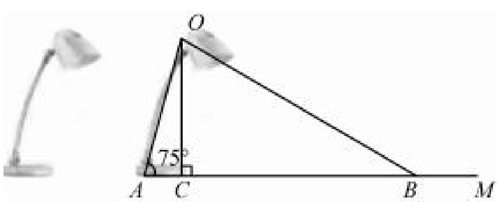
(第 8 题)



(第 9 题)

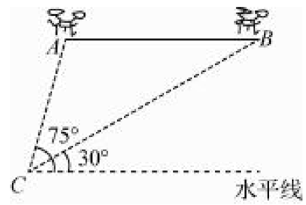
9. 如图,某湖中有一个小岛 P,湖边有一条笔直的观光小道 AB,现决定从小岛建一座与观光小道垂直的小桥 PD,测得如下数据:$AB=80.0$ m,$\angle PAB=45°$,$\angle PBA=43°$,则小桥 PD 的长为________.(结果精确到 0.1 m;参考数据:$\sin 43°\approx 0.68$,$\cos 43°\approx 0.73$,$\tan 43°\approx 0.93$)

10. 如图为放置在水平桌面上的台灯的平面示意图,灯臂 AO 长为 40 cm,与水平面所形成的夹角 $\angle OAM$ 为 $75°$. 由光源 O 射出的边缘光线 OC,OB 与水平面所形成的夹角 $\angle OCA$,$\angle OBA$ 分别为 $90°$ 和 $30°$,求该台灯照亮水平面的宽度 BC.(不考虑其他因素,结果精确到 0.1 cm;参考数据:$\sin 75°\approx 0.97$,$\cos 75°\approx 0.26$,$\sqrt{3}\approx 1.73$)



(第 10 题)

11. 某兴趣小组借助无人飞机航拍校园. 如图,无人飞机从 A 处水平飞行至 B 处需 8 s,在地面 C 处同一方向上分别测得 A 处的仰角为 $75°$,B 处的仰角为 $30°$. 已知无人飞机的飞行速度为 4 m/s,求这架无人飞机的飞行高度.(结果保留根号)



(第 11 题)

26　圆的认识

知识梳理

1. 圆、圆心、半径、弧、弦、直径、圆心角、圆周角、弦心距、同圆、等圆、弓形等相关概念.

2. 圆的轴对称性

(1)垂径定理:垂直于弦的直径________这条弦,并且________弦所对的两条________;

(2)推论:________弦(非直径)的直径垂直于这条弦,并且________弦所对的两条________.

3. 圆的旋转对称性

在同圆或等圆中,如果两个______,两条________,两条________,两条__________中有一组量相等,那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

4. ①一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的________;

②在同圆或等圆中,同弧或等弧所对的圆周角_____;

③直径所对的圆周角是________(已知直径,辅助线常作它所对的________角),________的圆周角所对的弦是直径;

④圆内接四边形的对角________.

5. 三角形的外接圆

不在同一条直线上的________点确定一个圆,三角形外接圆的圆心称为三角形的________心,它是三角形____________的交点.直角三角形的外心在____________,锐角三角形的外心在三角形的___________部,钝角三角形的外心在三角形的_______部.(已知三角形的外心,辅助线常连接外心与三角形的_______,或过外心作边的________,或连接外心与边的_______点)

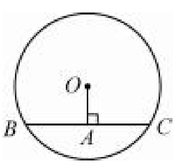
综合提升

1. 下列语句:①过三点能作一个圆;②平分弦的直径垂直于弦;③长度相等的弧是等弧;④经过圆心的每一条直线都是圆的对称轴;⑤相等的圆心角所对的弧度数相等.其中正确的个数是(　　).

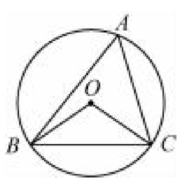
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 如图,BC 是⊙O 的弦,$OA\perp BC$,垂足为 A,若⊙O 的半径为 13,$BC=24$,则线段 OA 的长为(　　).

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8



(第 2 题)



(第 3 题)

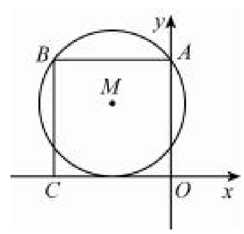
3. 如图,⊙O 的半径为 4,△ABC 是⊙O 的内接三角形,连接 OB,OC.若∠BAC 与∠BOC 互补,则弦 BC 的长为(　　).

A. $3\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $5\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{3}$

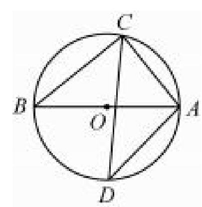
4. 如图,在平面直角坐标系中,正方形 $ABCO$ 的顶点 A,C 分别在 y 轴、x 轴上,以 AB 为弦的⊙M 与 x 轴相切.若点 A 的坐标为(0,8),则圆心 M 的坐标为(　　).

A. (−4,5)　　B. (−5,4)

C. (5,−4)　　D. (4,−5)



(第 4 题)



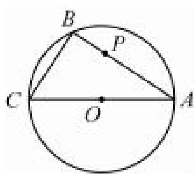
(第 5 题)

5. 如图,已知 AB 是⊙O 的直径,∠$D=40°$,则∠CAB 的度数为(　　).

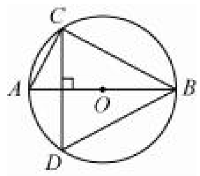
A. 20°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 70°

6. 如图，P 为⊙O 内的一个定点，A 为⊙O 上的一个动点，射线 AP，AO 分别与⊙O 交于 B，C 两点．若⊙O 的半径为 3，$OP=\sqrt{3}$，则弦 BC 的最大值为(　　).

A. $2\sqrt{3}$　　B. 3　　C. $\sqrt{6}$　　D. $3\sqrt{2}$



(第 6 题)



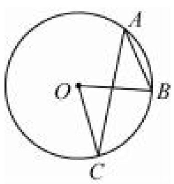
(第 7 题)

7. 如图，AB 是⊙O 的直径，CD 是弦，且 $CD\perp AB$，若 $BC=4$，$AC=2$，则 $\sin\angle ABD$ 的值为(　　).

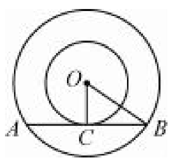
A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

8. 如图，点 A，B，C 在⊙O 上，$\angle A=36°$，$\angle C=28°$，则 $\angle B=$(　　).

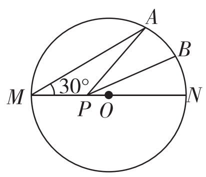
A. $100°$　　B. $72°$　　C. $64°$　　D. $36°$



(第 8 题)



(第 9 题)

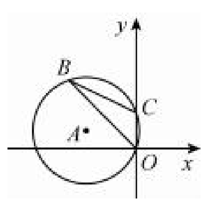


(第 10 题)

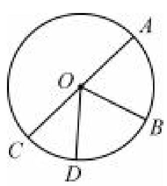
9. 如图，两同心圆的大圆半径长为 5 cm，小圆半径长为 3 cm，大圆的弦 AB 与小圆相切，切点为 C，则弦 AB 的长是________.

10. 如图，MN 是半径为 1 的⊙O 的直径，点 A 在⊙O 上，$\angle AMN=30°$，点 B 为劣弧 AN 的中点，点 P 是直径 MN 上一动点，则 $PA+PB$ 的最小值为_____.

11. 如图，半径为 3 的⊙A 经过原点 O 和点 $C(0,2)$，B 是 y 轴左侧⊙A 优弧上一点，则 $\tan\angle OBC$ 为________.



(第 11 题)

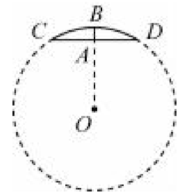


(第 12 题)

12. 如图，$\angle AOB=2\angle COD$，则 $\overset{\frown}{AB}$________$2\overset{\frown}{CD}$.

13.《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架.《九章算术》中记载：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，间径几何?”(如图①)


图①



图②

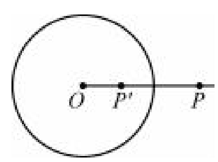
(第 13 题)

阅读完这段文字后，小智画出了一个圆柱截面示意图(如图②)，其中 $BO\perp CD$ 于点 A，求间径就是要求⊙O 的直径.

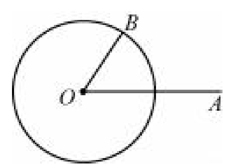
再次阅读后，发现 $AB=$________寸，$CD=$________寸(一尺等于十寸)，通过运用有关知识即可解决这个问题．请你补全题目条件，并帮助小智求出⊙O 的直径.

14. 如图①，⊙O 的半径为 $r(r>0)$，若点 P' 在射线 OP 上，满足 $OP'\cdot OP=r^2$，则称点 P' 是点 P 关于⊙O 的“反演点”.

如图②，⊙O 的半径为 4，点 B 在⊙O 上，$\angle BOA=60°$，$OA=8$. 若点 A'，B' 分别是点 A，B 关于⊙O 的反演点，求 $A'B'$ 的长.



图①



图②

(第 14 题)

27　与圆有关的位置关系

知识梳理

与圆有关的位置关系

1. 点与圆的位置关系

点到圆心的距离为 d，圆的半径为 r.

①点在圆内⇔d ________ r；

②点在圆上⇔d ________ r；

③点在圆外⇔d ________ r.

2. 直线与圆的位置关系

圆心到直线的距离为 d，圆的半径为 r.

直线与圆相交⇔d ________ r；

直线与圆相切⇔d ________ r；

直线与圆相离⇔d ________ r.

3. 经过半径的________并且________半径的直线是圆的切线.（切线的判定）

4. 切线的性质

①切线和圆只有一个公共点；

②圆心到切线的距离等于圆的半径；

③切线________于经过切点的半径（已知切点，辅助线常连____________）；

④经过圆心垂直于切线的直线必过________；

⑤经过切点垂直于切线的直线必过________.

5. 三角形的内切圆

与三角形三边都相切的圆有且只有________个，这个圆叫做三角形的内切圆，内切圆的圆心叫做三角形的____________心，它是三角形三条__________的交点，三角形的内心到三角形________的距离都相等（已知内心，辅助线常连接内心和三角形的______或过内心作边的________线）.

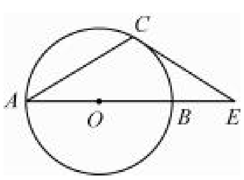
切线长定理：从圆外一点可以引圆的两条切线，它们的切线长________，这一点和圆心的连线，平分两条切线的________.

综合提升

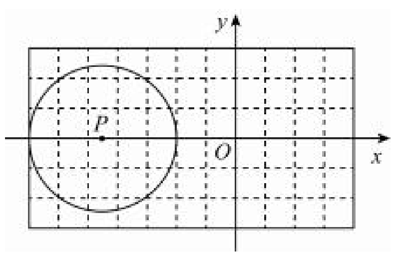
1. 如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上的点，过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 E，若∠A=30°，则 $\sin\angle E$ 的值为（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，以 $P(-4.5,0)$ 为圆心的⊙P 经过点 $(-2,0)$，且⊙P 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴向右运动，则当⊙P 与 y 轴相交的弦长为 4 个单位长度时，移动的时间为（　　）.

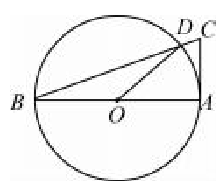
A. 2 s　　B. 3 s

C. 2 s 或 4 s　　D. 3 s 或 6 s

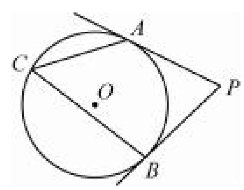
3. 如图，AB 是⊙O 的直径，AC 切⊙O 于点 A，BC 交⊙O 于点 D，若∠C=70°，则∠AOD 的度数为（　　）.

A. 70°　　B. 35°

C. 20°　　D. 40°



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，PA，PB 分别切⊙O 于点 A，B，若∠P=70°，则∠C 的大小为（　　）.

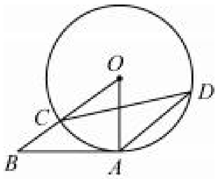
A. 40°　　B. 50°

C. 55°　　D. 60°

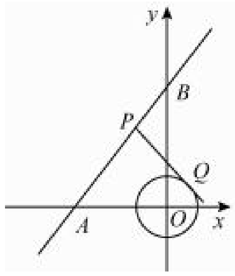
5. 如图，AB 与 $\odot O$ 相切于点 A，BO 与 $\odot O$ 相交于点 C，点 D 是优弧 AC 上一点，$\angle CDA=27^\circ$，则 $\angle B$ 的大小是(　　).

A. 27°　　　　B. 34°

C. 36°　　　　D. 54°



(第 5 题)



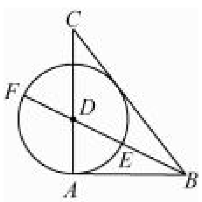
(第 6 题)

6. 如图，在平面直角坐标系中，$\odot O$ 的半径为 1，点 P 在经过点 $A(-3,0)$，$B(0,4)$ 的直线上，PQ 切 $\odot O$ 于点 Q，则切线长 PQ 的最小值为(　　).

A. $\sqrt{7}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{119}}{5}$

C. 2.4　　　　D. 3

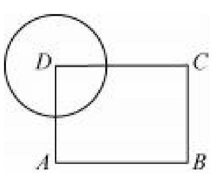
7. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，$AB=3$，$AC=4$，$BC=5$，作 $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于 D，以 D 为圆心，DA 为半径作圆，与射线 BD 交于点 E，F. 有下列结论：①$\triangle ABC$ 是直角三角形；②$\odot D$ 与直线 BC 相切；③点 E 是线段 BF 的黄金分割点；④$\tan\angle CDF=2$. 其中正确的结论有(　　).



(第 7 题)

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，以顶点 D 为圆心作半径为 r 的圆，若要求另外三个顶点 A，B，C 中至少有一个点在圆内，且至少有一个点在圆外，则 r 的取值范围是________.

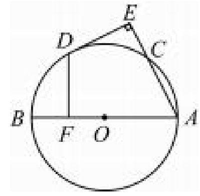


(第 8 题)

9. 如图，AB 为 $\odot O$ 直径，C 为 $\odot O$ 上一点，点 D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，$DE\perp AC$ 的延长线于点 E，$DF\perp AB$ 于点 F.

(1)判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的结论；

(2)若 $OF=4$，求 AC 的长度.

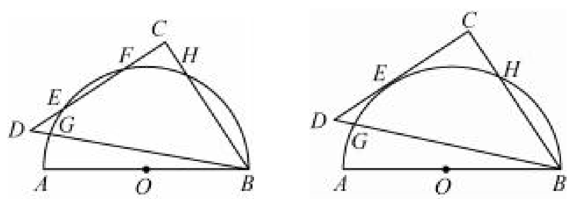


(第 9 题)

10. 已知一个零刻度落在点 A 的量角器(半圆 O)的直径为 AB，等腰直角三角形 BCD 绕点 B 旋转.

(1)如图①，等腰直角三角形 BCD 运动至斜边 BD 交量角器边缘于点 G，直角边 CD 交量角器边缘于点 E，F，第三边交量角器边缘于点 H 时，点 G 在量角器上的读数为 20°，求此时点 H 在量角器上的读数.

(2)如图②，当点 G，E 在量角器上的读数 α，β 满足什么关系时，等腰直角三角形 BCD 的直角边 CD 会与半圆 O 相切于点 E？请说明理由.



图①　　图②

(第 10 题)

28　与圆有关的计算

知识梳理

圆中的相关计算

1. 弧长

①半径为 r 的圆周长 $C=$________；

②半径为 r 的圆中，$n°$的圆心角所对的弧长 $l=$______.

2. 扇形面积

①半径为 r 的圆面积 $S=$________；

②半径为 r，圆心角为 $n°$ 的扇形面积 $S_{扇形}=$______；

③扇形的弧长为 l，半径为 r 的扇形面积 $S_{扇形}=$________.

3. 圆环面积：$S_{圆环}=S_{大圆}$________$S_{小圆}$.

4. 弓形面积

①当弓形的弧为半圆时，$S_{弓形}=$________；

②当弓形的弧为劣弧时，$S_{弓形}=S_{扇形}$________$S_{三角形}$；

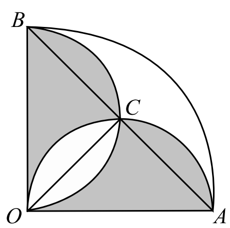
③当弓形的弧为优弧时，$S_{弓形}=S_{扇形}$________$S_{三角形}$.

综合提升

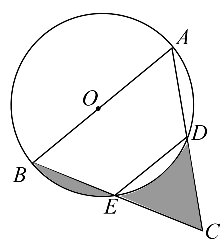
1. 如图，在半径为 1 cm，圆心角为 90°的扇形 OAB 中，分别以 OA，OB 为直径作半圆，则图中阴影部分的面积为(　　).

A. $\pi\ \text{cm}^2$　　B. $\frac{2}{3}\pi\ \text{cm}^2$

C. $\frac{1}{2}\ \text{cm}^2$　　D. $\frac{2}{3}\ \text{cm}^2$



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 E 是 BC 的中点，$AB=4$，$\angle BED=120°$，则图中阴影部分的面积之和为(　　).

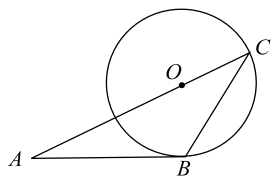
A. 1　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

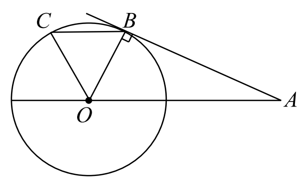
3. 如图，AB 与⊙O 相切于点 B，AO 的延长线交⊙O 于点 C，连接 BC. 若$\angle ABC=120°$，$OC=3$，则$\overset{\frown}{BC}$的长为(　　).

A. π　　B. 2π

C. 3π　　D. 5π



(第 3 题)

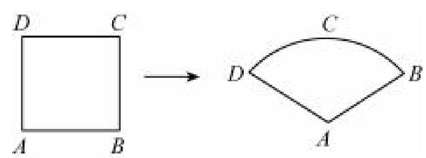


(第 5 题)

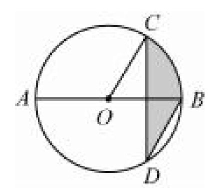
4. 已知一个扇形的圆心角为 120°，半径为 3，则这个扇形的面积为________.

5. 如图，⊙O 的半径为 6 cm，直线 AB 是⊙O 的切线，切点为点 B，弦 $BC/\!/AO$，若$\angle A=30°$，则劣弧$\overset{\frown}{BC}$的长为________.

6. 如图，某数学兴趣小组将边长为 3 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心，AB 为半径的扇形(忽略铁丝的粗细)，则所得扇形 DAB 的面积为________.



(第 6 题)

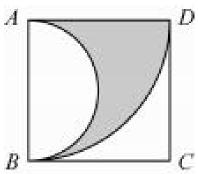


(第 7 题)

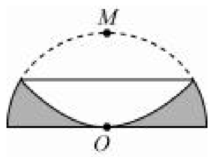
7. 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，$\angle CDB=30°$，$CD=2\sqrt{3}$，则阴影部分的面积为________.

8. 在半径为 1 的⊙O 中，弦 AB 长$\sqrt{2}$，则$\angle AOB$ 的度数为________.

9. 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，先以点 A 为圆心，AD 的长为半径画弧，再以 AB 边的中点为圆心，AB 长的一半为半径画弧，则阴影部分的面积是________.



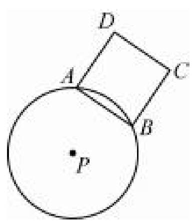
（第 9 题）



（第 10 题）

10. 如图，半径为 1 的半圆形纸片，按如图方式折叠，使折叠后半圆弧的中点 M 与圆心 O 重合，则图中阴影部分的面积是________.

11. 如图，⊙P 的半径为 5，A，B 是圆上任意两点，且 $AB=6$，以 AB 为边作正方形 $ABCD$（点 D，P 在直线 AB 两侧）．若 AB 边绕点 P 旋转一周，则 CD 边扫过的面积为________.

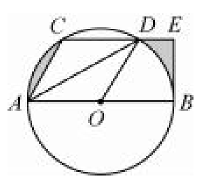


（第 11 题）

12. 如图，CD 是⊙O 的弦，AB 是直径，且 $CD\parallel AB$，连接 AC，AD，OD，其中 $AC=CD$，过点 B 的切线交 CD 的延长线于点 E.

(1)求证：DA 平分$\angle CDO$；

(2)若 $AB=12$，求图中阴影部分的周长之和.(参考数据：$\pi\approx3.1$，$\sqrt{2}\approx1.4$，$\sqrt{3}\approx1.7$)

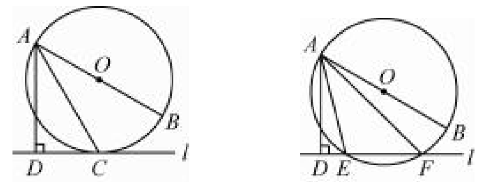


（第 12 题）

13. 已知直线 l 与⊙O，AB 是⊙O 的直径，$AD\perp l$ 于点 D.

(1)如图①，当直线 l 与⊙O 相切于点 C 时，求证：AC 平分$\angle DAB$；

(2)如图②，当直线 l 与⊙O 相交于点 E，F 时，求证：$\angle DAE=\angle BAF$.



图①　　图②

（第 13 题）

29 统计(一)

知识梳理

一、数据的收集

1. 调查方式

①全面调查:考察________的调查叫全面调查,又名普查.

②抽样调查:从总体中抽取________的调查叫抽样调查.

2. 常见统计概念

①总体与个体:所要考察对象的________称为总体,组成总体的每一个考察对象称为个体.

②样本与样本容量:从总体中抽取的一部分________叫总体的一个样本,样本中____________叫样本容量.注意样本容量没有单位.

③频数与频率:调查对象出现的________叫频数;每个对象出现的次数与总次数的________叫频率.

二、数据的代表

1. 平均数

①算术平均数:一组数据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$ 的平均数,$\overline{x}=$______________.

②加权平均数:如果 n 个数据中,x_1 出现 f_1 次,x_2 出现 f_2 次,……,x_k 出现 f_k 次(这里 $f_1+f_2+\cdots+f_k=n$),则 $\overline{x}=$____________________.

③平均数的简化计算:当一组数据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$ 中各数据的数值较大,并且都与常数 a 接近时,设 $x_1-a,x_2-a,x_3-a,\cdots,x_n-a$ 的平均数为$\overline{x'}$,则 $\overline{x}=$________.

2. 中位数、众数

①中位数:将一组数据按从小到大(或从大到小)排列,若数据的个数是________,则处于________位置的一个数是这组数据的中位数;若数据的个数是________,则处于最中间位置的________的平均数是这组数据的中位数.注意中位数是唯一的.

②众数:在一组数据中,出现次数________的数据叫做这组数据的众数.一组数据的众数可能不止一个.

三、数据的波动

1. 极差

一组数据中最大数与最小数的________叫这组数据的极差.

2. 方差

在一组数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 中,每个数据与它们的平均数 $\overline{x}$ 的差的平方的________,叫做这组数据的方差.通常用“s^2”表示,即 $s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$.

3. 标准差

方差(s^2)的算术平方根叫做标准差(s).注:通常由方差求标准差.

4. 方差的意义

方差是衡量数据波动性的量,方差越小,数据越________;方差越大,数据波动________.

综合提升

1. 在下列调查中,适宜采用全面调查的是(　　).

A. 了解某省中学生视力情况

B. 了解九(1)班学生校服的尺码情况

C. 检测一批电灯泡的使用寿命

D. 调查台州《600 全民新闻》栏目的收视率

2. 某村引进甲、乙两种水稻良种,各选 6 块条件相同的试验田,同时播种并核定亩产,结果甲、乙两种水稻的平均产量均为 550 千克/亩,方差分别为 $s^2_{甲}=141.7$,$s^2_{乙}=433.3$,则产量稳定,适合推广的品种为(　　).

A. 甲、乙均可

B. 甲

C. 乙

D. 无法确定

3. 在今年“全国助残日”捐款活动中,某班级第一小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱,奉献自己的爱心.他们捐款的数额分别是(单位:元)50,20,50,30,25,50,55,这组数据的众数和中位数分别是(　　).

A. 50 元,30 元　　B. 50 元,40 元

C. 50 元,50 元　　D. 55 元,50 元

4. 下列说法错误的是(　　).

A. 某品牌纯牛奶消费者服务热线是 4008169999,该十个数的中位数为 7

B. 服装店老板最关心的是卖出服装的众数

C. 要了解某市全市九年级近 4 万名学生 2017 年中考数学成绩情况,适宜采用全面调查

D. 条形统计图能够显示每组中的具体数据,易于比较数据之间的差别

5. 某小组 5 名同学在一周内参加家务劳动的时间如下表所示，关于“劳动时间”的这组数据，以下说法正确的是(　　).

劳动时间/h	3	3.5	4	4.5
人数	1	1	2	1

A. 中位数是 4，平均数是 3.75
B. 众数是 4，平均数是 3.75
C. 中位数是 4，平均数是 3.8
D. 众数是 2，平均数是 3.8

6. 今年，某省启动了“关爱留守儿童工程”. 某村为了了解各年级留守儿童的数量，对一到六年级留守儿童数量进行了统计，得到每个年级的留守儿童人数分别为 10，15，10，17，18，20. 对于这组数据，下列说法错误的是(　　).

A. 平均数是 15　　B. 中位数是 17
C. 众数是 10　　D. 方差是$\frac{44}{3}$

7. 有一组数据如下：3，a，4，6，7，它们的平均数是 5，那么这组数据的方差是________.

8. 在“争创美丽校园，争做文明学生”示范校评比活动中，10 位评委给某校的评分情况如下表所示：

评分/分	80	85	90	95
评委人数	1	2	5	2

则这 10 位评委评分的平均数是________分.

9. 为了参加“中小学生首届诗词大会”，某校九年级的两班学生进行了预选，其中每班前 5 名学生的成绩(百分制)如下：九(1)班 86，85，77，92，85；九(2)班 79，85，92，85，89. 通过数据分析，列表如下：

班级	平均分	中位数	众数	方差
九(1)	85	b	c	22.8
九(2)	a	85	85	19.2

(1)写出表中 a，b，c 的值.
(2)根据以上数据分析，你认为哪个班前 5 名同学的成绩较好？请说明理由.

10. 某公司招聘职员两名，对甲、乙、丙、丁四名候选人进行了笔试和面试，各项成绩满分均为 100 分，然后再按笔试占 60%、面试占 40%计算候选人的综合成绩(满分为 100 分).
他们的各项成绩如下表所示：

候选人	笔试成绩/分	面试成绩/分
甲	90	88
乙	84	92
丙	x	90
丁	88	86

(1)写出这四名候选人面试成绩的中位数；
(2)现得知候选人丙的综合成绩为 87.6 分，求表中 x 的值；
(3)在(2)的条件下，求出其余三名候选人的综合成绩，并以综合成绩排序确定所要招聘的前两名的人选.

11. 甲、乙两名队员参加射击训练，成绩分别被制成下列表格：

环数	3	4	5	6	7	8	9	10
甲/次数	0	0	1	2	4	2	1	0
乙/次数	1	1	0	1	2	3	1	1

根据以上信息，整理分析数据如下：

	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

(1)求出表格中 a，b，c 的值.
(2)分别运用表中的四个统计量，简要分析这两名队员的射击训练成绩. 若选派其中一名参赛，你认为应选哪名队员？

30　统计(二)

知识梳理

1. 频数直方图

绘制频数直方图的一般步骤：

①确定所给数据的最大值和最小值

②将数据适当分组，决定组距与组数

③统计每组中数据出现的次数

④绘制频数直方图

2. 统计图

主要有______统计图、______统计图、______统计图、频数直方图等，统计图的最大优点是将表格中的数据所呈现出来的信息直观化.

续表

统计图	绘制要点	特点
条形统计图	通过条形的高度来表示数据的大小	(1)能清楚地表示出每个项目的________； (2)易于比较数据之间的差别
扇形统计图	各部分所占圆心角的度数＝360°×百分比	(1)扇形的大小表示部分在总体中所占的________； (2)易于显示每组数据相对于总数的大小
折线统计图	用点的连线表示数据的变化趋势	能清楚地反映数据的________
频数直方图	用连续长方形的高度(或面积)表示频数	(1)能清楚显示各组频数的分布情况； (2)易于显示各组之间的频数差别

综合提升

1. 要反映2018年末某市各个县(区)常住人口占该市总人口的比例，宜采用(　　).

A. 条形统计图

B. 折线统计图

C. 扇形统计图

D. 频数直方图

2. 要反映北京市一天内气温的变化情况宜采用(　　).

A. 条形统计图

B. 扇形统计图

C. 折线统计图

D. 频数直方图

3. 用统计图来描述某班同学的身高情况，最合适的是(　　).

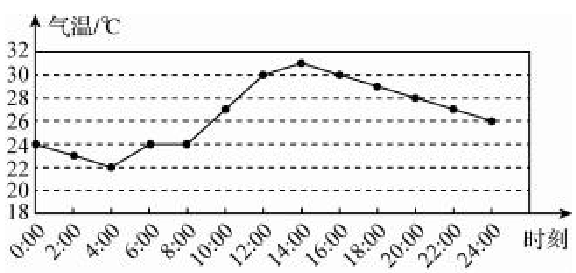
A. 条形统计图

B. 折线统计图

C. 扇形统计图

D. 频数直方图

4. 下面的折线图描述了某地某日的气温变化情况，根据图中信息，下列说法错误的是(　　).



(第4题)

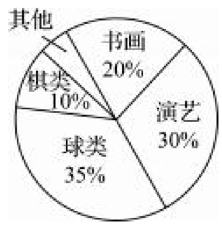
A. 4:00气温最低

B. 6:00气温为24 ℃

C. 14:00气温最高

D. 气温是30 ℃的时刻为16:00

5. 如图是某校参加各兴趣小组的学生人数分布扇形统计图，则参加人数最多的兴趣小组是(　　).

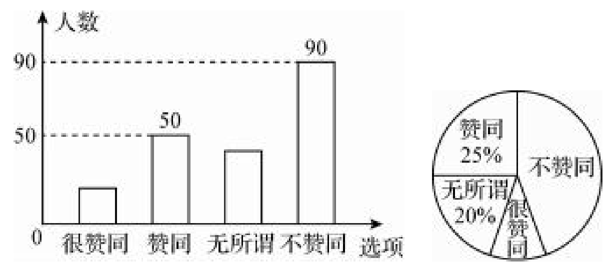


(第5题)

A. 棋类　　B. 书画

C. 球类　　D. 演艺

6. 某校九年级数学兴趣小组的同学调查了若干名家长对“初中学生带手机上学”现象的看法，统计整理并制作了如图所示的条形统计图与扇形统计图. 依据图中信息，得出下列结论：



(第6题)

①接受这次调查的家长人数为200；

②在扇形统计图中，“不赞同”的家长部分所对应的扇形圆心角的大小为162°；

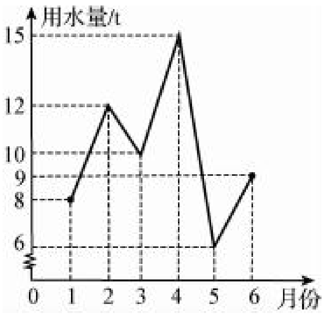
③表示“无所谓”的家长人数为40；

④随机抽查一名接受调查的家长，恰好抽到“很赞同”的家长的概率是$\frac{1}{10}$.

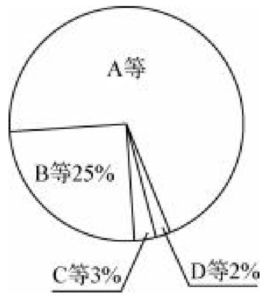
其中正确的结论个数为(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

7. 为了了解家里的用水情况，以便能更好地节约用水，小方把自己家1至6月的用水量绘制成如图所示的折线图，那么小方家这6个月的月用水量最大的是________月.



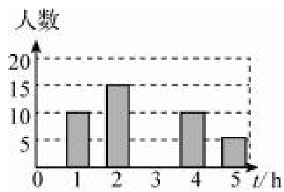
（第7题）



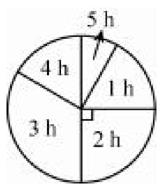
（第8题）

8. 为全面推进“新两基”工作，某县对辖区内的80所中小学上半年工作情况进行了专项督导考核，成绩分别记为A，B，C，D四等，绘制了扇形统计图（如图），则该县被考核的学校中得A等成绩的有________所.

9. 为了了解某校九年级学生每周体育锻炼时间的情况，随机抽查了该年级的部分学生，对其每周体育锻炼时间进行统计，根据统计数据绘制成图①和图②两个不完整的统计图．请你根据统计图提供的信息，回答下列问题：



图①



图②

（第9题）

（1）本次共抽取了学生________人，并请将图①的条形统计图补充完整；

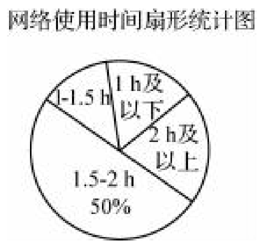
（2）这组数据的中位数是________，求出这组数据的平均数；

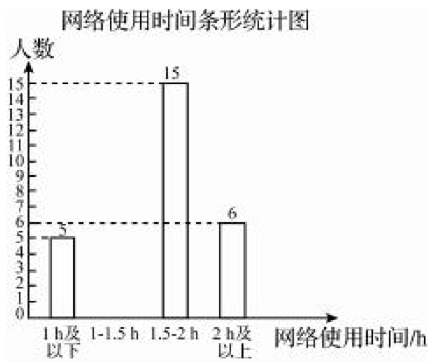
（3）若九年级有学生1 800人，请你估计体育锻炼时间为3 h的学生有多少人？

10. 据《2018年中国青少年互联网使用及网络安全情况调研报告》显示，青少年使用互联网在学习、娱乐和网络社交之间难以达到平衡，尽管学习在青少年的网络使用过程中占有重要的地位，但是每天单纯上网的时间在2 h及以上的比例非常高，也发现青少年使用网络存在很大的风险. 某校一班主任进行随机抽样调查的统计，绘制了如下两幅不完整的统计图，请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题：

（1）扇形统计图中“2 h及以上”部分所对应扇形的圆心角为________，请补全条形统计图；

（2）若该年级学生有900人，请你估计一下该年级学生网络使用时间在“1－1.5 h”的人数．





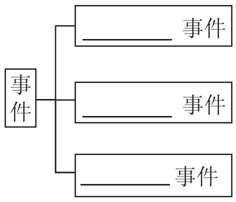
（第10题）

31　概率

知识梳理

一、概率的有关概念

1. 相关事件的关系



不太可能事件和很有可能事件都不能确定它是否发生，所以它们都属于随机事件.

2. 表示一个事件发生的可能性大小的这个数，叫做该事件的________，一般用 P 表示.

二、概率的求法

1. P(必然事件)＝1，P(不可能事件)＝0，0＜P(随机事件)＜1.

2. 通过逻辑分析用计算的办法预测概率需要能够看清所有机会均等的事件，并指出其中你所关注的事件.

①$P(A)=\dfrac{\text{事件 }A\text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$；

②两次试验用列表法(也可用画树状图法)；

③三次或以上试验用画树状图法.

3. 复杂事件可用重复试验得到的频率估计概率.

综合提升

1. 已知实数 $a<0$，则下列事件中是必然事件的是(　　).

A. $a+3<0$　　B. $a-3<0$

C. $3a>0$　　D. $a^3>0$

2. 下列说法正确的是(　　).

A. “明天降雨的概率是 80%”表示明天有 80% 的时间都在降雨

B. “抛一枚硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$”表示每抛 2 次就有一次正面朝上

C. “彩票中奖的概率为 1%”表示买 100 张彩票肯定会中奖

D. “抛一枚正方体骰子，朝上的点数为 2 的概率为 $\frac{1}{6}$”表示随着抛掷次数的增加，“抛出朝上的点数为 2”这一事件发生的频率稳定在 $\frac{1}{6}$ 附近

3. 有一枚均匀的正方体骰子，骰子各个面上的点数分别为 1，2，3，4，5，6，若任意抛掷一次骰子，朝上的面的点数记为 x，计算 $|x-4|$，则其结果恰为 2 的概率是(　　).

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. 某中学举行一场演讲比赛. 经预赛，七、八年级各有一名同学进入决赛，九年级有两名同学进入决赛，那么九年级同学获得前两名的概率是(　　).

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{6}$

5. 为了估计水塘中的鱼数，养鱼者首先从鱼塘中捕获 20 条鱼，在每条鱼身上做好记号后，把这些鱼放归鱼塘；再从鱼塘中打捞 100 条鱼，如果在这 100 条鱼中有 5 条鱼是有记号的，那么估计该鱼塘中的鱼约为(　　).

A. 300 条　　B. 380 条　　C. 400 条　　D. 420 条

6. 某校决定从三名男生和两名女生中选出两名同学担任校艺术节文艺演出专场的主持人，则选出的恰为一男一女的概率是(　　).

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

7. 有甲、乙两个不透明的布袋，甲袋中装有 3 个完全相同的小球，分别标有数字 0，1，2；乙袋中装有 3 个完全相同的小球，分别标有数字 -2，-1，0. 从甲袋中随机抽取一个小球，再从乙袋中随机抽取一个小球，两球数字之和为 1 的概率是(　　).

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{3}$

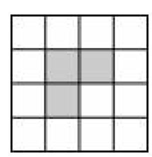
8. 在一个不透明的袋子里装有 2 个红球和 1 个白球，这些球除了颜色外其他都相同. 从中任意摸出一个，放回摇匀，再从中摸出一个，则两次摸到球的颜色相同的概率是(　　).

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{5}{9}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

9. 如果从九(1)、九(2)、九(3)班中随机抽取一个班与九(4)班进行一场拔河比赛，那么恰好抽到九(1)班的概率是________.

10. 在一个不透明的布袋中有 2 个白球和 n 个黄球，它们除颜色不同外，其余均相同，若从中随机摸出一个球，摸到黄球的概率是 $\frac{4}{5}$，则 $n=$________.

11. 如图，在 4×4 正方形网格中，黑色部分的图形构成一个轴对称图形，现在任选取一个白色的小正方形并涂黑，使图中黑色部分的图形仍然构成一个轴对称图形的概率是________.

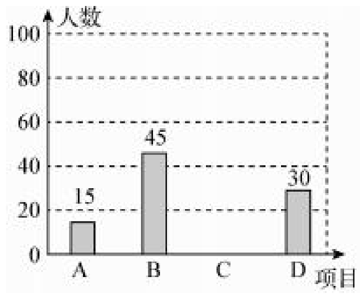

(第 11 题)

12. 从数$-2,-\frac{1}{2},0,4$中任取一个数记为m，再从余下的三个数中，任取一个数记为n，若$k=mn$，则正比例函数$y=kx$的图象经过第一、三象限的概率是________.

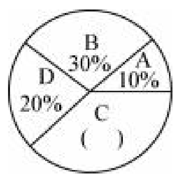
13. 经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能左转或者右转，如果这三种可能性大小相同，那么经过这个十字路口的两辆汽车一辆左转、一辆右转的概率是________.

14. 为进一步推广“阳光体育”大课间活动，某中学对已开设的A实心球，B立定跳远，C跑步，D跳绳四种活动项目的学生喜欢情况进行调查，随机抽取了部分学生，并将调查结果绘制成图①、图②的统计图，请结合图中的信息解答下列问题：

(1)请计算本次调查中喜欢“跑步”的学生人数和所占百分比，并将两个统计图补充完整；



图①

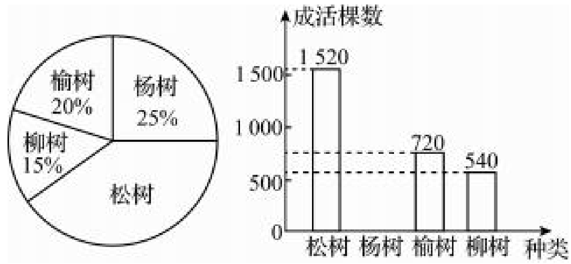


图②

(第14题)

(2)随机抽取了5名喜欢“跑步”的学生，其中有3名女生，2名男生，现从这5名学生中任意抽取2名学生，请用画树状图或列表的方法，求出刚好抽到同性别学生的概率.

15. 某地区不断推进“森林城市”建设，现种植了四类树苗，园林部门从种植的这批树苗中随机抽取了4 000棵，将各类树苗的种植棵数绘制成扇形统计图(不完整)，将各类树苗的成活棵数绘制成条形统计图(不完整)，经统计松树和杨树的成活率较高，且杨树的成活率为97%，根据图表中的信息解答下列问题：



(1)扇形统计图中松树所对的圆心角为________，并补全条形统计图.

(2)该地区今年共种树32万棵，成活了约多少棵?

(3)园林部门决定明年从这四类树苗中选两类种植，请用列表法或画树状图法求恰好选到成活率较高的两类树苗的概率(松树、杨树、榆树、柳树分别用A，B，C，D表示).